



SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS NÃO NEWTONIANOS NÃO
ISOTÉRMICOS E SUA APLICAÇÃO À ENGENHARIA DE POÇOS DE
PETRÓLEO

Mateus Palharini Schwalbert

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha
Lage
Argimiro Resende Secchi

Rio de Janeiro
Março de 2013

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS NÃO NEWTONIANOS NÃO
ISOTÉRMICOS E SUA APLICAÇÃO À ENGENHARIA DE POÇOS DE
PETRÓLEO

Mateus Palharini Schwalbert

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
QUÍMICA.

Examinada por:

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Prof. Argimiro Resende Secchi, D.Sc.

Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D.Sc.

Dr. André Leibsohn Martins, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2013

Schwalbert, Mateus Palharini

Simulação de Escoamentos Não Newtonianos Não Isotérmicos e sua Aplicação à Engenharia de Poços de Petróleo/Mateus Palharini Schwalbert. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

XXVI, 210 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Argimiro Resende Secchi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Química, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 185 – 198.

1. fluidodinâmica de poços. 2. fluidos não Newtonianos. 3. OpenFOAM. 4. termofluidodinâmica computacional. I. Lage, Paulo Laranjeira da Cunha *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Química. III. Título.

*À minha pequena princesa, Aline
Elentári, seu lobo gigante, Fox
Mulder, e à pequena Yoda Dana
Scully.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que me apoiaram e me ajudaram de alguma maneira a realizar este Mestrado.

Em especial à Aline, que sempre esteve lá, tanto nos momentos felizes quanto nos difíceis.

À minha família, que sempre me apoiou.

Aos meus orientadores, Paulo e Argimiro, pela ajuda contínua e pelas palavras de sabedoria.

Ao pessoal do Laboratório de Termofluidodinâmica (LTFD), por toda a ajuda e camaradagem.

Ao professor Marcio Schwaab, um dos principais motivos de eu ter vindo para a COPPE.

Ao André, à Kese e ao Adit, por me acolherem na chegada ao Rio de Janeiro.

A todos os demais excelentes professores do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), em especial ao Fred Tavares e ao Evaristo, pelas excelentes aulas ministradas.

Ao pessoal da “Interação Rocha-Fluido” e da “Perfuração e Completação de Poços” do Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello (CENPES), pela ajuda e dados fornecidos, e pela prestreza em fazê-los.

À Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras), por tornar possível o término deste Mestrado.

Aos meus amigos de sempre.

Ao Fox Mulder, pela constante alegria em me receber.

E à Ygritte, pelas mais sábias palavras: “você não sabe nada, Jon Snow”.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTOS NÃO NEWTONIANOS NÃO
ISOTÉRMICOS E SUA APLICAÇÃO À ENGENHARIA DE POÇOS DE
PETRÓLEO

Mateus Palharini Schwalbert

Março/2013

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage
Argimiro Resende Secchi

Programa: Engenharia Química

Diversos fluidos utilizados na indústria do petróleo apresentam comportamento não Newtoniano, com reologia fortemente dependente da temperatura. Os efeitos do escoamento desses fluidos, tal como o transporte de sólidos e a perda de carga com resultante pressão no poço, são de grande importância para a engenharia de poços de petróleo. Apresenta-se, nesta dissertação, o desenvolvimento de um código computacional que permite a simulação do escoamento com transferência de calor de fluidos não-Newtonianos, com a reologia dependente da temperatura, e acoplamento multi-domínio, considerando domínios fluidos e sólidos. O código foi desenvolvido utilizando o método dos volumes finitos, na linguagem de programação *C++*, utilizando o pacote de fluidodinâmica computacional *OpenFOAM*®[®], versão *1.6-ext*. Foi desenvolvido um *solver* denominado *NINNF* (*Non Isothermal Non Newtonian “Foam”*) para resolver escoamentos em um único domínio fluido, com acoplamento pressão-velocidade segundo o algoritmo *PIMPLE*. Este *solver* foi estendido para o *coupledMRNINNF* (*Coupled Multi-Region Non Isothermal Non Newtonian “Foam”*), que permite acoplamento da transferência de calor entre domínios fluidos e sólidos. São apresentados também os resultados de alguns exemplos de utilização destas ferramentas computacionais. Entre eles, é demonstrado que o gradiente radial de temperatura e a rotação influenciam a perda de carga em um poço de petróleo, e são apresentados alguns cálculos de transporte de sólidos, analisando a influência das forças de arrasto, de sustentação e centrífuga. Por fim, é proposto um modelo simplificado para o acoplamento da transferência de calor entre o fluido do anular e o tubo interno.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

SIMULATION OF NON-NEWTONIAN NON-ISOTHERMAL FLOW AND ITS APPLICATION TO OIL WELL ENGINEERING

Mateus Palharini Schwalbert

March/2013

Advisors: Paulo Laranjeira da Cunha Lage
Argimiro Resende Secchi

Department: Chemical Engineering

Several fluids used in oil and gas industry exhibit non-Newtonian behavior, with rheology strongly dependent on temperature. The flow effects of these fluids, such as solids transport and pressure drop with resultant well pressure, are of great importance for oil well engineering. This work presents the development of a computational code for simulating the flow and heat transfer of non-Newtonian incompressible fluids, with temperature dependent rheology, and multi-region coupling, considering fluid and solid domains. The code was developed using the finite volume method, in the *C++* programming language, using the *CFD* package *OpenFOAM*®, version *1.6-ext*. A code named *NINNF* (Non Isothermal Non Newtonian “Foam”) was developed to simulate flow in one fluid domain, with pressure-velocity coupling using the *PIMPLE* algorithm. That solver was extended to the *coupledMRNINNF* (Coupled Multi-Region Non Isothermal Non Newtonian “Foam”), that allows heat transfer coupling between fluid and solid domains. Some results of this computational tool are also presented. It is demonstrated that the radial temperature gradient and rotation influence the pressure drop in an oil well, and some solids transport calculations are presented, analyzing the effects of drag, lift and centrifugal forces. Finally, a simplified model is proposed for heat transfer coupling between annular and internal tube fluids.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xv
Lista de Abreviaturas	xxvi
1 Introdução	1
1.1 A Construção de Poços de Petróleo	2
1.2 Fluidos de Perfuração	3
1.2.1 Efeitos do gradiente de temperatura no carreamento	4
1.3 Perdas de Carga na Circulação de Fluidos de Perfuração	8
2 Revisão Bibliográfica	10
2.1 Revisão da Literatura acerca da Fluidodinâmica na Perfuração	10
2.2 A Modelagem Matemática	15
2.2.1 A Equação da Continuidade	16
2.2.2 A Equação do Movimento	16
2.2.3 A Equação da Quantidade de Movimento Angular	16
2.2.4 A Equação da Energia	17
2.3 Equações Constitutivas	18
2.3.1 A Lei de Fourier	19
2.3.2 A Lei de Newton da Viscosidade	20
2.4 Modelos Reológicos Isotérmicos	23
2.4.1 O Fluido Newtoniano Generalizado	23
2.4.2 O Modelo de Potência de Ostwald e de Waele	25
2.4.3 O modelo <i>power-law</i> condicional de Spriggs	26
2.4.4 O Modelo de Bingham	27
2.4.5 O Modelo de Herschel-Bulkley	28
2.4.6 As Modificações do modelo de Herschel-Bulkley	29
2.4.7 O Modelo de Casson	30

2.4.8	O Modelo de Eyring e suas variações	30
2.4.9	O Modelo de Ellis	31
2.4.10	Os Modelos de Carreau e Carreau-Yasuda	31
2.4.11	O Modelo de Cross	32
2.4.12	A Tixotropia	32
2.4.13	A Viscoelasticidade	33
2.5	A Dependência da Reologia com a Temperatura	38
2.6	A Fluidodinâmica Computacional	42
2.6.1	Discretização da Equação de Transporte	44
2.6.2	Esquemas de Interpolação	50
2.6.3	Acoplamento Pressão-Velocidade	57
2.6.4	Modelos de Turbulência	59
2.6.5	Simulação de Fluidos não Newtonianos	62
2.7	Transporte de Sólidos	62
2.7.1	A força de arrasto	64
2.7.2	A Força de Sustentação	75
2.8	Perda de Carga	77
3	Metodologia	81
3.1	Modelagem Matemática	82
3.1.1	A Equação da Continuidade	83
3.1.2	A Equação do Movimento	83
3.1.3	A Equação da Energia	84
3.2	O Problema Teste Utilizado	85
3.2.1	Parâmetros de Entrada Utilizados nos Casos Teste	87
3.2.2	Condições de Contorno e Iniciais	89
3.2.3	Condições de Contorno Implementadas no <i>Software</i> <i>OpenFOAM</i> ®	98
3.2.4	Modelo Reológico	103
3.3	Estimação dos Parâmetros Reológicos	105
3.3.1	Viscosímetro de Cilindros Concêntricos	106
3.3.2	Considerações para Estimação dos Parâmetros Reológicos	108
3.3.3	O Método de Otimização	110
3.4	A Análise de Carreamento	112
3.4.1	Força de Arrasto	113
3.4.2	A Força de Sustentação	115
3.4.3	A Pseudoforça Centrífuga	115
3.5	Códigos Desenvolvidos	116
3.5.1	O <i>solver</i> NINNF	116

3.5.2	O <i>solver</i> <i>coupledMRNINNF</i>	121
3.5.3	Modificação da biblioteca <i>transportModels</i>	124
4	Resultados e Discussões	127
4.1	Testes do <i>coupledMRNINNF</i>	127
4.2	Resultados prévios com acoplamento	132
4.3	Simulações do domínio anular	142
4.3.1	Perfis de Temperatura e Velocidade	145
4.3.2	Análise de Carreamento	152
4.3.3	Análise da Perda de Carga	171
4.4	Exemplo de Poço Horizontal	176
4.5	Exemplo de Poço de Maior Diâmetro	177
4.6	Estimativa do custo computacional da simulação de um poço completo	177
5	Conclusões	180
5.1	Sobre o <i>coupledMRNINNF</i> e o <i>NINNF</i>	180
5.2	Sobre os exemplos simulados	181
5.3	Desenvolvimentos Futuros	182
	Referências Bibliográficas	185
A	Utilização do <i>coupledMRNINNF</i>	199
B	Modelo simplificado para a transferência de calor	207

Lista de Figuras

1.1	Caminho percorrido pelo fluido de perfuração	3
2.1	Geometria usada para simular leito sólido	12
2.2	Vetores \mathbf{d} e \mathbf{S} em uma malha não ortogonal. Fonte: JASAK (1996) .	46
2.3	Vetores $\mathbf{\Delta}$ e \mathbf{k} em uma malha não ortogonal. Fonte: JASAK (1996) .	47
2.4	Notação de nomenclatura das pontos, na análise dos esquemas de interpolação para o termo advectivo	50
2.5	Diagrama NVD	56
2.6	Diagrama NVD	56
2.7	Força de Saffman agindo sobre uma partícula esférica	76
3.1	Esquema ilustrando as condições de contorno dos casos teste	90
3.2	Malha tipo cunha (<i>wedge</i>) utilizada nas simulações mono-domínio . .	99
3.3	Malha tridimensional em quadrante utilizada nas simulações com acoplamento	101
3.4	Viscosímetro Fann 35A $\text{\textcircled{R}}$	105
4.1	Esquema ilustrando as placas sólidas utilizadas para testar o <i>coupledMRNINNF</i>	128
4.2	Teste de acoplamento da transferência de calor entre dois sólidos . . .	130
4.3	Teste de acoplamento da transferência de calor entre dois sólidos . . .	130
4.4	Teste de acoplamento da transferência de calor entre dois sólidos . . .	131
4.5	Teste de acoplamento da transferência de calor entre dois sólidos . . .	131
4.6	Análise de convergência em malha: perfil radial de T a $100m$ do fundo	134
4.7	Análise de convergência em malha: perfil radial de T a $300m$ do fundo	134
4.8	Análise de convergência em malha: perfil radial de T a $500m$ do fundo	135
4.9	Análise de convergência em malha: perfil axial de T no contato coluna-anular	135
4.10	Análise de convergência em malha: perfil axial de T no centro da coluna	136
4.11	Análise de estado estacionário: maior variação do campo de pressão ao longo do tempo	137

4.12	Análise de estado estacionário: maior variação do campo de temperatura ao longo do tempo	137
4.13	Análise de estado estacionário: maior variação do campo de velocidade ao longo do tempo	138
4.14	Dependência do número de Nusselt com o número de Reynolds	139
4.15	Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 200m do fundo	143
4.16	Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 400m do fundo	144
4.17	Análise de convergência no tempo: maior variação de cada campo ao longo do tempo	144
4.18	Comparação das simulações multi- e mono-domínio: perfil radial de temperatura a 200m do fundo	145
4.19	Comparação das simulações multi- e mono-domínio: perfil radial de temperatura a 400m do fundo	146
4.20	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 200m do fundo do poço .	146
4.21	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 400m do fundo do poço .	147
4.22	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 500m do fundo do poço .	147
4.23	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 700m do fundo do poço .	148
4.24	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 400m do fundo do poço .	148
4.25	Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, a 400m do fundo do poço .	149
4.26	Perfil radial de temperatura nas 4 rotações, a 400m do fundo do poço	149
4.27	Perfil radial de velocidade nas 4 rotações a 300gpm	150
4.28	Perfil radial de velocidade nas 4 rotações a 500gpm	151
4.29	Perfil radial de velocidade tangencial nas 4 rotações a 300gpm	151
4.30	Perfil radial de velocidade tangencial nas 4 rotações a 500gpm	152
4.31	Comparação dos perfis radiais de velocidade tangencial a 300 e 500gpm	153
4.32	Análise de carregamento na vazão de 300gpm e rotação de 0rpm	155
4.33	Análise de carregamento na vazão de 300gpm e rotação de 0rpm	155
4.34	Análise de carregamento na vazão de 300gpm e rotação de 0rpm	156
4.35	Análise de carregamento na vazão de 300gpm e rotação de 150rpm	156
4.36	Análise de carregamento na vazão de 400gpm e rotação de 0rpm	157
4.37	Análise de carregamento na vazão de 400gpm e rotação de 0rpm	157
4.38	Análise de carregamento na vazão de 400gpm e rotação de 0rpm	158
4.39	Análise de carregamento na vazão de 400gpm e rotação de 150rpm	158
4.40	Análise de carregamento na vazão de 500gpm e rotação de 0rpm	159
4.41	Análise de carregamento na vazão de 500gpm e rotação de 0rpm	159
4.42	Análise de carregamento na vazão de 500gpm e rotação de 0rpm	160
4.43	Análise de carregamento na vazão de 500gpm e rotação de 150rpm	160
4.44	Perfil radial da força de sustentação a 500gpm e 150rpm	163
4.45	Perfil radial da força inercial centrífuga a 300gpm nas quatro rotações	164

