



COPPE/UFRJ

DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA DE TOMADA DE DECISÃO PARA
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA ENGENHARIA QUÍMICA

Lívia Pereira Lemos Costa

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador(es): José Carlos Costa da Silva Pinto
Enrique Luis Lima

Rio de Janeiro
Maio de 2009

DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA DE TOMADA DE DECISÃO PARA
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA ENGENHARIA
QUÍMICA

Lívia Pereira Lemos Costa

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Aprovada por:

Prof. José Carlos Costa da Silva Pinto, D.Sc.

Prof. Enrique Luis Lima, D.Sc.

Prof. Evaristo Chalbaud Biscaia Jr., D.Sc.

Dr. Marcos Vinicius de Carvalho Gomes, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2009

Costa, Livia Pereira Lemos

Desenvolvimento de Metodologia de Tomada de Decisão para Problemas de Otimização Multiobjetivo da Engenharia Química/ Livia Pereira Lemos Costa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

X, 81 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: José Carlos Costa da Silva Pinto

Enrique Luis Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Química, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 71-81.

1. Tomada de decisão. 2. Otimização multiobjetivo. 3. Pareto. 4. Robustez I. Pinto, José Carlos Costa da Silva et al. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

AGRADECIMENTOS

A Deus por estar presente me iluminando em cada momento da minha vida.

Aos meus orientadores, Zé Carlos e Enrique, pela orientação, apoio e confiança com que sempre pude contar.

Aos amigos do Centro de Pesquisas da Petrobras (Cenpes), pela compreensão, pelas discussões técnicas e pessoais e por terem alegrado meus dias.

Aos amigos do Lades, pelo bom convívio e ajuda nos momentos mais atribulados.

Ao Marcos e ao Almeida, pelas contribuições técnicas e pela amizade.

À minha família, pelo amor, apoio e incentivo.

Ao Cristhian, pelo carinho, atenção e apoio.

À Luciana, pela grande amizade.

Aos colegas, funcionários e professores do Programa de Engenharia Química da COPPE.

Aos velhos amigos do Programa de Engenharia Química da COPPE que muito me ensinaram e incentivaram desde a graduação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA DE TOMADA DE DECISÃO PARA
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DA ENGENHARIA
QUÍMICA

Lívia Pereira Lemos Costa

Maio/2009

Orientadores: José Carlos Costa da Silva Pinto
Enrique Luis Lima

Programa: Engenharia Química

Este trabalho introduz uma nova metodologia para a tomada de decisão baseada na robustez das alternativas apresentadas em um problema multiobjetivo. A nova técnica permite diferenciar soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto, de forma que apenas uma solução (a mais robusta) seja indicada para a implementação. Para isto, o método é fundamentado na avaliação sistemática dos efeitos que incertezas causam sobre as variáveis, usando para isso os modelos do processo. O algoritmo proposto neste trabalho foi aplicado a cinco exemplos e os resultados apontam a boa capacidade que o método possui para distinguir soluções, enfatizando a importância de uma escolha adequada da solução final implementada.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DEVELOPMENT OF A METHODOLOGY FOR DECISION MAKING APPLIED TO
MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION PROBLEMS

Lívia Pereira Lemos Costa

May/2009

Advisors: José Carlos Costa da Silva Pinto
Enrique Luis Lima

Department: Chemical Engineering

This work presents a new methodology for analysis of multiobjective optimization problems, based on the evaluation of the optimum solutions in the Pareto set. This new technique allows for discrimination among the solutions that constitute the Pareto set, so that single alternative (the most robust one) is selected for implementation. In order to do that, the effects of process uncertainties on variable responses are analyzed individually, with the help of the process model, and used to compute a robustness index. The proposed technique was applied to five distinct problems and the obtained results showed that the method is able to discriminate the alternative solutions, allowing for proper selection of the best candidates for real implementation among the many possibilities in the Pareto set.

ÍNDICE

Capítulo 1. Introdução	1
Capítulo 2. Otimização	4
2.1. Introdução	4
2.2. Otimização Multiobjetivo	6
2.2.1. A Técnica do Enxame de Partículas	9
2.2.2. Abordagem Multiobjetivo	12
2.3. O Problema da Tomada de Decisão	13
Capítulo 3. Tomada de Decisão.....	14
3.1. Introdução	14
3.2. Métodos existentes na literatura	15
3.3. Tomada de decisão aplicada à engenharia química.....	22
Capítulo 4. Metodologia Proposta.....	24
4.1. Otimização multiobjetivo	24
4.1.1. Abordagem 1	25
4.1.2. Abordagem 2	25
4.2. Novo algoritmo de tomada de decisão	27
4.2.1. Estudos de caso.....	32
4.2.1.1. Exemplo 1	32
4.2.1.2. Exemplo 2.....	33
4.2.1.3. Exemplo 3.....	35
4.2.1.4. Exemplo 4.....	36
4.2.1.5. Exemplo 5.....	38
Capítulo 5. Resultados e Discussão.....	45
5.1. Exemplo 1.....	45
5.2. Exemplo 2.....	49
5.3. Exemplo 3.....	51
5.4. Exemplo 4.....	58
5.5. Exemplo 5.....	62
Capítulo 6. Conclusões e Sugestões	69
Referências Bibliográficas.....	71

NOMENCLATURA

a_{ij}	Valor do critério j ao utilizar a i -ésima alternativa.
c_1	Parâmetro cognitivo.
c_2	Parâmetro social.
$C(a_K, a_L)$	Valor do índice global de concordância comparando as alternativas a_K e a_L .
$cc_j(a_K, a_L)$	Valor do índice de concordância que compara as alternativas a_K e a_L em relação ao critério j .
cl	Valor limite de concordância.
d_j	Valor da diferença entre duas alternativas para o critério j .
$d_{k,l}$	Valor da menor distância dos objetivos calculados durante a perturbação l da solução k aos objetivos originais pertencentes à frente de Pareto.
D_k	Índice atribuído à solução k de acordo com a metodologia proposta.
$dc_j(a_K, a_L)$	Valor do índice de discordância que compara as alternativas a_K e a_L em relação ao critério j .
dl	Valor limite de discordância.
DPP_{RP}	Distância entre as partículas.
D_{RP}	Diâmetro da fase borrachosa.
E_F	Módulo de flexão.
E_{Tproc}	Percentual mássico de etileno incorporado.
$f(x)$	Função objetivo – Equação (2.1)
f_i	Função objetivo i .
$f_{k,l,i}$	Valor da função objetivo i para a perturbação l da solução k do conjunto ótimo de Pareto – Equação (4.1)
$f(a_i, j)$	Valor do critério (ou objetivo) j para a alternativa a_i – Equação (3.4).
$F(x)$	Conjunto de funções objetivo – Equação (2.2)
$g_i(x)$	Restrições de desigualdade.

$h_j(x)$	Restrições de igualdade.
$HDPE$	Conteúdo de polietileno de alta massa molar.
$Izod_{23}$	Resistência ao impacto a 23°C.
K	Parâmetro proporcional.
m_1	Número de restrições de desigualdade.
m_2	Número de restrições de igualdade.
M	Número de alternativas.
MI	Índice de fluidez.
Mw	Massa molar ponderal média.
N	Número de iterações.
$nobj$	Número de funções objetivo.
$npert$	Número de perturbações em torno de cada solução pertencente ao conjunto ótimo de Pareto.
$P_{i,d}^k$	Melhor solução encontrada pela partícula i até a iteração k em relação ao parâmetro d – Equação (2.3).
$P_{global,d}^k$	Melhor solução encontrada por todas as partículas até a iteração k em relação ao parâmetro d – Equação (2.3).
$P_j(a_K, a_L)$	Valor da função de preferência que compara as alternativas a_K e a_L em relação ao critério j – Equação (3.3).
$P_{j,i}$	Valor da função objetivo i para a solução j do conjunto ótimo de Pareto.
Q	Número de critérios.
r_1	Número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$.
r_2	Número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$.
s	Número total de partículas – Equações (2.3) e (2.4).
\underline{S}	Matriz dinâmica do processo.
t_{final}	Tempo total de simulação (horizonte de controle).
$u_j(x_j^{a_K})$	Função utilidade em relação ao critério j sobre um conjunto de atributos x da alternativa a_K .
$U(a_K)$	Funcional que atribui um índice à alternativa a_K .
$v_{i,d}^k$	Valor da velocidade da partícula i na iteração k em relação ao parâmetro d .

w	Peso de inércia – Equação (2.3).
w_j	Peso do critério j – Equação (3.1).
W	Peso constante – Equação (3.11)
$WPM (A_K / A_L)$	Valor do índice gerado a partir do método do produto ponderado para comparar as alternativas A_K e A_L .
WSM	Valor do índice gerado a partir do método da soma ponderada.
x	Vetor de variáveis de decisão – Equação (2.1).
$x_{i,d}^k$	Valor do parâmetro d para a partícula i na iteração k – Equações (2.3) e (2.4).
X_i	Variável de decisão i .
XS	Solubilidade em xileno.
$\hat{y}_{i,j}$	Valor predito da variável controlada i no instante de tempo j .
$y_{i,j}^r$	Valor de referência da variável controlada i no instante de tempo j .
\hat{Y}	Trajétoria das variáveis controladas prevista pelo modelo.
\hat{Y}^*	Valores preditos das variáveis controladas em malha aberta.
\underline{Y}^r	Trajétoria de referência das variáveis controladas ao longo do horizonte de predição.
$\underline{\Gamma}$	Matriz de ponderação das variáveis controladas.
$\Delta u_{i,j}$	Valor do movimento da variável manipulada i no instante de tempo j .
ΔU	Variações aplicadas às variáveis manipuladas ao longo do horizonte de controle.
$\underline{\Lambda}$	Matriz de ponderação das variáveis manipuladas.
$\pi(a_K, a_L)$	Índice de preferência que compara as alternativas a_K e a_L .
σ	Desvio-padrão.
τ_D	Parâmetro derivativo.
τ_I	Parâmetro integral.
$\phi(a_K)$	Fluxo de rede no nó a_K .
$\phi_{in}(a_K)$	Fluxo total que entra no nó a_K .
$\phi_{out}(a_K)$	Fluxo total que sai do nó a_K .

Capítulo 1

Introdução

Problemas de otimização que visam a atender a múltiplos objetivos são comuns em diferentes áreas. Em particular, a otimização multiobjetivo está presente com alguma frequência na engenharia química, podendo ser aplicada, por exemplo, na síntese de polímeros (SILVA e BISCAIA JR., 2003), no projeto de controladores (HERREROS *et al.*, 2002) e na produção de hidrogênio (RAJESH *et al.*, 2001). Problemas desta natureza foram largamente estudados nos últimos anos e sua resolução leva a um conjunto de soluções satisfatórias, não-dominadas, denominado conjunto ótimo de Pareto (LIU *et al.*, 2003). A representação dos pontos deste conjunto no espaço das funções objetivo forma a frente de Pareto.

Uma análise da literatura mostra que podem ser utilizadas diferentes técnicas para a obtenção do conjunto ótimo de Pareto (REYES-SIERRA e COELLO, 2006). Neste trabalho optou-se por dar enfoque às técnicas baseadas em algoritmos estocásticos de otimização (especificamente ao enxame de partículas), já que estes algoritmos apresentam algumas vantagens, como a capacidade de lidar com problemas complexos, não-lineares, descontínuos e/ou multimodais.

Sob aspecto prático, é preciso escolher uma solução particular para ser implementada, dentre as muitas soluções pertencentes ao conjunto de Pareto. Para isto, torna-se necessário o estabelecimento de um critério de tomada de decisão, sendo que os métodos existentes incorporam procedimentos heurísticos e dependem muito do decisor. Além disso, consideram que o agente decisor é um profundo conhecedor do problema envolvido, o que nem sempre é verdade.

Algumas metodologias para tomada de decisão estão presentes na literatura e são divididas em basicamente duas linhas: a da Escola Americana, baseada na teoria da utilidade, na qual uma função utilidade é montada para distinguir as soluções; e a da Escola Francesa, que utiliza o conceito de sobreclassificação, fluxo de rede e grafos para restringir as soluções (LOOTSMA, 1990).

Este trabalho tem como objetivo propor uma nova metodologia para a resolução de problemas de otimização multiobjetivo, sobretudo voltados para a engenharia, capaz de fornecer uma solução eficiente e coerente, considerando de maneira sistemática a existência de erros nas variáveis do problema. Assim, propõe-se um método de tomada de decisão baseado na robustez da solução a ser implementada, bastante consistente com problemas encontrados na engenharia química, onde as variáveis envolvidas estão sujeitas a incertezas e erros experimentais. Resumidamente, o método proposto perturba as variáveis de decisão pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto de acordo com um planejamento experimental computacional. A técnica então avalia o desempenho de cada ponto da frente de Pareto, calculando a distância entre os objetivos calculados com as variáveis de decisão perturbadas e os objetivos obtidos com as soluções originais. Esta medida de desempenho permite ordenar as soluções do conjunto ótimo de Pareto.

O método proposto encontra aplicabilidade em diferentes setores da indústria química como, por exemplo, na indústria de polímeros. A técnica permite identificar uma única solução, a mais robusta, para alimentar os *set points* dos controladores, com a intenção de satisfazer de forma apropriada aos vários critérios conflitantes de desempenho exigidos. Outra aplicação deste método está relacionada à sintonia de controladores, permitindo buscar a solução que melhor atenda a diferentes critérios.

A seguir é apresentada uma breve descrição dos capítulos que compõem este trabalho. No Capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica sobre otimização, onde são apresentados o problema geral de otimização e os possíveis métodos empregados para sua resolução. Em especial, é abordado o problema de otimização multiobjetivo, mencionando-se as técnicas de resolução, suas vantagens e desvantagens, as condições para soluções serem consideradas não-dominadas (ou pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto) e as diferentes abordagens de otimização. Ao fim deste capítulo, depara-se com o problema da tomada de decisão, que será tema do Capítulo 3.

O Capítulo 3 é dedicado a uma revisão sobre tomada de decisão, sendo listados os principais métodos existentes na literatura e citadas algumas aplicações em engenharia química.

O Capítulo 4 envolve a descrição da metodologia proposta neste trabalho. Primeiramente são detalhadas as abordagens utilizadas para adaptação da técnica de enxame de partículas para obtenção de uma frente de Pareto. Em seguida, o processo de tomada de decisão proposto é detalhado. Ainda neste capítulo são apresentados cinco exemplos nos quais as metodologias sugeridas são aplicadas e avaliadas.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados da aplicação do novo método para os exemplos indicados no Capítulo 4. Também é feita a discussão e comparação dos resultados obtidos.

O Capítulo 6 compreende as conclusões e algumas sugestões para trabalhos futuros, baseadas nos resultados obtidos neste trabalho.

Capítulo 2

Otimização

Neste capítulo serão abordados aspectos gerais relacionados à otimização e, em especial, à otimização multiobjetivo. Também serão apresentadas as diferentes abordagens existentes na literatura para a resolução do problema de otimização multiobjetivo.

2.1. Introdução

Otimização é o uso de métodos específicos para encontrar a solução mais eficiente para um determinado problema (EDGAR *et al.*, 2001). Sua aplicação é essencial em diferentes áreas da engenharia de processos, incluindo, por exemplo, projeto, identificação, controle, estimação de parâmetros e planejamento de experimentos (BIEGLER e GROSSMAN, 2004).

Os benefícios alcançados com a otimização são significativos na indústria química, aumentando o rendimento de produtos, reduzindo o teor de contaminantes, reduzindo o consumo de energia, prevenindo paradas não programadas, reduzindo custos de manutenção e danos aos equipamentos e melhorando o aproveitamento da equipe envolvida (EDGAR *et al.*, 2001).

Um problema típico de otimização pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in \Omega} f(x) \\ & \text{sujeito a } g_i(x) \leq 0, \quad i=1, \dots, m_1, \\ & \quad \quad \quad h_j(x) = 0, \quad j=1, \dots, m_2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $f(x)$ é a função objetivo a ser minimizada, $g_i(x)$ são as restrições de desigualdade (especificações, restrições de segurança), $h_j(x)$ são as restrições de igualdade (balanços materiais, taxas de produção) e x é o vetor de variáveis de decisão.

No passado, problemas de otimização eram resolvidos através de métodos analíticos baseados nas condições necessárias de minimização e no cômputo de derivadas analíticas. Com o advento dos modernos computadores, é possível empregar métodos numéricos iterativos que podem utilizar valores da função objetivo e de sua derivada numérica em uma seqüência de pontos para chegar à solução (EDGAR *et al.*, 2001).

Em geral, há dificuldades para o emprego de métodos analíticos quando a função objetivo é não-linear e possui mais de uma variável, uma vez que o problema envolve a resolução de um sistema de equações não-lineares em n variáveis (EDGAR *et al.*, 2001). Como os problemas de engenharia são comumente não-lineares, a utilização de métodos numéricos faz-se quase sempre necessária.

Os vários métodos numéricos podem ser classificados genericamente como métodos determinísticos (com derivadas ou de busca direta) ou como métodos estocásticos. Os métodos determinísticos com derivadas fazem uso do cálculo de derivadas para determinar o ponto ótimo. Dentre estes métodos, podem ser citados o método do gradiente, que utiliza somente derivadas de primeira ordem, e o método de Newton, que utiliza derivadas de primeira (vetor gradiente) e segunda ordem (matriz Hessiana). Os métodos de derivada partem do princípio fundamental de que a função objetivo aumenta na direção do vetor gradiente (NOCEDAL e WRIGHT, 1999; GILL *et al.*, 1981).

Os métodos de busca direta não fazem uso de derivadas, mas determinam uma direção de busca através do próprio valor da função objetivo. De forma geral, estes métodos propõem uma exploração do espaço de variáveis de decisão e o subsequente avanço na direção do melhor resultado encontrado. Vários critérios podem ser utilizados visando a avançar com a otimização nesta direção (NOCEDAL e WRIGHT, 1999). Fazem parte deste grupo, por exemplo, os métodos de Hooke e Jeeves, Simplex e de Powel.

Métodos determinísticos podem levar a algumas dificuldades práticas, como a necessidade de prover uma boa estimativa inicial para as variáveis de decisão e o caráter local da busca, que pode convergir para o mínimo local mais próximo da estimativa inicial fornecida. Estas dificuldades podem ser superadas através da utilização de um método estocástico.

Os métodos estocásticos são caracterizados por um grande número de avaliações da função objetivo e pela maior probabilidade de encontrar o ótimo global na região de

busca. Estas técnicas propõem, em geral, que a região de busca seja explorada com muitas avaliações da função objetivo, para candidatos a ótimo gerados com maior ou menor grau de aleatoriedade. Desta forma, aumenta-se a probabilidade de encontrar ótimos globais que estejam situados fora das bacias de atração dos ótimos locais. São métodos simples e que não necessitam de uma boa estimativa inicial, embora seja necessário fornecer uma região de busca. Em contrapartida, são usualmente mais lentos que os métodos determinísticos. Como exemplos de métodos estocásticos podem ser citados o método de Monte Carlo, o algoritmo genético e o enxame de partículas, entre outros (FOUSKAKIS e DRAPER, 2002).

2.2. Otimização Multiobjetivo

É comum lidar com problemas de otimização que visam a atender a múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes, que podem estar relacionados a fatores econômicos, técnicos, sociais ou ambientais (LIU *et al.*, 2003). Nos últimos anos, a abordagem multiobjetivo foi utilizada com alguma frequência para a solução de problemas encontrados na engenharia química, inclusive no projeto de controladores (TARAFDER *et al.*, 2007, HALSALL-WHITNEY e THIBAULT, 2006, SILVA e BISCAIA JR., 2003, RAJESH *et al.*, 2001, HERREROS *et al.*, 2002, PORTER e JONES, 1992, EL-KADY *et al.*, 2003).

A seguir é apresentada uma representação para um problema típico de otimização multiobjetivo.

$$\begin{aligned} \min_{x \in \Omega} F(x) &= \{f_1(x) \cdots f_l(x) \cdots f_k(x)\} \\ \text{sujeito a } g_i(x) &\leq 0, \quad i=1, \dots, m_1 \\ h_j(x) &= 0, \quad j=1, \dots, m_2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Na Equação (2.2), $F(x)$ é o conjunto que contém os k objetivos ($f_1(x) \cdots f_l(x) \cdots f_k(x)$) a serem minimizados, $g_i(x)$ são as restrições de desigualdade e $h_j(x)$ são as restrições de igualdade.

Tradicionalmente problemas multiobjetivo são resolvidos através de técnicas que transformam os múltiplos objetivos em apenas uma única função objetivo, que

agrega todas as funções a serem otimizadas ou que enfatiza apenas uma delas, transformando as demais em restrições (EDGAR *et al.*, 2001). Estas técnicas admitem que a função objetivo é bem “comportada”, no sentido de ser côncava ou convexa e contínua, e que existe um ponto ótimo capaz de resolver o problema de otimização, respeitando as restrições (HALSALL-WHITNEY e THIBAUT, 2006).

HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006) ressaltam que, embora muitas vezes as técnicas tradicionalmente usadas sejam suficientes para resolver problemas práticos, há casos em que seu uso não é recomendado. Por exemplo, a recomendação não é adequada quando:

- combinar objetivos em uma única função objetivo não fornece informação sobre o andamento da otimização para os vários objetivos ou sobre condições de operação alternativas;

- transformar um problema multiobjetivo em um de único objetivo por meio de uma soma ponderada dos objetivos originais leva a um problema de seleção dos pesos de cada objetivo, que pode não ser trivial. Além disso, dependendo dos pesos escolhidos, poderá haver diferentes soluções;

- transformar alguns objetivos em restrições pode polarizar a solução final, podendo levar a resultados que não representam a realidade. A decisão sobre qual objetivo deve ser otimizado também pode não ser simples;

- a otimização com um único objetivo leva a um único ótimo, ainda que outras soluções sejam possíveis. Quando técnicas determinísticas são utilizadas para resolução do problema podem ocorrer falhas relacionadas à busca do ótimo global, quando a função objetivo é não-convexa, multimodal ou descontínua. Da mesma forma, técnicas determinísticas exigem informação das derivadas e uma boa estimativa inicial, que nem sempre estão disponíveis;

- quando aplicadas a processos, técnicas que apresentam como resultado apenas uma solução, ao invés de uma região de operação, não levam em conta as dificuldades de controle;

- técnicas tradicionais de otimização não incorporam a experiência acumulada sobre o processo.

Em geral, o problema de otimização multiobjetivo não permite a obtenção de uma solução única que atenda a todos os objetivos simultaneamente, mas sim de um conjunto de soluções igualmente eficientes, o conjunto ótimo de Pareto. A solução ótima de Pareto (ou solução não-dominada) tem como característica o fato de não ser

possível reduzir uma função objetivo sem que haja o sacrifício de pelo menos uma das outras. Como já colocado, a imagem do conjunto ótimo de Pareto é denominada frente (ou fronteira) de Pareto.

Quando se pretende minimizar todas as funções objetivo, um ponto $x^* \in \Omega$ é definido como pertencendo ao conjunto ótimo de Pareto se, e somente se,

- a) não há outro ponto $x \in \Omega$ tal que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$ para todo $i=1, \dots, n$, onde n é o número de funções objetivo
- b) há ponto $x \in \Omega$ tal que $f_j(x) < f_j(x^*)$ para pelo menos um j

Assim, não é possível encontrar uma solução que seja melhor do que determinada solução pertencente ao conjunto ótimo de Pareto em relação a todas as funções objetivo simultaneamente. Além disso, todos os pontos no conjunto ótimo de Pareto podem ser considerados melhores que os demais em termos de ao menos uma das funções objetivo.

Frentes de Pareto podem diferir quanto à convexidade e continuidade. Um exemplo de conjunto ótimo de Pareto pode ser observado na Figura 2.1.

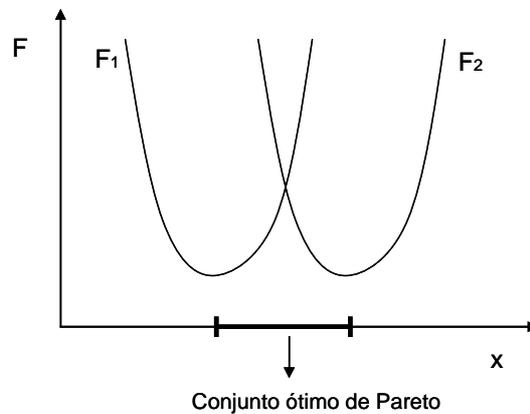


Figura 2.1. Exemplo de conjunto ótimo de Pareto.