4.46	Perfil radial da força resultante radial a 300gpm nas quatro rotações .	164
4.47	Perfil radial da força resultante radial a 500gpm nas quatro rotações .	165
4.48	Perfil radial da força de sustentação a 300gpm nas quatro rotações . .	166
4.49	Perfil radial da força de sustentação a 500gpm nas quatro rotações . .	166
4.50	Perfil radial da força de sustentação a nas três vazões simuladas, na rotação de 100rpm	167
4.51	Perfil radial da resultante entre as forças de sustentação e centrífuga nas três vazões simuladas	167
4.52	Perfil radial da aceleração resultante radial nas três vazões simuladas	168
4.53	Região em que a força resultante radial se anula, para as 4 rotações .	170
4.54	Perfil radial das velocidades de carreamento, com a região em que a força radial se anula indicada	170
4.55	Comparação da perda de carga resultante das simulações e calculada pelo método tradicional recomendado por API (2009)	172
4.56	Comparação do perfil de velocidade resultante das simulações e cal- culada pela solução analítica proposta por API (2009)	173
4.57	Perfil axial de pressão na vazão de 300gpm nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional recomendado por API (2009) . . .	173
4.58	Perfil axial de pressão na vazão de 400gpm nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional recomendado por API (2009) . . .	174
4.59	Perfil axial de pressão na vazão de 500gpm nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional recomendado por API (2009) . . .	174
4.60	Comparação da perda de carga resultante das simulações a 1500gpm e calculada pelo método tradicional	176
4.61	Perfis radiais de temperatura no poço horizontal	177
4.62	Perfis radiais de temperatura no poço de diâmetro 0,311m (12 1/4") .	178

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades físicas usadas nas simulações.	88
3.2	Características geométricas do trecho de poço simulado.	88
3.3	Condições operacionais das simulações.	88
4.1	Características das malhas utilizadas nas simulações iniciais com aco- plamento.	132
4.2	Características das malhas utilizadas nas simulações mono-domínio. .	143

Lista de Símbolos

$(\cdot)_P$	propriedade (\cdot) , avaliada no ponto P , p. 44
$(\cdot)_f$	propriedade (\cdot) , avaliada na face f , p. 44
$(\phi)_{AO}$	ϕ_f interpolada por um determinado esquema de alta ordem, na análise dos esquemas TVD, p. 54
$(\phi)_{upwind}$	ϕ_f interpolada pelo esquema <i>upwind</i> , p. 54
A_p	área superficial da partícula, m^2 , p. 67
A_{bob}	área externa da superfície do <i>bob</i> no viscosímetro de cilindros concêntricos, m^2 , p. 108
C_p	calor específico a pressão constante, $JK^{-1}kg^{-1}$, p. 18
$C_{D,\infty}$	solução assintótica de C_D para escoamentos turbulentos, da Correlação de LARUCCIA (1990), adimensional, p. 74
$C_{D,o}$	solução assintótica de C_D para o regime de Stokes, da Correlação de LARUCCIA (1990), adimensional, p. 74
D_p	diâmetro característico da partícula, m , p. 67
D_t	diâmetro do tubo cilíndrico em que caem as esferas na correlação de TURIAN (1964), m , p. 70
El	<i>número de Ellis</i> , adimensional da correlação de CHHABRA <i>et al.</i> (1981), p. 70
F_f	fluxo mássico através da face f , $kgm^{-2}s^{-1}$, p. 46
F_{obj}	função objetivo a ser minimizada para a estimação dos parâmetros reológicos, p. 110
G	módulo elástico da Lei de Hooke, Pa , p. 27
$I(\dot{\gamma})$	primeiro invariante do tensor taxa de deformação, p. 24

$II(\dot{\gamma})$	segundo invariante do tensor taxa de deformação, p. 24
$III(\dot{\gamma})$	terceiro invariante do tensor taxa de deformação, p. 24
J	torque transmitido pelo fluido ao <i>bob</i> do viscosímetro de cilindros concêntricos, Nm , p. 107
$K_1(\varphi)$	função empírica da correlação de PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948), adimensional, p. 68
$K_2(\varphi)$	função empírica da correlação de PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948), adimensional, p. 68
L_{bob}	comprimento dos cilindros <i>bob</i> no viscosímetro de cilindros concêntricos, m , p. 108
N	velocidade de rotação imposta ao viscosímetro Fann 35A, rpm , p. 107
N_{exp}	número de medidas experimentais, p. 110
R_1	raio do cilindro interno, estacionário, do viscosímetro de cilindros concêntricos, m , p. 107
R_1	raio interno da coluna de perfuração, m , p. 89
R_2	raio do cilindro externo, móvel, do viscosímetro de cilindros concêntricos, m , p. 107
R_2	raio externo da coluna de perfuração, m , p. 89
R_3	raio externo da região anular, m , p. 89
Re	número de Reynolds, adimensional, p. 66
Re_p	número de Reynolds da partícula, nos estudos de sedimentação, adimensional, p. 66
Re_{Car}	número de Reynolds generalizado para o modelo de Carreau, adimensional, p. 71
Re_{El}	número de Reynolds generalizado para o modelo de Ellis, adimensional, p. 70
Re_{PL}	número de Reynolds generalizado para o fluido <i>power-law</i> , adimensional, p. 69

$Re_{fim\ lam.}$	número de Reynolds crítico em que começa a transição do regime laminar para o turbulento, adimensional, p. 78
Re_{gen}	número de Reynolds generalizado para qualquer modelo reológico puramente viscoso, adimensional, p. 69
$Re_{in. turb.}$	número de Reynolds crítico em que termina a transição do regime laminar para o turbulento; com $Re \geq Re_{in. turb.}$, pode-se admitir o regime turbulento com segurança, segundo API (2009), adimensional, p. 78
T	temperatura, K , p. 18
TFA	área total dos jatos da broca (sigla para <i>Total Flow Area</i>), m^2 , p. 93
TV	<i>total variation</i> , variação total da variável transportada ao longo do domínio, no esquema de interpolação <i>TV D</i> , p. 54
T_g	Temperatura de transição vítrea de polímeros, K , p. 40
T_o	temperatura de referência; parâmetro dos modelos reológicos não isotérmicos, K , p. 39
T_{geo}	gradiente geotérmico, K , p. 91
U_θ	componente na direção de \hat{e}_θ do vetor \mathbf{U} , m/s , p. 113
$U_{p,\theta}$	componente na direção de \hat{e}_θ do vetor \mathbf{U}_p , m/s , p. 113
$U_{p,r}$	componente na direção de \hat{e}_r do vetor \mathbf{U}_p , m/s , p. 113
U_r	componente na direção de \hat{e}_r do vetor \mathbf{U} , m/s , p. 113
$U_{z,med,an}$	velocidade média resultante na direção axial no anular, p. 88
$U_{z,med,col}$	velocidade média resultante na direção axial no interior da coluna de perfuração, p. 88
V	valor instantâneo da variável V , no estudo da turbulência, p. 59
V'	flutuação da variável V , no estudo da turbulência, p. 59
$VSMALL$	valor pequeno definido pelo OpenFOAM para evitar <i>overflow</i> por divisão por zero, adimensional, p. 104

V_p	volume da partícula sólida, m^3 , p. 63
X	função modificadora que corrige o coeficiente de arrasto segundo SLATTERY (1962), adimensional, p. 69
$X(\varphi)$	coeficiente de arrasto assintótico para $Re_{gen} \rightarrow \infty$, segundo LARUCCIA (1990), adimensional, p. 74
X_i	limite inferior da função modificadora X , adimensional, p. 69
X_s	limite superior da função modificadora X , adimensional, p. 69
ΔT_{br}	aumento de temperatura devido à dissipação de energia na região dos jatos da broca, K , p. 93
$\Delta \tilde{H}$	energia de ativação ao escoamento, parâmetro do modelo de a_T do tipo Arrhenius, $JK^{-1}mol^{-1}$, p. 40
Γ_ϕ	difusividade da variável transportada ϕ , p. 44
Λ	número adimensional da correlação de CHHABRA e UHLHERR (1980b), adimensional, p. 71
Ψ	função escalar da correlação de MASSARANI e TELLES (1977), p. 72
Θ	ângulo de torção observado no viscosímetro Fann 35A, <i>graus</i> (usual) ou radianos (SI), p. 108
α	parâmetro dos modelos reológicos de Sutterby-Eyring e Ellis, adimensional, p. 31
α_k	fator de mobilidade, parâmetro do Modelo Viscoelástico de Giesekus, adimensional, p. 37
$\bar{T}_{saída\ coluna}$	temperatura média de mistura do fluido na saída da coluna, K , p. 93
\mathbf{D}	parte simétrica de $\nabla \mathbf{U}$, s^{-1} , p. 21
\mathbf{F}_D	força de arrasto, N , p. 63
\mathbf{F}_f	força exercida sobre a partícula pelo fluido, N , p. 63
\mathbf{F}_\downarrow	força resultante da soma entre o peso e o empuxo em uma partícula mais densa que o fluido em que está imersa, N , p. 63

\mathbf{F}_{empuxo}	força de empuxo que age sobre uma partícula submersa, N , p. 63
\mathbf{F}_{peso}	força gravitacional que age sobre uma partícula, N , p. 63
\mathbf{S}	vetor de área de cada face em torno do volume de controle em torno de P , cuja magnitude é a área da face e cuja direção aponta para fora do volume V_P , m^2 , p. 45
\mathbf{U}^*	estimativa inicial do campo de velocidade, no algoritmo PISO, m/s , p. 58
\mathbf{U}_p	velocidade de queda da esfera em relação ao fluido não-perturbado, m/s , p. 63
\mathbf{d}	vetor que liga o centróide dos volumes P e N ; vide Figura 2.2, p. 46
\mathbf{g}	força de campo, no caso a aceleração gravitacional, m/s^2 , p. 16
\mathbf{k}	vetor paralelo à face entre dois volumes, responsável pela contribuição não ortogonal do produto $\mathbf{S} \cdot (\nabla\phi)_f$; vide Figura 2.3, p. 47
l	força de arrasto por unidade de volume, $\frac{\mathbf{F}_D}{V_p}$, N/m^3 , p. 72
\mathbf{r}	vetor posição, m , p. 16
Δ	vetor com mesma direção que \mathbf{d} , responsável pela contribuição ortogonal do produto $\mathbf{S} \cdot (\nabla\phi)_f$; vide Figura 2.3, p. 47
α	vetor com os valores dos parâmetros a serem estimados, p. 109
α_o	estimativa inicial dos parâmetros para utilização do Método de Newton, p. 110
δ	vetor deslocamento relativo dos pontos materiais, m , p. 27
γ	tensor deformação, adimensional, p. 27
κ	condutividade térmica anisotrópica, $Wm^{-1}K^{-1}$, p. 20
ω_p	velocidade angular da partícula, na análise do carreamento, rad/s , p. 116

ψ	vetor que agrupa os parâmetros reológicos do fluido, em um problema de sedimentação, p. 67
τ	tensor tensão, <i>Pa</i> , p. 16
τ_P	contribuição do polímero para o tensor tensão, <i>Pa</i> , p. 36
τ_S	contribuição do solvente para o tensor tensão, <i>Pa</i> , p. 36
$\tau_{P,k}$	contribuição do polímero de modo de relação λ_k para o tensor tensão, no Modelo de Maxwell Generalizado, <i>Pa</i> , p. 36
ε	tensor de terceira ordem de permutação, p. 17
φ	vetor que agrupa os parâmetros de forma da partícula, em um problema de sedimentação, p. 67
$\xi(\dot{\gamma})$	função que descreve a tensão em função da taxa de cisalhamento na temperatura de referência T_o , <i>Pa</i> , p. 39
H_α	matriz Hessiana em relação ao vetor α , cujas componentes são $\frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}$, p. 111
I	tensor identidade, p. 17
$\dot{\gamma}$	tensor taxa de cisalhamento, s^{-1} , p. 21
\hat{e}_z	vetor unitário na direção do eixo z , p. 113
\hat{e}_θ	vetor unitário na direção da coordenada angular θ , p. 107
q	vetor fluxo de calor, W/m^2 , p. 17
$s^{(k)}$	passo de Newton da iteração k , no Método de Newton, p. 111
x^e	vetor com as medidas experimentais das variáveis independentes $\dot{\gamma}_{r\theta}$ e T , p. 109
x	vetor com os valores verdadeiros das variáveis independentes $\dot{\gamma}_{r\theta}$ e T , p. 109
y^e	vetor com as medidas experimentais da variável dependente $\tau_{r\theta}$, p. 109
$y^m(x, \alpha)$	vetor com os valores estimados pelo modelo da variável dependente $\tau_{r\theta}$, p. 109

\mathbf{y}	vetor com os valores verdadeiros da variável dependente $\tau_{r\theta}$, p. 109
$\frac{D(\cdot)}{Dt}$	derivada material ou substantiva, igual a $\frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla(\cdot)$, p. 18
$\dot{\gamma}$	magnitude do tensor taxa de cisalhamento, ou simplesmente taxa de cisalhamento, s^{-1} , p. 24
$\dot{\gamma}^*$	taxa de cisalhamento característica da correlação de MASSA-RANI e TELLES (1977), s^{-1} , p. 72
$\dot{\gamma}_o$	taxa de cisalhamento de transição; parâmetro do modelo de Spriggs, s^{-1} , p. 26
$\dot{\gamma}_r$	taxa de cisalhamento reduzida do método das variáveis reduzidas, s^{-1} , p. 39
$\dot{\gamma}_w$	taxa de cisalhamento na parede, s^{-1} , p. 78
ϵ	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, no estudo dos modelos de turbulência, $m^2 s^{-3}$ ou $Jkg^{-1} s^s$, p. 60
η	viscosidade aparente, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 21
η_1	parâmetro do modelo reológico de Powell-Eyring, adimensional, p. 31
η_S	viscosidade do solvente em uma solução polimérica, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 39
η_∞	viscosidade aparente a altas taxas, parâmetro reológico, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 32
η_k	parâmetro do Modelo Viscoelástico de Maxwell Generalizado, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 35
η_o	viscosidade efetiva a baixas taxas de cisalhamento, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 29
η_r	viscosidade aparente reduzida do método das variáveis reduzidas, $kgm^{-1} s^{-1}$, p. 39
\hat{V}	volume específico, igual ao inverso da massa específica, m^3/kg , p. 18
\hat{n}	vetor unitário normal a um determinado contorno, p. 92