Alguns métodos clássicos podem ser usados para gerar o conjunto ótimo de Pareto, baseados na idéia de que todos os objetivos podem ser combinados em uma só função objetivo parametrizada e de que um algoritmo determinístico pode ser adequado para resolver o problema de otimização. Porém, até que se chegue ao conjunto desejado, é necessário realizar uma série de otimizações com diferentes parâmetros e avaliar cada um dos resultados quanto às condições do conjunto ótimo de Pareto (ZITZLER, 1999).

Estas técnicas podem ser consideradas, portanto, como computacionalmente intensivas e relativamente ineficientes.

A resolução dos problemas de otimização multiobjetivo através de algoritmos estocásticos, como Monte Carlo, enxame de partículas e algoritmo genético, dentre outros, possibilita a obtenção da frente de Pareto de maneira mais simples, explorando-se a região de busca durante o problema de otimização. Para isto, basta selecionar ao longo da busca os pontos que obedecem às condições do ótimo de Pareto anteriormente citadas. Isto pode ser feito a cada iteração e ao fim da otimização. A frente de Pareto é, então, obtida após uma única execução do algoritmo. Outra vantagem associada à utilização dos algoritmos estocásticos para determinação da frente de Pareto é que estes são menos susceptíveis à forma e à continuidade das funções objetivo e da frente. Por isso, muitos trabalhos que envolvem problemas de natureza multiobjetivo vêm empregando algoritmos estocásticos com sucesso (FONSECA e FLEMING, 1993; SILVA, 2003; SILVA e BISCAIA JR., 2003, 2004; HORN *et al.*, 1994; ZITZLER e THIELE, 1999; NASCIMENTO *et al.*, 2007; PARSOPOULOS e VRAHATIS, 2002; HALSALL-WHITNEY e THIBAUT, 2006; DEB, 2001).

NASCIMENTO *et al.* (2007) compararam o desempenho do algoritmo genético e do enxame de partículas em um problema multiobjetivo, obtendo determinação mais consistente da frente de Pareto ao utilizar a técnica do enxame de partículas. O desempenho da técnica não foi influenciado pelo conjunto inicial de partículas e sempre resultou em melhor exploração de toda a região de busca.

PARSOPOULOS e VRAHATIS (2002) testaram o método do enxame de partículas para a obtenção da frente de Pareto em exemplos matemáticos de diferentes complexidades, incluindo regiões côncavas e convexas e a presença de descontinuidades. Os autores obtiveram bons resultados em todos os casos.

Considerando as experiências anteriores bem sucedidas, pretende-se neste trabalho utilizar o método estocástico do enxame de partículas para a obtenção do conjunto ótimo de Pareto em problemas multiobjetivo. Este método será detalhado na próxima seção.

2.2.1. A Técnica do Enxame de Partículas

Introduzida por KENNEDY e RUSSEL (1995), a técnica do enxame de partículas é um método heurístico de otimização baseado no comportamento social de

algumas espécies de animais (como pássaros e peixes). A otimização da função objetivo ocorre através da troca de informações entre elementos de um grupo de candidatos a ótimo, de acordo com um algoritmo eficiente e de simples implementação computacional.

O método do enxame considera que existe uma população inicial aleatória de partículas, representadas por vetores que definem a velocidade (ou pseudo-velocidade) e a posição atual da partícula no espaço de busca. Ao longo da execução do algoritmo, os vetores que descrevem as partículas são atualizados de acordo com sua velocidade atual, com o aprendizado individual da partícula considerada e com o aprendizado adquirido por todo o conjunto de partículas, conforme detalhado a seguir.

O movimento de cada partícula ao longo de cada iteração envolve a soma de três termos: o primeiro termo reflete a inércia da partícula e inibe oscilações excessivas; o segundo termo, denominado componente cognitivo, corresponde à atração da partícula pela melhor solução individual encontrada; e o terceiro termo, denominado componente social, corresponde à atração da partícula pela melhor solução encontrada por todo o grupo. O parâmetro peso de inércia (w), utilizado neste trabalho, foi introduzido por SHI e EBERHART (1998) e modifica o algoritmo original, de forma a ponderar de forma apropriada o termo de inércia.

O algoritmo consiste na aplicação recursiva das seguintes equações:

$$v_{i,d}^{k+1} = wv_{i,d}^k + c_1 r_1 (p_{i,d}^k - x_{i,d}^k) + c_2 r_2 (p_{global,d}^k - x_{i,d}^k), \quad i=1, \dots, s, \quad d=1, \dots, n, \quad (2.3)$$

$$x_{i,d}^{k+1} = x_{i,d}^k + v_{i,d}^{k+1}, \quad i=1, \dots, s, \quad d=1, \dots, n, \quad (2.4)$$

onde os índices k , i e d representam, respectivamente, a iteração, a partícula e a dimensão do problema; s é o número total de partículas e n é o número de parâmetros (variáveis de decisão do problema de otimização); v é a velocidade e x é a posição no espaço de busca; c_1 e c_2 são duas constantes positivas, chamadas respectivamente de parâmetro cognitivo e parâmetro social; w é o peso de inércia; r_1 e r_2 são números aleatórios com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$, gerados para cada parâmetro, partícula e iteração; p_i é a melhor solução encontrada pela partícula i e p_{global} é a melhor solução encontrada por todo o enxame. Neste trabalho, o valor adotado para as

constantes c_1 e c_2 foi de 0,9 e o peso de inércia variou linearmente entre 0,1 e 1,0 ao longo das iterações.

Na presença de múltiplos objetivos, a cada iteração, cada função objetivo deve ser calculada para cada um dos pontos candidatos a ótimo. Um ponto é descartado do conjunto ótimo de Pareto sempre que um dos pontos do conjunto apresente desempenho melhor que o do ponto considerado para todas as funções objetivo avaliadas.

O método do enxame de partículas foi aplicado com sucesso em uma série de problemas, incluindo a construção de redes neurais (GUDISE e VENAYAGAMOORTHY, 2003; ZHANG *et al.*, 2000), a análise de tremores em pessoas (EBERHART e HU, 1999), o registro de imagens biomédicas (WACHOWIAK *et al.*, 2004), a otimização do controle de potência (YOSHIDA *et al.*, 2000), a otimização de processos bioquímicos (COCKSHOT e HARTMAN, 2001), a estimação de parâmetros (SCHWAAB e PINTO, 2007; SCHWAAB *et al.*, 2008) e a análise dinâmica (OURIQUE *et al.*, 2001, 2002), além dos trabalhos citados anteriormente a respeito da análise de problemas multiobjetivo.

Devido à exploração eficiente de toda a região de busca, o método do enxame apresenta uma busca de caráter global no início da otimização, com partículas espalhadas aleatoriamente. Ao longo das iterações, esta busca vai convergindo, tornando-se local na medida em que as partículas são atraídas para regiões que contêm as melhores soluções encontradas. Estas características de busca global e local contribuem para que o ótimo global seja encontrado e para que este valor apresente boa precisão. Vale notar que o caráter global ou local da busca pode ser controlado através dos valores dos parâmetros de busca. Análises teóricas sobre a trajetória e a convergência das partículas e sobre o efeito e a sensibilidade dos parâmetros de busca são reportadas nos trabalhos de VAN DEN BERG e ENGELBRECHT (2006), CLERC e KENNEDY (2002) e TRELEA (2003).

Uma desvantagem geralmente relacionada à utilização de algoritmos estocásticos é o grande número de avaliações da função objetivo necessárias para se chegar ao ótimo. No entanto, neste trabalho, cujo enfoque é a otimização multiobjetivo, as inúmeras avaliações da função objetivo são aproveitadas para a construção da frente de Pareto, conforme será mencionado adiante.

2.2.2. Abordagem Multiobjetivo

Ao lidar com problemas multiobjetivo, os algoritmos estocásticos devem ser adaptados para permitir a obtenção de uma frente de Pareto de boa qualidade. Para isto, diversas abordagens diferentes podem ser utilizadas, como:

- *Agregação de objetivos* – são as adaptações que combinam ou agregam todos os objetivos em apenas uma função objetivo parametrizada, transformando o problema multiobjetivo em um problema de objetivo único. Neste caso, várias estratégias podem ser seguidas. Por exemplo, fixando-se os parâmetros da função objetivo criada cada vez que o algoritmo é executado, torna-se necessário executar o algoritmo estocástico diversas vezes, alterando estes parâmetros para obter uma boa frente de Pareto. Dentre outras, há também a opção de variar os parâmetros durante a mesma execução, diminuindo ou eliminando a necessidade de rodar o algoritmo de otimização diversas vezes. Este tipo de abordagem foi utilizada em trabalhos como o de PARSOPOULOS e VRAHATIS (2002) e o de BAUMGARTNER *et al.* (2004).

- *Ordenação lexicográfica* – nesta adaptação os objetivos são ordenados de acordo com sua importância e as funções objetivo são minimizadas separadamente de acordo com o ordenamento proposto. De acordo com COELLO (1999), a ordenação lexicográfica pode se tornar ineficiente na presença de muitos objetivos, favorecendo determinados objetivos e tendo como consequência indesejável a convergência do conjunto de partículas para uma região particular da frente de Pareto. Maiores detalhes deste método e algumas modificações podem ser encontrados em COELLO (1999), HU e EBERHART (2002) e HU *et al.* (2003).

- *Uso de várias sub-populações* – nesta adaptação, cada sub-população é usada para a otimização de um único objetivo. Simultaneamente, um critério heurístico é proposto para que os candidatos a ótimo troquem informação e se reorganizem. Esta adaptação foi utilizada por PARSOPOULOS *et al.* (2004) e CHOW e TSUI (2004).

- *Conceito de Pareto* – esta adaptação é baseada na definição de soluções não-dominadas, pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto. Assim, durante as iterações as partículas que correspondem às soluções não-dominadas são selecionadas como

melhores soluções. É importante notar que diferentes heurísticas podem ser utilizadas para selecionar a melhor solução global e individual dentre as soluções não-dominadas encontradas até o momento. Algoritmos baseados neste conceito estão presentes nos trabalhos de MOORE e CHAPMAN (1999), FIELDSEND e SINGH (2002), COELLO e LECHUGA (2002), COELLO *et al.* (2004), MOSTAGHIM e TEICH (2003a, 2003b e 2004), BARTZ-BEIELSTEIN *et al.* (2003), REYES-SIERRA e COELLO (2005) e ALVAREZ-BENITEZ *et al.* (2005), dentre outros.

- *Combinação das abordagens anteriores* – alguns autores, como XIAO-HUA *et al.* (2005), propuseram a combinação de conceitos de diferentes abordagens para a obtenção da frente de Pareto.

Uma revisão sobre as abordagens existentes para o uso do enxame de partículas em problemas multiobjetivo pode ser encontrada no texto de REYES-SIERRA e COELLO (2006).

No presente trabalho pretende-se usar duas abordagens diferentes para a obtenção da frente de Pareto. Estas abordagens serão detalhadas no Capítulo 4.

2.3. O Problema da Tomada de Decisão

Conforme colocado na Seção 2.2, quando se resolve o problema de otimização multiobjetivo não se obtém uma solução única, mas um conjunto de soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto. Em termos práticos, é extremamente importante que apenas uma solução seja escolhida para fins de implementação. Isto é verdade, em particular, para problemas da engenharia, onde a otimização visa a encontrar um ponto operacional, uma formulação ou uma sintonia de controlador ótima que atenda a uma série de objetivos finais. Neste caso, apenas obter um conjunto de soluções possíveis agrega pouco valor ao processo, se não for adicionado um critério que permita definir que solução deve ser utilizada na implementação real.

Assim, para escolher uma solução a ser implementada dentre as alternativas pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto, é necessário um processo de decisão (LIU *et al.*, 2003), assunto que será tratado no Capítulo 3.

Capítulo 3

Tomada de Decisão

Neste capítulo, o problema de tomada de decisão multicritério é apresentado e discutido. São também apresentados os principais métodos existentes na literatura e suas aplicações a problemas de engenharia química.

3.1. Introdução

Uma vez obtidas as soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto, defronta-se com outro problema: o da escolha da solução a ser de fato adotada. Alguns autores propuseram metodologias de tomada de decisão para a escolha desta solução ótima única.

A análise multicritério tem como objetivo auxiliar na tarefa de fazer escolhas, conforme interesses, na presença de incertezas, conflitos entre informações e concorrência entre vários critérios (PARREIRAS, 2006). De acordo com a forma como a otimização e a tomada de decisão são combinadas, é possível estabelecer três categorias (ZITZLER, 1999; HORN, 1997; LIU *et al.*, 2003):

- Tomada de decisão antes da otimização (*a priori*) – os objetivos são agregados em uma única função objetivo e a otimização é realizada apenas com base nesta função, conforme discutido anteriormente. Neste caso, a tomada de decisão está implícita na formulação desta função objetivo única e seus parâmetros. Apesar destes métodos simplificarem a resolução, ao transformarem os problemas multiobjetivo em problemas de objetivo único, não fica claro o quanto cada objetivo pode ser afetado pela escolha no resultado final.

- Tomada de decisão durante a otimização – a cada iteração do processo de otimização os resultados são julgados de acordo com algum critério de tomada de decisão, que guia a trajetória até a solução.

- Tomada de decisão após a otimização (*a posteriori*) – o algoritmo de otimização fornece como solução um conjunto de soluções não-dominadas (ou seja, o conjunto ótimo de Pareto) e um critério de tomada de decisão é utilizado para escolher uma dentre estas soluções ou ordená-las em ordem de preferência.

Atualmente há uma série de critérios de tomada de decisão que seguem basicamente duas abordagens: a da Escola Americana e a da Escola Francesa. A Escola Americana defende a teoria da utilidade, montando uma função utilidade capaz de distinguir as diferentes soluções. Fazem parte desta linha de pensamento métodos como o do processo analítico hierárquico, o MAUT, o da soma ponderada e o do produto ponderado. Já a Escola Francesa emprega o conceito de sobreclassificação, restringindo as soluções e utilizando conceitos de fluxo de rede e da teoria de grafos. Enquadram-se nesta escola os métodos Promethee, Electre, Topsis (LOOTSMA, 1990).

3.2. Métodos existentes na literatura

Como este trabalho pretende explorar um novo método para tomada de decisão após a otimização, será apresentada a seguir uma visão geral sobre os principais métodos presentes na literatura quando uma solução deve ser escolhida dado um conjunto de alternativas.

- Método da soma ponderada

Este método é bastante comum. Dadas M alternativas (ou possíveis soluções) e Q critérios (ou objetivos), seleciona-se a alternativa que resulta no maior valor da função WSM (POHEKAR e RAMACHANDRAN, 2004), mostrada a seguir.

$$WSM = \sum_{j=1}^Q a_{ij} w_j \quad , i=1,2,3,\dots,M \quad (3.1)$$

Na equação acima, a_{ij} é o valor do critério j ao utilizar a i -ésima alternativa e w_j é o peso (importância) do critério j . É importante salientar que a escolha dos pesos w_j para os diferentes objetivos pode não ser trivial.

- Método do produto ponderado

Cada alternativa é comparada com as demais por meio da multiplicação de um número de razões para cada critério. Assim, cada razão é elevada a uma potência que representa o peso relativo do critério analisado. Comparando duas alternativas A_K e A_L , obtém-se:

$$WPM (A_K / A_L) = \prod_{j=1}^Q (a_{Kj} / a_{Lj})^{w_j}, \quad (3.2)$$

onde a_{ij} é o valor do critério j ao utilizar a i -ésima alternativa e w_j é o peso (importância) do critério j . Uma vez mais, a escolha apropriada dos fatores de ponderação w_j pode não ser trivial.

Se $WPM (A_K / A_L)$ for maior que um, a alternativa A_K é melhor que a alternativa A_L (quando se pretende maximizar os critérios estabelecidos). Logo, a melhor alternativa é aquela cujo WPM indica a superação ou pelo menos a igualdade em relação a todas as outras alternativas (POHEKAR e RAMACHANDRAN, 2004).

- Processo analítico hierárquico / Processo de análise hierárquica

O método desenvolvido por Saaty em meados da década de 70 é ainda hoje extremamente utilizado em todo o mundo (SAATY, 1987). Este método é baseado na decomposição de um problema complexo em níveis hierárquicos, onde os objetivos são alocados no topo, os critérios são distribuídos em níveis, os sub-critérios são dispostos em sub-níveis e as alternativas ocupam a base da hierarquia. É necessário determinar o grau de influência que os elementos pertencentes a um nível hierárquico exercem sobre cada um dos elementos do nível imediatamente superior. Desta forma, é possível perceber a influência dos critérios nos objetivos, dos sub-critérios nos critérios, das alternativas nos sub-critérios e, como consequência, das alternativas nos objetivos, permitindo estabelecer uma escala de importância para as mesmas (PARREIRAS, 2006).

Saaty propôs quantificar este grau de influência utilizando uma escala de 1 a 9. O método calcula e agrega vetores característicos das matrizes de influência até compor um vetor final, que corresponde aos pesos das alternativas. O vetor de pesos mede a importância relativa de cada alternativa em relação ao objetivo do topo da hierarquia. A alternativa de maior peso é considerada a melhor (SAATY, 2005).

Uma vantagem deste método é o cálculo do índice de inconsistência como a razão entre a inconsistência do decisor e um índice gerado aleatoriamente. Este índice é importante para assegurar a consistência dos julgamentos do decisor e um bom resultado final, devendo ser menor que 0,10 (POHEKAR e RAMACHANDRAN, 2004).

- *Método PROMETHEE*

O método Promethee (*Preference ranking organization method for enrichment evaluation*) foi proposto por Brans em 1982 e utiliza o princípio da sobreclassificação para ordenar as alternativas (BRANS e MARESCHAL, 2005). A comparação é realizada a cada par de alternativas e expressa em termos de uma função de preferência, que deve ser calculada para cada critério.

A função de preferência $P_j(a_K, a_L)$ depende da diferença d_j entre as duas alternativas para o critério j (Equações (3.3) e (3.4)).

$$P_j(a_K, a_L) = P_j(d_j) \quad (3.3)$$

$$d_j = f(a_K, j) - f(a_L, j) \quad (3.4)$$

Na Equação (3.4), $f(a_K, j)$ e $f(a_L, j)$ são os valores obtidos a partir das alternativas a_K e a_L para o critério j .

O gráfico da função preferência $P_j(d_j)$ deve ser uma função crescente igual a zero para valores negativos de d_j e pode ser observado na Figura 3.1.

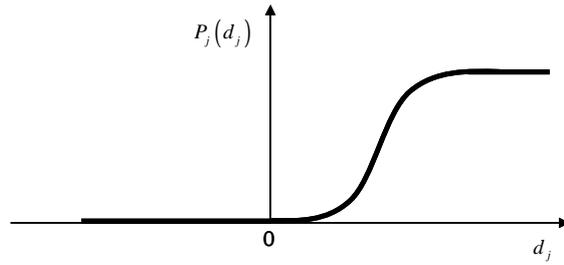


Figura 3.1. Gráfico da função de preferência.

As funções de preferência utilizadas na maior parte das aplicações deste método são as seguintes: critério usual, quase-critério, critério degrau, critério linear e critério gaussiano (BRANS e MARESCHAL, 2005; PARREIRAS, 2006). O índice de preferência multicritério $\pi(a_K, a_L)$, considerando todos os critérios, é calculado como uma média ponderada das funções de preferência $P_j(a_K, a_L)$ (Equação (3.5)).

$$\pi(a_K, a_L) = \frac{\sum_{j=1}^N w_j P_j(a_K, a_L)}{\sum_{j=1}^N w_j} \quad (3.5)$$

Na Equação (3.5), w_j é o peso (importância) do critério j . Surge uma vez mais a necessidade de ponderar os diferentes critérios, o que nem sempre constitui tarefa trivial.

A comparação entre duas alternativas a_K e a_L pode ser representada por grafo direcionado, onde cada nó corresponde a uma alternativa e cada arco corresponde a uma relação de preferência (Figura 3.2).

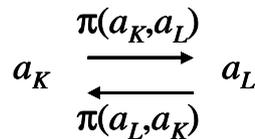


Figura 3.2. Grafo representando a comparação entre duas alternativas.

Fonte: Adaptado de PARREIRAS, 2006.

De acordo com o grafo da Figura 3.2, o fluxo total que entra no nó a_k é dado pela Equação (3.6), enquanto o fluxo total que sai do nó a_k é expresso pela Equação (3.7).

$$\phi_{in}(a_k) = \sum_{\forall L \in A} \pi(a_L, a_k) \quad (3.6)$$

$$\phi_{out}(a_k) = \sum_{\forall L \in A} \pi(a_k, a_L) \quad (3.7)$$

Nas equações deste método, a é um vetor contendo todo o conjunto de alternativas.

Assim, o fluxo de rede no nó a_k :

$$\phi(a_k) = \phi_{out}(a_k) - \phi_{in}(a_k) \quad (3.8)$$

Os métodos Promethee I e II exploram de maneiras diferentes os fluxos de entrada, saída e de rede calculados, de modo a gerar uma relação de sobreclassificação. De maneira prática, como exemplo, o método Promethee II considera que a alternativa de maior $\phi(a_k)$ é a melhor.

- Método ELECTRE

O método Electre (*Elimination and choice translating reality*) foi originalmente proposto por volta de 1965 por Roy e colaboradores, da empresa europeia SEMA (FIGUEIRA *et al.*, 2005). Trata-se de um método capaz de envolver critérios tanto quantitativos quanto qualitativos e é caracterizado por adotar índices de concordância e discordância, além de valores limites em sua avaliação das alternativas (POHEKAR e RAMACHANDRAN, 2004).

Os índices de concordância $cc_j(a_k, a_L)$ e de discordância $dc_j(a_k, a_L)$ são calculados em função da diferença d_j (Equação (3.9)) entre as duas alternativas para o critério j e dos limites estabelecidos. O índice de concordância $cc_j(a_k, a_L)$ reflete o

quanto a alternativa a_K é melhor que a a_L , enquanto o índice de discordância $dc_j(a_K, a_L)$ reflete o quanto a_K é pior que a_L .

$$d_j = f(a_K, j) - f(a_L, j) \quad (3.9)$$

Na equação acima, $f(a_K, j)$ e $f(a_L, j)$ são os valores obtidos a partir das alternativas a_K e a_L para o critério j .

Um índice global de concordância também pode ser calculado através da média ponderada entre os índices de concordância relativos a cada critério para uma determinada alternativa (Equação (3.10)), aparecendo uma vez mais a necessidade de ponderar os diferentes índices de desempenho.

$$C(a_K, a_L) = \frac{\sum_{j=1}^N w_j cc_j(a_K, a_L)}{\sum_{j=1}^N w_j} \quad (3.10)$$

Por fim, o método Electre calcula uma relação de sobreclassificação $S(a_K, a_L)$, função dos índices de concordância e discordância, e ordena as alternativas de acordo com o resultado deste índice. Há diferentes maneiras de calcular esta relação de sobreclassificação e ordenação, dando origem a diferentes métodos (Electre I, ElectreII, Electre III, ...). Para exemplificação, o método Electre I utiliza a seguinte relação de sobreclassificação:

$$a_K S a_L \Leftrightarrow C(a_K, a_L) \geq cl \wedge dc_j(a_K, a_L) \leq dl, \quad j=1, 2, \dots, N$$

onde $a_K S a_L$ é a notação para designar que a alternativa a_K supera a alternativa a_L ; cl e dl são os limites de concordância e discordância, respectivamente, definidos pelo decisor.

Assim, o Electre I resulta em um sistema binário de sobreclassificação onde, dado um par de alternativas a_K e a_L , só existem as seguintes possibilidades:

- $a_K S a_L$ e não $a_L S a_K$; ou seja, a_K é estritamente preferido a a_L ;
- $a_L S a_K$ e não $a_K S a_L$; ou seja, a_L é estritamente preferido a a_K ;

- $a_K S a_L$ e $a_L S a_K$; ou seja, a_K é indiferente a a_L ;
- Nem $a_K S a_L$ nem $a_L S a_K$; ou seja, a_K é incomparável a a_L .