\hat{h}	entalpia específica, ou por unidade de massa, J/kg , p. 18
\hat{u}	energia interna específica, ou por unidade de massa, J/kg , p. 17
λ	tempo de relaxação do modelo viscoelástico linear de Maxwell, s , p. 35
λ_k	tempos de relaxação do Modelo Viscoelástico de Maxwell Generalizado, s , p. 35
λ_o	constante de tempo, parâmetro dos modelos de Eyring e suas variações, s , p. 30
\mathbf{U}	velocidade do fluido, m/s , p. 16
\mathcal{T}_o	tempo característico de variação de \bar{V} , no estudo da turbulência, s , p. 59
μ_p	viscosidade plástica; parâmetro reológico do modelo de Bingham, $kgm^{-1}s^{-1}$, p. 27
∇_{α}	operador vetorial “gradiente em relação ao vetor α ”, cujas componentes $(\nabla_{\alpha})_i$ são iguais a $\frac{\partial}{\partial \alpha_i}$, p. 111
$\nu(\dot{\gamma})$	viscosidade cinemática aparente, m^2/s , p. 104
ν_o	viscosidade cinemática a baixas taxas, m^2/s , p. 104
ω	velocidade angular de rotação da coluna de perfuração, s^{-1} , p. 91
ω	velocidade angular do cilindro do viscosímetro, s^{-1} , p. 107
\bar{V}	média temporal da variável V , p. 59
$\overline{\mathbf{U}'\mathbf{U}'}$	tensor tensão de Reynolds, m^2s^{-2} ou Pam^3/kg , p. 60
ϕ	variável transportada, p. 44
$\phi(\varphi)$	função escalar da esfericidade da correlação de MASSARANI e TELLES (1977), adimensional, p. 73
ϕ_P^n	avaliação da propriedade ϕ no tempo t^n e no ponto P , ou seja, $\phi_P(t^n)$, p. 48

ϕ_P^{n+1}	avaliação da propriedade ϕ no tempo t^{n+1} e no ponto P , ou seja, $\phi_P(t^{n+1})$, p. 48
ϕ_f	variável transportada ϕ , avaliada na face f , p. 44
ψ	limitador de fluxo dos esquemas TVD, p. 54
ρ	massa específica do fluido, kg/m^3 , p. 16
ρ_o	massa específica medida na temperatura de referência T_o , kg/m^3 , p. 40
ρ_p	massa específica da partícula sólida, kg/m^3 , p. 63
σ_i^2	variância da medida experimental i da variável dependente, p. 110
τ_o	tensão limite de escoamento dos modelos reológicos viscoplásticos, Pa , p. 27
$\tau_{1/2}$	parâmetro do modelo reológico de Ellis, Pa , p. 31
θ	coordenada angular do sistema de coordenadas cilíndricas, <i>radianos</i> , p. 106
$\theta(\varphi)$	função escalar da esfericidade da correlação de MASSARANI e TELLES (1977), adimensional, p. 72
φ	esfericidade, adimensional, p. 67
a	parâmetro de regularização do modelo de PAPANASTASIOU (1987), p. 29
a	parâmetro reológico do modelo de Carreau-Yasuda, adimensional, p. 32
$a(n)$	função do índice de comportamento n que entra no cálculo do fator de atrito de Darcy para um fluido de potência no regime turbulento, adimensional, p. 79
a_T	fator de correção do modelo reológico com a temperatura, adimensional, p. 39
$b(n)$	função do índice de comportamento n que entra no cálculo do fator de atrito de Darcy para um fluido de potência no regime turbulento, adimensional, p. 79

c_1^o	parâmetro da equação WLF para modelar a_T , adimensional, p. 40
c_2^o	parâmetro da equação WLF para modelar a_T , K , p. 40
c_d	coeficiente de descarga, usado no cálculo da perda de carga na broca, adimensional, p. 93
f_D	fator de atrito de Darcy-Weissbach, adimensional, p. 78
f_w	fator de correção de efeitos “de parede”, introduzida por TURRIAN (1964), adimensional, p. 70
f_x	“peso” de ϕ_P frente a ϕ_N na avaliação de $(\nabla\phi)_f$; razão entre as distâncias entre a face e o centro do volume N e entre os centros dos volumes N e P , p. 47
$f_{D,lam}$	fator de atrito de Darcy para um fluido de potência no regime laminar, adimensional, p. 79
$f_{D,trans}$	fator de atrito de Darcy para um fluido de potência no regime de transição de laminar para turbulento, adimensional, p. 79
$f_{D,turb}$	fator de atrito de Darcy para um fluido de potência no regime turbulento, adimensional, p. 79
g	intensidade da aceleração gravitacional, m/s^2 , p. 113
g_z	componente do vetor \mathbf{g} na direção z , m/s^2 , p. 113
k	índice de consistência; parâmetro reológico dos modelos de Herschel-Bulkley e de potência, $kgm^{-1}s^{n-2}$, p. 25
k	condutividade térmica, $Wm^{-1}K^{-1}$, p. 20
k	energia cinética turbulenta, no estudo dos modelos de turbulência, m^2s^{-2} ou J/kg , p. 60
k_{mola}	constante da mola de torção do viscosímetro de cilindros concêntricos, Nm/rad , p. 108
m	expoente arbitrário da expressão canônica de CHURCHILL (1982), adimensional, p. 74
n	índice de comportamento; parâmetro reológico dos modelos de Herschel-Bulkley e de potência, adimensional, p. 25

p	pressão, Pa , p. 16
r	coordenada radial do sistema de coordenadas cilíndricas, m , p. 106
t	tempo, s , p. 16
$y_{\infty}\{x\}$	valor assintótico de $y\{x\}$, para $x \rightarrow \infty$, p. 74
$y_o\{x\}$	valor assintótico de $y\{x\}$, para $x \rightarrow 0$, p. 74
(k)	como superíndice, indica a iteração em um método iterativo, p. 111

Lista de Abreviaturas

API	<i>American Petroleum Institute</i> , p. 78
CENPES	Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello, p. v
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> – Fluidodinâmica Computacional, p. 42
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia, p. v
FNG	Fluido Newtoniano Generalizado, p. 23
LTFD	Laboratório de Termofluidodinâmica, p. v
MPD	<i>managed pressure drilling</i> – perfuração com pressão gerenciada, p. 8
NVD	<i>Normalised Variable Diagram</i> , classe de esquemas de interpolação para o termo convectivo da equação de transporte, p. 55
Petrobras	Petróleo Brasileiro S.A., p. v
S.I.	Sistema Internacional de Unidades de Medidas, p. 110
TFA	<i>Total Flow Area</i> , área total dos jatos da broca, p. 93
TVD	<i>Total Variation Diminishing</i> , classe de esquemas de interpolação para o termo convectivo da equação de transporte, p. 54
<i>gpm</i>	galões por minuto, unidade costumeira de medida de vazão na perfuração de poços de petróleo, p. 88

Capítulo 1

Introdução

A existência de cenários cada vez mais desafiadores na exploração e produção de petróleo implica que se trabalhe com margens operacionais cada vez menores, o que faz com que se torne importante o projeto dos poços de petróleo da maneira mais acurada possível, sob o risco do erro excessivo de projeto inviabilizar técnica ou economicamente operações que na realidade seriam praticáveis. A perfuração de poços, especificamente, é uma operação de custos extremamente elevados, em que a minimização do tempo das operações é de fundamental importância.

A engenharia de poços de petróleo, entretanto, sempre foi uma ciência muito empírica, e diversos efeitos são desconsiderados durante as etapas de projeto e operação, tomando-se grande parte das decisões em tempo real, conforme os problemas são observados. Isso causa, naturalmente, tempo perdido nas operações, ocasionando grandes prejuízos.

Um projeto elaborado com maior rigor poderia vir a reduzir os custos com tempo perdido em operação, bem como viabilizar técnica e economicamente projetos que, de outro modo, seriam considerados inviáveis.

Grande parte dos fatores de projeto são tratados de maneira empírica através de correlações que não foram desenvolvidas especificamente para os casos de utilização, ou que derivam de dados experimentais obtidos sem considerar todos os fatores, pela própria complexidade dos fenômenos de engenharia de poço, cujo cenário real se encontra inacessível para os experimentadores.

Com o advento da computação científica e o desenvolvimento cada vez mais rápido da capacidade computacional, alguns dos fenômenos que historicamente foram considerados muito complexos para serem abordados tornam-se passíveis de um estudo aprofundado e preciso, o que pode vir a melhorar as práticas tradicionais de projeto.

Um desses fenômenos é o escoamento dos fluidos de perfuração e estimulação, e mesmo de pastas de cimento. Esses fluidos são não Newtonianos, e seu escoamento é normalmente abordado de forma aproximada por soluções analíticas das equações de

movimento desenvolvidas para casos simplificados, ou mesmo através de correlações empíricas desenvolvidas para casos bastante diversos daqueles em que são utilizadas, com algumas considerações para aproximá-las. Quando a transferência de calor é importante, em especial, os erros são ainda maiores.

Frente a esses fatos, nesta dissertação se apresenta o desenvolvimento e utilização de um código computacional para simulação de escoamentos de fluidos não Newtonianos com transferência de calor, com possibilidade de acoplamento entre diferentes domínios fluidos e sólidos. A maior motivação para o desenvolvimento desse código é poder estudar melhor o comportamento de fluidos de perfuração e estimulação de poços de petróleo.

Apresenta-se ainda nesta dissertação resultados de um conjunto de casos teste do referido código, em que se analisou o efeito da rotação e dos gradientes radiais de temperatura e velocidade na perda de carga e no carreamento de sólidos em uma geometria anular, com o intuito de avaliar esses efeitos na perfuração de poços de petróleo.

1.1 A Construção de Poços de Petróleo

A maioria massiva de poços de petróleo é construída através da perfuração rotativa, que ocorre com a aplicação de peso e rotação sobre uma broca localizada na extremidade de uma coluna de perfuração, composta de tubos de perfuração de diferentes espessuras, bem como outras ferramentas que têm funções específicas, tais como sensores, transdutores, alargadores, etc.

De maneira extremamente sucinta, a construção de um poço consiste em se perfurar o comprimento possível de poço com uma broca de um determinado diâmetro acoplada à coluna de perfuração e, quando não se pode prosseguir com a perfuração por questões de mecânica de rochas ou geopressões, retira-se a coluna de perfuração do poço e coloca-se uma coluna de tubos de revestimento de aço, que são então cimentados às paredes do poço para isolar as formações rochosas já cortadas. Uma vez feito isso, podem-se adequar os parâmetros e prosseguir com a perfuração de uma nova fase, com uma broca de diâmetro menor que o do revestimento de aço já cimentado.

A remoção dos fragmentos de rocha cortada é necessária para prosseguir com a perfuração, e essa remoção é realizada pelo fluido de perfuração, que é bombeado por dentro da coluna, saindo pelos jatos da broca e retornando pelo espaço anular formado pela coluna de perfuração e as paredes do poço, carreando o cascalho gerado na perfuração para fora do mesmo.

A Figura 1.1 ilustra esquematicamente o caminho percorrido pelo fluido de perfuração, desde o sistema de tanques em que é armazenado e processado na sonda,

passando pela bomba, pelo tubo bengala, pela mangueira de lama e entrando na coluna de perfuração, prosseguindo até a broca, por onde passa, através de jatos, para o espaço anular formado pela coluna e as paredes do poço, retornando então para o sistema de tratamento e de tancagem.

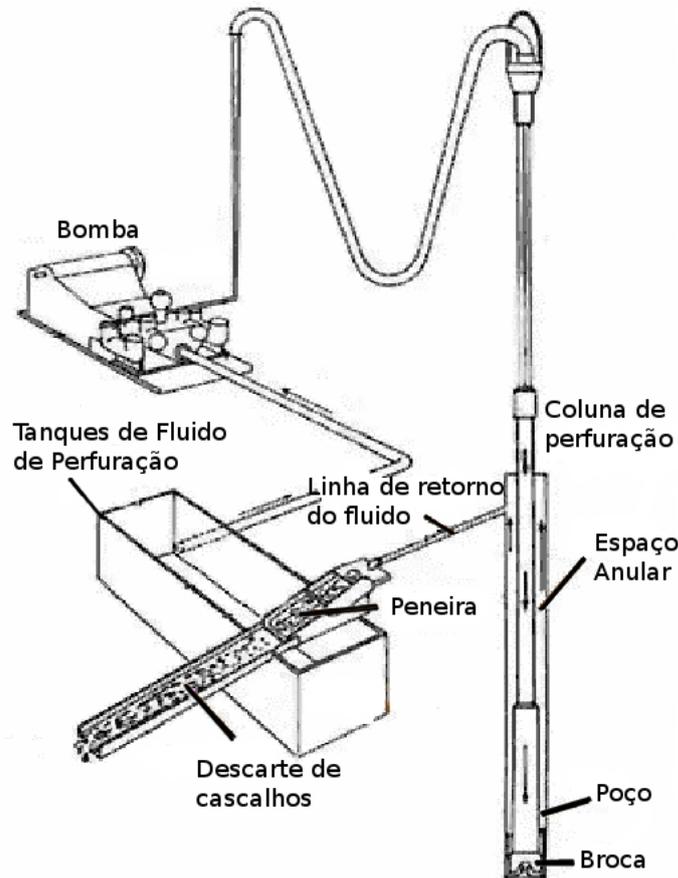


Figura 1.1: Caminho percorrido pelo fluido de perfuração. Fonte: modificado de SANSONI (2005).