- *Método TOPSIS*

O método Topsis (*Technique for order preference by similarity to ideal solutions*) estabelece relações de sobreclassificação entre alternativas, baseado nas distâncias geométricas entre cada alternativa e as soluções ideais positiva e negativa. Este método considera que os critérios são funções monotônicas, crescentes ou decrescentes, facilitando o cálculo das soluções ideais. A melhor alternativa, então, é aquela que possui a menor distância euclidiana da solução ideal positiva e a maior distância da solução ideal negativa (CHANG e YEH, 2001). Em aplicações de engenharia, o uso dessa técnica pode ser bastante adequado, pois quase sempre é possível definir desempenhos ideais desejados para a solução ótima.

- *Teoria da utilidade multiatributo (MAUT)*

O método MAUT (*Multi-attribute utility theory*) leva em consideração um funcional $U(\cdot)$, que representa a preferência do decisor e atribui um valor escalar a cada alternativa, permitindo a ordenação. Para construir o funcional $U(\cdot)$, são construídas funções utilidade u para cada critério, definidas sobre um conjunto de atributos x de determinada alternativa. Essas funções utilidade resultam em números reais e são agregadas, de modo a formar o funcional $U(\cdot)$. Vários modelos de agregação foram propostos, como o multiplicativo (Equação (3.11)) e o aditivo (Equação (3.12)) (DYER, 2005, PARREIRAS, 2006).

$$1+WU(a_K)=\prod_{j=1}^N\left[1+Ww_j u_j(x_j^{a_K})\right] \quad (3.11)$$

$$U(a_K)=\sum_{j=1}^N w_j u_j(x_j^{a_K}) \quad (3.12)$$

Nas Equações (3.11) e (3.12), w_j é o peso (importância) do critério j e W é um peso constante de escalonamento. Além disso, $\sum_{j=1}^N w_j = 1$.

Uma vez mais, aparece a necessidade de definir um sistema para ponderação dos diferentes critérios usados.

3.3. Tomada de decisão aplicada à engenharia química

De acordo com a literatura, algoritmos de tomada de decisão podem ser aplicados em diferentes áreas, como as de finanças (CHANG e YEH, 2001), planejamento energético (POHEKAR e RAMACHANDRAN, 2004), transportes (ROY *et al.*, 1986), medicina (DOUBILET, 1988) e marketing (SISKOS *et al.*, 1998). Algoritmos de tomada de decisão também foram utilizados em alguns problemas da engenharia química, em especial em problemas de otimização multiobjetivo, quando se deve determinar uma solução dentre o conjunto de soluções não-dominadas obtido.

HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006) resolveram problemas multiobjetivo da engenharia química, como a determinação das condições ótimas de produção do ácido glicônico e dos parâmetros de sintonia ótimos para um controlador PI, através da determinação do conjunto ótimo de Pareto, utilizando um algoritmo estocástico e um método de tomada de decisão. O método utilizado foi o do fluxo líquido (NFM), baseado no método Electre III, para ordenar as soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto.

BOULOUGOURIS e PAPANIKOLAU (2008) obtiveram o conjunto ótimo de Pareto através do uso de um algoritmo genético e utilizaram um método de tomada de decisão baseado no uso de funções utilidade, para otimizar o projeto de um terminal de exploração de gás natural liquefeito.

SCHÜTZE *et al.* (2008) estudaram a formulação de um compósito de polianilina-poliuretano com propriedades eletromagnéticas e chegaram ao conjunto ótimo de Pareto através de um algoritmo evolutivo. Incentivaram o uso do *software* Pareto Front Viewer para auxiliar a visualização e a tomada de decisão, quando o número de objetivos é superior a dois. Consideraram também a introdução de indicadores específicos para cada problema, que norteariam a tomada de decisão. Como exemplo destes indicadores, foi desenvolvido um indicador de robustez, calculado como

a soma da derivada de determinada propriedade em relação a diferentes variáveis, simulando o impacto de um possível erro nestes dados sobre a propriedade observada.

É importante ressaltar que comumente os problemas multiobjetivo da engenharia química são tratados através de técnicas que transformam os múltiplos objetivos em apenas uma função objetivo, conforme visto na Seção 2.2. Nestes casos, não é necessário um critério de tomada de decisão. Há também na literatura situações nas quais o problema é resolvido da maneira multiobjetivo propriamente dita, porém apenas até que se obtenha o conjunto ótimo de Pareto, não havendo escolha de uma única solução nem, portanto, a existência de um processo de tomada de decisão. Como observado nesta revisão, a incorporação de um critério de tomada de decisão para resolver problemas multiobjetivo de engenharia química constitui um problema relativamente novo e uma área ainda a ser explorada.

Capítulo 4

Metodologia Proposta

Neste capítulo será apresentada a metodologia empregada para obtenção da frente de Pareto. Será também apresentado um novo algoritmo de tomada de decisão aplicável a diferentes problemas de natureza multiobjetivo.

4.1. Otimização multiobjetivo

Na Seção 2.2 foram apontadas questões que levaram à apresentação técnica do enxame de partículas, detalhado na Seção 2.2.1, como o algoritmo de otimização a ser utilizado neste trabalho. Na Seção 2.2.2 mostrou-se a necessidade de utilizar alguma abordagem numérica para resolver problemas multiobjetivo, quando se deseja obter o conjunto ótimo de Pareto. A descrição de algumas destas abordagens existentes na literatura foi apresentada.

Pretende-se, agora, descrever as técnicas de otimização multiobjetivo que foram empregadas neste trabalho, além do algoritmo do enxame de partículas usado para obter a frente de Pareto em diferentes exemplos. As abordagens utilizadas são apresentadas a seguir. Em todos os casos, optou-se por utilizar um grande número de partículas e iterações, para obter uma frente de Pareto mais completa, com muitos pontos. Esta característica, embora deixe o algoritmo mais lento, exigindo maior esforço computacional, será importante adiante, quando for executado o algoritmo de tomada de decisão.

É importante esclarecer que, como o foco deste trabalho é a metodologia proposta para a tomada de decisão, não houve preocupação com a eficiência computacional dos métodos utilizados para a obtenção do conjunto ótimo de Pareto, embora este seja um fator bastante importante, especialmente em aplicações práticas, onde o tempo computacional necessário para a execução do algoritmo deve ser otimizado.

Na aplicação do método do enxame de partículas utilizados nas duas abordagens a seguir não foi utilizado um critério de parada específico baseado na convergência dos resultados. Assim, o algoritmo foi executado para todas as partículas definidas até o fim do número de iterações especificado. O número de partículas e iterações foi definido para cada exemplo testado de modo que um grande número de cálculos da função objetivo fosse realizado durante o procedimento de otimização.

4.1.1. Abordagem 1

A abordagem usada para implementar a técnica do enxame de partículas multiobjetivo empregada neste trabalho não se enquadra exatamente nas categorias apresentadas na Seção 2.2.2. No entanto, sua aplicação envolve conceitos utilizados para ordenação lexicográfica e uso de sub-populações. Os objetivos são otimizados individualmente, como na abordagem que utiliza sub-populações. No entanto, a troca de informações entre as partículas só flui dos objetivos mais importantes para os menos importantes, o que confere um aspecto semelhante ao da ordenação lexicográfica.

O seguinte procedimento foi usado: o primeiro objetivo é inicialmente otimizado; o segundo objetivo é otimizado em sequência, tendo como partículas iniciais o conjunto de partículas resultante da última iteração realizada para otimizar o primeiro objetivo; o terceiro objetivo utiliza como partículas iniciais o conjunto resultante da última iteração rodada para otimizar o segundo objetivo, e assim por diante. Esta abordagem pode ser visualizada esquematicamente através da Figura 4.1.

Em certo momento do trabalho, quando mais de três objetivos eram otimizados, notou-se que a abordagem adotada até então não permitia a obtenção de toda a frente de Pareto. Por isso, optou-se também por utilizar uma segunda abordagem. Este resultado provavelmente deve estar relacionado a características da ordenação lexicográfica, já que este problema também havia sido anteriormente apontado por COELLO (1999) de forma geral a respeito da ordenação lexicográfica.

4.1.2. Abordagem 2

Para superar o problema identificado anteriormente para a primeira abordagem e obter uma boa frente de Pareto para problemas que envolvem muitos objetivos, foi adotada uma segunda abordagem, também um pouco diferente das anteriormente

citadas. Esta outra abordagem, embora exija grande esforço computacional, é bastante simples e capaz de representar uma frente de Pareto satisfatória. Em relação à abordagem 1, esta nova abordagem deve exigir o mesmo esforço computacional, pois o mesmo número de avaliações do modelo é efetuado. É importante notar que neste trabalho partículas de todas as iterações são armazenadas, para serem julgadas numa segunda etapa quanto às condições de não-dominância.

A nova abordagem consiste em simplesmente otimizar cada objetivo individualmente, utilizando a técnica do enxame de partículas. Assim, para cada objetivo é gerada uma nova população de partículas aleatórias e executado o algoritmo do enxame de partículas, sem que haja troca de informações entre partículas utilizadas durante a otimização de objetivos diferentes. Esta abordagem pode ser representada esquematicamente pela Figura 4.2.

Do ponto de vista prático, este método é bastante simples. Do ponto de vista teórico, faz sentido que se minimize um objetivo por vez sem troca de informações; afinal, ainda que se prejudiquem os outros objetivos, cada objetivo focado estará sendo realmente otimizado e, portanto, estarão certamente sendo obtidas soluções não-dominadas ao longo do processo iterativo.

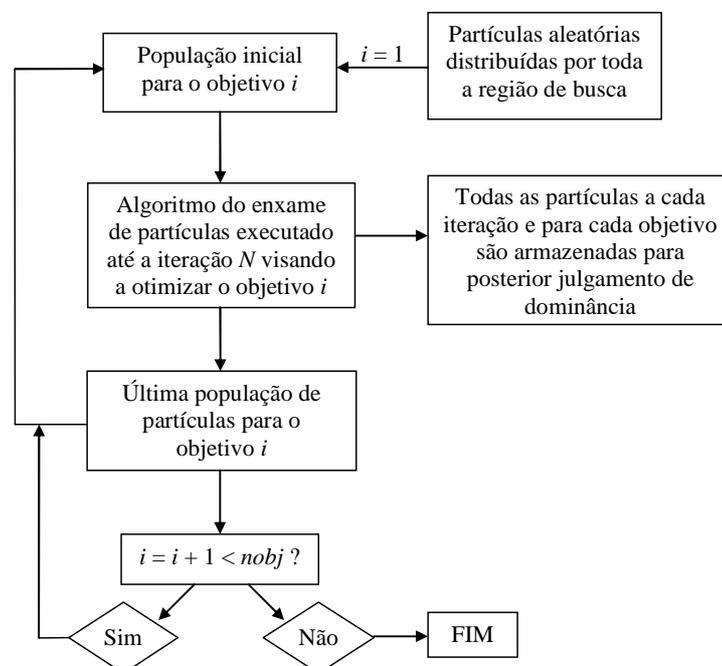


Figura 4.1. Representação esquemática da abordagem 1.

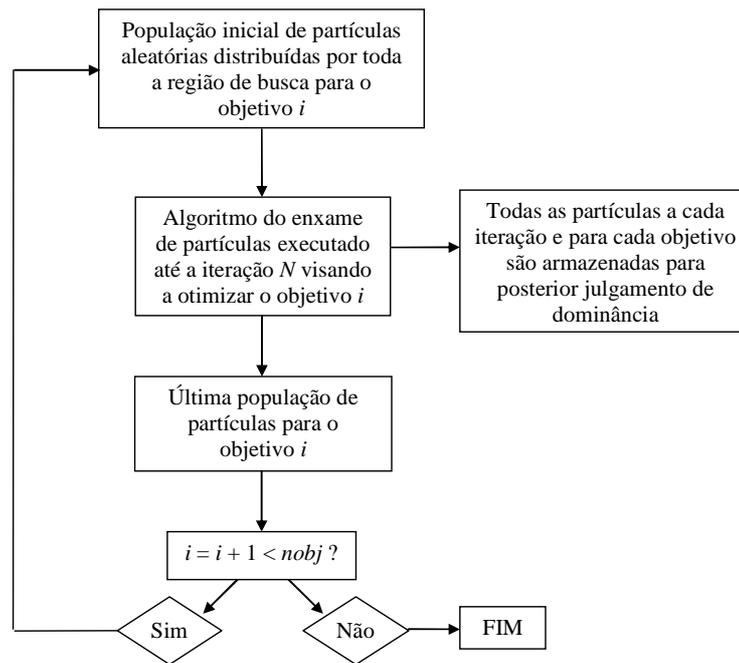


Figura 4.2. Representação esquemática da abordagem 2.

4.2. Novo algoritmo de tomada de decisão

Conforme discutido no Capítulo 3, os critérios de tomada de decisão existentes são bastante influenciados por heurísticas estabelecidas e pela experiência do decisor. Portanto, os resultados obtidos através da aplicação destas técnicas podem variar de acordo com parâmetros heurísticos ou com o decisor ao qual a tarefa foi atribuída.

O trabalho de SCHÜTZE *et al.* (2008), citado anteriormente, é o único que propõe indicadores diferentes, menos heurísticos, para otimização de quatro propriedades de um compósito de polianilina-poliuretano a partir de quatro variáveis de decisão. As propriedades eletromagnéticas que se pretende otimizar no trabalho de SCHÜTZE *et al.* (2008) são função da frequência da onda eletromagnética que atinge o material, que é mantida fixa durante a otimização. Assim, o primeiro indicador proposto pelos autores corresponde ao valor da integral de um dos objetivos ao longo de toda a faixa de frequências de interesse. O segundo indicador proposto, denominado indicador de robustez, consiste na soma das derivadas de um dos objetivos em relação a duas das variáveis de decisão. Os indicadores apresentados, apesar de eliminarem pesos, consideram apenas um dos objetivos para a tomada de decisão, cabendo ao decisor selecionar o objetivo mais importante, em detrimento dos outros.

Estabelecer um método que elimine pesos e outros parâmetros heurísticos, além de garantir determinado desempenho e minimizar incertezas de implementação é uma contribuição significativa nesta área de tomada de decisão. É importante, sobretudo, que o novo método contemple criteriosamente todos os objetivos e variáveis de decisão, de forma a tornar o problema menos dependente do decisor.

Sabe-se que variáveis de processo medidas estão sujeitas a erros, sejam causados por flutuações naturais ou pelos próprios instrumentos de medida. Além disso, as previsões obtidas através de modelos matemáticos de processos também apresentam incertezas, já que nestes modelos algumas variáveis menos importantes não são levadas em consideração e a própria realidade não é completamente compreendida. Por outro lado, como as previsões feitas através de modelos dependem de seus parâmetros, estes parâmetros, medidos ou estimados, também apresentam erros, associados a incertezas do modelo e erros experimentais (PINTO, 1998).

Inspirado nestes erros de medida e predição, no presente trabalho é proposto um novo algoritmo de tomada de decisão para problemas multiobjetivo baseado na robustez das soluções apresentadas. É importante notar que o conceito de robustez empregado neste trabalho refere-se à sensibilidade das funções objetivo na presença de distúrbios ou perturbações nas variáveis de decisão. Quanto menos sensível, ou melhor, quanto menos afastada das soluções ditas não-dominadas (pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto), mais robusta é considerada a solução.

A metodologia proposta visa a obter soluções mais consistentes com o problema abordado, já que, conforme discutido anteriormente, os métodos conhecidos incorporam forte componente heurística, que aparece através de pesos e limites impostos pelo decisor, admitido como experiente conhecedor do problema de otimização envolvido. Além disso, neste trabalho considera-se que uma boa solução deve ser pouco dependente das condições e das incertezas de operação. Por isso, as soluções do conjunto de Pareto que apresentam as menores sensibilidades às condições de operação são candidatas naturais para implementação.

O procedimento adotado pelo método consiste nas seguintes etapas:

Etapa 1 - Geração da curva de Pareto, construída através do julgamento da dominância de pontos resultantes da aplicação do método estocástico do enxame de partículas. Em cada caso, devem ser testados diferentes números de partículas e iterações, até que a região de Pareto obtida possa ser considerada bem explorada.

Etapa 2 - Os pontos da curva de Pareto são classificados quanto à robustez, indicando as soluções mais comprometidas com este quesito.

A classificação quanto à robustez (etapa 2) ocorre da forma descrita a seguir. A partir do conjunto ótimo de Pareto, as variáveis de decisão, incluindo variáveis de entrada do modelo e parâmetros, são perturbadas segundo um planejamento experimental e os modelos são recalculados, de modo a obter novos valores das funções objetivo. A idéia é avaliar o quanto estes valores estão distantes dos valores pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto por meio de uma métrica estabelecida. Quanto mais distantes, menos robusta é a solução base analisada, devendo ser evitada durante a implementação dos resultados.

A perturbação das variáveis proposta neste método simula a realidade de plantas industriais, onde as variáveis são ruidosas e podem apresentar desvios em relação ao *set point*. Portanto, este tipo de avaliação pode ser considerado muito relevante. Além disso, os parâmetros do modelo utilizado também podem ser perturbados de acordo com seus erros de predição, obtendo-se uma análise cujos resultados consideram também estes erros de modelagem. A técnica proposta confere sentido físico às perturbações efetuadas, diferenciando este método de todos os demais existentes na literatura.

As perturbações foram inseridas da forma proposta a seguir. Para cada ponto do conjunto ótimo de Pareto, cada variável de entrada ou parâmetro, teve seu intervalo de confiança (igual ao valor base do conjunto ótimo de Pareto $\pm 2\sigma$, onde σ é o desvio-padrão) dividido uniformemente em *npert* valores. As posições destes valores foram então embaralhadas aleatoriamente para cada variável ou perturbação, de modo a obter *npert* conjuntos de variáveis de entrada e parâmetros perturbados ao mesmo tempo, porém pouco correlacionados. Os objetivos devem ser, então, calculados para cada um destes novos conjuntos de variáveis de entrada e parâmetros.

Uma vez obtidos valores das funções objetivo a partir dos dados perturbados, faz-se necessário introduzir uma noção de distância entre estes resultados e os valores pertencentes à frente de Pareto. Desta forma, cada ponto pertencente ao conjunto ótimo de Pareto deve ser perturbado *npert* vezes e para cada uma destas perturbações deve ser calculada a distância definida na Equação (4.1). O valor indicador de robustez para uma determinada solução pertencente ao conjunto ótimo de Pareto deve, portanto, ser representado como a soma destas distâncias calculadas para cada uma das *npert* perturbações realizadas em torno do valor de referência (Equação (4.2)).

$$d_{k,l} = \min \sqrt{\sum_{i=1}^{nobj} \frac{(f_{k,l,i} - P_{j,i})^2}{\sigma_i^2}} \quad , \quad j=1, \dots, npareto \quad (4.1)$$

$$D_k = \sum_{l=1}^{npert} d_{k,l} \quad , \quad k=1, \dots, npareto \quad (4.2)$$

Nas Equações (4.1) e (4.2) $nobj$ é o número de objetivos, $npareto$ é o número de soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto, $npert$ é o número de perturbações que uma solução do conjunto ótimo de Pareto deve sofrer, $f_{k,l,i}$ é o valor da função objetivo i para a perturbação l da solução k do conjunto ótimo de Pareto, $P_{j,i}$ é o valor da função objetivo i para a solução j do conjunto ótimo de Pareto, σ_i^2 é a variância do objetivo i , $d_{k,l}$ é o valor da menor distância dos objetivos calculados durante a perturbação l da solução k aos objetivos originais pertencentes à frente de Pareto, D_k é a soma das menores distâncias das perturbações l da solução k às soluções do conjunto ótimo de Pareto.

Ao fim destes cálculos, os valores de D_k passam a quantificar a robustez do ponto base (k), para o qual D_k foi calculado. Quanto menor for este valor, maior a robustez do ponto analisado. Este procedimento pode ser representado esquematicamente pela Figura 4.3.

Como são determinadas as menores distâncias dos objetivos calculados com variáveis de entrada perturbadas aos objetivos pertencentes à frente de Pareto, nesta etapa é importante que a frente de Pareto tenha sido bem explorada; ou seja, tenha muitos pontos, para evitar que o efeito das discontinuidades influencie de maneira equivocada as distâncias calculadas. Desta forma, é justificada a utilização de muitas partículas e iterações, conforme mencionado na Seção 4.1.

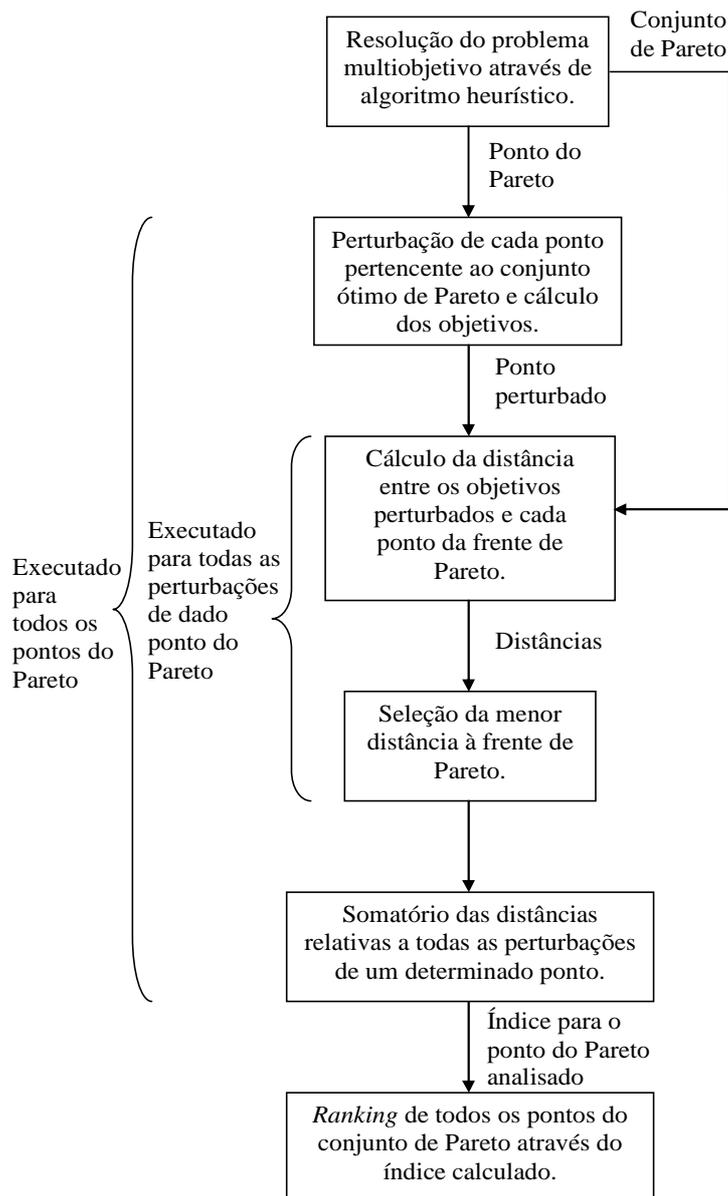


Figura 4.3. Representação esquemática do algoritmo de tomada de decisão proposto.

Este trabalho ainda propõe que, se alguma região do domínio ou da imagem tiver de ser descartada por apresentar valores absolutamente indesejáveis, esta região deve ser descartada antes da aplicação do método de tomada de decisão proposto, uma vez que o objetivo do método não consiste em verificar limites operacionais, mas sim em verificar a robustez de cada alternativa, considerando todas as alternativas como viáveis. O descarte de valores indesejáveis do domínio ou da imagem pode ser visto como um filtro de limites físicos ou operacionais e pode ser realizado durante a execução do algoritmo de otimização ou após a obtenção da frente de Pareto completa.

Durante o desenvolvimento deste algoritmo, foi testada também a introdução de perturbações relativas, ao invés de perturbações absolutas, conforme descrito. Os resultados e as conclusões obtidos quando se trabalha com perturbações relativas são descritos no Capítulo 5.

Conceitos similares aos envolvidos na metodologia de tomada de decisão sugerida foram utilizados por FORBES e MARLIN (1996), como uma tentativa de propor uma metodologia para otimização em tempo real (RTO). Os autores sugerem que um objetivo de projeto para um sistema de RTO deve ser o de minimizar as perdas devido a desvios das variáveis manipuladas em relação a seus valores ótimos. FORBES e MARLIN (1996) utilizaram uma métrica, denominada *design cost*, para quantificar a perda de desempenho devido à diferença entre o ótimo real e o obtido pelo método de otimização, consequência da sensibilidade do ponto ótimo calculado em relação aos ruídos em medições. Assim, estes autores foram capazes de escolher um conjunto de parâmetros ajustáveis do modelo, dentre duas alternativas, a ser utilizado para melhor desempenho do sistema de RTO.

4.2.1. Estudos de caso

O método proposto para tomada de decisão multiobjetivo foi testado com os cinco exemplos que serão ilustrados a seguir. Os exemplos 1, 2 e 3 foram implementados em *Fortran 90* e os exemplos 4 e 5 foram implementados em *Matlab*.

4.2.1.1. Exemplo 1

O Exemplo 1 propõe um problema de otimização multiobjetivo 2 x 2 com frente de Pareto convexa e contínua (Equação (4.3)). Os limites das variáveis de entrada são $X_1 \in [-50, 50]$ e $X_2 \in [-50, 50]$ (DEB, 2001). Este exemplo representa um teste clássico, constituído por duas parábolas deslocadas ao longo de um dos eixos coordenados, como mostrado na Figura 4.4.

$$\begin{aligned} \text{Min } f_1(X_1, X_2) &= (X_1)^2 + (X_2)^2 \\ \text{Min } f_2(X_1, X_2) &= (X_1 + 2)^2 + (X_2)^2 \end{aligned} \tag{4.3}$$

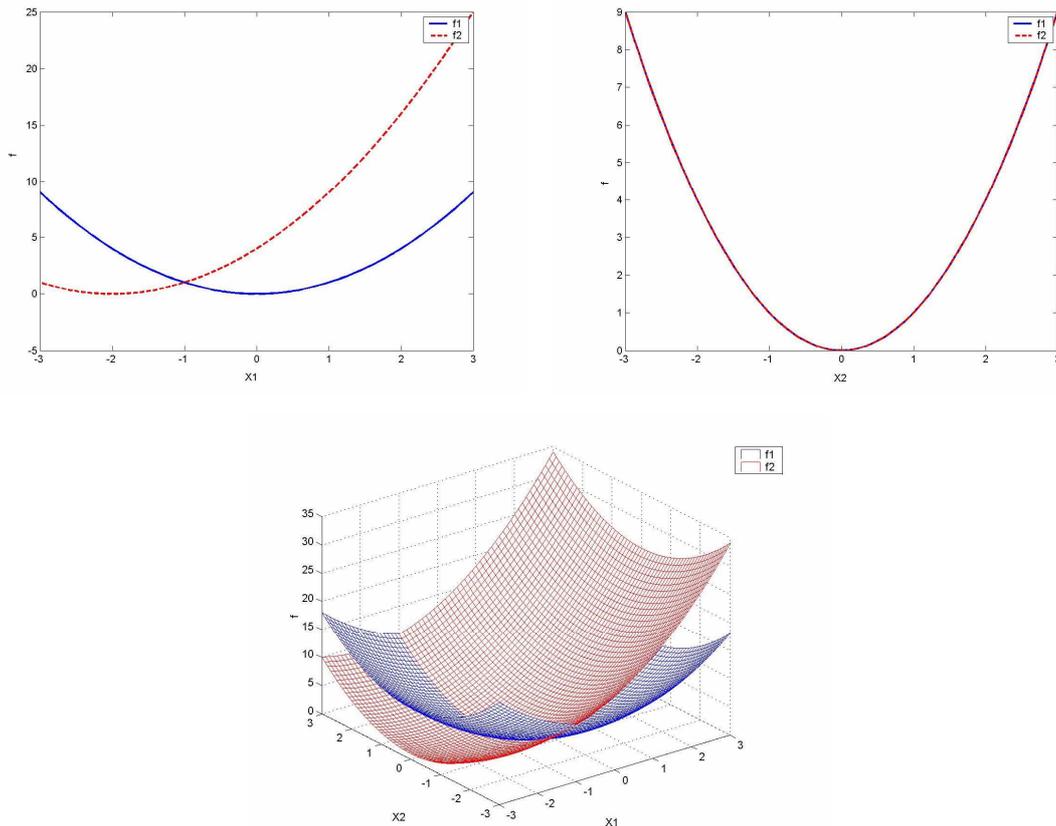


Figura 4.4. Gráfico das funções objetivo do Exemplo 1 em função das variáveis de decisão X_1 e X_2 em uma parte do domínio. Os gráficos de f x X_1 e f x X_2 estão definidos nos planos $X_2 = 0$ e $X_1 = 0$, respectivamente.

Neste exemplo foram utilizadas por volta de 10000 partículas e 8 iterações, resultando em aproximadamente 160000 cálculos das funções objetivo. Além disso, cada ponto do conjunto ótimo de Pareto passou por 100 perturbações. Estes números podem ser considerados exageradamente grandes, o que tornou o algoritmo exaustivo, uma vez que neste trabalho não houve preocupação com a eficiência computacional. Todo o procedimento deste exemplo leva em torno de 15 minutos para ser executado em um microcomputador Intel Core 2 Duo (3.00 GHz, 8Gb de RAM).

4.2.1.2. Exemplo 2

O Exemplo 2 propõe um problema de otimização multiobjetivo 2 x 2 com região de Pareto descontínua (Equação (4.4)). Os limites das variáveis de entrada são $X_1 \in [-\pi, \pi]$ e $X_2 \in [-\pi, \pi]$ (POLONI *et al.*, 2000). Avalia-se neste exemplo a

capacidade de identificar e distinguir soluções em um conjunto ótimo de Pareto descontínuo. A Figura 4.5 mostra o comportamento das funções objetivo deste exemplo em função das variáveis de decisão.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } f_1(X_1, X_2) &= 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2 \\
 \text{Min } f_2(X_1, X_2) &= (X_1 + 3)^2 + (X_2 + 1)^2 \\
 A_1 &= 0.5 \sin(1) - 2 \cos(1) + \sin(2) - 1.5 \cos(2) = 0.8736 \\
 A_2 &= 1.5 \sin(1) - \cos(1) + 2 \sin(2) - 0.5 \cos(2) = 2.7486 \\
 B_1 &= 0.5 \sin(X_1) - 2 \cos(X_1) + \sin(X_2) - 1.5 \cos(X_2) \\
 B_2 &= 1.5 \sin(X_1) - \cos(X_1) + 2 \sin(X_2) - 0.5 \cos(X_2)
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

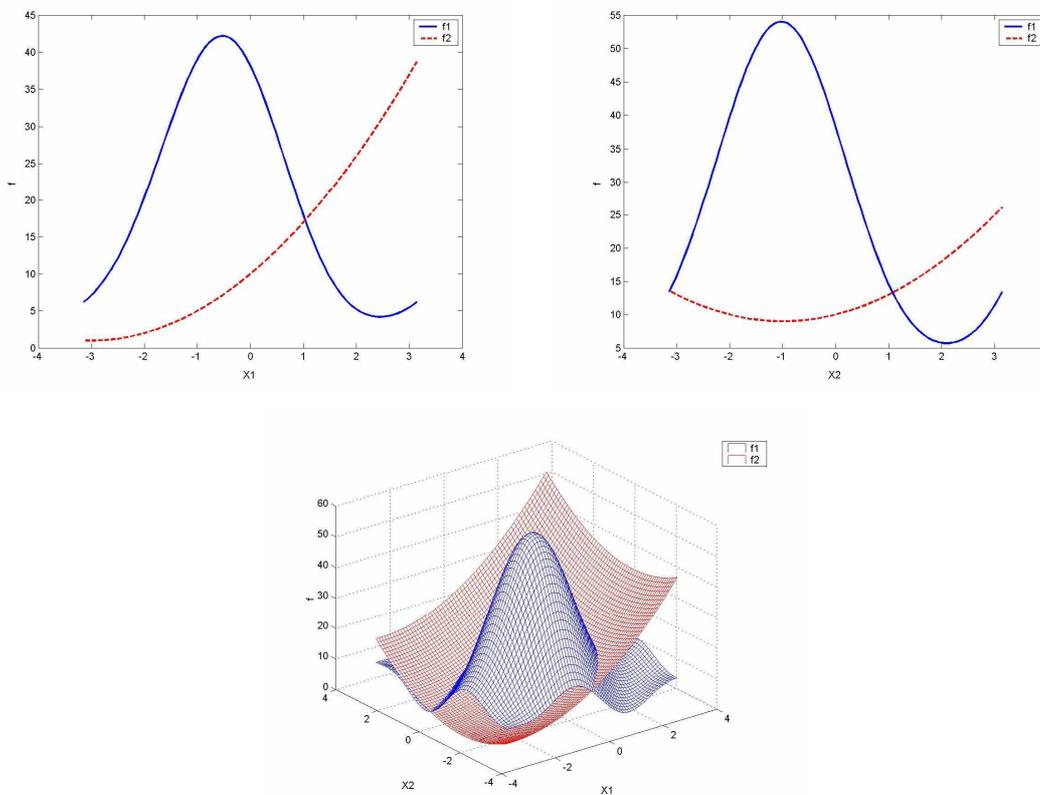


Figura 4.5. Gráfico das funções objetivo do Exemplo 2 em função das variáveis de decisão X_1 e X_2 . Os gráficos de f x X_1 e f x X_2 estão definidos nos planos $X_2 = 0$ e $X_1 = 0$, respectivamente.

Neste exemplo foram utilizadas por volta de 10000 partículas e 5 iterações, resultando em aproximadamente 100000 cálculos das funções objetivo. Além disso, cada ponto do conjunto ótimo de Pareto passou por 200 perturbações. Todo o

procedimento deste exemplo leva em torno de 15 minutos para ser executado em um microcomputador Intel Core 2 Duo (3.00 GHz, 8Gb de RAM).

4.2.1.3. Exemplo 3

O Exemplo 3 propõe um problema de otimização multiobjetivo baseado no trabalho de LATADO *et al.* (2001). O trabalho trata da síntese de resinas de poli(etileno/propileno), onde o controle de qualidade dos produtos especifica algumas características para a aplicação destes materiais. Se as propriedades da resina não estiverem dentro das especificações, lotes deste material podem ser descartados, reprocessados ou usados para outras aplicações, o que é indesejável. Problemas como este são freqüentes na indústria de polímeros, onde várias propriedades (algumas conflitantes) devem ser satisfeitas para atender às exigências dos clientes.

LATADO *et al.* (2001) desenvolveram diferentes inferências para as propriedades finais das resinas, em função de variáveis de operação do processo (Equação (4.5)). Neste exemplo, pretende-se utilizar essas inferências para otimizar quatro propriedades finais de resinas de poli(etileno/propileno): índice de fluidez (MI , que deve ser maximizado), solubilidade em xileno (XS , que deve ser minimizada), módulo de flexão (E_F , que deve ser maximizado) e resistência ao impacto a 23°C ($Izod_{23}$, que deve ser maximizada). O MI deve ser maximizado porque o aumento do MI permite aumento da processabilidade da resina e, conseqüentemente, da produção de artefatos e utensílios. A solubilidade em xileno (XS) deve ser minimizada porque o valor de XS aumenta com a redução do grau de isotaticidade da resina e porque este aumento indica uma menor resistência mecânica do material. E_F e $Izod_{23}$ devem ser maximizados porque representam propriedades mecânicas do material.

As variáveis presentes na síntese destas resinas que influenciam as propriedades citadas são a massa molar ponderal média (M_w) e o percentual mássico de etileno incorporado (E_{Tproc}) na resina.

Na Equação (4.5), D_{RP} é o diâmetro da fase borrachosa, DPP_{RP} é a distância entre as partículas definidas na etapa de extrusão e $HDPE$ é o conteúdo de polietileno de alta massa molar adicionado na extrusora.

$$\begin{aligned}
\text{Max } f_1 &= MI, \quad \log(MI) = a_1 \log(Mw) + a_2 E_{Tproc} + a_3 \\
\text{Min } f_2 &= XS = a_4 E_{Tproc} + a_5 \\
\text{Max } f_3 &= E_F = \frac{a_6}{Mw} + a_7 XS + a_8 \\
\text{Max } f_4 &= Izod_{23} = a_9 Mw + a_{10} D_{RP}^2 + a_{11} D_{RP} + a_{12} \frac{DPP_{RP}}{D_{RP}} + a_{13} HDPE + a_{14}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$a_1 = -4.2773, a_2 = -0.0355, a_3 = 24.1131$
 $a_4 = 1.5834, a_5 = 4.2335$
 $a_6 = -1.45 \cdot 10^5, a_7 = -3.37 \cdot 10^{-2}, a_8 = 2.2530$
 $a_9 = 5.8 \cdot 10^{-5}, a_{10} = -7.005 \cdot 10^3, a_{11} = 7.056 \cdot 10^3, a_{12} = -9.52 \cdot 10^2, a_{13} = 57.46, a_{14} = 8.3748$

Neste exemplo, $X_1 = Mw$ e $X_2 = E_{Tproc}$.

Neste trabalho, empregou-se: $HDPE = 0$, D_{RP} constante e igual a $0,52 \mu\text{m}$ e $DPP_{RP} = 0,32 / \sqrt[3]{(E_{Tproc} / 100)}$, como uma aproximação para DPP_{RP} em função do percentual de etileno incorporado. Os limites das variáveis de entrada são $X_1 \in [1 \cdot 10^5, 1 \cdot 10^7]$ e $X_2 \in [0, 30]$.

Neste exemplo foram utilizadas por volta de 10000 partículas e 5 iterações, resultando em aproximadamente 100000 cálculos das funções objetivo. Cada ponto do conjunto ótimo de Pareto passou por até 900 perturbações. Todo o procedimento deste exemplo leva pouco mais de 1 hora para ser executado em um microcomputador Intel Core 2 Duo (3.00 GHz, 8Gb de RAM).

4.2.1.4. Exemplo 4

O Exemplo 4 propõe a sintonia de um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) por meio da metodologia desenvolvida.

Devido à sua simplicidade e eficiência, o controlador PID é ainda amplamente utilizado para o controle de processos industriais (ASTROM e HAGGLUND, 1984). São muitos os métodos existentes para a sintonia de controladores PID, incluindo métodos clássicos e bem conhecidos, como Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, integral do erro absoluto (IAE), integral do erro absoluto ponderado pelo tempo (ITAE) e controle de modelo interno (IMC) (HO *et al.*, 1996), e outros mais recentes, como os que utilizam redes neurais, lógica fuzzy e algoritmos heurísticos (ANG *et al.*, 2005; ASTROM e HAGGLUND, 1995).

Apesar dos diversos métodos de sintonia já propostos na literatura, na prática os controladores PID apresentam sintonia inadequada ou inferior à ótima (ASTROM e HAGGLUND, 1984). O fato de alguns métodos terem sido desenvolvidos para processos específicos e a existência de incertezas dos modelos matemáticos utilizados para a sintonia contribuem para este desempenho insuficiente (WANG *et al.* 1999; TAN *et al.* 2006).

Neste exemplo, a metodologia desenvolvida será aplicada para sintonizar um controlador PID de acordo com a otimização de três critérios de desempenho. A solução mais robusta deve ser selecionada considerando possíveis erros no modelo empregado.

Foi considerado o diagrama de blocos da Figura 4.6, onde G é o modelo do processo, C é o controlador PID, SP é o *set point* e y é a variável controlada. A sintonia foi feita com base no problema servo; ou seja, com mudanças apenas de SP .

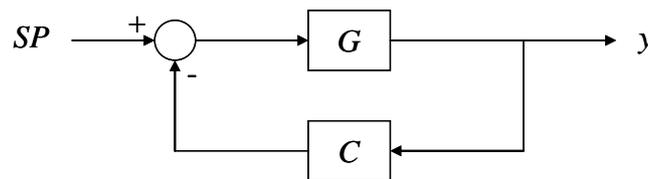


Figura 4.6. Diagrama de blocos do Exemplo 4.

A estrutura da função de transferência do controlador PID utilizado, no domínio da transformada de Laplace, pode ser observada na Equação (4.6).

$$C = K + \frac{\tau_I}{S} + \tau_D S \quad (4.6)$$

Nesta equação, K , τ_I e τ_D são os parâmetros do controlador e descrevem ações proporcional, integral e derivativa, respectivamente.

O processo G escolhido para a aplicação da técnica é a função de transferência de primeira ordem com tempo morto da Equação (4.7), utilizada como exemplo no trabalho de LEQUIN *et al.* (2003). Diferentes métodos de sintonia foram utilizados para determinar os parâmetros de um controlador PID, cujo objetivo era o de controlar este processo.

$$G(S) = \frac{K_P}{1 + \tau_p S} e^{-\theta S} = \frac{1}{1 + 20S} e^{-5S} \quad (4.7)$$

Os critérios de desempenho escolhidos para otimização foram a minimização da integral do erro absoluto (IAE), da integral do erro absoluto ponderado pelo tempo (ITAE) e da integral do erro ao quadrado (ISE), representados na Equação (4.8).

$$\begin{aligned} f_1 = IAE &= \int_0^t |e(\tau)| d\tau \\ f_2 = ITAE &= \int_0^t \tau \cdot |e(\tau)| d\tau \\ f_3 = ISE &= \int_0^t (e(\tau))^2 d\tau \end{aligned} \quad (4.8)$$

Este é, portanto, um exemplo 3 x 3, onde os parâmetros K , τ_I e τ_D são as variáveis de decisão (denotadas por X_1 , X_2 e X_3 , respectivamente, no Capítulo 5) e f_1 , f_2 e f_3 são os objetivos a serem otimizados.

Neste exemplo foram utilizadas por volta de 1000 partículas e 5 iterações, resultando em aproximadamente 15000 cálculos das funções objetivo. Cada ponto do conjunto ótimo de Pareto passou por até 100 perturbações. Todo o procedimento deste exemplo leva pouco menos de 1 hora para ser executado em um microcomputador Intel Core 2 Duo (3.00 GHz, 8Gb de RAM).

4.2.1.5. Exemplo 5

O Exemplo 5 propõe a sintonia de um controlador preditivo multivariável através da metodologia desenvolvida.

O controle preditivo multivariável (MPC) compreende uma classe de algoritmos que gera uma seqüência de ações nas variáveis manipuladas, visando a otimizar o comportamento futuro de um processo, previsto através de um modelo (QIN e BADGWELL, 1997). Originalmente desenvolvido para atender a necessidades dos segmentos de geração de energia e refino de petróleo, o controle preditivo multivariável já vem sendo estendido para diversas áreas, encontrando aplicações na indústria química, de alimentos, automotiva e aeroespacial (QIN e BADGWELL, 2003).

A aplicação do controlador preditivo multivariável envolve basicamente duas etapas. A primeira consiste na identificação de um modelo matemático capaz de representar o processo, enquanto a segunda compreende a aplicação de um algoritmo de controle preditivo adequado e sua sintonia (MACIEJOWSKI, 2002).

O controle preditivo baseado em modelo oferece muitas vantagens. Por exemplo, o modelo do processo considera interações dinâmicas e estáticas entre variáveis de entrada manipuladas (*inputs*), variáveis de saída controladas (*outputs*) e perturbações; as restrições nas variáveis manipuladas e controladas são consideradas de maneira sistemática no procedimento de controle; o cálculo das ações de controle pode ser coordenado com o cálculo dos *set points* ótimos; bons modelos do processo podem prever problemas potenciais com considerável antecedência (SEBORG *et al.*, 1989). Assim, o controle preditivo multivariável representa uma técnica complexa e eficiente para o controle de processos, capaz de trazer benefícios significativos. Esta técnica vem sendo cada dia mais utilizada, apesar de algumas dificuldades práticas encontradas na implementação, como discutido adiante.

O controle preditivo multivariável calcula as ações de controle que otimizam o desempenho do processo. Portanto, a teoria básica está fundamentada no modelo matemático do processo e na construção de uma função objetivo. No controle preditivo multivariável linear podem ser utilizados, por exemplo, modelos de resposta ao impulso ou ao degrau, havendo atualmente uma tendência para a utilização de modelos de representação de estado. Contudo, o problema de otimização que está associado ao controle preditivo multivariável (Problema P1) pode ser representado de maneira geral pela Equação (4.9).

Problema P1

$$\min_{\Delta \underline{U}(k)} \left\{ \left[\underline{Y}^r(k) - \hat{\underline{Y}}(k) \right]^T \cdot \underline{\Gamma}^T \cdot \underline{\Gamma} \cdot \left[\underline{Y}^r(k) - \hat{\underline{Y}}(k) \right] + \Delta \underline{U}^T(k) \cdot \underline{\Lambda}^T \cdot \underline{\Lambda} \cdot \Delta \underline{U}(k) \right\}$$

sujeito a

$$\hat{\underline{Y}}(k) = \hat{\underline{Y}}^*(k) + \underline{S} \cdot \Delta \underline{U}(k) + \hat{\underline{D}}(k) \quad (4.9)$$

$$\underline{U}^{\min} \leq \underline{U}(k) \leq \underline{U}^{\max}$$

$$\Delta \underline{U}^{\min} \leq \Delta \underline{U}(k) \leq \Delta \underline{U}^{\max}$$

$$\underline{Y}^{\min} \leq \hat{\underline{Y}}(k) \leq \underline{Y}^{\max}$$

No Problema P1, \underline{Y}^r contém a trajetória de referência das variáveis controladas ao longo do horizonte de predição, $\hat{\underline{Y}}$ é a trajetória das variáveis controladas prevista pelo modelo, $\hat{\underline{Y}}^*$ são os valores preditos das variáveis controladas em malha aberta, $\underline{\Delta U}$ são as variações aplicadas às variáveis manipuladas ao longo do horizonte de controle, \underline{S} é a matriz dinâmica do processo e $\hat{\underline{D}}(k) = Y_{atual}^{medido} - \hat{Y}_{atual}^{predito}$ é um desvio que tenta corrigir infidelidades do modelo devido a perturbações dinâmicas que não foram consideradas no levantamento do modelo ou eventuais fontes de ruído no sistema de instrumentação. $\underline{\Gamma}$ e $\underline{\Lambda}$ são as matrizes que ponderam as variáveis controladas e manipuladas, detalhadas na Equação (4.10). No caso da matriz $\underline{\Lambda}$, os fatores de ponderação são chamados fatores de supressão de movimento.

A cada instante k , o problema de otimização definido na Equação (4.9) é resolvido. Embora o MPC calcule um conjunto de M movimentos $\underline{\Delta U}(k)$ ao longo do horizonte de controle do processo, apenas a primeira ação de controle $\underline{\Delta u}(k)$ é implementada.

$$\underline{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \gamma_p \end{bmatrix} \quad \underline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Vale notar que a função objetivo a ser minimizada (Equação (4.9)) envolve tanto o desvio das variáveis controladas em relação a seus *set points* quanto a medida dos movimentos das variáveis manipuladas, o que faz com que as matrizes $\underline{\Gamma}$ e $\underline{\Lambda}$ tenham enorme importância e influenciem diretamente os resultados do controlador. Uma representação gráfica do que ocorre durante a implementação deste controle é ilustrada na Figura 4.7. Mais detalhes sobre a teoria e a implementação do controle preditivo multivariável podem ser encontrados em SEBORG *et al.* (1989).

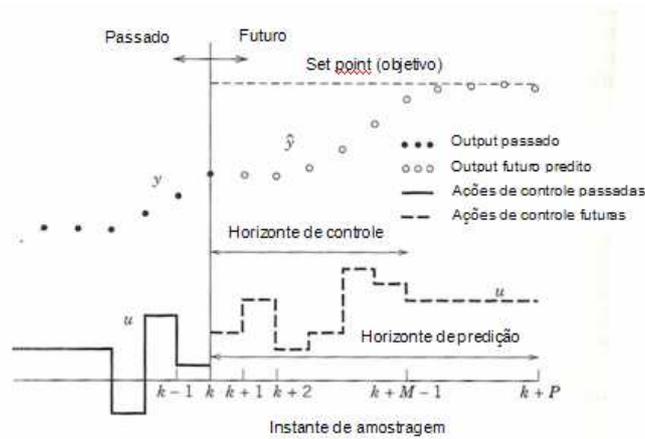


Figura 4.7. Controle preditivo multivariável

Fonte: Adaptado de SEBORG *et al.*, 1989

Conforme citado anteriormente, algumas dificuldades práticas são comuns durante a implantação destes sistemas de controle. Uma destas dificuldades, que não será objeto de estudo deste trabalho, é a etapa de identificação do processo, uma vez que representar processos complexos por meio de modelos matemáticos não constitui uma tarefa simples. Outra dificuldade, para a qual este trabalho pretende deixar uma contribuição, é a etapa de sintonia do controlador preditivo multivariável, onde, dentre outros parâmetros, é preciso arbitrar pesos para as variáveis controladas e manipuladas do problema, através das matrizes $\underline{\Gamma}$ e $\underline{\Lambda}$.