1.2 Fluidos de Perfuração

Os fluidos de perfuração são misturas líquidas ou gasosas de composições diversas que são bombeadas pela coluna de perfuração durante a perfuração de poços, para desempenhar diversas funções, entre elas:

- remover os cascalhos gerados durante a perfuração;
- oferecer contra-pressão aos fluidos dos poros das formações rochosas, servindo de barreira de segurança;
- manter a estabilidade mecânica e química do poço;

- sustentar os cascalhos durante paradas de circulação, impedindo que os mesmos sedimentem;
- selar formações permeáveis;
- minimizar o dano às formações de interesse;
- resfriar, lubrificar e sustentar a coluna de perfuração;
- resfriar a broca;
- garantir avaliação adequada das formações;
- transmitir informações;
- impedir ou controlar a corrosão;
- facilitar a cimentação e a completação dos poços;
- minimizar o impacto ambiental das atividades de perfuração.

A falha em carrear os cascalhos para fora do poço implica em uma série de problemas operacionais. O primeiro deles é o impedimento da própria continuação da perfuração, uma vez que a broca só irá moer os cascalhos já cortados. Outros problemas mais graves podem ocorrer, como o aumento da massa específica e da perda de carga no anular, implicando em aumento na pressão no fundo do poço, o que pode vir a fraturar as formações, ou empacotamento do anular e prisão da coluna de perfuração.

A capacidade do fluido de perfuração de carrear os sólidos adequadamente depende fundamentalmente das propriedades reológicas do mesmo, que são um dos fatores de projeto e controle na operação do fluido, e dependem fundamentalmente de temperatura e composição do fluido.

1.2.1 Efeitos do gradiente de temperatura no carreamento

De modo geral, não se leva em conta os efeitos de gradiente radial de temperatura no carreamento dos cascalhos cortados durante a perfuração de poços de petróleo.

Até pouco tempo atrás, nem mesmo se levava em consideração os efeitos de temperatura, realizando-se os cálculos de carreamento e o projeto das propriedades reológicas com base em uma determinada temperatura padrão (que poderia ser a temperatura ambiente, a temperatura de saída do fluido do poço ou uma determinada temperatura normalizada para as medições, frequentemente $120\text{ }^{\circ}F$), e acreditando-se que os resultados obtidos através desses cálculos fossem válidos para o poço como um todo.

Naturalmente, essa era uma simplificação grosseira, e frequentemente as previsões teóricas não se confirmavam na prática, tendo-se problemas operacionais.

Como a engenharia de poços de petróleo é uma área tecnológica muito empírica, e grande parte das decisões são realmente tomadas no campo, conforme os problemas surgem, por muito tempo acreditou-se que esse método de cálculo era suficiente. Quando o carreamento se mostrava ineficiente na prática, tomavam-se medidas corretivas, como viscosificar o fluido de perfuração, ou aumentar a vazão de circulação.

Essas medidas corretivas costumavam funcionar, mas frequentemente causavam outros problemas, por tirar os parâmetros de operação do estipulado em projeto. Além disso, tinham um alto custo em tempo, ou eram medidas tomadas tarde demais, quando algumas consequências já não podiam ser remediadas.

O projeto ótimo da perfuração dos poços de petróleo implica em um adequado cálculo do carreamento de sólidos, para um projeto otimizado do fluido de perfuração.

Nos últimos anos, com o avanço da computação e a possibilidade de se realizarem cálculos mais custosos em tempo real no campo, foram elaboradas metodologias para cálculo do perfil axial da temperatura do fluido (RAYMOND (1969), HOLMES e SWIFT (1970), KELLER *et al.* (1973), WOOLEY (1980), HOANG e SOMERTON (1981), MARSHALL e BENTSEN (1982), CORRE *et al.* (1984), BEIRUTE (1991), GARCIA *et al.* (1998), ARANHA *et al.* (2011), ARANHA *et al.* (2008) e WALDMANN *et al.* (2009)). Surgiram, então, metodologias de cálculo de carreamento que levam em conta a variação da temperatura ao longo do poço.

Essas metodologias só levam em conta, entretanto, a variação de uma temperatura média em cada posição axial, devido à transferência de calor, desprezando os gradientes radiais de temperatura.

Através dessa metodologia, portanto, resolve-se um problema de transferência de calor unidimensional desacoplado da equação do movimento, para se obter um perfil axial da temperatura média em cada seção transversal.

O procedimento padrão para se fazer o cálculo de carreamento segundo essa metodologia é o seguinte:

- calculam-se as velocidades médias nas diversas seções transversais, que são conhecidas, uma vez que a vazão é um dado de entrada, que se controla com grande precisão em todas as etapas da perfuração ou estimulação de um poço;
- com essas velocidades médias e os parâmetros reológicos e demais propriedades de transporte estimadas para o fluido, calculam-se coeficientes de transferência de calor através de correlações empíricas;
- com esses coeficientes de transferência de calor, resolve-se um modelo de transferência de calor radial.

Basicamente o modelo mais utilizado pode ser escrito matematicamente conforme o seguinte:

- equação da continuidade unidimensional, negligenciando U_r e U_θ , para fluido incompressível:

$$\frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

- a equação do movimento é desconsiderada, pois se negligencia a rotação da coluna ($U_\theta = 0$) e se considera que a componente z da velocidade é representada pela velocidade média, U_{med} :

$$\frac{\partial U_z}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} = \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow U_z = U_{med} \quad \forall (r, \theta, z) \quad (1.2)$$

- equação da energia unidimensional, considerando a temperatura média de mistura, desprezando o perfil radial, e em estado estacionário, para fluido incompressível e negligenciando a difusão axial:

$$A_{an} \rho C_p \left(U_{med} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = q_{paredes} \quad (1.3)$$

- então se representa o fluxo de calor, $q_{paredes}$, pela forma empírica que contém o coeficiente de troca térmica, h_f para a troca anular-formações rochosas, e h_{an-col} para a troca anular-interior da coluna de perfuração. Adotando a origem do eixo z como sendo o fundo do poço, resultando $U_{an} > 0$, tem-se, para o anular:

$$A_{an} \rho U_{an} C_p \frac{\partial T_{an}}{\partial z} - 2\pi R_{col} h_{an-col} (T_{col} - T_{an}) - 2\pi R_{an} h_f (T_f - T_{an}) = 0 \quad (1.4)$$

- e para o interior da coluna de perfuração (com $U_{col} < 0$):

$$A_{col} \rho U_{col} C_p \frac{\partial T_{col}}{\partial z} + 2\pi R_{col} h_{an-col} (T_{col} - T_{an}) = 0 \quad (1.5)$$

- então se calculam os coeficientes de troca térmica h_f e h_{an-col} por meio de correlações empíricas, como a de Gnielinski, Gedhardt ou Sieder e Tate, que foram, entretanto, desenvolvidas para fluidos Newtonianos.

Note-se, portanto, que existem diversas considerações simplificadoras nessa metodologia, entre elas:

- o resultado obtido é uma temperatura média na seção reta, e esta é que é utilizada para avaliar o carreamento de cascalhos e as perdas de carga, desconsiderando-se os gradientes radiais de temperatura e velocidade;
- utiliza-se a velocidade média em cada seção no termo advectivo da equação da energia, desconsiderando-se o perfil de velocidade;
- utilizam-se, geralmente, para o cálculo dos coeficientes de transferência de calor, correlações empíricas obtidas para fluidos newtonianos, adaptando os termos influenciados pelo modelo reológico de alguma maneira; mesmo nos casos em que se utilizam correlações específicas para fluidos não Newtonianos, as mesmas são pouco confiáveis, uma vez que existem poucos estudos sobre a transferência de calor nesses fluidos.

A primeira simplificação comentada é provavelmente a mais forte de todas, uma vez que o gradiente radial de temperatura pode fazer com que os resultados em termos de carreamento que são satisfatórios na temperatura média da seção não sejam necessariamente satisfatórios ao longo de toda a seção.

Nos trechos do poço em que a formação é mais quente que o fluido de perfuração, por exemplo, a temperatura próxima à parede será mais elevada que a média da seção reta. Sendo assim, as propriedades reológicas próximo à parede resultarão em uma viscosidade efetiva menor.

Além disso, próximo à parede tem-se a menor velocidade do fluido, de modo que são dois fatores contribuindo para tornar o carreamento deficiente próximo à parede do poço, nos trechos em que a temperatura da formação é maior que a média do fluido.

Sendo assim, mesmo que os cálculos de carreamento usando a metodologia que calcula uma temperatura média ao longo da coordenada axial resultem em um transporte de sólidos eficiente para a temperatura média do fluido, pode ocorrer de se observar na prática um carreamento deficiente, resultando em toda a gama de problemas de poços devidos a um transporte de sólidos ineficiente.

Um dos fenômenos analisados nos casos teste utilizados neste trabalho para testar o código desenvolvido foi justamente a influência dos gradientes radiais de temperatura e velocidade no carreamento de sólidos por um fluido não Newtoniano em geometria anular, de modo a estimar a importância desse efeito no carreamento de cascalho pelo fluido de perfuração.

Essa investigação foi feita através da modelagem matemática e da fluidodinâmica computacional. Especificamente, através de simulações com o uso do pacote computacional **OpenFOAM**® (*Open Source Field Operation and Manipulation*), versão *1.6-ext*.

1.3 Perdas de Carga na Circulação de Fluidos de Perfuração

O motivo de se perfurar um poço em diversas etapas de diâmetros diferentes (chamadas “fases do poço”) é a necessidade de adequar o campo de pressão no poço a uma janela operacional limitada por restrições provenientes das geopressões e da mecânica de rochas.

Com o aumento da profundidade, é natural que as tensões a que as rochas estão submetidas aumentem, uma vez que é maior a massa suportada pelas mesmas. Sendo assim, quanto maior a profundidade, maior é a tensão no sentido de fechar ou colapsar as paredes dos poços. Além disso, a pressão dos fluidos que preenchem os poros das formações rochosas também aumenta com a profundidade. Entretanto, pressões muito elevadas podem vir a provocar fraturas nas formações, devido à ruptura frágil ocasionada pela tração das rochas.

Durante a perfuração, é fundamental que o campo de pressão do poço esteja dentro da “janela” operacional limitada pela pressão de poros ou de colapso inferior e pela pressão de fratura ou de colapso superior. Quando o comprimento de poço aberto é muito grande, pode ocorrer de a massa específica de fluido necessária para sustentar as paredes do poço e impedir o influxo dos fluidos dos poros das formações mais profundas seja alta o suficiente para fraturar as formações mais superiores, o que caracteriza uma janela operacional de pressões impraticável, exigindo que se encerre a fase do poço, revestindo e cimentando as paredes do mesmo, de modo a isolar as formações já perfuradas, podendo-se adequar os parâmetros da perfuração às formações a serem perfuradas em seguida.

A pressão no fundo do poço é tanto maior quanto maiores forem as perdas de carga no espaço anular, de modo que, para se conhecer a janela operacional de pressões do poço, é fundamental que se tenha um cálculo confiável das perdas de carga no espaço anular.

Especialmente, em alguns tipos de operações, como controle de poço e alguns métodos especiais de perfuração, chamados MPD – *managed pressure drilling* ou “perfuração com pressão gerenciada” –, o conhecimento acurado das perdas de carga no espaço anular é de fundamental importância para a segurança operacional.

Os cálculos de perda de carga na seção anular tipicamente empregados baseiam-se em correlações empíricas desenvolvidas a partir de experimentos realizados em tubos ou anulares curtos e isotérmicos, de modo que também se negligenciam os gradientes de temperatura.

Assim como no caso do carreamento, nos trechos do poço em que a formação é mais quente que o fluido de perfuração, por exemplo, a temperatura próxima à parede será mais elevada que a média da seção reta. Sendo assim, as propriedades

reológicas próximo à parede resultarão em uma viscosidade efetiva menor, o que pode ocasionar uma perda de carga menor do que a estimada com as correlações desenvolvidas com experimentos isotérmicos.

Na verdade, as correlações mais usadas foram desenvolvidas para tubos de seção circular, e a generalização para a geometria anular é feita através do diâmetro hidráulico. Além disso, as taxas de cisalhamento utilizadas para calcular o número de Reynolds são calculadas como se o modelo reológico fosse o de potência, e para este modelo foram desenvolvidas a maioria das correlações. Sendo assim, nem a geometria anular é apropriadamente levada em consideração, nem o modelo reológico utilizado pode ser o que melhor se ajusta, por falta de correlações disponíveis.

As perdas de carga calculadas em simulações para a geometria anular levando-se em conta os gradientes radiais de temperatura para os modelos reológicos melhor ajustados podem ser significativamente diferentes das estimativas dos métodos correntemente aplicados na indústria. Essa comparação é feita nos casos teste simulados neste trabalho.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Revisão da Literatura acerca da Fluidodinâmica na Perfuração

Dada a importância econômica da perfuração de poços de petróleo, uma série de pesquisas já foram desenvolvidas para caracterizar o escoamento de fluidos não Newtonianos em geometria anular. A seguir, serão citados alguns trabalhos marcantes.

O primeiro trabalho a analisar o escoamento de fluidos não Newtonianos em geometria anular foi o de BALLAL e RIVLIN (1976), que deduzem o modelo para escoamento de um fluido viscoelástico entre cilindros excêntricos com rotação, utilizando a função fluxo e coordenadas bipolares. Apresentam resultados numéricos de alguns parâmetros adimensionais por eles introduzidos.

BERIS *et al.* (1987) (*apud* HUANG *et al.* (1995)) simularam, por métodos espectrais e de elementos finitos, o escoamento em *creeping flow* de um fluido viscoelástico de Maxwell entre cilindros excêntricos com rotação do cilindro interno.

IYOHU *et al.* (1988) fizeram um simulador para cálculo de limpeza de poços verticais, e apresentaram certo desenvolvimento de um simulador para poços horizontais. Utilizaram apenas correlações empíricas para forças de arrasto nas partículas.

MARTINS (1990) desenvolveu e apresentou em sua dissertação de Mestrado o modelo de duas camadas (leito de sólidos / suspensão) para análise de carreamento em poços horizontais e inclinados. Além disso, criou um simulador para carreamento de cascalhos em poços horizontais, baseado nas correlações semi-empíricas desenvolvidas.

De modo semelhante ao modelo de duas camadas utilizado por MARTINS (1990), DORON *et al.* (1993) propuseram um modelo de três camadas (leito sólido estacionário / leito sólido móvel / suspensão), de modo a modelar de maneira mais realista o carreamento de cascalhos em poços horizontais ou direcionais de elevada inclinação. NGUYEN e RATHMAN (1998) e CHO *et al.* (2000) também desenvol-

veram modelos de três camadas semelhantes.

SZABO e HASSAGER (1992) simularam, utilizando um método de elementos finitos, o escoamento de fluidos viscoplásticos (modelo de Bingham modificado), em geometria anular excêntrica, e compararam os resultados com dados experimentais.

ZHANG e WU (1994) apresentaram uma solução analítica do escoamento helicoidal de fluidos de Bingham e de potência em um anular excêntrico, encontrando expressões para os campos de velocidade, viscosidade aparente e pressão, e estabelecendo um fator de estabilidade, que caracterizaria a transição do regime laminar para turbulento.

CUI e LIU (1995) deduzem as equações que governam o escoamento permanente, isotérmico, laminar e helicoidal de fluidos newtonianos generalizados em um espaço anular excêntrico, utilizando a função fluxo em coordenadas bipolares, o que resulta em EDPs de 4ª ordem, que são resolvidas numericamente usando o método das diferenças finitas. Seus resultados são comparados com resultados experimentais utilizando fluido aquoso com CMC, ajustado por um modelo reológico *power-law*.

HUANG *et al.* (1995) e HUANG *et al.* (1996) apresentam um algoritmo numérico para solução do escoamento isotérmico e bidimensional (desconsiderando a coordenada angular) de um fluido viscoelástico modelado pelo modelo UCM (*Upper-Convected Maxwell*) entre cilindros excêntricos, com rotação do cilindro interno.

SIGINER e BAKHTIYAROV (1998) estudaram os efeitos da excentricidade do anular, analítica e experimentalmente, no escoamento de fluidos de perfuração. A equação constitutiva que utilizaram não explicita a viscosidade, mas sim seu recíproco, a fluidez (*fluidity*), que é considerada linear com a tensão na dedução analítica.

MARTINS *et al.* (1998) partiram do modelo de dupla camada apresentado por MARTINS (1990), mas incluíram um termo-fonte adicional para representar sólidos vindo de desmoronamento ou arrombamento das paredes do poço.

FANG *et al.* (1999) modelaram o fluxo laminar de um fluido de potência em um espaço anular excêntrico, e resolveram o modelo por diferenças finitas, com a seção transversal mapeada segundo uma mudança de coordenadas. Apresentaram resultados numéricos para diferentes faixas de excentricidade, razão de raios e índices de comportamento, e analisaram os resultados, observando as alterações nos perfis de velocidade e tensão nas paredes, bem como no fator de atrito.

WAN *et al.* (2000) simularam o escoamento em um espaço anular excêntrico, com rotação do cilindro interno, de fluido que segue um modelo reológico *power-law*. Utilizaram o método dos volumes finitos e *software* comercial, com condições de contorno de von Neumann. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado com o algoritmo SIMPLE. Os resultados incluíram gradientes de pressão e fator de atrito em função da excentricidade e do número de Reynolds.

BAILEY e PEDEN (2000) desenvolveram um modelo por correlações que prevê perdas de carga e perfis de velocidade para escoamento de fluidos de perfuração, levando em conta a rotação da coluna.

HUSSAIN e SHARIF (2000) fizeram uma simulação por volumes finitos do escoamento helicoidal de um fluido de *Herschel-Bulkley*, em um espaço anular excêntrico e concêntrico, com rotação do cilindro interno, com e sem leito sólido simulado por uma parede plana (Figura 2.1). Obtiveram os campos de velocidade para esses escoamentos. Foi utilizada a modificação de PAPANASTASIOU (1987) do modelo de Herschel-Bulkley.

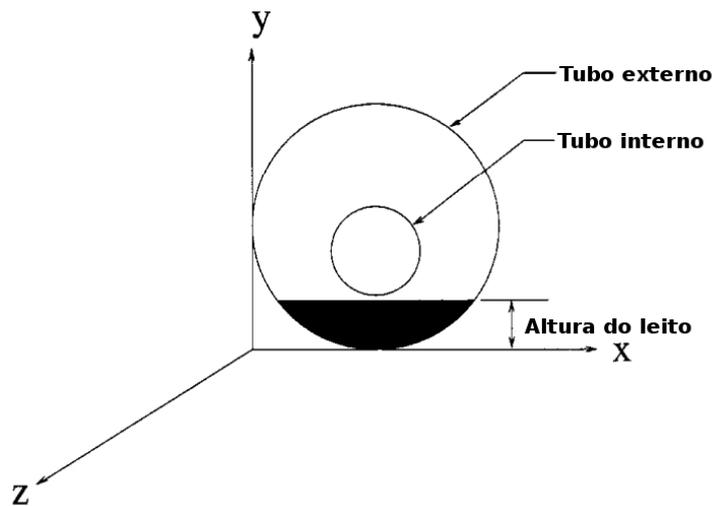


Figura 2.1: Geometria usada por HUSSAIN e SHARIF (2000) para simular leito sólido. Fonte: modificado de HUSSAIN e SHARIF (2000).

MEENA *et al.* (2001) estudaram o escoamento de fluido newtoniano entre cilindros excêntricos com rotação, com as paredes do cilindro externo porosas, através de cálculos da função fluxo. O objetivo era avaliar a influência da perda de fluido para as formações nos padrões de escoamento dos fluidos de perfuração.

ESCUDIER *et al.* (2002) apresentaram uma extensa revisão bibliográfica, com muitas referências. Além disso, apresentaram muitas simulações com escoamento laminar, isotérmico, totalmente desenvolvido, de um fluido caracterizado pelo modelo reológico *power-law*, em um espaço anular excêntrico, com rotação do cilindro interno, para obter o fator de atrito. Apresentaram também alguns cálculos com os modelos de Cross, Carreau e Herschel-Bulkley, além de uma extensão dos resultados do *power-law* para outros modelos reológicos.

FILIP e DAVID (2003) simularam escoamento permanente, incompressível, isotérmico, laminar, axial, desprezando efeitos de extremidades, de um fluido modelado de acordo com o modelo reológico de Robertson-Stiff, em anular concêntrico. Analisaram o movimento axial do cilindro interno (de modo a simular os efeitos de pressurização e despressurização do poço devido ao pistoneio em manobras) e encon-

traram expressões semi-analíticas para o caso, caracterizando regiões de escoamento *plug-flow*.

MARTINS *et al.* (2003) estudaram o efeito das propriedades reológicas do fluido de perfuração na erosão do leito sólido e ressuspensão das partículas em poços horizontais, elaborando um modelo semi-empírico e apresentando diversos dados experimentais.

Com o intuito de analisar a instabilidade observada na formação dos vórtices de Taylor (regimes de Couette e Taylor-Couette) devido à rotação da coluna de perfuração em um anular obstruído por um leito de cascalhos, LOUREIRO (2004) fez experimentos e simulações numéricas pelo método dos volumes finitos, usando o *software* Fluent®[®], do escoamento de fluidos Newtonianos e não Newtonianos em um anular concêntrico parcialmente obstruído por uma placa plana (de modo a simular o leito de cascalhos). Os resultados experimentais foram obtidos a partir de campos instantâneos e médios de velocidade em planos meridionais do espaço anular usando a técnica de velocimetria por imagens de partículas (PIV), e as simulações foram feitas com um fluido incompressível, modelado pela equação constitutiva *power-law*, em regime permanente, sem fluxo axial na entrada e na saída (somente rotação), em anular horizontal.

PELIPENKO e FRIGAARD (2004) estudaram o deslocamento de um fluido de Herschel-Bulkley por outro, em anulares excêntricos estreitos (de modo a simular uma operação de cimentação). Modelaram o problema, e encontraram soluções numéricas, desenhando mapas de padrão de escoamentos, com regiões de *fingering*, regiões sem escoamento permanente, com e sem instabilidade local, e regiões estáveis. Deduziram também estimativas analíticas válidas para excentricidades pequenas.

LIU e LU (2005) fizeram mais diversas medições experimentais, e algumas simulações com o *software* Fluent®[®], utilizando fluidos com modelos Newtoniano e de Herschel-Bulkley, em um espaço anular horizontal, com um modelo isotérmico, laminar, com cilindros concêntrico e excêntrico. Foram investigadas as quedas de pressão em função de vazão, rotação, concentração, etc.

COSTA (2006) realizou a modelagem para a análise transiente do carreamento de cascalhos em poços horizontais e direcionais, utilizando-se do modelo de duas camadas (conforme MARTINS (1990), mas transiente), e implementou um simulador de carreamento utilizando-se do método dos volumes finitos para discretização do domínio.

LOUREIRO e SIQUEIRA (2006) fizeram um estudo experimental e simulações no *software* Fluent®[®] da tensão de cisalhamento mínima para ressuspensão de cascalhos do leito, e apresentaram também resultados de estudo experimental dos efeitos da rotação da coluna na ressuspensão de cascalhos.

PEREIRA (2006) também estudou o escoamento de fluidos de perfuração em

geometria anular. Fez um trabalho principalmente experimental em um modelo físico de anular com alguns metros de comprimento, e algumas simulações com o *software* Fluent®[®], utilizando fluidos Newtoniano e de Herschel-Bulkley, em modelo de anular excêntrico horizontal, com escoamento isotérmico e turbulento, obtendo-se as perdas de carga em função de vazão, rotação e concentração do viscosificante. Nas simulações computacionais, obteve as trajetórias das partículas com um modelo de fase discreta.

TARAZONA e CARVALHO (2006) simularam o escoamento de fluido de potência em anular com excentricidade que varia ao longo da posição axial.

KIMURA *et al.* (2006) compararam correlações semi-empíricas para previsão de pressurização e despressurização do poço devido ao pistoneio hidráulico (*surge* e *swab*).

MARCHESINI *et al.* (2006) analisaram numericamente (com o *software* Fluent®[®]) o deslocamento de um fluido por outro (modelados por modelos Newtoniano e *power-law*) em algumas geometrias de poços, prevendo contaminação de um fluido por outro.

BRONDANI *et al.* (2006) analisaram o escoamento de fluidos não Newtonianos (Bingham e *power-law*) em duto de seção transversal elíptica.

DE OLIVEIRA *et al.* (2006) realizaram simulação de modelo simplificado de início de bombeio de fluido gelificado, modelado por fluido de Bingham com parâmetros dependentes do tempo.

KELESSIDIS *et al.* (2006) procuraram encontrar uma maneira ótima de ajustar os parâmetros do modelo de Herschel-Bulkley para fluidos argilosos, utilizando o método da seção áurea para determinar a tensão limite de escoamento, e determinando “k” e “n” por regressão linear dos dados reométricos transformados.

PEREIRA *et al.* (2007) fizeram mais predições de perfis de velocidade e de pressão em escoamento laminar helicoidal em anulares excêntricos e concêntricos horizontais, com simulações em Fluent®[®].

FOUNARGIOTAKIS *et al.* (2008) criaram modelo que prevê a perda de carga para anular concêntrico, modelado como uma fenda, sem rotação. Apresentaram ainda solução analítica para o regime laminar e semi-empírica para turbulento e transicional.

CARRASCO-TEJA e FRIGAARD (2009) estudaram o deslocamento de um fluido Newtoniano por outro, em anular excêntrico com rotação, obtendo uma solução analítica pelo método das perturbações.

MARTINS e SILVEIRA-NETO (2010) apresentaram os primeiros desenvolvimentos de um simulador numérico específico para o problema de escoamento em poços, usando a metodologia de simulação de grandes escalas (SGE) para prever transição para a turbulência, acoplada à metodologia de fronteira imersa (MFI)

para simular os movimentos da coluna de perfuração.

ANGELI *et al.* (2010) fizeram uma revisão de transições de regimes em escoamento em anulares horizontais.

LIU e ZHU (2010) fizeram um estudo por soluções analíticas de escoamento do tipo Couette-Poiseuille de fluidos de Bingham em anular concêntrico, enfatizando diferentes regimes de fluxo em função de adimensionais.

KFURI *et al.* (2011) realizaram simulação de fluidos modelados pelos modelos de *power-law* e Bingham no Polyflow[®], para analisar o comportamento do fator de fricção com a reologia em uma contração e na entrada de um duto.

Muitos outros trabalhos sobre o escoamento de fluidos de perfuração já foram desenvolvidos, e os citados acima são apenas os principais, que demonstram as tendências das linhas de pesquisa ao longo do tempo. Uma boa revisão bibliográfica foi apresentada por ESCUDIER *et al.* (2002).

Entretanto, não foi encontrado nenhum trabalho publicado até o momento que considerasse os gradientes radiais de temperatura, seja no carreamento de sólidos ou nas perdas de carga, uma vez que todos os trabalhos foram desenvolvidos para modelos isotérmicos, e os simuladores de hidráulica de poço advindos deles apenas levaram em consideração um perfil axial de temperatura, resolvido com a utilização de uma forma unidimensional da equação da energia, com a transferência de calor resolvida com auxílio de coeficientes de troca térmica advindos de correlações empíricas.

É possível que os resultados de carreamento e perda de carga sejam bastante alterados devido ao gradiente radial de temperatura. Nas regiões próximas ao fundo do poço, em que a temperatura na parede é maior que a média da seção transversal, o que resulta em viscosidade aparente menor, é provável que resulte um carreamento de sólidos pior e uma perda de carga menor. Analogamente, nas regiões mais superiores, em que a temperatura na parede é menor que a média do fluido, a viscosidade aparente na parede é maior, o que deve resultar em perda de carga maior. Além disso, o perfil de velocidade faz com que o carreamento seja certamente menor na região próxima às paredes do que na média da seção transversal.

Nas seções a seguir, ao longo deste capítulo, será apresentada uma revisão do embasamento teórico necessário para o desenvolvimento deste estudo.

2.2 A Modelagem Matemática

O modelo matemático que governa o escoamento de um fluido e a transferência de energia associada a esse escoamento é classificado dentro da grande área da “mecânica do contínuo”.

As equações básicas que governam a mecânica do contínuo tratam-se de equações

de conservação de propriedades da matéria, que podem ser deduzidas a partir das leis fundamentais de conservação da física, e são portanto válidas dentro dos limites de validade de tais princípios de conservação. Nessas equações de conservação, há termos de transporte difusivo que são modelados com equações constitutivas, conforme abordado a seguir.

2.2.1 A Equação da Continuidade

O princípio de conservação de massa em um meio contínuo conduz à equação da continuidade (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (2.1)$$

em que ρ é a massa específica, \mathbf{U} é o campo de velocidade e t é o tempo.