A metodologia desenvolvida neste trabalho será utilizada para a definição das matrizes de pesos $\underline{\Gamma}$ e $\underline{\Lambda}$, considerando as incertezas do modelo do processo. Para isto, o problema de otimização original (Equação (4.9)) foi mantido e uma outra otimização (multiobjetivo) foi adicionada externamente, para que os pesos fossem estimados como definido na Equação (4.11).

Problema P2

$$\min_{\underline{\Gamma}, \underline{\Lambda}} \{ fy_1, fy_2, \dots, fy_{ny}, fu_1, fu_2, \dots, fu_{nu} \}$$

onde

$$fy_i = \sum_{j=0}^{t_{final}} (y_{i,j}^r - \hat{y}_{i,j})^2, \quad i=1, 2, \dots, ny \quad (4.11)$$

$$fu_i = \sum_{j=0}^{t_{final}} (\Delta u_{i,j})^2, \quad i=1, 2, \dots, nu$$

No Problema P2, t_{final} é o tempo total de simulação (horizonte de controle), $y_{i,j}^r$ é o valor de referência da variável controlada i no instante de tempo j , $\hat{y}_{i,j}$ é o valor predito da variável controlada i no instante de tempo j , $\Delta u_{i,j}$ é o valor do movimento da variável manipulada i no instante de tempo j .

Os valores de $y_{i,j}^r$, $\hat{y}_{i,j}$ e $\Delta u_{i,j}$ são obtidos ao fim da resolução do Problema P1, quando todos os movimentos implementados nas variáveis manipuladas e a resposta das variáveis controladas a estes movimentos são conhecidos ao longo de todo o tempo de simulação. Assim, durante a resolução do Problema P2 (camada externa), o Problema P1 deve ser resolvido diversas vezes (camada interna).

O Problema P2 será resolvido de acordo com a metodologia para otimização multiobjetivo e tomada de decisão proposta neste trabalho e o Problema P1 será resolvido através de um algoritmo determinístico para a resolução de problemas de programação quadrática.

O processo escolhido para aplicação destas técnicas foi um subsistema adaptado do *Shell Benchmark*, que consiste em uma coluna fracionadora de óleo pesado, originalmente proposto pela Shell em 1986 (PRETT e MORARI, 1987). O processo *Shell* original é extremamente complexo, com muitas variáveis (controladas, manipuladas e perturbações), muitas restrições, fortes interações entre as variáveis, grandes tempos mortos e incertezas do modelo. Além disso, uma enorme quantidade de cenários pode acontecer na unidade. Por isso, devido à complexidade deste problema, é comum trabalhar com um subsistema do processo original, conforme realizado nos trabalhos de VLACHOS *et al.* (2002), VLACHOS *et al.* (1998) e CHIOU e ZAFIRIOU (1994).

O subsistema utilizado é composto por duas variáveis controladas (composição do produto de topo e composição da corrente de retirada lateral) e duas variáveis manipuladas (vazão de produto de topo e vazão de retirada lateral). O modelo do processo 2 x 2 pode, então, ser representado pela Equação (4.12), enquanto a planta pode ser representada pela Equação (4.13).

$$M = \begin{bmatrix} M_{11}(S) & M_{12}(S) \\ M_{21}(S) & M_{22}(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4.05 e^{-27S}}{50S+1} & \frac{1.77 e^{-28S}}{60S+1} \\ \frac{5.39 e^{-18S}}{50S+1} & \frac{5.72 e^{-14S}}{60S+1} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Na equação anterior, a função de transferência M_{ij} relaciona a variável controlada i com a variável manipulada j .

$$P = \begin{bmatrix} P_{11}(S) & P_{12}(S) \\ P_{21}(S) & P_{22}(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(4.05 + 2.11\Delta_1) e^{-27S}}{50S+1} & \frac{(1.77 + 0.39\Delta_2) e^{-28S}}{60S+1} \\ \frac{(5.39 + 3.29\Delta_1) e^{-18S}}{50S+1} & \frac{(5.72 + 0.57\Delta_2) e^{-14S}}{60S+1} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Nesta última equação, a função de transferência P_{ij} relaciona a variável controlada i com a variável manipulada j e $-1 \leq \Delta_k \leq 1$ ($k=1,2$).

A diferença existente entre a planta e o modelo reflete as incertezas deste, sendo esta uma informação importante para a tomada de decisão segundo a metodologia proposta.

As restrições adotadas neste trabalho para as variáveis manipuladas, para as variáveis controladas e para as variações nas variáveis manipuladas são apresentadas na Equação (4.14).

$$\begin{aligned} 0 \leq u_j \leq 200 \quad (j=1,2) \\ 0 \leq y_i \leq 200 \quad (i=1,2) \\ -200 \leq \Delta u_j \leq 200 \quad (j=1,2) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Neste exemplo foram mantidos fixos, e não como parâmetros de sintonia, o horizonte de controle, o horizonte de predição e o período de amostragem. Os valores utilizados foram respectivamente iguais a 1, 30 e 5.

Neste exemplo foram utilizadas por volta de 2000 partículas e 5 iterações, resultando em aproximadamente 40000 cálculos das funções objetivo. Cada ponto do conjunto ótimo de Pareto passou por 10 perturbações. Todo o procedimento deste

exemplo leva por volta de 5 horas para ser executado em um microcomputador Intel Core 2 Duo (3.00 GHz, 8Gb de RAM).

Os resultados do método de tomada de decisão proposto são apresentados no Capítulo 5 para cada um dos exemplos.

Capítulo 5

Resultados e Discussão

Neste capítulo serão apresentados resultados e comentários a respeito da aplicação dos algoritmos de otimização multiobjetivo e de tomada de decisão propostos aos exemplos descritos no Capítulo 4.

Nestes exemplos, buscando facilitar a visualização, o domínio e a imagem do conjunto ótimo de Pareto foram divididos em três regiões distintas quanto à robustez: região mais robusta, região intermediária e região menos robusta. O critério de “corte” que definiu estas três regiões foi arbitrário, sendo importante ressaltar que é possível criar um *ranking* individual baseado no valor de D_k .

5.1. Exemplo 1

Seguindo a metodologia proposta no Capítulo 4, os resultados obtidos para o Exemplo 1, apresentado na Seção 4.2.1.1, podem ser observados nas figuras a seguir. Para obtenção da frente de Pareto para este exemplo, foi utilizada apenas a abordagem 1 (Seção 4.1.1).

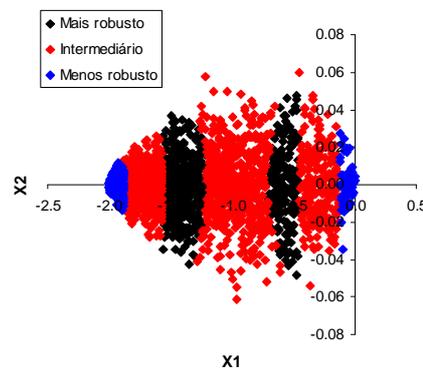
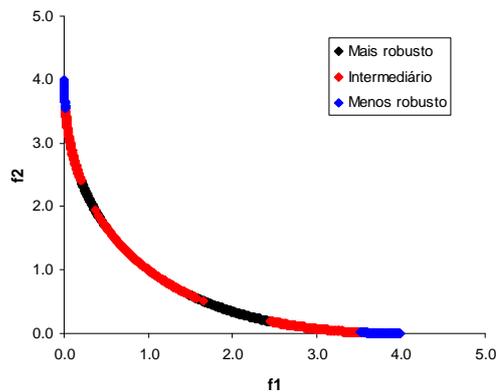


Figura 5.1. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 1).

Figura 5.2. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 1).

Para obtenção dos resultados apresentados nas Figuras 5.1 e 5.2, foi considerada uma variação absoluta de até 0,5 para X_1 e X_2 . Para as funções objetivo f_1 e f_2 , a variância adotada foi igual a 1. Neste exemplo não há parâmetros que possam ser perturbados.

Para este exemplo, a frente de Pareto encontrada com o auxílio da abordagem 1 pode ser considerada satisfatória, sendo similar à encontrada na literatura. Os resultados aqui apresentados podem ser comparados àqueles obtidos por HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006), que ordenaram os pontos da curva de Pareto deste exemplo segundo o método do fluxo de rede (NFM), baseado no método ELECTRE III, obtendo resultados significativamente diferentes.

Uma diferença interessante do resultado deste trabalho em relação ao trabalho de HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006) está na região mais central do domínio (região em que $X_1 \in [-1.4, -0.8]$, aproximadamente). O trabalho de HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006) conclui que esta é a região que possui os melhores pontos da frente de Pareto, enquanto o presente trabalho conclui que esta região é uma região intermediária, havendo outras superiores em termos de robustez; ou seja, caso se tratasse de um exemplo da engenharia, a implementação de uma alternativa pertencente a esta região levaria, na presença de erros, a objetivos mais afastados da frente de Pareto em relação a outras alternativas existentes.

A forma como as funções objetivo deste exemplo se comportam em relação às variáveis de decisão (Figura 4.4) pode auxiliar na interpretação dos resultados obtidos na análise de robustez realizada. Para um dado valor de X_1 pertencente ao conjunto ótimo de Pareto, o índice de robustez pouco variou para diferentes valores da variável X_2 , o que pode ser justificado pela estreita faixa do domínio de X_2 que pertence ao conjunto ótimo de Pareto. Desta forma, a inclinação da curva das duas funções objetivo (coincidentes em relação à variável X_2 , no plano $X_1 = 0$) pouco se altera nesta região do domínio, fazendo com que a sensibilidade não mude muito ao longo de variações de X_2 para um mesmo valor de X_1 . Além disso, devido às características das funções objetivo empregadas neste exemplo, para diferentes valores de X_1 as derivadas das funções objetivo em relação a X_2 não se alteram, mantendo também a sensibilidade destas funções em relação a X_2 .

Outro ponto a ser observado corresponde à região caracterizada como menos robusta, que ocorre para valores de X_1 nas extremidades do conjunto ótimo de Pareto. Este comportamento pode ser analisado com base no gráfico das funções objetivo em relação à variável X_1 , no plano $X_2 = 0$. Em um extremo, onde $X_1 \approx -2$, a função objetivo f_2 apresenta valores próximos a seu mínimo e derivadas em torno de zero, enquanto a função objetivo f_1 apresenta seus valores mais altos e suas maiores inclinações, quando comparados a toda a frente de Pareto. Assim, apesar da função objetivo f_2 apresentar pouca sensibilidade nesta região, a função objetivo f_1 apresenta sua maior sensibilidade. Como o índice D_k é calculado como uma composição da sensibilidade de ambas as funções objetivo do problema, a alta sensibilidade da função f_1 contribui de forma preponderante para que esta região seja classificada como uma das menos robustas. Em outro extremo, onde $X_1 \approx 0$, ocorre o contrário; ou seja, a função objetivo f_1 apresenta valores próximos a seu mínimo e derivadas em torno de zero, enquanto a função objetivo f_2 apresenta seus valores mais altos e suas maiores inclinações, quando comparados a toda a frente de Pareto. Neste caso, é a função objetivo f_2 que contribui para que a região esteja entre as menos robustas.

Análises semelhantes podem ser realizadas para pontos das regiões mais robustas e intermediárias. Nestas regiões, as funções objetivo f_1 e f_2 possuem diferentes sensibilidades, que estão relacionadas às inclinações em relação às variáveis de decisão, cujos efeitos se combinam conforme descrito na Seção 4.2 para compor o índice D_k .

Para ilustrar o teste realizado com perturbações relativas, as próximas figuras (Figuras 5.3 e 5.4) foram geradas com variações de 25% em X_1 e 25% em X_2 . É possível perceber que a introdução de perturbações relativas leva a resultados diferentes daqueles encontrados anteriormente. No entanto, estes resultados podem estar sendo mascarados, uma vez que pontos situados em regiões de baixos valores de X_1 e X_2 sofrem uma perturbação relativa menos efetiva em termos absolutos nesta região, o que pode provocar o menor afastamento da curva de Pareto e, conseqüentemente, resulta em menores distâncias e maior robustez. Neste exemplo é possível perceber este efeito ao analisar os pontos extremos de X_1 no conjunto ótimo de Pareto. A região onde $X_1 \approx 0$ foi classificada como intermediária, enquanto a região de $X_1 \approx -2$ foi a menos robusta. Este resultado não é esperado, uma vez que, através do gráfico das funções objetivo em relação à variável X_1 , percebe-se que, quando $X_1 \approx 0$, a função f_2 apresenta maiores valores e inclinações do que a função f_1 em $X_1 \approx -2$, o que resultaria em uma maior

robustez para pontos em $X_1 \approx 0$ em geral. É importante lembrar que neste exemplo em particular é possível fazer este tipo de comparação, já que as duas funções objetivo possuem a mesma variância e, portanto, o mesmo peso no cálculo do índice de robustez. Além disso, nos pontos extremos analisados, as funções f_1 em $X_1 \approx 0$ e f_2 em $X_1 \approx -2$ possuem mínimos com características idênticas, apenas deslocados em X_1 . Analisando a Tabela 5.1, cuja análise realizada foi de perturbação absoluta, correspondendo, portanto, a pontos presentes nas Figuras 5.1 e 5.2, é possível perceber que a região em que $X_1 \approx 0$ é menos robusta (maior valor de D_k) do que a região em que $X_1 \approx -2$ (menor valor de D_k). Isto só não fica claro nas Figuras 5.1 e 5.2 porque o intervalo de classificação da robustez foi dividido de forma arbitrária, conforme citado anteriormente.

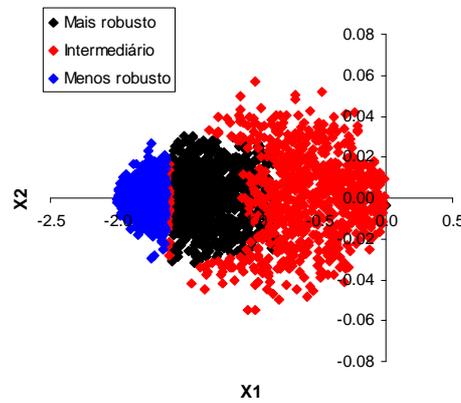
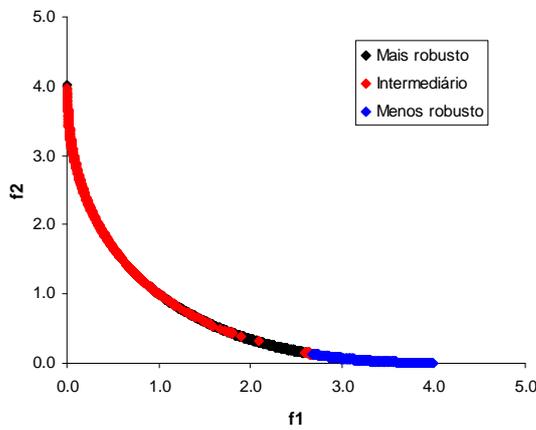


Figura 5.3. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 1) utilizando perturbações relativas.

Figura 5.4. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 1) utilizando perturbações relativas.

Tabela 5.1. Análise de robustez para dois pontos do conjunto de Pareto

X_1	X_2	f_1	f_2	D_k
-1,37E-03	4,28E-03	2,02E-05	3,99	6,35E+01
-1,97	4,14E-03	3,88E+00	9,55E-04	5,71E+01

Na presença de perturbações relativas, a região em que $X_1 \approx 0$ só foi considerada mais robusta que a região em que $X_1 \approx -2$ porque as perturbações absolutas correspondentes são menores na região de $X_1 \approx 0$. Assim como a introdução de perturbações relativas parece influenciar negativamente este exemplo em particular, resultados similares podem ser obtidos em outros exemplos mais complexos. Por isso,

os resultados mais satisfatórios e confiáveis parecem ser aqueles obtidos quando a perturbação é introduzida no problema de maneira absoluta (Figuras 5.1 e 5.2).

5.2. Exemplo 2

Ainda de acordo com a metodologia proposta no Capítulo 4, os resultados obtidos para o Exemplo 2, apresentado na Seção 4.2.1.2, podem ser observados a seguir. Para a obtenção da frente de Pareto neste exemplo foi utilizada apenas a abordagem 1 (Seção 4.1.1). Em todos os casos, foi utilizada uma variação absoluta de até 0,3 nas variáveis X_1 e X_2 , além de uma variância igual a 1 para as funções objetivo f_1 e f_2 .

Para a obtenção dos próximos resultados não foi feita qualquer variação dos parâmetros A_1 e A_2 (Figuras 5.5 e 5.6).

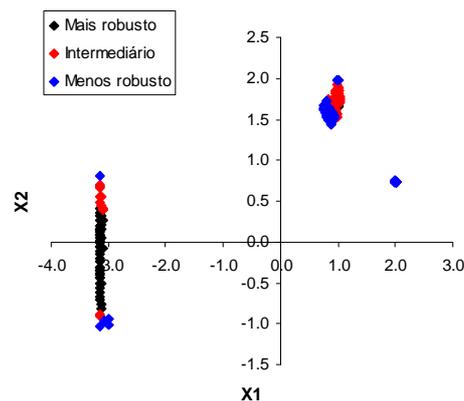
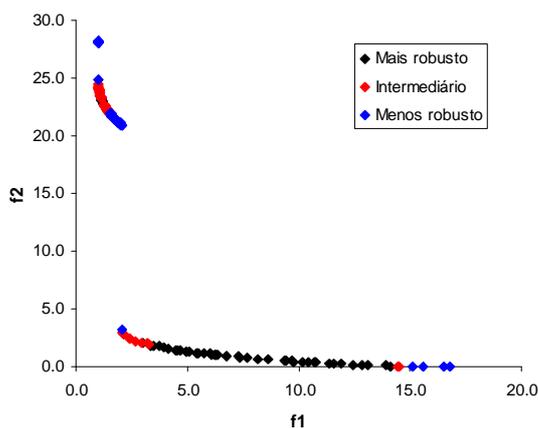


Figura 5.5. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 2, sem perturbação dos parâmetros). **Figura 5.6.** Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 2, sem perturbação dos parâmetros).

A explicação destes resultados é mais difícil de ser visualizada do que no Exemplo 1, já que as funções objetivo deste exemplo possuem características diferentes. A principal dificuldade encontrada é a mudança dos valores das derivadas da função objetivo f_1 em relação a X_1 para diferentes valores de X_2 e vice-versa. Como a metodologia empregada perturba todas as variáveis de decisão ao mesmo tempo e considera todas as contribuições para classificar as soluções quanto à robustez, apenas

pela visualização dos gráficos fica difícil distingui-las, de modo a explicar os resultados do critério quantitativo realizado pelo método.

Nas figuras seguintes (Figuras 5.7 e 5.8), além da perturbação em X_1 e X_2 , houve variação absoluta de até 0,09 para o parâmetro A_1 e de 0,3 para o parâmetro A_2 . As variações absolutas empregadas correspondem a aproximadamente 10% do valor base de cada parâmetro.

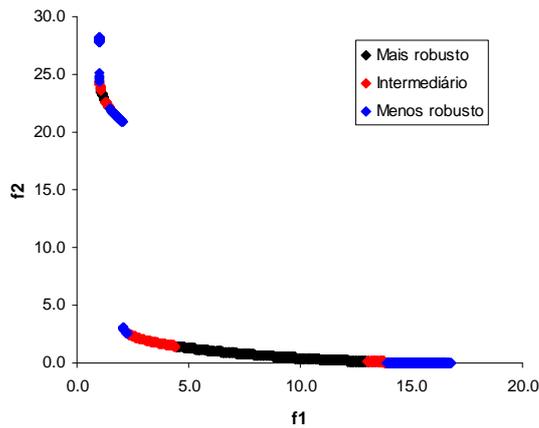


Figura 5.7. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 2, com perturbação dos parâmetros).

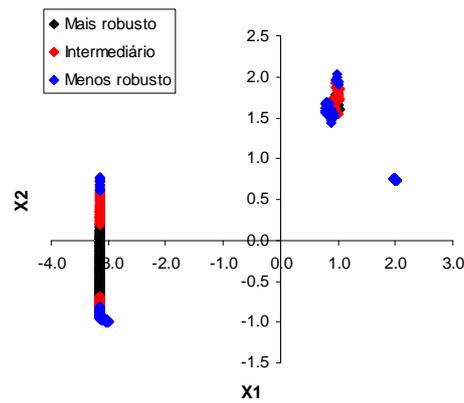


Figura 5.8. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 2, com perturbação dos parâmetros).

Neste caso, não houve grande diferença aparente entre os resultados obtidos com perturbação ou não dos parâmetros. No entanto, espera-se que, dependendo do contexto dos valores base dos parâmetros e das perturbações realizadas, haja ao menos uma pequena diferença na classificação de robustez, uma vez que os parâmetros influenciam as derivadas da função objetivo f_1 em relação a X_1 e X_2 .

Assim como no Exemplo 1, estes resultados, sobretudo o que não contempla a perturbação dos parâmetros, podem ser comparados com aqueles obtidos por HALSALL-WHITNEY e THIBAUT (2006), observando-se que, novamente, há considerável diferença. No trabalho destes autores, a região melhor classificada possui valores de f_1 abaixo de 5,0 e valores de f_2 abaixo de 3,0, não coincidindo com os resultados mais robustos obtidos no presente trabalho.

Neste exemplo não foram usadas perturbações relativas por ter sido verificado no Exemplo 1 que este tipo de perturbação pode levar a resultados equivocados.

É importante ressaltar que a classificação das regiões pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto nos Exemplos 1 e 2 permaneceram coerentes e inalteradas para diferentes execuções do algoritmo, o que indica que a aleatoriedade imposta ao método proposto não influenciou os resultados obtidos.

5.3. Exemplo 3

O Exemplo 3 fornece melhor noção da contribuição deste método de tomada de decisão para a área da engenharia química. Como este não é um exemplo puramente matemático, a dimensão das perturbações e a variância dos objetivos possuem sentido físico, sendo adotados conforme os erros experimentais e de predição das variáveis analisadas.

Para obter a frente de Pareto, inicialmente foi utilizada a abordagem 1, explicada na Seção 4.1.1. No entanto, neste exemplo, onde são quatro os objetivos a serem otimizados, esta abordagem restringiu a frente de Pareto a uma pequena região, conforme pode ser observado através das figuras apresentadas a seguir (Figuras 5.9 e 5.10).

O cômputo de frentes de Pareto incompletas é devido a uma má exploração da região de busca. Isto ocorre porque, como a cada novo objetivo a população inicial corresponde à população final da otimização do objetivo anterior, esta população foi se tornando restrita com o aumento do número de objetivos. Portanto, a frente de Pareto ficou nitidamente prejudicada, quando comparada aos próximos resultados, que utilizaram a abordagem 2 (detalhada na Seção 4.1.2). Assim, a abordagem 1 não deve ser utilizada, especialmente na presença de muitas funções objetivo.

Adiante (Figuras 5.11 e 5.12) são apresentados os resultados que utilizam a abordagem 2 para chegar à região de Pareto. As regiões são classificadas quanto à robustez, considerando possíveis erros apenas nas variáveis de entrada.

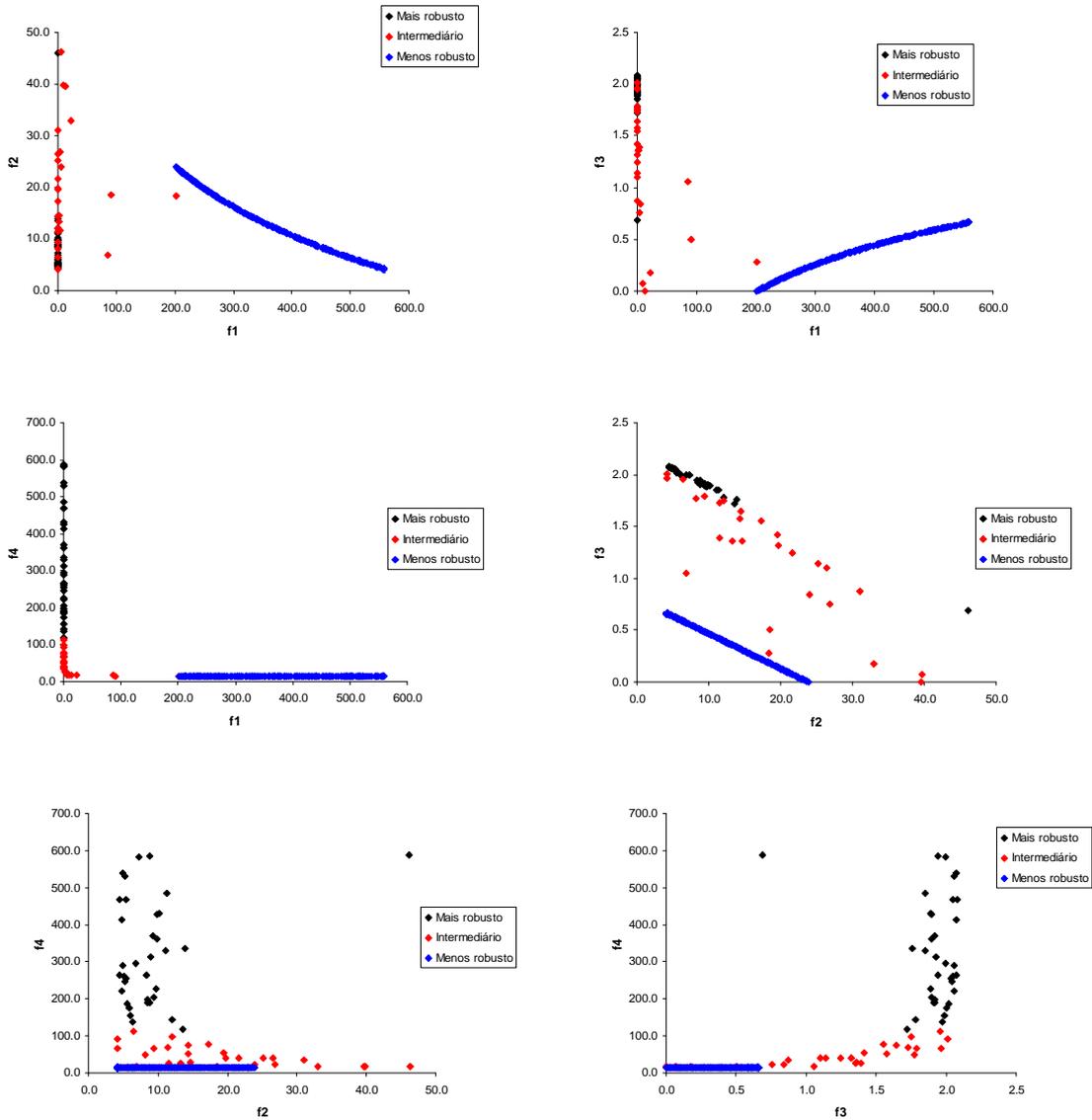


Figura 5.9. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 3) utilizando abordagem 1.

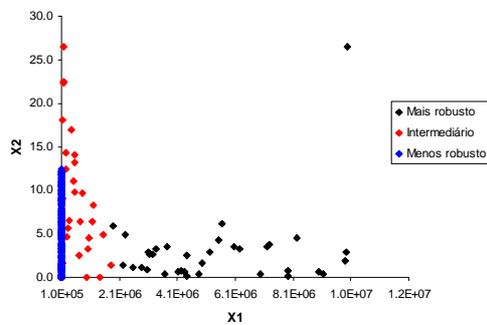


Figura 5.10. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 3) utilizando abordagem 1.

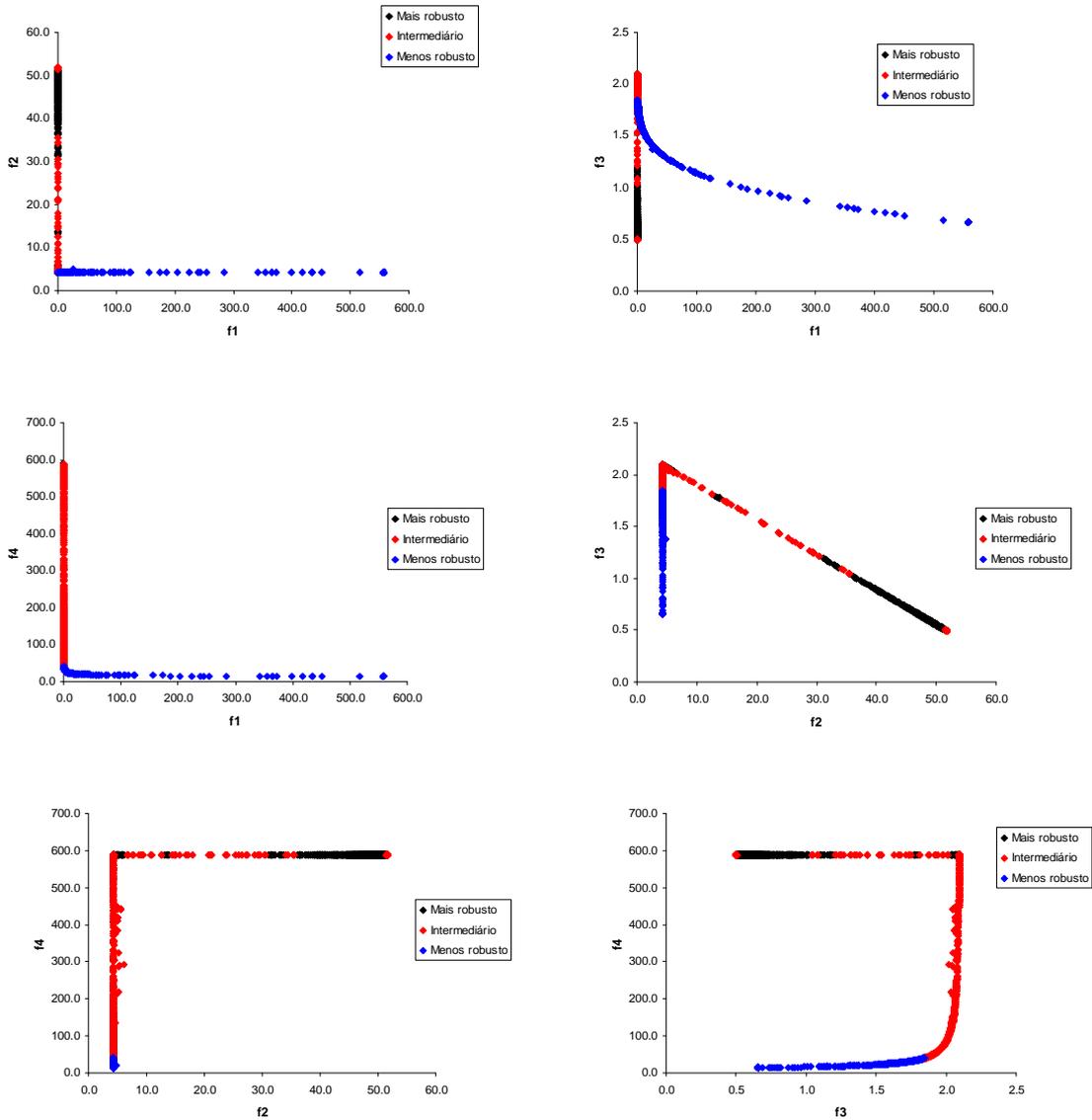


Figura 5.11. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez (Exemplo 3) utilizando abordagem 2.

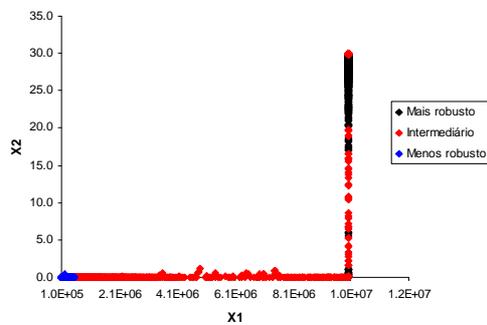


Figura 5.12. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez (Exemplo 3) utilizando abordagem 2.

Os resultados obtidos confirmam que os objetivos são extremamente conflitantes e apontam como soluções mais robustas para implementação regiões do conjunto ótimo de Pareto onde massa molar ponderal média é máxima (em torno de $1 \cdot 10^7$ g/mol) e o percentual mássico de etileno incorporado é médio ou alto, embora haja soluções que apresentam valores mais baixos e são igualmente robustas. A utilização das soluções do conjunto ótimo de Pareto consideradas mais robustas leva a baixos valores de índice de fluidez, altos valores de solubilidade em xileno, baixos valores de módulo de flexão e altos valores de resistência ao impacto. Alguns destes resultados podem ser considerados indesejáveis até um limite aceitável, o que requer que o conjunto ótimo de Pareto passe por uma seleção de limites antes da tomada de decisão, conforme mencionado na Seção 4.2 e tratado com mais detalhes adiante.

Nas próximas figuras (Figuras 5.13 e 5.14) são apresentados os resultados para o mesmo exemplo, em que se classificam as regiões do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez, considerando agora não apenas possíveis erros nas variáveis de entrada, mas também os erros nos parâmetros, de acordo com os dados fornecidos no trabalho de LATADO *et al.* (2001). Mais uma vez a abordagem 2 foi utilizada para determinação da frente de Pareto.

Neste exemplo, a consideração de erros nos parâmetros levou a um resultado parecido com o obtido considerando apenas erros nas variáveis de entrada (talvez pelo fato de os erros nos parâmetros serem relativamente pequenos).

Ao implementar uma das soluções apontadas como as melhores, a função objetivo f_1 , seria bastante prejudicada; ou seja, seriam obtidos polímeros de baixo índice de fluidez, quando se deseja justamente maximizar esta propriedade. No entanto, o algoritmo de tomada de decisão proposto não avalia este tipo de situação, e sim parte do princípio de que todas as alternativas fornecidas a ele são igualmente viáveis e não-dominadas. Por isso, de acordo com a Seção 4.2, foi destacado que valores indesejáveis das variáveis de entrada (de decisão) ou saída (os objetivos) deveriam ser devidamente filtrados, para que alternativas com estes valores não fossem alimentadas ao algoritmo de tomada de decisão. Este exemplo pode ser considerado um caso onde haveria a necessidade de isolar uma determinada região da frente de Pareto de acordo com alguns limites operacionais e executar o algoritmo de tomada de decisão proposto apenas para esta região, julgando apenas alternativas passíveis de implementação.

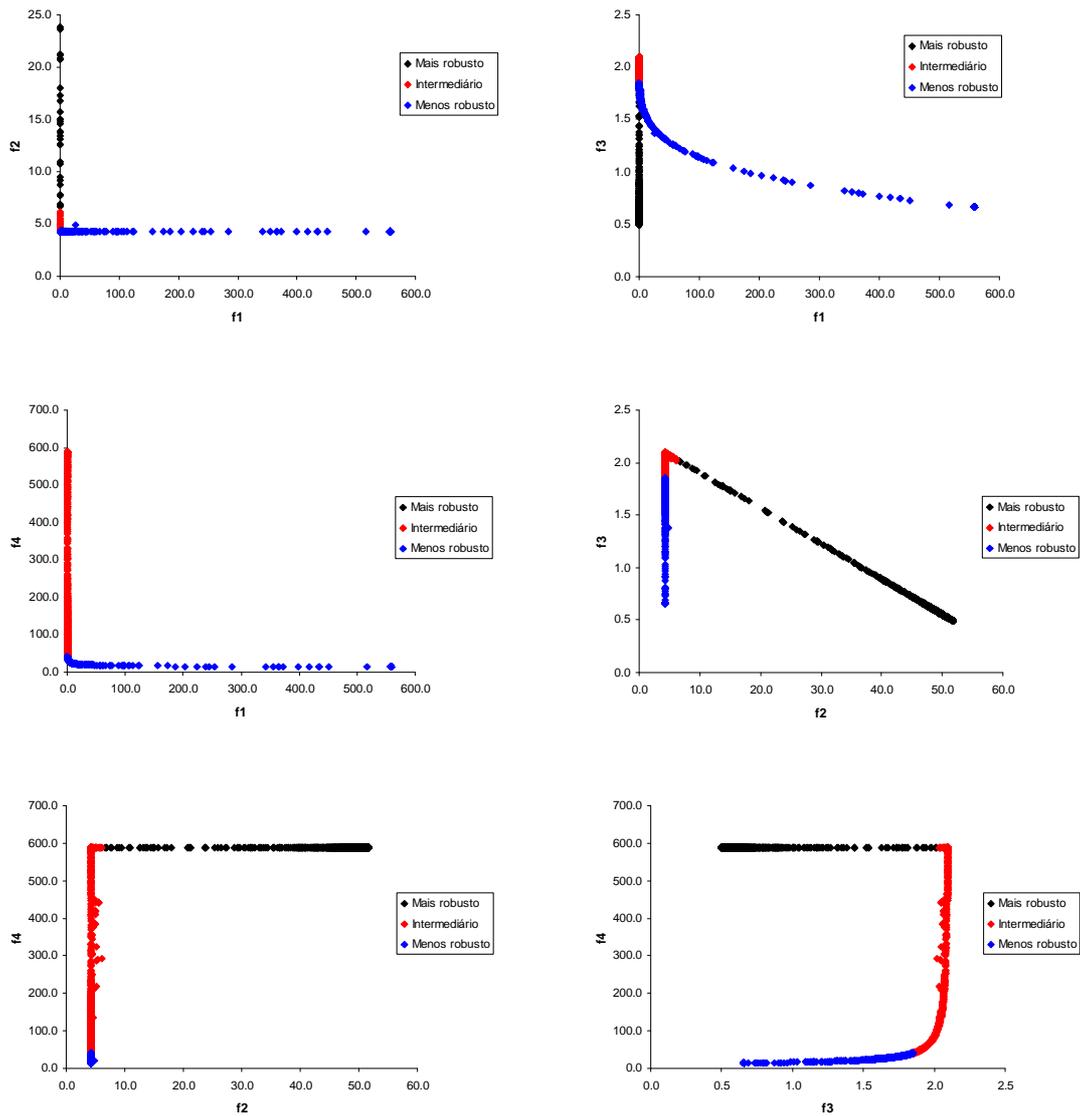


Figura 5.13. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez, considerando erros nos parâmetros (Exemplo 3).

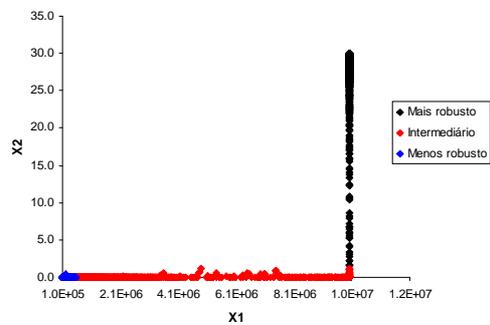


Figura 5.14. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez, considerando erros nos parâmetros (Exemplo 3).

É compreensível também que, ao limitar demais diferentes variáveis, haja o risco de não existir frente de Pareto alguma, principalmente em se tratando de objetivos conflitantes. Afinal, pode não ser possível ter todos os objetivos dentro de limites desejáveis. Assim, cada exemplo deve ser examinado com cuidado, para que sejam impostos apenas limites consistentes com o problema. Em todo caso, independentemente da imposição ou não de limites, a metodologia para tomada de decisão proposta continua sendo útil para discriminar as alternativas obtidas.

Considerando os limites da Equação (5.1), as soluções do conjunto ótimo de Pareto foram filtradas e, após, foi executado o algoritmo de tomada de decisão proposto neste trabalho considerando apenas as soluções viáveis.

$$\begin{aligned}
 0,1 &\leq MI \leq 100,0 \\
 0,0 &\leq XS \leq 20,0 \\
 1,0 &\leq E_F \\
 20,0 &\leq Izod_{23}
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Os resultados obtidos considerando os limites impostos às funções objetivo que se deseja otimizar podem ser observados nas Figuras 5.15 e 5.16.

De acordo com os resultados obtidos, as soluções mais robustas (dentre as que pertencem ao conjunto ótimo de Pareto sem violar os limites impostos) pertencem a regiões onde a massa molar ponderal média situa-se na faixa entre $5 \cdot 10^5$ e $7,5 \cdot 10^5$ g/mol, aproximadamente, e nenhum etileno é incorporado. Neste novo cenário, em comparação com os resultados obtidos desconsiderando limites, a utilização das soluções mais robustas leva a valores relativamente baixos de índice de fluidez, valores não tão altos para a solubilidade em xileno, valores mais altos de módulo de flexão e valores não tão altos de resistência ao impacto. No entanto, garante-se que todos estes resultados atendem aos limites impostos às funções objetivo deste exemplo.

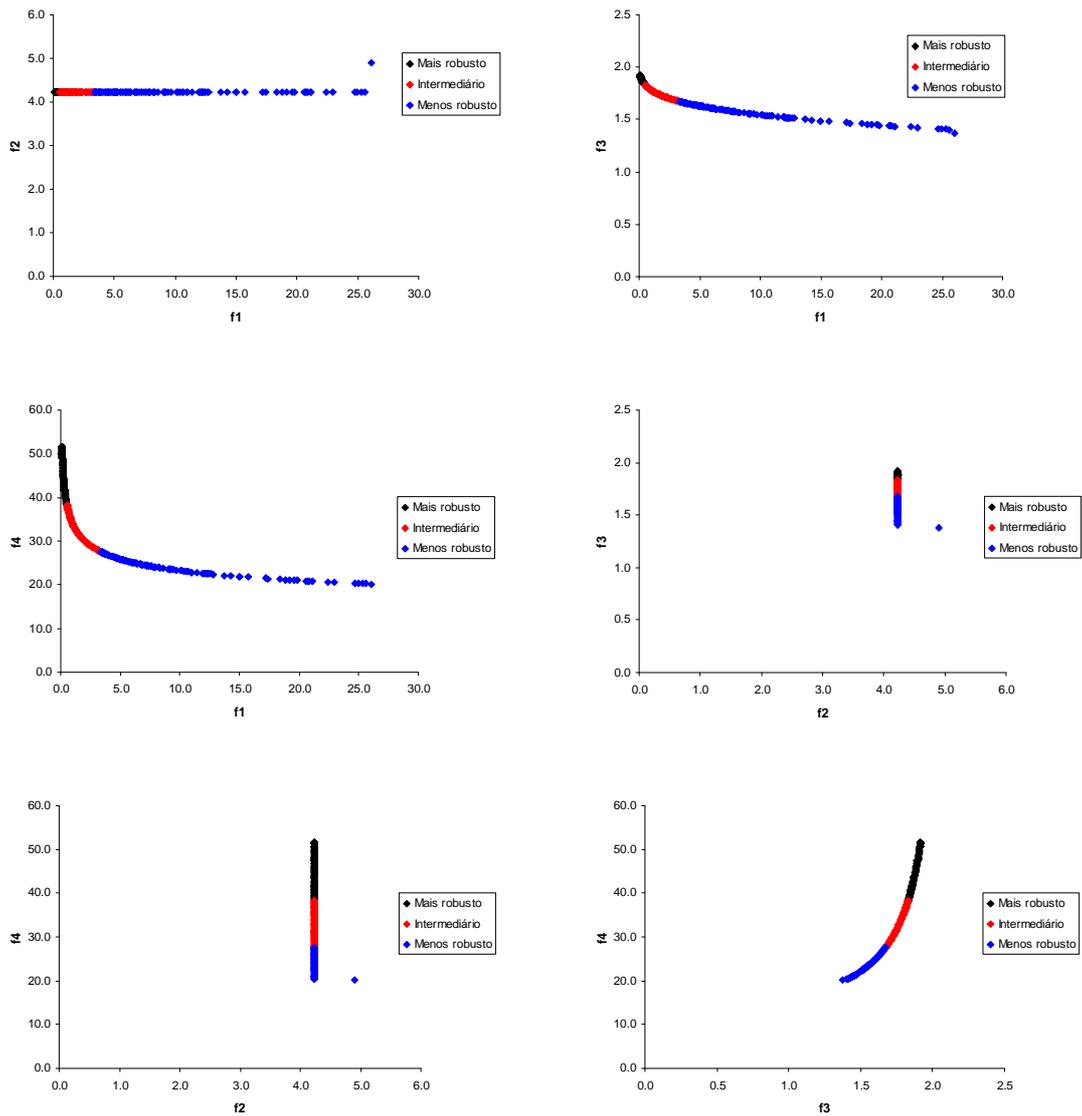


Figura 5.15. Classificação dos pontos pertencentes à frente de Pareto quanto à robustez, considerando erros nos parâmetros e limites (Exemplo 3).

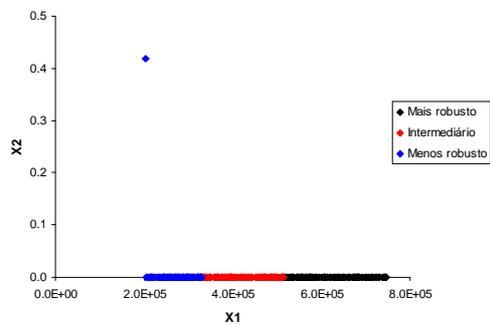


Figura 5.16. Classificação do domínio do conjunto ótimo de Pareto quanto à robustez, considerando erros nos parâmetros e limites (Exemplo 3).

Ao interpretar o problema fisicamente, os resultados obtidos mostram de forma inequívoca que o cenário mais robusto é a produção do homopolímero de polipropileno, permitindo obter valores de XS , E_F e MI aceitáveis, mas resistência ao impacto baixa. Esta solução é bem conhecida na área de poliolefinas. A necessidade de aumentar a resistência ao impacto, incorporando etileno ao produto final, causa a deteriorização da robustez (as funções objetivo são muito sensíveis a variações do conteúdo de etileno no polímero), com aumento de XS , diminuição de MI e redução de E_F . Portanto, a decisão de aumentar a resistência ao impacto é incompatível com os demais objetivos pretendidos, como mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14. Nesse caso, não é possível aumentar o módulo de rigidez, ou flexão, sem prejuízo considerável do índice de fluidez. Assim, a melhor solução neste caso é um dos limites críticos das propriedades aceitáveis para o produto (MI mínimo, E_F mínimo ou $Izod_{23}$ mínimo), não sendo possível atingir regiões arbitrárias estabelecidas como alvo, como mostrado nas Figuras 5.15 e 5.16. Esse dilema é bem conhecido na indústria de poliolefinas e é denominado genericamente como problema do “balanço rigidez/impacto”. Modernamente, esse problema vem sendo atacado com a incorporação de cargas (por exemplo, argilas) que simultaneamente levam melhorias do módulo e da resistência ao impacto (RODRIGUES *et al.*, 2007).

É importante lembrar que, apesar dos pontos do conjunto ótimo de Pareto terem sido separados em apenas três classes (mais robusto, intermediário e menos robusto), é possível gerar um *ranking* individual para estes pontos e, desta forma, obter uma solução única para o problema.

5.4. Exemplo 4

No Exemplo 4 é possível comparar o desempenho de diferentes métodos de sintonia de controladores PID com a metodologia proposta. Neste exemplo, a abordagem 2 foi utilizada para determinar o conjunto ótimo de Pareto.

Como as funções objetivo deste exemplo são critérios de desempenho para os quais não faz sentido calcular uma variância, foram adotadas variâncias iguais a 2,8, 53,5 e 1,3 para as funções objetivo f_1 , f_2 e f_3 , respectivamente. Estes valores fazem com que as contribuições de cada função objetivo no índice D_k tenham ordens de grandeza semelhantes.

Para a tomada de decisão, foram considerados erros absolutos nos parâmetros K_p e τ_p do modelo do processo de até 0,2 e 4, respectivamente.