No caso específico de um fluido incompressível, a equação da continuidade se reduz a:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (2.2)$$

2.2.2 A Equação do Movimento

O princípio de conservação da quantidade de movimento linear conduz à chamada “equação do movimento” (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (2.3)$$

em que p é a pressão, \mathbf{g} é a força de campo por unidade de massa (geralmente a aceleração gravitacional) e $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor das tensões viscosas.

2.2.3 A Equação da Quantidade de Movimento Angular

O princípio de conservação da quantidade de movimento angular conduz à Equação 2.4 (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r} \times \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}(\mathbf{r} \times \mathbf{U})) + \nabla \cdot (\mathbf{r} \times p \mathbf{I})^T + \nabla \cdot (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\tau}^T)^T + \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \rho \mathbf{g} \quad (2.4)$$

em que \mathbf{r} é o vetor posição, \mathbf{I} é o tensor identidade, cujas componentes I_{ij} são dadas pelo “delta de Kronecker”, e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é um tensor de terceira ordem, chamado “tensor de permutação”, cujas componentes ε_{ijk} valem +1 se os índices ijk são uma permutação par de 123, valem -1 se são uma permutação ímpar de 123, e valem 0 em qualquer outro caso (ou seja, quando há algum índice repetido). Ou seja:

$$I_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{se } ijk = 123, 231 \text{ ou } 312 \\ -1 & \text{se } ijk = 321, 132 \text{ ou } 213 \\ 0 & \text{se quaisquer dois índices são iguais} \end{cases} \quad (2.6)$$

Após algumas simplificações da Equação 2.4 (subtraindo-se o produto vetorial de \mathbf{r} pela equação do movimento 2.3 da Equação 2.4), resta apenas a Equação 2.7:

$$\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\tau} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

ou, em notação indicial:

$$\varepsilon_{ijk}\tau_{ij} = 0 \quad (2.8)$$

o que conduz a:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad (2.9)$$

Ou seja, sendo válidas todas as considerações feitas, resulta da “equação de transporte do momento angular” 2.4 que o tensor tensão $\boldsymbol{\tau}$ é simétrico, o que costuma ser válido sempre que o material ou fluido analisado não está sujeito a campos elétricos e torques magnéticos, e de fato resulta das teorias cinéticas de gases, líquidos monoatômicos e polímeros, nessas condições.

2.2.4 A Equação da Energia

O princípio de conservação da energia conduz à chamada equação da energia (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho U^2 + \rho \hat{u} \right) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \rho U^2 + \rho \hat{u} \right) \mathbf{U} \right) + \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (p\mathbf{U}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{U}) = \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{g} \quad (2.10)$$

em que \hat{u} é a energia interna específica, ou por unidade de massa, e \mathbf{q} é o vetor fluxo de calor.

Partindo-se da equação do movimento (2.3), pré-multiplicando-a escalarmente pela velocidade \mathbf{U} , utilizando-se da equação da continuidade e fazendo-se algum algebrismo, encontra-se a *equação da energia mecânica*, também chamada *equação de balanço da energia cinética* (2.11):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \right) + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \mathbf{U} \right) + \nabla \cdot (p \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{U}) = p \nabla \cdot \mathbf{U} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} + \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{g} \quad (2.11)$$

Para fluidos puros ou misturas em que se desprezam os efeitos termodinâmicos de mistura, tem-se, da definição de entalpia:

$$d\hat{u} = d\hat{h} - d(p\hat{V}) = d\hat{h} - d\left(\frac{p}{\rho}\right) \quad (2.12)$$

em que \hat{h} é a entalpia específica, ou por unidade de massa.

Além disso, uma relação fundamental da termodinâmica, para fluidos puros, mostra que:

$$d\hat{h} = C_p dT + \left[\hat{V} - T \left(\frac{\partial \hat{V}}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (2.13)$$

em que C_p é o calor específico a pressão constante do fluido, T é a temperatura e \hat{V} é o volume específico, igual ao inverso da massa específica.

Substituindo as Equações 2.11, 2.12 e 2.13 na Equação 2.10, resulta a “Equação de Transporte para a Temperatura” ou “Equação da Energia em termos da Temperatura” (Equação 2.14):

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{U} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p \frac{Dp}{Dt} \quad (2.14)$$

em que $\frac{D(\cdot)}{Dt}$ é a derivada material ou substantiva, igual a $\frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla(\cdot)$.

2.3 Equações Constitutivas

Conforme observado na seção 2.2, o escoamento de fluidos, bem como a distribuição de massa e de energia, são governadas pela Equação do Movimento (2.3), pela *Equação da Continuidade* (2.1) e pela *Equação da Energia* (2.10), que é mais utilizada na forma da Equação 2.14.

Essas três equações (2.3, 2.1 e 2.14) contêm como incógnitas ρ , \mathbf{U} , T , \mathbf{q} e $\boldsymbol{\tau}$. Analisando os vetores \mathbf{U} e \mathbf{q} como as três componentes escalares de cada um, e o tensor $\boldsymbol{\tau}$ como suas nove componentes escalares, as equações 2.1, 2.3 e 2.14 têm dezessete incógnitas escalares para se resolver.

A “equação de transporte do *momentum* angular” (Equação 2.4), válidas as hipóteses simplificadoras citadas na seção 2.2.3, implica que o tensor tensão $\boldsymbol{\tau}$ é simétrico, de modo que das nove componentes do tensor $\boldsymbol{\tau}$, restam apenas seis

indeterminadas.

Assim sendo, o número de incógnitas das Equações 2.1, 2.3 e 2.14 é quatorze. Considerando individualmente as equações para as três componentes escalares da Equação 2.3, têm-se cinco equações para resolver para quatorze incógnitas.

Ou seja: para ser matematicamente possível resolver as Equações 2.1, 2.3 e 2.14 são necessárias mais nove equações escalares independentes. Os balanços das propriedades da matéria envolvidas (*momentum*, massa e energia) não podem fornecer essas equações, entretanto, pois já forneceram as Equações 2.1, 2.3 e 2.14.

Essas equações adicionais necessárias para fechar o problema de mecânica do contínuo são então chamadas de “equações constitutivas”, e vêm geralmente de observações empíricas que tentam descrever o comportamento observado dos materiais ou fluidos. Por isso, são também chamadas de funções materiais.

A maneira usual de se formular tais equações constitutivas é observar qual a “força motriz” que gera o transporte de cada propriedade da matéria, e postular que o termo de fluxo molecular dessa propriedade, que falta para o fechamento das equações, é linearmente proporcional a essa força motriz.

Naturalmente esse é apenas o modelo mais simples que se pode construir que satisfaz a premissa de que os fluxos moleculares de transferência se anulem quando a força motriz é nula e sejam crescentes com a força motriz. Não é, entretanto, o único modelo possível, tampouco o mais exato, sendo acurado na vizinhança da “força motriz nula”.

2.3.1 A Lei de Fourier

Na equação da energia, o termo indeterminado é o vetor fluxo de calor \mathbf{q} . Utilizando a equação da energia na forma 2.14, se está resolvendo uma equação de transporte de energia em termos da temperatura. Sabe-se que há transferência de calor sempre que há uma diferença de temperatura.

Portanto, parece razoável postular que a “força motriz” da transferência de calor são as diferenças de temperatura. Sendo \mathbf{q} um vetor, é razoável supor que ele é proporcional ao vetor ∇T , o que resulta em uma equação do tipo:

$$\mathbf{q} \propto \nabla T \quad (2.15)$$

Entretanto, como é essa proporcionalidade? A consideração mais simples e comum é que existe uma constante escalar de proporcionalidade, o que conduz à Lei de Fourier:

$$\mathbf{q} = -k\nabla T \quad (2.16)$$

em que k é a condutividade térmica, propriedade de cada material ou fluido, e o sinal negativo vem do fato de que o calor se transfere de uma temperatura maior para outra menor.

Existem materiais, entretanto, em que se observa que o fluxo de calor não tem a mesma direção do gradiente de temperatura. Diz-se que a condutividade térmica desses materiais é “anisotrópica”, ou seja: não é igual em todas as direções. Nesse caso, geralmente se usa ainda a Lei de Fourier, mas a condutividade térmica é tensorial:

$$\mathbf{q} = -\boldsymbol{\kappa} \cdot \nabla T \quad (2.17)$$

em que $\boldsymbol{\kappa}$ é a condutividade térmica anisotrópica.

Entretanto, observa-se também que a própria condutividade térmica pode ser uma função da temperatura, de modo que a relação linearmente proporcional entre \mathbf{q} e ∇T só será válida acuradamente para pequenos gradientes de temperatura. De outro modo:

$$\mathbf{q} = -k(T)\nabla T$$

e a relação estritamente linear pode não ser suficiente para descrever o fenômeno de transferência de calor acuradamente.

2.3.2 A Lei de Newton da Viscosidade

Conforme abordado na seção 2.3.1, o termo de fluxo molecular de calor \mathbf{q} da equação da energia é geralmente modelado de acordo com a Lei de Fourier (2.16).

Tem-se, então, mais três equações escalares, que permitem calcular mais três componentes escalares: as componentes de \mathbf{q} .

Para se resolver completamente o escoamento, ainda faltam seis equações escalares. Modela-se então o fluxo molecular de *momentum* $\boldsymbol{\pi}$. Entretanto, separa-se o fluxo molecular de *momentum* $\boldsymbol{\pi}$ em um termo devido à pressão hidrostática, $p\mathbf{I}$, que existe mesmo em condições estáticas, e o termo da tensão viscosa $\boldsymbol{\tau}$, que só existe quando existe escoamento (a princípio, limitando a análise ao escoamento de fluidos), e que será modelado.

$$\boldsymbol{\pi} = p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.18)$$

Como a tensão $\boldsymbol{\tau}$ é nula se o fluido está estático e não-nula quando existe escoamento, pode-se observar que a força motriz para o transporte molecular de *momentum* (exceto o termo $p\mathbf{I}$) são as diferenças de velocidade.

Uma vez que $\boldsymbol{\tau}$ é um tensor de segunda ordem e a velocidade \boldsymbol{U} é um vetor, a maneira mais simples de se relacionar $\boldsymbol{\tau}$ às diferenças de velocidade é estipulá-la como proporcional a $\nabla\boldsymbol{U}$, bem como ao divergente da velocidade, $\nabla \cdot \boldsymbol{U}$. Em notação indicial, fica fácil de perceber como τ_{ij} pode ser facilmente relacionado a:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \text{ e } \frac{\partial U_k}{\partial x_k} I_{ij}$$

Entretanto, de acordo com a Equação 2.9, o tensor $\boldsymbol{\tau}$ é simétrico, de modo que ele não pode ser proporcional a $\nabla\boldsymbol{U}$, mas somente à parte simétrica de $\nabla\boldsymbol{U}$, o tensor \boldsymbol{D} :

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}(\nabla\boldsymbol{U} + (\nabla\boldsymbol{U})^T) \quad (2.19)$$

Ao invés do tensor \boldsymbol{D} , para se eliminar o fator $\frac{1}{2}$, geralmente se utiliza o tensor taxa de deformação¹:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = 2\boldsymbol{D} = \nabla\boldsymbol{U} + (\nabla\boldsymbol{U})^T \quad (2.20)$$

Sendo assim, a equação constitutiva mais simples que se pode estipular para a tensão é a seguinte:

$$\boldsymbol{\tau} = c_1 \dot{\boldsymbol{\gamma}} + c_2 (\nabla \cdot \boldsymbol{U}) \boldsymbol{I} = c_1 (\nabla\boldsymbol{U} + (\nabla\boldsymbol{U})^T) + c_2 (\nabla \cdot \boldsymbol{U}) \boldsymbol{I} \quad (2.21)$$

Se o fluido é isotrópico, c_1 e c_2 são escalares. A direção da tensão é contrária à direção do gradiente de \boldsymbol{U} , de modo que c_1 é negativa, e é adequado defini-la como o negativo de um parâmetro do fluido, de modo que o parâmetro físico associado seja positivo. Designa-se, então:

$$c_1 = -\eta \quad (2.22)$$

em que η é um parâmetro importantíssimo, chamado de viscosidade do fluido, e, segundo este modelo simples, é função da temperatura, pressão e composição, mas não da velocidade ou do gradiente de velocidade.

Como pode ser observado na equação da continuidade (2.1), o segundo termo da Equação 2.21 se anula para fluidos incompressíveis (pois $\nabla \cdot \boldsymbol{U} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} - \boldsymbol{U} \cdot \nabla \rho = 0$), de modo que tem pouca importância para este trabalho.

Entretanto, vale a pena salientar que a constante c_2 é usualmente escrita na seguinte forma:

¹Alguns autores, como BIRD *et al.* (2002), BIRD *et al.* (1987a), BIRD *et al.* (1987b) e FERRY (1980), utilizam o termo “taxa de deformação” para denotar o tensor $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, ao passo que outros, como ARIS (1962), usam este termo para denotar o tensor \boldsymbol{D} , parte simétrica do gradiente de velocidade (Equação 2.19). Neste texto, o tensor $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ é chamado de “taxa de deformação” ou “taxa de cisalhamento”.

$$c_2 = \frac{2}{3}\eta - \kappa \quad (2.23)$$

em que κ é a viscosidade dilatacional do fluido.

Sendo assim, a equação constitutiva mais simples para a tensão $\boldsymbol{\tau}$ é a chamada “Lei de Navier-Poisson”²:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta\dot{\boldsymbol{\gamma}} + \left(\frac{2}{3}\eta - \kappa\right) (\nabla \cdot \mathbf{U})\mathbf{I} \quad (2.24)$$

ou então:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T) + \left(\frac{2}{3}\eta - \kappa\right) (\nabla \cdot \mathbf{U})\mathbf{I} \quad (2.25)$$

Diz-se que os fluidos que seguem o modelo dado pela Equação 2.25 são **fluidos Newtonianos**.

Fortuitamente, uma grande quantidade de fluidos (segundo BIRD *et al.* (2002), a grande maioria das substâncias fluidas puras com moléculas relativamente pequenas – até um massa molar de cerca de 5000 *g/mol*) realmente segue de maneira bastante acurada esse modelo simples.

Entretanto, de uma maneira geral, os fluidos Newtonianos são mais uma exceção do que uma regra, e de modo geral as dispersões, emulsões, espumas, soluções poliméricas, polímeros fundidos, muitos fluidos biológicos e pastas, ou seja, todos os fluidos formados por partículas relativamente grandes ou de estrutura mais complexa, são não Newtonianos, apresentando um comportamento mais complexo do que o descrito pela Equação 2.25.