A mesma metodologia proposta no Capítulo 4 e empregada nos exemplos anteriores foi seguida neste exemplo. Com as soluções do conjunto ótimo de Pareto ordenadas de acordo com a robustez, foram selecionadas apenas a solução mais robusta (Multi 1) e a menos robusta (Multi 2) de todas para comparação dos resultados na ausência ou não de erros no modelo.

Os resultados deste exemplo foram comparados entre si e com a sintonia obtida através de outros métodos, como o de Ziegler-Nichols (ZN), o da integral do erro ao quadrado (ISE) e o controle de modelo interno (IMC).

As tabelas e figuras a seguir representam o comportamento do sistema de controle deste exemplo quando se aplica um degrau unitário ao *set point* da variável controlada utilizando diferentes sintonias no controlador PID. O desempenho do sistema pode ser observado considerando o processo real igual ao modelo base utilizado para a estimação dos parâmetros de sintonia (Tabela 5.2, Figura 5.17) ou diferente do modelo utilizado na estimação (Tabela 5.3, Figura 5.18). Neste último caso, o processo é dado pela Equação (5.2), enquanto o modelo utilizado como base para a estimação dos parâmetros de sintonia continua sendo aquele apresentado na Equação 4.7.

$$G_p(s) = \frac{1.2}{1 + 24s} e^{-5s} \quad (5.2)$$

Tabela 5.2. Parâmetros e critérios de desempenho de diferentes métodos de sintonia desconsiderando erros do modelo.

	X_1 K	X_2 τ_I	X_3 τ_D	f_1 IAE	f_2 $ITAE$	f_3 ISE
ZN	4,059	0,4388	9,386	13,03	152,5	8,269
ISE	4,464	0,1461	10,37	9,469	90,83	6,710
IMC	3,618	0,1613	7,895	9,408	98,01	6,915
Multi 1 (mais robusto)	3,376	0,1242	5,301	8,573	54,07	7,034
Multi 2 (menos robusto)	4,346	0,1490	8,597	9,092	75,27	6,723

Tabela 5.3. Parâmetros e critérios de desempenho de diferentes métodos de sintonia considerando erros do modelo.

	X_1	X_2	X_3	f_1	f_2	f_3
	K	τ_I	τ_D	IAE	$ITAE$	ISE
ZN	4,059	0,4388	9,386	13,66	168,1	8,625
ISE	4,464	0,1461	10,37	10,05	117,6	6,767
IMC	3,618	0,1613	7,895	10,33	127,9	6,983
Multi 1 (mais robusto)	3,376	0,1242	5,301	9,316	83,63	7,049
Multi 2 (menos robusto)	4,346	0,1490	8,597	9,742	102,6	6,79

De acordo com as tabelas, a solução mais robusta do conjunto ótimo de Pareto é caracterizada por valores dos critérios de IAE e ITAE ainda menores que os das outras soluções, sem prejudicar muito o valor do critério de ISE. Por outro lado, a solução menos robusta, embora possua um valor mais baixo para o critério de ISE, o que justifica a presença desta solução no conjunto ótimo de Pareto, resulta em valores mais altos para os critérios de IAE e ITAE, quando comparada com a solução mais robusta.

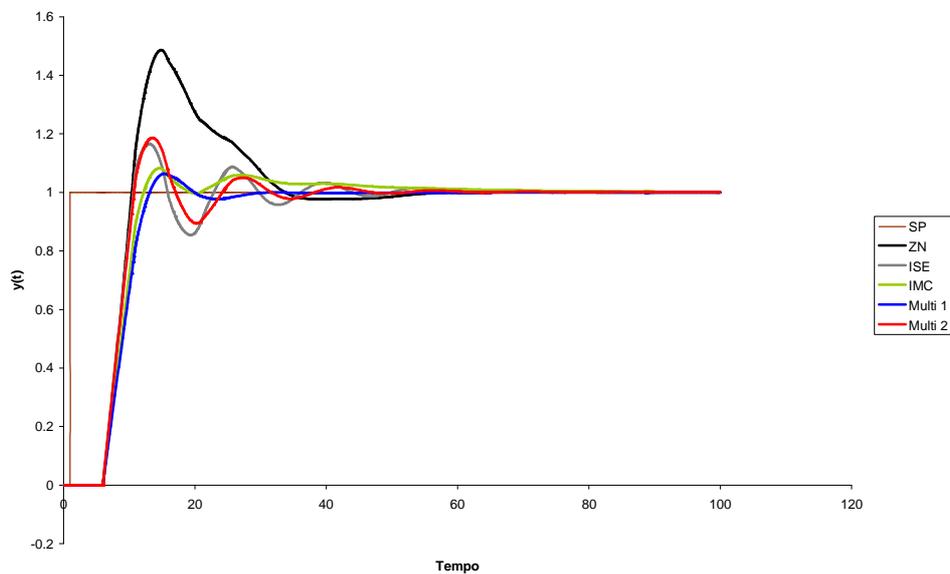


Figura 5.17. Desempenho do sistema de controle (Exemplo 4) para processo idêntico ao modelo.

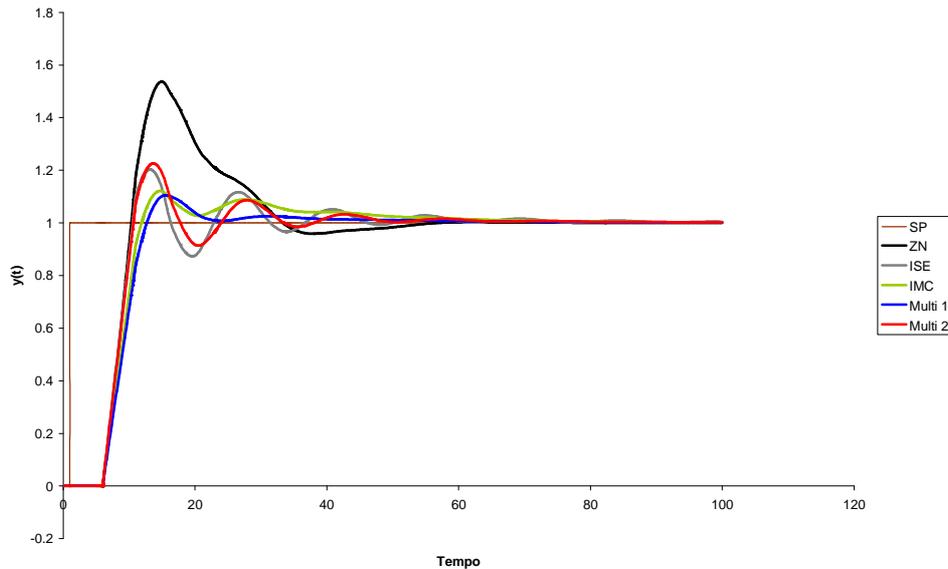


Figura 5.18. Desempenho do sistema de controle (Exemplo 4) para processo diferente do modelo.

Com base nos resultados observados nas Tabelas 5.2 e 5.3 e nas Figuras 5.17 e 5.18 é possível afirmar que, ao utilizar a sintonia mais robusta obtida de acordo com a metodologia proposta neste trabalho, o desempenho obtido é nitidamente superior quando comparado a outros métodos, fazendo com que a variável controlada atinja o novo *set point* com baixo valor de *overshoot* e de tempo de estabilização.

As próximas figuras (Figuras 5.19 e 5.20) são utilizadas para destacar a diferença entre a solução mais robusta e a menos robusta do conjunto ótimo de Pareto. As Figuras 5.19 e 5.20 enfatizam que soluções diferentes das pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto podem alcançar desempenhos muito diferentes, especialmente na presença de erros no modelo. Neste exemplo, o método utilizado foi capaz de distinguir de maneira coerente as soluções pertencentes ao conjunto de Pareto; ou seja, a solução mais robusta foi a que apresentou melhor desempenho do sistema de controle.

Com este resultado, fica clara a importância de um método que distinga adequadamente a qualidade das soluções pertencentes ao conjunto de Pareto. Afinal, a implementação arbitrária de uma das soluções deste conjunto pode levar a resultados pouco robustos ou não tão eficientes.

Resultados semelhantes são obtidos ao utilizar variâncias um pouco diferentes das utilizadas nos resultados apresentados.

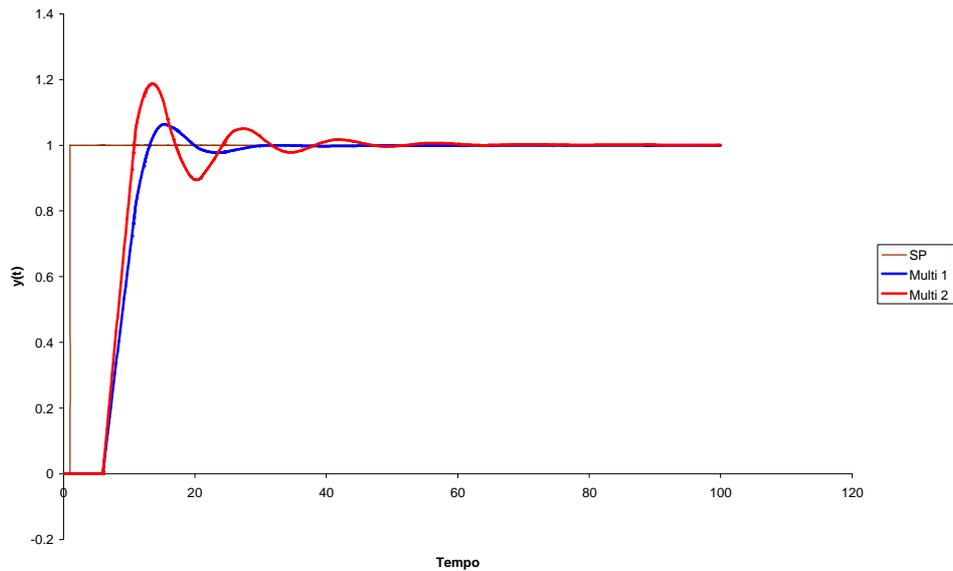


Figura 5.19. Comparação de soluções de diferente robustez através do desempenho do sistema de controle (Exemplo 4) para processo idêntico ao modelo.

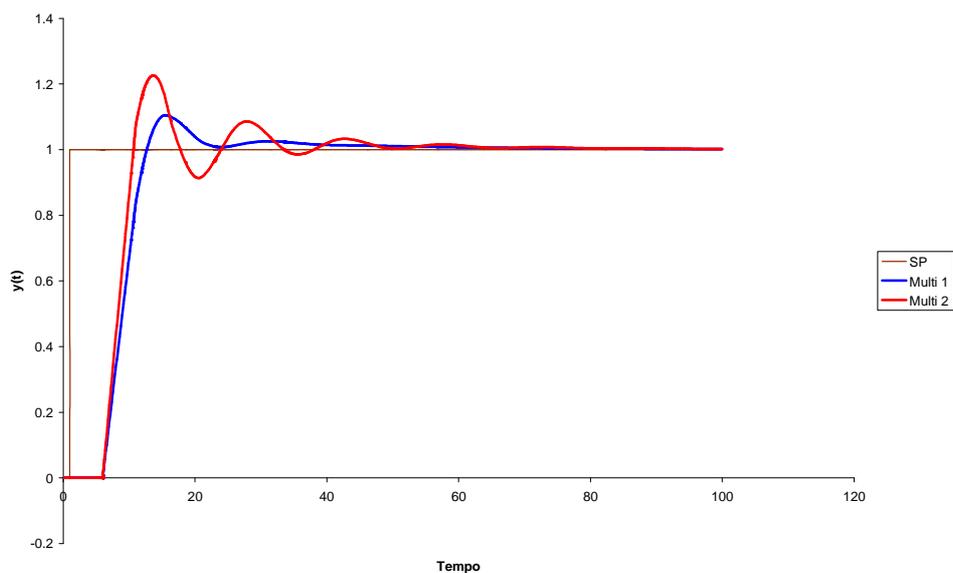


Figura 5.20. Comparação de soluções de diferente robustez através do desempenho do sistema de controle (Exemplo 4) para processo diferente do modelo.

5.5. Exemplo 5

O Exemplo 5 tem como objetivo sintonizar o controlador preditivo multivariável aplicado ao processo *Shell*, detalhado na Seção 4.2.1.5. Como neste exemplo há duas variáveis manipuladas e duas variáveis controladas, tem-se um total de quatro funções

objetivo para o Problema P2 (Equação 4.11). Também de acordo com estas dimensões, são quatro os parâmetros que devem ser estimados: γ_1 e γ_2 , pertencentes à matriz $\underline{\Gamma}$; λ_1 e λ_2 , pertencentes à matriz $\underline{\Lambda}$. Mais uma vez, a abordagem 2 foi utilizada para determinar o conjunto ótimo de Pareto.

Foram utilizadas variâncias iguais a 1 para todas as funções objetivo e os erros no modelo em relação à planta foram considerados conforme descrito na Seção 4.2.1.5 (Equação 4.13), com $-1 \leq \Delta_k \leq 1$ ($k=1,2$). A Tabela 5.4 mostra os parâmetros de sintonia estimados e os valores das funções objetivo para algumas soluções do conjunto de Pareto, ordenadas de acordo com a robustez.

Tabela 5.4. Algumas soluções do conjunto de Pareto para o Exemplo 5.

Posição	γ_1	γ_2	λ_1	λ_2	fy_1	fy_2	fu_1	fu_2	D_k
1 (mais robusto)	-4,134	-5,000	-0,6577	0,2856	236,3	748,3	2,592	4,831	4,39E+01
16	-0,5919	4,269	-0,4029	-0,3127	249,5	628,9	2,641	6,444	5,43E+01
95	4,509	-3,405	-0,5585	-0,4611	235,7	553,2	3,701	10,69	7,03E+01
1001	-4,807	-4,475	0,4427	-0,4380	286,2	597,8	1,985	6,080	1,23E+02
3050	-1,592	-2,061	0,2411	-0,7934	202,7	489,0	7,060	18,97	2,40E+02
6400	-0,0758	-0,6088	1,330	4,411	160,9	467,6	39,98	72,25	6,55E+02
9900	-4,599	-3,734	-0,1162	0,0111	336,4	25305,6	0,1039	0,0345	1,00E+03
10560	-4,157	-4,677	0,0258	0,0446	6549,4	1738,9	0,0352	0,0426	1,65E+03
10845	3,801	-3,639	0,2296	1,767	497,19	467,6	6,994	16,36	1,06E+04
10950	-0,3812	-3,122	0,1683	1,028	320,8	483,0	7,718	13,23	1,05E+05
11190	-3,198	-1,699	-3,792	0,0356	192,8	2262,1	7,130	15,50	5,64E+05
11355	-4,458	3,912	0,0335	1,858	8999,8	457,3	5,820	12,90	1,26E+06
11940 (menos robusto)	3,459	1,148	-0,0531	-3,739	82995,3	259,8	153,4	197,09	3,18E+06

De acordo com os resultados da Tabela 5.4, soluções do conjunto ótimo de Pareto que fornecem parâmetros de sintonia bastante diferentes podem apresentar índices de robustez muito próximos. Este é o caso das soluções ordenadas como 1, 16 e 95. Tendo em vista o elevado valor que o índice D_k pode assumir neste problema (solução 11940) e o grande número de soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto (ao todo 11940), pode-se afirmar que a robustez das soluções 1, 16 e 95 é realmente muito próxima, apesar das grandes diferenças entre os parâmetros γ_1 , γ_2 , λ_1 e λ_2 estimados. Desta forma, é possível ter noção da dificuldade de estimar estes parâmetros de maneira adequada. Outro aspecto interessante é a grande mudança de ordem de grandeza de D_k ao longo das soluções do conjunto ótimo de Pareto, enfatizando as diferenças de robustez entre as diferentes soluções.

Para um problema de mudança dos *set points* das variáveis controladas, onde o *set point* da variável y_1 passou de 100 para 95 e o da variável y_2 passou de 100 para 110, o sistema de controle preditivo multivariável foi então sintonizado utilizando a solução mais robusta obtida pela nova metodologia. Os resultados foram comparados com os obtidos através de uma sintonia inicial com todos os parâmetros iguais a 1 (Figura 5.21). A sintonia com os parâmetros da solução menos robusta também foi realizada e os resultados são apresentados em outros gráficos (Figura 5.22) devido à grande diferença de ordem de grandeza, que não permite a visualização no mesmo gráfico utilizado para a sintonia mais robusta. Nas próximas figuras (Figuras 5.21 e 5.22), a planta foi considerada idêntica ao modelo.

De acordo com a Figura 5.21, é possível observar que a metodologia proposta se mostrou bastante eficiente, apresentado como solução mais robusta um conjunto de parâmetros capaz de alcançar os novos *set points* das variáveis controladas e provocando alterações bastante suaves nas variáveis manipuladas, como desejado. A Figura 5.22 reflete o comportamento inadequado obtido ao utilizar os parâmetros de sintonia fornecidos pela solução menos robusta. Este resultado comprova a importância da escolha das soluções do conjunto de Pareto, pois mostra que nem todas as soluções deste conjunto possuem desempenho adequado. Mais uma vez, a metodologia proposta foi capaz de distinguir as soluções de maneira eficiente, garantindo o bom desempenho da solução mais robusta, em detrimento do desempenho da solução menos robusta.

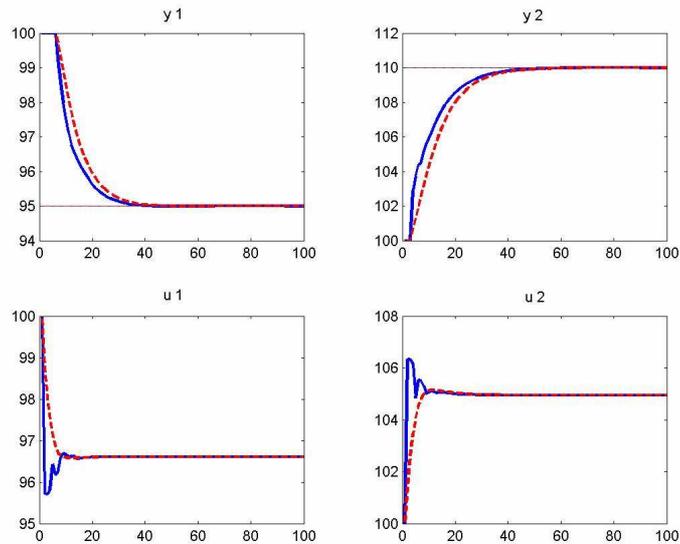


Figura 5.21. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Sintonia inicial com parâmetros iguais a 1 (—) e sintonia mais robusta de acordo com a metodologia proposta (---). Com planta idêntica ao modelo.

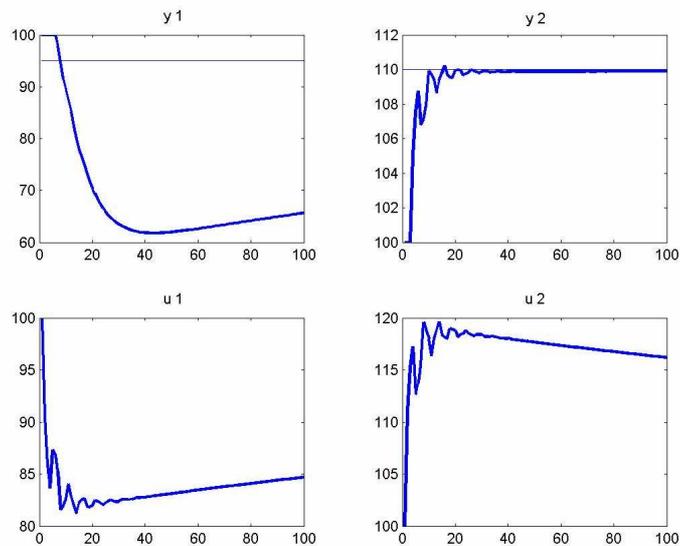


Figura 5.22. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Sintonia menos robusta de acordo com a metodologia proposta (—). Com planta idêntica ao modelo.

As figuras a seguir (Figuras 5.23 e 5.24) envolvem o mesmo problema de mudança de *set point* das variáveis controladas e os mesmos parâmetros de sintonia utilizados. No entanto, a planta é considerada diferente do modelo, conforme a Equação 4.13, com $\Delta_1=1$ e $\Delta_2=-1$.

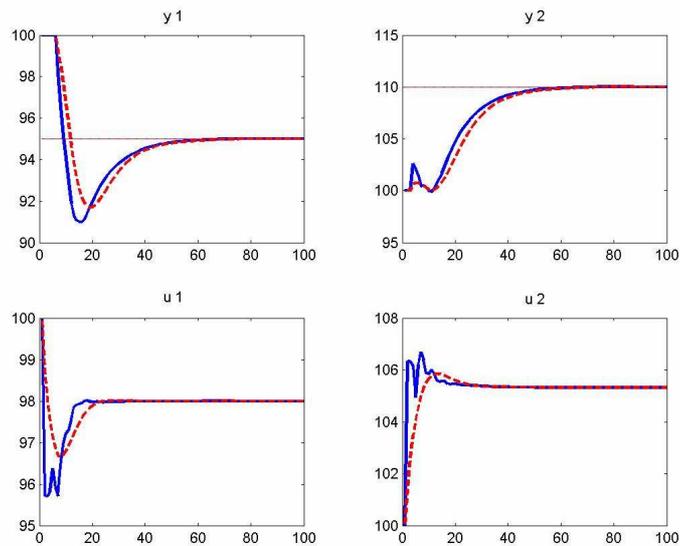


Figura 5.23. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Sintonia inicial com parâmetros iguais a 1 (—) e sintonia mais robusta de acordo com a metodologia proposta (---), considerando erros de modelagem.

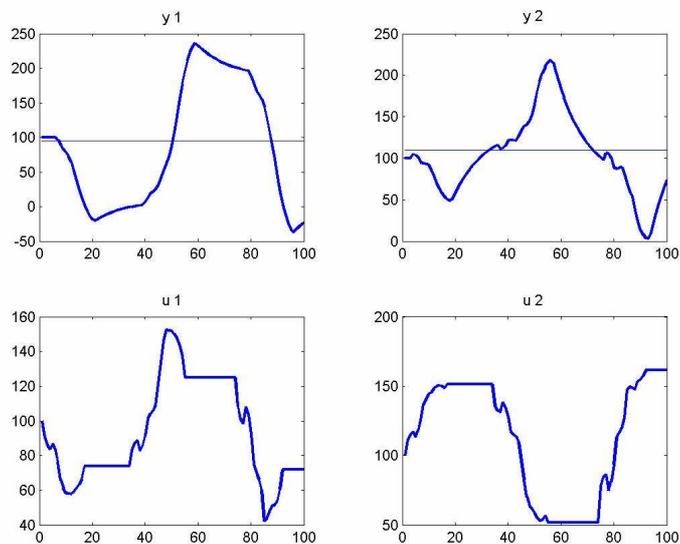


Figura 5.24. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Sintonia menos robusta de acordo com a metodologia proposta (—), considerando erros de modelagem.

Nas Figuras 5.23 e 5.24, a qualidade da solução mais robusta obtida fica ainda mais evidente, sendo possível alcançar os novos *set points* de maneira eficiente com alterações igualmente suaves nas variáveis manipuladas. A deficiência da solução

menos robusta também é ressaltada quando a planta é diferente do modelo. Estes resultados confirmam a boa distinção realizada através da metodologia de tomada de decisão deste trabalho e sugerem a utilização deste método na sintonia de controladores preditivos multivariáveis.

Neste exemplo, uma forma de filtrar os resultados poderia ser eliminar do conjunto ótimo de Pareto as sintonias para as quais o *set point* não fosse alcançado até o fim do horizonte de controle estabelecido, como é o caso da solução apontada como a menos robusta obtida. Assim, soluções com esta característica extremamente indesejável seriam logo descartadas do conjunto de soluções possíveis. Para ilustrar a degradação da sintonia com a diminuição da robustez (Figuras 5.25 e 5.26), o sistema de controle preditivo multivariável foi sintonizado com alguns dos resultados apresentados na Tabela 5.4.

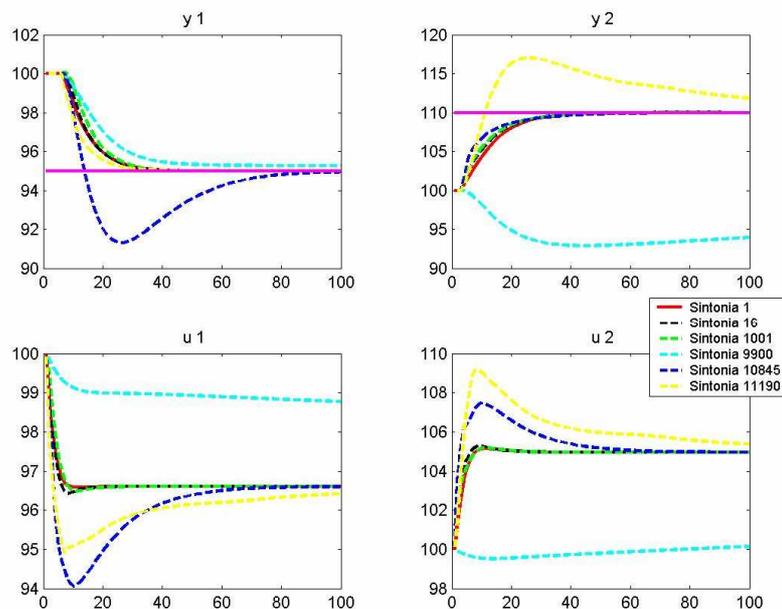


Figura 5.25. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Comparação de diferentes sintonias. Com planta idêntica ao modelo.

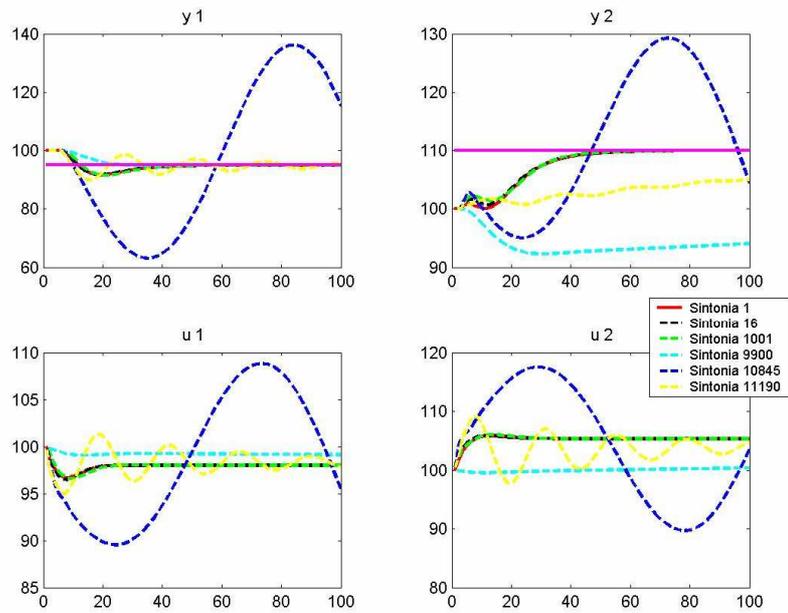


Figura 5.26. Problema de controle preditivo multivariável (Exemplo 5). Comparação de diferentes sintonias, considerando erros de modelagem.

As Figuras 5.25 e 5.26 permitem a visualização das respostas obtidas utilizando diferentes sintonias e confirmam a superioridade das soluções mais robustas quando comparadas com soluções menos robustas de acordo com o critério estabelecido neste trabalho. Em especial, esta diferença de desempenho é ainda maior ao considerar erros de modelagem, como era de se esperar. Mais uma vez fica clara a boa distinção obtida com a metodologia proposta, que pode ser amplamente explorada.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

Este trabalho propôs uma nova metodologia para a resolução de problemas de otimização multiobjetivo, presentes em diversas áreas do conhecimento e, sobretudo, na engenharia.

As etapas presentes neste trabalho compreenderam a obtenção do conjunto ótimo de Pareto e a distinção destas soluções através de um critério de tomada de decisão diferente dos existentes na literatura por envolver parâmetros que possuem sentido físico (eliminando fatores heurísticos) e por depender menos do decisor.

Foram apresentadas duas abordagens diferentes com o objetivo de adaptar o algoritmo do enxame de partículas para o levantamento do conjunto ótimo de Pareto. De acordo com os exemplos analisados, a abordagem 2 (que consiste na otimização sequencial de cada uma das funções objetivo consideradas) pôde ser considerada a mais eficiente em termos de obtenção das soluções não-dominadas, sobretudo para problemas com muito objetivos.

O algoritmo de tomada de decisão proposto foi aplicado a cinco exemplos, sendo dois exemplos matemáticos com diferentes características e três exemplos da engenharia química, tendo sido capaz de ordenar as soluções pertencentes ao conjunto ótimo de Pareto. Os resultados foram satisfatórios, havendo distinção adequada das soluções quanto à robustez em problemas complexos, como o de controle preditivo multivariável.

Com isso, este trabalho contribuiu com uma metodologia para tomada de decisão baseada nos erros das variáveis de decisão do problema e dos parâmetros envolvidos. Esta metodologia pode ser preferencialmente aplicada a problemas multiobjetivo presentes na engenharia, quando a dimensão das perturbações e as variâncias que aparecem no cálculo das distâncias realmente possuem sentido físico.

Estudos podem ser realizados especialmente em torno do Exemplo 5 deste trabalho, onde diferentes cenários podem ser alimentados ao algoritmo de forma a encontrar a solução mais robusta. Além disso, seria interessante aplicar esta

metodologia a problemas maiores e mais complexos envolvendo controle preditivo multivariável.

Referências Bibliográficas

ALVAREZ-BENITEZ, J. E., EVERSON, R. M., FIELDSSEND, J. E., 2005, “A MOPSO Algorithm Based Exclusively on Pareto Dominance Concepts”. In: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization: Third International Conference (EMO 2005)*, Springer Berlin/Heidelberg, pp. 459-473, Guanajuato, Mexico.

ANG, K. H., CHONG, G., LI, Y., 2005, “PID Control System Analysis, Design, and Technology”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 13, pp. 559-576.

ASTROM, K. J., HAGGLUND, T., 1984, “Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins”, *Automatica*, v. 20, pp. 645-651.

ASTROM, K. J., HAGGLUND, T., 1995, *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2 ed. USA, Instrument Society of America.

BARTZ-BEIELSTEIN, T., LIMBOURG, P., PARSOPOULOS, K. E., VRAHATIS, M. N., MEHNEN, J., SCHIMITT, K., 2003, “Particle Swarm Optimizers for Pareto Optimization with Enhanced Archiving Techniques”. In: *The 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2003)*, v. 3, pp. 1780-1787, Canberra, Australia, Dec.

BAUMGARTNER, U., MAGELE, CH., RENHART, W., 2004, “Pareto Optimality and Particle Swarm Optimization”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, pp. 1172-1175.

BIEGLER, L. T., GROSSMAN, I. E., 2004, “Retrospective on Optimization”, *Computers & Chemical Engineering*, v. 28, pp. 1169-1192.

BOULOUGOURIS, E. K., PAPANIKOLAU, A. D., 2008, “Multi-objective Optimization of a Floating LNG Terminal”, *Ocean Engineering*, v. 35, pp. 787-811.

BRANS, J., MARESCHAL, B., 2005, "Promethee Methods". In: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (eds), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. 1 ed. Chapter 5. Boston, USA, Springer.

CHANG, Y., YEH, C., 2001, "Evaluating Airline Competitiveness Using Multiattribute Decision Making", *Omega*, v. 29, pp. 405-415.

CHOW, C., TSUI, H., 2004, "Autonomous Agent Response Learning by a Multi-species Particle Swarm Optimization". In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, v. 1, pp. 778-785, Portland, Oregon, USA, June.

CLERC, M., KENNEDY, J., 2002, "The Particle Swarm – Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, pp. 58-73.

COCKSHOTT, A. R., HARTMAN, B. E., 2001, "Improving the Fermentation Medium for *Echinocandin B* Production Part II: Particle Swarm Optimization", *Process Biochemistry*, v. 36, pp. 661-669.

COELLO, C. A. C., 1999, "A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques", *Knowledge and Information Systems. An International Journal*, v. 1, pp. 269-308.

COELLO, C. A. C., LECHUGA, M. S., 2002, "MOPSO: A Proposal for Multiple Objective Particle Swarm Optimization". In: *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, v. 2, pp. 1051-1056, Honolulu, HI, USA, May.

COELLO, C. A. C., PULIDO, G. T., LECHUGA, M. S., 2004, "Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 8, pp. 256-279.

DEB, K., 2001, *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. 1 ed. Chichester, UK, John Wiley & Sons.

DOUBILET, P. M., 1988, "Statistical Techniques for Medical Decision Making: Applications to Diagnostic Radiology", *American Journal of Roentgenology*, v. 150, pp. 745-750.

DYER, J. S., 2005, "MAUT – Multiattribute Utility Theory", In: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (eds), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. 1 ed. Chapter 7. Boston, USA, Springer.

EBERHART, R. C., HU, X., 1999, "Human Tremor Analysis Using Particle Swarm Optimization", In: *Proceedings of 1999 Congress on Evolutionary Computation*, v. 3, pp. 1927-1930, Washington, DC, USA, July.

EDGAR, T. F., HIMMELBLAU, D. M., LASDON, L. S., 2001, *Optimization of Chemical Processes*. 2 ed. New York, McGraw-Hill.

EL-KADY, M. M., SALIM, M. S., EL-SHAGHEER, A. M., 2003, "Numerical Treatment of Multiobjective Optimal Control Problems", *Automatica*, v. 39, pp. 47-55.

FIELDSEND, J. E., SINGH, S., 2002, "A Multi-Objective Algorithm Based upon Particle Swarm Optimization, an Efficient Data Structure and Turbulence". In: *Proceedings of the 2002 U.K. Workshop on Computational Intelligence*, Birmingham, UK, pp. 37-44.

FIGUEIRA, J., MOUSSEAU, V., ROY, B., 2005, "Electre Methods". In: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (eds), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. 1 ed. Chapter 4. Boston, USA, Springer.

FONSECA, C. M., FLEMING, P. J., 1993, "Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization", In: *Genetic Algorithms: Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 416-423, S. Forrest, Ed. San Mateo, CA: Morgan Kaufman.

FORBES, J. F., MARLIN, T. E., 1996, "Design Cost: A Systematic Approach to Technology Selection for Model-Based Real-Time Optimization Systems", *Computers and Chemical Engineering*, v. 20, pp. 717-734.

FOUSKAKIS, D., DRAPER, D., 2002, "Stochastic Optimization: a Review", *International Statistical Review*, v. 70, pp. 315-349.

GILL, P. E., MURRAY, W., WRIGHT, M. H., 1981, *Practical Optimization*. 2 ed. New York, Academic Press Inc.

GUDISE, V. G., VENAYAGAMOORTHY, G. K., 2003, "Comparison of Particle Swarm Optimization and Backpropagation as Training Algorithms for Neural Networks". In: *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp. 110-117, Edinburgh, Scotland, UK, April.

HALSALL-WHITNEY, H, THIBAUT, J., 2006, "Multi-objective Optimization for Chemical Processes and Controller Design: Approximating and Classifying the Pareto Domain", *Computers & Chemical Engineering*, v. 30, pp. 1155-1168.

HERREROS, A., BAEYENS, E., PERÁN, J. R., 2002, "MRCD: A Genetic Algorithm for Multiobjective Robust Control Design", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 15, pp. 285-301.

HO, W. K., GAN, O. P., TAY, E. B., ANG, E. L., 1996, "Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PID Tuning Formulas", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, pp. 473-477.

HORN, J., 1997, "F1.9 Multicriteria Decision Making". In: Bäck, T., Fogel, D. B., Michalewicz, Z. (Eds.), *Handbook of Evolutionary Computation*, Bristol (UK): Institute of Physics Publishing.

HORN, J., NAFPLIOTIS, N., GOLDBERG, D. E., 1994, "A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization", In: *Proceedings of the First IEEE*

Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence, v.1, pp. 82–87, Orlando, FL, USA, June.

HU, X., EBERHART, R. C., 2002, “Multiobjective Optimization Using Dynamic Neighbourhood Particle Swarm Optimization”. In: *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2002)*, v. 2, pp. 1677-1681, Honolulu, HI, USA, May.

HU, X., EBERHART, R. C., SHI, Y., 2003, “Particle Swarm with Extended Memory for Multiobjective Optimization”. In: *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp. 193-197, Indianapolis, Indiana, USA, April.

KENNEDY, J., EBERHART, R., 1995, “Particle Swarm Optimization”. In: *IEEE International Conference on Neural Network*, v. 20, pp. 1942-1948, Perth, Australia.

LATADO, A., EMBIRUÇU, M., MATTOS NETO, A. G., PINTO, J. C., 2001, “Modeling of End-use Properties of Poly(propylene/ethylene) resins”, *Polymer Testing*, v. 20, pp. 419-439.

LEQUIN, O., GEVERS, M., MOSSBERG, M., BOSMANS, E., TRIEST, L., 2003, “Iterative Feedback Tuning of PID Parameters: Comparison with Classical Tuning Rules”, *Control Engineering Practice*, v. 11, pp. 1023-1033.

LI, X., 2004, “Better spread and convergence: Particle Swarm Multiobjective Optimization using the Maximum Fitness Function”. In: *Kalyanmoy Deb et al., editor, Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2004)*, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science v. 3102, pp. 117-128, Seattle, Washington, USA.

LIU, G. P., YANG, J. B., WHIDBORNE, J. F., 2003, *Multiobjective Optimisation and Control*. Baldock, Hertfordshire, England, Research Studies Press.

LOOTSMA, F. A., 1990, “The French and American School in Multi-criteria Decision Analysis”, *Recherche Operationelle*, v. 24, pp. 263-285.

MACIEJOWSKI, J. M., 2002, *Predictive Control with Constraints*. 1 ed. Harlow, UK, Prentice-Hall.

MOORE, J., CHAPMAN, R., 1999, "Application of Particle Swarm to Multiobjective Optimization", Department of Computer Science and Software Engineering, Auburn University.

MOSTAGHIM, S., TEICH, J., 2003a, "The Role of ϵ -Dominance in Multi Objective Particle Swarm Optimization Methods". In: *The 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2003)*, v. 3, pp. 1764-1771, Canberra, Australia, Dec.

MOSTAGHIM, S., TEICH, J., 2003b, "Strategies for Finding Good Local Guides in Multi-objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)". In: *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium (SIS 2003)*, pp. 26-33, Indianapolis, Indiana, USA, April.

MOSTAGHIM, S., TEICH, J., 2004, "Covering Pareto Optimal Fronts by Subswarms in Multi-objective Particle Swarm Optimization". In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004)*, v. 2, pp. 1404-1411, Portland, Oregon, USA, June.

NASCIMENTO, L. S. V., REIS JR., D. S., MARTINS, E. S. P. R., 2007, "Comparação de Algoritmos Evolucionários na Otimização Multiobjetivo de Sistemas de Reservatórios". In: *XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, pp. 1-20, São Paulo, Brasil, Nov.

NOCEDAL, J., WRIGHT, S. J., 1999, *Numerical Optimization*. 2 ed. New York, Springer.

OURIQUE, C. O., BISCAIA JR, E. C., PINTO, J. C., 2001, "On the Determination of Periodic Solutions of Autonomous Ordinary Differential Equations Using the Homotopy Method", *Latin American Applied Research*, v. 31, pp. 41-48.

OURIQUE, C. O., BISCAIA JR, E. C., PINTO, J. C., 2002, “The Use of Particle Swarm Optimization for Dynamical Analysis in Chemical Processes”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 26, pp. 1783-1793.

PARREIRAS, R. O., 2006, *Algoritmos Evolucionários e Técnica, s de Tomada de Decisão em Análise Multicritério*. Tese de D.Sc., Escola de Engenharia / UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil.

PARSOPOULOS, K. E., TASOULIS, D. K., VRAHATIS, M. N., 2004, “Multiobjective Optimization Using Parallel Vector Evaluated Particle Swarm Optimization”. In: *Proceedings of the IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications (AIA 2004)*, v. 2, pp. 823–828, Innsbruck, Austria. ACTA Press.

PARSOPOULOS, K. E., VRAHATIS, M. N., 2002, “Particle Swarm Optimization Method in Multiobjective Problems”. In: *Proceedings of the 2002 ACM Symposium on Applied Computing (SAC 2002)*, pp. 603-607, Madrid, Spain.

PINTO, J. C., 1998, “On the Costs of Parameter Uncertainties. Effects of Parameter Uncertainties During Optimization and Design of Experiments”, *Chemical Engineering Science*, v. 53, pp. 2029-2040.

POHEKAR, S. D., RAMACHANDRAN, M., 2004, “Application of Multi-criteria Decision Making to Sustainable Energy Planning – A Review”, *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, v. 8, pp. 365-381.

POLONI, C., GIURGEVICH, A., ONESTI, L., PEDIRODA, V., 2000, “Hybridization of a Multi-objective Genetic Algorithm, a Neural Network and a Classical Optimizer for a Complex Design Problem in Fluid Dynamics”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 186, pp. 403-420.

PORTER, B., JONES, A. H., 1992, “Genetic Tuning of Digital PID Controllers”, *Electronics Letters*, v. 28, n. 9, pp. 843-844.

PRETT, D. M., MORARI, M., 1987, *The Shell Process Control Workshop*. London: Butterworths.

QIN, S. J., BADGWELL, T. A., 1997, “An Overview of Industrial Model Predictive Control Technology”, In: *Proceedings of the 5th International Conference on Chemical Process Control*, pp. 232-256, Tahoe City, USA.

QIN, S. J., BADGWELL, T. A., 2003, “A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology”, *Control Engineering Practice*, v. 11, pp. 733-764.

RAJESH, J. K., GUPTA, S. K., RANGAIAH, G. P., RAY, A. K., 2001, “Multi-objective Optimization of Industrial Hydrogen Plants”, *Chemical Engineering Science*, v. 56, pp. 999-1010.

REYES-SIERRA, M., COELLO, C. A. C., 2005, “Improving PSO-based Multi-objective Optimization using Crowding, Mutation and ϵ -Dominance”. In: *Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO 2005)*, LNCS 3410, Springer-Verlag, pp. 505-519, Guanajuato, México.

REYES-SIERRA, M., COELLO, C. A. C., 2006, “Multi-objective Particle Swarm Optimizers: A Survey of the State-of-the-Art”, *International Journal of Computational Intelligence Research*, v. 2, pp. 287-308.

RODRIGUES, A. W., BRASILEIRO, M. I., ARAÚJO, W. D., ARAÚJO, E. M., NEVES, G. A., MELO, T. J. A., 2007, “Desenvolvimento de Nanocompósitos Polipropileno/Argila Bentonita Brasileira: I Tratamento da Argila e Influência de Compatibilizantes Polares nas Propriedades Mecânicas”, *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, v. 17, pp. 219-227.

ROY, B., PRÉSENT, M., SILHOL, D., 1986, “A Programming Method for Determining which Paris Metro Stations Should Be Renovated”, *European Journal of Operational Research*, v. 24, pp. 318-334.

SAATY, R. W., 1987, “The Analytic Hierarchy Process – What It Is and How It Is Used”, *Mathematical Modeling*, v. 9, pp. 161-176.

SAATY, T. L., 2005, “The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making”. In: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (eds), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. 1 ed. Chapter 9, Boston, USA, Springer.

SCHÜTZE, O., JOURDAN, L., LEGRAND, T., TALBI, E., WOJKIEWICZ, J., 2008, “New Analysis of the Optimization of Electromagnetic Shielding Properties Using Conducting Polymers and a Multi-objective Approach”, *Polymers for Advanced Technologies*, v. 19, pp. 762-769.

SCHWAAB, M., LEMOS, L. P., PINTO, J. C., 2008, “Optimum Reference Temperature for Reparameterization of the Arrhenius Equation. Part 2: Problems Involving Multiple Reparameterizations”, *Chemical Engineering Science*, v. 63, pp. 2895-2906.

SCHWAAB, M., PINTO, J. C., 2007, “Optimum Reference Temperature for Reparameterization of the Arrhenius Equation. Part 1: Problems Involving One Kinetic Constant”, *Chemical Engineering Science*, v. 62, pp. 2750-2764.

SEBORG, D. E., EDGAR, T. F., MELLICHAMP, D. A., 1989, *Process Dynamics and Control*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons.

SHI, Y., EBERHART, R., 1998, “A Modified Particle Swarm Optimizer”. In: *Proc. Conference on Evolutionary Computation*, Anchorage, Alaska, pp. 69-73.

SILVA, C. M., 2003, *Desenvolvimento de um Algoritmo de Otimização Multiobjetivo usando Algoritmos Genéticos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

SILVA, C. M., BISCAIA JR, E. C., 2003, “Genetic Algorithm Development for Multi-objective Optimization of Batch Free-Radical Polymerization Reactors”, *Computers & Chemical Engineering*, v. 27, pp. 1329-1344.

SILVA, C. M., BISCAIA JR, E. C., 2004, “Multi-Objective Dynamic Optimization of Semi-Batch Polymerization Processes”, *Macromolecular Symposia*, v. 206, pp. 291-306.

SISKOS, Y., GRIGOROUDIS, E., ZOPOUNIDIS, C., SAURAI, O., 1998, “Measuring Customer Satisfaction Using a Collective Preference Disaggregation Model”, *Journal of Global Optimization*, v. 12, pp. 175-195.

TAN, W., LIU, J., CHEN, T., MARQUEZ, H. J., 2006, “Comparison of Well-Known PID Tuning Formulas”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 30, pp. 1416-1423.

TARAFDER, A., RANGAIAH, G. P., RAY, A. K., 2007, “A Study of Finding Many Desirable Solutions in Multiobjective Optimization of Chemical Processes”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, pp. 1257-1271.

TRELEA, I. O., 2003, “The Particle Swarm Optimization Algorithm: Convergence Analysis and Parameter Selection”, *Information Processing Letters*, v. 85, pp. 317-325.

VAN DEN BERG, F., ENGELBRECHT, A. P., 2006, “A Study of Particle Swarm Optimization Particle Trajectories”, *Information Sciences*, v. 176, pp. 937-971.

VLACHOS, C., WILLIAMS, D., GOMM, J. B., 2002, “Solution to the Shell Standard Control Problems Using Genetically Tuned PID Controllers”, *Control Engineering Practice*, v. 10, pp. 151-163.

VLACHOS, C., WILLIAMS, D., GOMM, J. B., 1998, “Solution to the Shell Standard Control Problem Using Genetic Algorithms”, In: *UKACC International Conference on Control '98*, v. 2, pp. 1587–1592, Swansea, UK, Sep.

WACHOWIAK, M. P., SMOLÍKOVÁ, R., ZHENG, Y., ZURADA, J. M., ELMAGHRABY, A. S., 2004, “An Approach to Multimodal Biomedical Image Registration Utilizing Particle Swarm Optimization”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 8, pp. 289-301.

WANG, Q., LEE, T., FUNG, H., BI, Q., ZHANG, Y., 1999, “PID Tuning for Improved Performance”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 7, pp. 457-465.

XIAO-HUA, Z., HONG-YUN, M., LI-CHENG, J., 2005, “Intelligent Particle Swarm Optimization in Multiobjective Optimization”. In: *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2005)*, v. 1, pp. 714-719, Edinburgh, Scotland, UK.

YOSHIDA, H., KAWATA, K., FUKUYAMA, Y., TAKAYAMA, S., NAKANISHI, Y., 2000, “A Particle Swarm Optimization for Reactive Power and Voltage Control Considering Voltage Security Assessment”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, pp. 1232-1239.

ZHANG, C., SHAO, H., LI, Y., 2000, “Particle Swarm Optimisation for Evolving Artificial Neural Network”, In: *2000 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, v. 4, pp. 2487–2490, Nashville, TN, USA, Oct.

ZHANG, L. B., ZHOU, C. G., LIU, X. H., MA, Z. Q., LIANG, Y. C., 2003, “Solving Multi Objective Optimization Problems using Particle Swarm Optimization”. In: *Congress on Evolutionary Computation (CEC 2003)*, IEEE Press, v. 3, pp. 2400–2405, Canberra, Australia.

ZITZLER, E., 1999, *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*. Tese de D.Sc., Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, Suíça.

ZITZLER, E., THIELE, L., 1999, “Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 3, pp. 257-271.