A maioria dos fluidos importantes para a engenharia de poço não são Newtonianos. Como exemplo, pode-se citar os fluidos de perfuração (geralmente emulsões inversas ou dispersões poliméricas ou argilosas em meio aquoso), os fluidos de estimulação (géis de fraturamento, surfactantes viscoelásticos) e pastas de cimento.

Alguns dos modelos não Newtonianos serão apresentados brevemente na seção 2.4.

Vale salientar, mais uma vez, que para fluidos Newtonianos incompressíveis tem-se $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$, de modo que a Lei de Navier-Poisson ou de Newton se resume a:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T) = -\eta\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.26)$$

²em alguns textos, a Equação 2.24 é chamada de Lei de Navier-Poisson (como em HAUKE (2008)), mas em outros é chamada simplesmente de “Lei de Newton da viscosidade”, ou então de “forma generalizada da Lei de Newton da viscosidade” (como em BIRD *et al.* (2002) e JASAK (1996)).

2.4 Modelos Reológicos Isotérmicos

Além da Lei de Navier-Poisson ou de Newton, existem diversas outras equações constitutivas para modelar $\boldsymbol{\tau}$. Essas equações são geralmente chamadas de funções materiais, ou Modelos Reológicos.

Segundo BARNES *et al.* (1989), o termo “Reologia” foi inventado pelo Professor Eugene Cook Bingham do Lafayette College, em Easton, e significa “o estudo da deformação e escoamento da matéria”, vindo do grego “*rheo*”, fluxo ou deformação, e “*logos*”, estudo ou ciência.

A Reologia engloba tanto o estudo de elasticidade e plasticidade em sólidos quanto o estudo de escoamento de fluidos. De fato, ao se observar os diversos modelos reológicos de uma maneira ampla, fica um pouco difusa a distinção entre sólido e fluido, visto que sólidos também apresentam fluência e escoamento, e fluidos também apresentam elasticidade e plasticidade, conforme será abordado brevemente em alguns modelos reológicos a seguir.

Esta seção tratará apenas de modelos reológicos isotérmicos, mas se deve levar em consideração que o comportamento reológico dos materiais é uma função sensível à temperatura, e que, portanto, os diversos parâmetros que aparecem nos modelos são funções da temperatura. A seção 2.5 trata da generalização dos modelos reológicos para os casos não isotérmicos.

2.4.1 O Fluido Newtoniano Generalizado

As primeiras observações de fluidos não Newtonianos ocorreram com fluidos que se acreditava seguirem o modelo de Newton, mas cujas medidas de viscosidade resultavam valores diferentes a cada velocidade de escoamento. Observava-se ainda que a tensão era proporcional ao tensor taxa de cisalhamento, mas o coeficiente de proporcionalidade não era constante, variando com a própria taxa de cisalhamento.

Imaginou-se, logo, que em tais fluidos a Lei de Newton poderia ser ainda encarada como válida, porém, assim como a tensão é proporcional à taxa de cisalhamento, também a viscosidade poderia ser uma função da taxa de cisalhamento.

Esse é o modelo reológico não Newtoniano mais simples: o **Fluido Newtoniano Generalizado** (FNG), que consiste em uma generalização da Lei de Newton da Viscosidade, mas encarando-se a viscosidade η não mais como um parâmetro do fluido, dependente apenas de p , T e composição, mas sim como uma função do gradiente de velocidade, $\eta(\nabla\mathbf{U})$, recebendo então o nome de viscosidade *efetiva* ou *aparente*.

Para um fluido incompressível, a Equação 2.26 toma a forma:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\nabla\mathbf{U})(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T) \quad (2.27)$$

Sendo η um escalar que é função do tensor de segunda ordem $\nabla\mathbf{U}$, entretanto, ele só pode ser função da parte simétrica desse tensor, visto que todo escalar é, naturalmente, simétrico. Sendo assim, pode-se representar η como função não de $\nabla\mathbf{U}$, mas sim de $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$. Isso já reduz a dependência funcional de η às seis componentes independentes de $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, e não mais às nove componentes independentes de $\nabla\mathbf{U}$.

Indo um pouco além, um escalar só pode ser função das combinações das componentes do tensor que são independentes do sistema de coordenadas. Essas combinações são conhecidas como os *invariantes* do tensor. No caso do tensor de segunda ordem $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, há três invariantes:

$$I(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \sum_i \dot{\gamma}_{ii} \quad (2.28)$$

$$II(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \sum_i \sum_j \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji} \quad (2.29)$$

$$III(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \sum_i \sum_j \sum_k \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{jk} \dot{\gamma}_{ki} \quad (2.30)$$

Entretanto, para um fluido incompressível, a Equação 2.28 se anula, de acordo com a equação da continuidade.

Além disso, para escoamentos puramente cisalhantes, a Equação 2.30 também se anula, de modo que o único invariante não-nulo é $II(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$. Mesmo para escoamentos genéricos de fluidos incompressíveis, que não são puramente cisalhantes e em que portanto $III(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ não é identicamente nulo, as observações experimentais mostram que a influência de $III(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ em $\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ é muito pequena, de modo que a grande maioria dos modelos reológicos de FNG consideram que η é função apenas de $II(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (BIRD *et al.* (1987a)).

Na prática, os modelos utilizados não são usualmente expressos em termos de $II(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$, mas sim da magnitude do tensor taxa de cisalhamento:

$$\dot{\gamma} = |\dot{\boldsymbol{\gamma}}| = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji}} \quad (2.31)$$

o que é equivalente à dependência em $II(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$, uma vez que, de acordo com a Equação 2.31, $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} II(\dot{\boldsymbol{\gamma}})}$.

Sendo assim, reduz-se a dependência funcional de η a apenas um escalar $\dot{\gamma}$, e não mais às nove componentes independentes de $\nabla\mathbf{U}$.

Sendo assim, um FNG incompressível tem sua função material descrita por:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -\eta(\dot{\gamma})(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T) \quad (2.32)$$

Resta agora modelar a dependência funcional $\eta(\dot{\gamma})$, para o que existem diversos modelos.

2.4.2 O Modelo de Potência de Ostwald e de Waele

O modelo de potência, ou *power-law*, é o modelo mais simples que pode representar tanto fluidos em que a viscosidade aparente diminui com o aumento de taxa de cisalhamento, chamados *pseudo-plásticos* ou *shear-thinning*, quanto fluidos em que a viscosidade aparente aumenta com o aumento de taxa de cisalhamento, chamados *dilatantes* ou *shear-thickening*.

Foi proposto independentemente por OSTWALD (1925) e DE WAELE (1923), e é dado pela seguinte equação:

$$\tau = -k\dot{\gamma}^{n-1}\dot{\gamma} \quad (2.33)$$

em que k é chamado *índice de consistência* e n é chamado de *índice de comportamento*, sendo ambos parâmetros do modelo.

Se $n = 1$, a Equação 2.33 se reduz à Equação 2.26, de modo que o fluido *power-law* se reduz ao fluido Newtoniano, e $k = \eta$.

Se $n < 1$, a Equação 2.33 representa um fluido pseudo-plástico, em que a viscosidade aparente é reduzida com o aumento da taxa de cisalhamento do fluido. Ou seja, um fluido *power-law* com $n < 1$ escoar mais facilmente (“afina”, vulgarmente) quanto maior a agitação a que é submetido.

Se $n > 1$, a Equação 2.33 representa um fluido dilatante, em que a viscosidade aparente aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento do fluido. Ou seja, um fluido *power-law* com $n > 1$ apresenta maior dificuldade em escoar (“engrossa”, vulgarmente) quanto maior a agitação a que é submetido.

Os fluidos pseudo-plásticos são muito mais comuns na natureza que os dilatantes. A grande maioria das emulsões e dispersões apresentam tal comportamento, além dos fluidos poliméricos ou soluções poliméricas, que, embora sejam mais bem representados por modelos viscoelásticos (seção 2.4.13), também têm sua viscosidade aparente reduzida com a taxa de cisalhamento, podendo ser representados de maneira simplificada como pseudo-plásticos.

No caso das emulsões e dispersões, admite-se que esse comportamento se deve ao fato de que as gotículas se alongam ao longo da direção de escoamento, tanto mais quanto maior a taxa de cisalhamento, reduzindo assim a resistência.

Dispersões de partículas carregadas altamente solvatadas, como as argilas, que formam estruturas como “redes” de partículas floculadas, têm seu comportamento pseudo-plástico atribuído ao fato de que quanto maior a taxa de cisalhamento mais a estrutura é quebrada, as camadas de solvatação destruídas e as partículas distan-

ciadas e alinhadas com o escoamento, reduzindo a resistência.

Explicação semelhante é atribuída ao comportamento dos polímeros, pois a resistência ao escoamento é reduzida devido ao alinhamento e alongação das macromoléculas na direção de cisalhamento. Nesses fluidos, entretanto, existe ainda o comportamento viscoelástico, devido à tendência das moléculas voltarem à sua conformação original (seção 2.4.13).

Os fluidos dilatantes são relativamente raros na natureza, mas existem diversos exemplos. Geralmente são fluidos multifásicos em que uma das fases é constituída por partículas grandes e assimétricas, que dificultam o empacotamento, mesmo sob elevadas taxas de deformação.

Exemplos são soluções concentradas de PVC misturadas com líquidos plastificantes, dispersões de areia, como areia movediça, ou dispersões de outros sólidos particulados semelhantes, etc. Nesse caso, as partículas não se alongam ao longo da direção de cisalhamento, como em emulsões pseudo-plásticas, mas impedem o “deslizamento” das camadas, aumentando a resistência. Em situações de repouso ou baixas taxas de cisalhamento, as partículas estão bastante distanciadas umas das outras. Ao aumentar o cisalhamento, as partículas se aproximam e se empacotam, aumentando a resistência.

2.4.3 O modelo *power-law* condicional de Spriggs

Encontram-se frequentemente problemas numéricos devidos à descontinuidade do modelo de potência para fluidos pseudo-plásticos em $\dot{\gamma} = 0$ (o que resultaria em uma viscosidade infinita).

Existem diversas maneiras de se contornar numericamente esses problemas. Uma dessas maneiras é utilizar o modelo de potência condicional de T. W. Spriggs, dado pela Equação 2.34 (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tau = -\eta_o \dot{\gamma} & \text{se } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_o \\ \tau = -\eta_o \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_o} \right)^{n-1} \dot{\gamma} & \text{se } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_o \end{array} \right. \quad (2.34)$$

em que η_o é a viscosidade a baixas taxas, em que o fluido apresenta um comportamento Newtoniano, e $\dot{\gamma}_o$ é a taxa de cisalhamento em que o comportamento pseudo-plástico começa.

Outras maneiras de se contornar problemas numéricos dos modelos reológicos serão apresentadas no decorrer do texto.

2.4.4 O Modelo de Bingham

Observaram-se diversos fluidos que apresentavam um comportamento de sólido quando submetidos uma tensão menor que um determinado limite, e um comportamento fluido quando ultrapassada essa tensão. Existem diversas pastas e géis comuns no dia-a-dia que apresentam esse tipo de comportamento.

Essa tensão mínima para o fluido começar a fluir é chamada de “tensão limite de escoamento”, e representada aqui por τ_o (observe-se que τ_o é um escalar, de modo que fica implícito que é a magnitude do tensor tensão que deve ser maior que τ_o para se observar o comportamento fluido).

Diz-se que esses fluidos apresentam comportamento *visco-plástico*, ou seja: são como sólidos para tensões abaixo de τ_o , e têm comportamento viscoso para tensões acima de τ_o .

O primeiro modelo apresentado para representar esse comportamento foi o proposto por Eugene Cook Bingham (BINGHAM (1922)), e os fluidos que seguem esse modelo são geralmente chamados de “plásticos de Bingham”, ou fluidos “Binghamianos”. O modelo é dado pela Equação 2.35:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \\ \eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_o + \mu_p \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} \end{array} \right\} \text{ se } |\tau| > \tau_o \quad (2.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\gamma} = \mathbf{0} \\ \tau = -\mathbf{G} : \gamma \\ \eta = \infty \end{array} \right\} \text{ se } |\tau| \leq \tau_o$$

em que μ_p é a viscosidade plástica, um parâmetro reológico do modelo de Bingham, e a equação $\tau = -\mathbf{G} : \gamma$ é a Lei de Hooke da elasticidade, onde \mathbf{G} é um tensor de quarta ordem com os coeficientes que trazem o módulo elástico e o coeficiente de Poisson, parâmetros da Lei de Hooke, e γ é o tensor deformação:

$$\gamma = \nabla \delta + (\nabla \delta)^T \quad (2.36)$$

em que δ é o “vetor deslocamento relativo” dos pontos materiais, igual ao deslocamento de cada ponto material quando aplicada a tensão, em relação ao estado inicial, não tensionado.

Note-se que o tensor taxa de deformação é a taxa temporal de variação do tensor deformação:

$$\dot{\gamma} = \frac{D\gamma}{Dt} \quad (2.37)$$

Frequentemente a Lei de Hooke é desprezada na mecânica de fluidos, e se considera que nos fluidos que seguem o modelo de Bingham a deformação é nula para $|\boldsymbol{\tau}| < \tau_o$, uma vez que as deformações γ que ocorrem para $|\boldsymbol{\tau}| < \tau_o$ são desprezíveis em relação às deformações durante o escoamento.

Uma curva de $|\boldsymbol{\tau}|$ em relação a $\dot{\gamma}$ para o modelo de Bingham é uma reta com coeficiente angular igual a μ_p , semelhante ao modelo Newtoniano, mas com coeficiente linear igual a τ_o , diferentemente do modelo Newtoniano, em que o coeficiente linear é igual a zero.

Entretanto, apesar da curva de $|\boldsymbol{\tau}|$ em relação a $\dot{\gamma}$ ser uma reta, deve-se notar que este modelo prevê uma viscosidade aparente que decresce com o aumento da taxa de cisalhamento, tendendo a μ_p a altas taxas. Para tensões maiores que τ_o , a viscosidade efetiva é dada por:

$$\eta = \mu_p + \frac{\tau_o}{\dot{\gamma}} \quad (2.38)$$

2.4.5 O Modelo de Herschel-Bulkley

Como diversos fluidos apresentam comportamento de viscosidade aparente decrescente com a taxa de cisalhamento segundo uma curva de $|\boldsymbol{\tau}|$ em relação a $\dot{\gamma}$ que não é reta, mas sim uma curva com a concavidade voltada para baixo, de modo semelhante ao modelo de Ostwald e de Waele (com $n < 1$), mas se comportam como sólido abaixo de uma determinada tensão mínima, de modo semelhante ao modelo de Bingham, foram elaborados diversos modelos simples que englobam os dois efeitos.

O mais simples desses modelos é o de Herschel-Bulkley, dado pela equação:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_o + k\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}} \end{array} \right\} \text{ se } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_o \quad (2.39)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} = -\mathbf{G} : \boldsymbol{\gamma} \\ \eta = \infty \end{array} \right\} \text{ se } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_o$$

em que k e n são parâmetros similares aos do modelo *power-law*, chamados aqui também de índice de consistência e índice de comportamento, e τ_o é a tensão limite, abaixo da qual não há escoamento, similarmente ao modelo de Bingham.

Note-se que o modelo de Herschel-Bulkley já apresenta três parâmetros, diferentemente dos modelos de Bingham e de Ostwald e de Waele, que apresentam apenas dois. Naturalmente, quanto maior o número de parâmetros, melhores são

os ajustes dos dados experimentais, e mais bem representados são os modelos, mas também mais complexa é a estimação dos parâmetros e a descrição do comportamento reológico.

2.4.6 As Modificações do modelo de Herschel-Bulkley

Encontram-se frequentemente problemas numéricos devidos à descontinuidade dos modelos de Bingham e de Herschel-Bulkley em $|\boldsymbol{\tau}| = \tau_o$, bem como à viscosidade aparente infinita em $|\boldsymbol{\tau}| < \tau_o$.

Existem diversas maneiras de se contornar numericamente esses problemas. Uma delas é utilizar um modelo condicional semelhante ao de Spriggs (seção 2.4.3), em que se altera de uma maneira também descontínua o comportamento do fluido para baixas taxas de cisalhamento, de modo a evitar a viscosidade infinita. Outra maneira é utilizar o modelo de Herschel-Bulkley modificado proposto por PAPANASTASIOU (1987), que não apresenta descontinuidades:

$$\boldsymbol{\tau} = -\frac{[(1 - \exp(-a\dot{\gamma}))\tau_o + k\dot{\gamma}^n]\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} \quad (2.40)$$

em que a é um parâmetro de regularização.

Algumas modificações do modelo de PAPANASTASIOU (1987) foram propostas posteriormente. Uma das desvantagens que permanece nesse modelo é a viscosidade infinita na taxa de cisalhamento nula. Uma modificação visando contornar esse problema e conferir mais algumas vantagens numéricas ao modelo foi proposta por DE SOUZA MENDES e DUTRA (2004), dado pela Equação 2.41:

$$\boldsymbol{\tau} = -\left[1 - \exp\left(-\frac{\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right)\right] \left(\frac{\tau_o + k\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}}\right) \dot{\gamma} \quad (2.41)$$

em que k , n e τ_o são parâmetros do modelo similares aos homônimos do modelo de Herschel-Bulkley, e η_o é a viscosidade aparente a baixas taxas de cisalhamento. Note-se que, quando $n < 1$, segundo este modelo, não há descontinuidade em $|\boldsymbol{\tau}| = \tau_o$, e que a viscosidade aparente tende a η_o conforme $\dot{\gamma}$ tende a zero:

$$\begin{aligned} \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right)\right] \left(\frac{\tau_o + k\dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}}\right) = \\ &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \left[\frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right)\right]}{\left(\frac{\dot{\gamma}}{\tau_o + k\dot{\gamma}^n}\right)}\right] = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \left[\frac{\frac{d}{d\dot{\gamma}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right)\right]}{\frac{d}{d\dot{\gamma}} \left(\frac{\dot{\gamma}}{\tau_o + k\dot{\gamma}^n}\right)}\right] = \\ &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \left[\frac{\left[\frac{\eta_o}{\tau_o} \exp\left(-\frac{\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right)\right]}{\left(\frac{\tau_o + k\dot{\gamma}^n - \dot{\gamma}(nk\dot{\gamma}^{n-1})}{(\tau_o + k\dot{\gamma}^n)^2}\right)}\right] = \eta_o \end{aligned} \quad (2.42)$$

Apesar de não apresentar descontinuidades, este modelo mascara o comportamento visco-plástico, uma vez que ele não prevê uma tensão limite de escoamento real. A baixas tensões, a Equação 2.42 prevê apenas uma viscosidade aparente muito elevada, tendendo para η_o , mas ainda assim há escoamento, caracterizando portanto um fluido pseudo-plástico, e não um fluido plástico como os descritos pelos modelos de Bingham e Herschel-Bulkley.

Ainda assim, a Equação 2.42 prevê uma variação acentuada da viscosidade aparente em tensões em torno de τ_o , de modo que substitui a descontinuidade dos modelos visco-plásticos por um modelo contínuo com um platô de alta viscosidade a baixas taxas.

2.4.7 O Modelo de Casson

Conforme comentado, o modelo de Herschel-Bulkley foi criado para representar fluidos visco-plásticos em que, uma vez ultrapassada a tensão limite de escoamento, a viscosidade aparente decai com o aumento da taxa, de acordo com uma curva de $|\boldsymbol{\tau}|$ versus $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ com uma concavidade voltada para baixo.

O modelo de Herschel-Bulkley, entretanto, tem três parâmetros. O modelo de Casson, dado pela Equação 2.43, é um modelo visco-plástico de dois parâmetros que atende essa premissa (curva de $|\boldsymbol{\tau}|$ versus $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ com uma concavidade voltada para baixo).

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = \left[\frac{(\sqrt{\tau_o} + \sqrt{\mu_p \dot{\boldsymbol{\gamma}}})^2}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right] \end{array} \right\} \text{ se } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_o \quad (2.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} = -\mathbf{G} : \boldsymbol{\gamma} \\ \eta = \infty \end{array} \right\} \text{ se } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_o$$

2.4.8 O Modelo de Eyring e suas variações

Segundo BIRD *et al.* (1987a), o modelo Eyring foi a primeira expressão $\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ obtida através de uma teoria molecular.

Publicado por EYRING *et al.* (1941), o modelo é dado pela Equação 2.44:

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda_o \tau_o \left[\frac{\text{arcsenh}(\lambda_o \dot{\boldsymbol{\gamma}})}{\lambda_o \dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.44)$$

em que λ_o é uma constante de tempo, parâmetro do modelo, e τ_o é outro parâmetro, semelhante a uma tensão de escoamento.

Posteriormente houve modificações na Equação 2.44, de modo a melhor ajustar alguns dados experimentais.

A Equação 2.45 foi proposta por POWELL e EYRING (1944), e a Equação 2.46 por SUTTERBY (1965).

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda_o \tau_o \left[\left(\frac{\text{arcsenh}(\lambda_o \dot{\gamma})}{\lambda_o \dot{\gamma}} \right) + \eta_1 \right] \dot{\gamma} \quad (2.45)$$

$$\boldsymbol{\tau} = -\lambda_o \tau_o \left[\frac{\text{arcsenh}(\lambda_o \dot{\gamma})}{\lambda_o \dot{\gamma}} \right]^\alpha \dot{\gamma} \quad (2.46)$$

em que α e η_1 são parâmetros dos modelos.

2.4.9 O Modelo de Ellis

Existem modelos em que se calcula a viscosidade e/ou a tensão em função de outras variáveis, que não a taxa de cisalhamento.

Um exemplo desses modelos é o de Ellis (BIRD *et al.* (1987a)), que propõe uma viscosidade calculada a partir da magnitude da própria tensão $\eta(|\boldsymbol{\tau}|)$, de acordo com a Equação 2.47:

$$\eta(|\boldsymbol{\tau}|) = \left[\frac{\eta_o}{1 + \left(\frac{|\boldsymbol{\tau}|}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}} \right] \quad (2.47)$$

em que α , η_o e $\tau_{1/2}$ são parâmetros do modelo. η_o é a viscosidade em baixas taxas, α é um parâmetro de significado semelhante ao inverso do índice de comportamento do modelo *power-law*, e $\tau_{1/2}$ é a magnitude da tensão em que se observa $\eta = \eta_o/2$.

Observe-se que, quando substituída na equação constitutiva para a tensão, o modelo de Ellis resulta em uma equação implícita para a tensão, Equação 2.48:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(|\boldsymbol{\tau}|) \dot{\gamma} = \left[\frac{\eta_o}{1 + \left(\frac{|\boldsymbol{\tau}|}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}} \right] \dot{\gamma} \quad (2.48)$$

2.4.10 Os Modelos de Carreau e Carreau-Yasuda

Conforme já comentado, quanto maior o número de parâmetros de um modelo, maior a flexibilidade do mesmo se ajustar a dados experimentais. Os modelos de Carreau (Equação 2.49) e Carreau-Yasuda (Equação 2.50) são caracterizados por se adequarem bem a diversos tipos de fluidos, por terem grande quantidade de parâmetros.

O modelo de Carreau, proposto inicialmente por CARREAU (1968), tem quatro parâmetros, e é dado pela Equação 2.49:

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\eta_{\infty} + (\eta_o - \eta_{\infty}) (1 + (\lambda \dot{\gamma})^2)^{\frac{n-1}{2}} \right] \dot{\gamma} \quad (2.49)$$

em que os parâmetros são η_o , η_{∞} , λ e n : a viscosidade aparente a baixas e altas taxas, uma constante de tempo e índice de comportamento, respectivamente.

O modelo de Carreau-Yasuda é uma modificação da Equação 2.49 proposta por YASUDA (1979), de modo a ajustar melhor alguns dados experimentais. Tem cinco parâmetros, pois o fator 2 do modelo de Carreau é substituído por um parâmetro a , que indica a região de transição entre a região de baixas taxas de cisalhamento e a região de comportamento do tipo *power-law*. É dado pela Equação 2.50:

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\eta_{\infty} + (\eta_o - \eta_{\infty}) (1 + (\lambda \dot{\gamma})^a)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma} \quad (2.50)$$

Os modelos de Carreau e Carreau-Yasuda caracterizam-se por representar bastante bem diversos tipos de fluidos, por serem contínuos em toda a faixa de $\dot{\gamma}$, e por apresentarem platôs de viscosidade tanto a altas quanto a baixas taxas, caracterizadas pelos parâmetros η_o e η_{∞} .

2.4.11 O Modelo de Cross

O modelo de Cross se assemelha ao de Carreau, pois tem quatro parâmetros ajustáveis e também apresenta platôs de viscosidade a altas e a baixas taxas de cisalhamento, caracterizadas pelos parâmetros η_o e η_{∞} . É dado pela Equação 2.51:

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\eta_{\infty} + \left(\frac{\eta_o - \eta_{\infty}}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^n} \right) \right] \dot{\gamma} \quad (2.51)$$

2.4.12 A Tixotropia

Muitos fluidos apresentam características reológicas dependentes do tempo.

Os próprios fluidos de perfuração e estimulação de uso na engenharia de poços, apresentam uma propriedade chamada de *tixotropia*, caracterizada pela redução da viscosidade aparente com o tempo de cisalhamento, a uma taxa de deformação constante. Isso ocorre quando se aumenta a taxa de cisalhamento de tais fluidos (partindo-se de uma taxa menor para outra maior, mantida a partir de então constante). Quando a taxa de cisalhamento é reduzida, ocorre o contrário: a viscosidade aparente aumenta com o tempo de cisalhamento, até estabilizar.

Diz-se que esse fenômeno é observado devido a uma *gelificação* do fluido: quando a taxa de cisalhamento é aumentada, a “estrutura” do fluido é quebrada, desfazendo-se ainda mais as camadas de solvatação, reduzindo a viscosidade aparente, o que

não ocorre imediatamente, tendo uma cinética de resposta. Analogamente, quando a taxa de cisalhamento é reduzida, o fluido se estrutura mais, reconstruindo-se as camadas de solvatação, aumentando portanto a viscosidade aparente.

Esses fenômenos dependentes do tempo não podem ser explicados pelo Modelo Newtoniano Generalizado, uma vez que ele não leva em conta variações temporais da tensão e da taxa de cisalhamento, prevendo apenas respostas imediatas do fluido.

Quando se começou a trabalhar com soluções poliméricas e polímeros fundidos, em especial, observaram-se diversos fenômenos que não poderiam ser explicados pelos modelos de Fluidos Newtonianos Generalizados, entre eles a tixotropia.

Embora a tixotropia e a viscoelasticidade sejam definidos como fenômenos diferentes, os modelos reológicos viscoelásticos (abordados na seção 2.4.13) prevêm uma tensão de cisalhamento dependente do tempo, podendo ser utilizados para modelar a tixotropia. Existem também modelos elaborados especificamente para modelar a tixotropia, independente da viscoelasticidade.

2.4.13 A Viscoelasticidade

Diversos livros sobre escoamento de fluidos viscoelásticos mostram diversos experimentos que evidenciam fenômenos que não podem ser explicados pelos modelos de Fluidos Newtonianos Generalizados (BIRD *et al.* (1987a), BIRD *et al.* (1987b), FERRY (1980), CHEREMISINOFF (1998), BARNES *et al.* (1989), LARSON (1988), SHAW e MACKNIGHT (2005), CHHABRA e RICHARDSON (2008), BRINSON e BRINSON (2008), OSSWALD e HERNÁNDEZ-ORTIZ (2006) e LIN (2003)).

Um desses fenômenos é o fato de que quando se interrompe repentinamente o cisalhamento de um fluido polimérico, a tensão não cai a zero imediatamente, conforme seria previsto pelo modelo do FNG. Em fluidos poliméricos, a tensão apresenta ainda um valor finito, que cai exponencialmente ao longo do tempo. Isso ocorre porque o fluido apresenta uma memória elástica. Durante o cisalhamento, as moléculas são alongadas e estiradas em direções preferenciais. Após cessado o cisalhamento, a taxa de deformação é nula, mas a deformação não é, de modo que as moléculas tendem a relaxar, recuperando-se do estiramento. Durante essa relaxação, existe uma tensão residual não-nula, mesmo que a taxa de cisalhamento seja nula.

Note-se que esse fenômeno exige uma equação constitutiva para a tensão dependente do tempo.

Outro fenômeno interessante que não pode ser explicado pelo modelo de FNG é o conhecido como “inchamento do extrudado”. Quando um polímero fundido sai do bico de um extrusor, o diâmetro da seção do escoamento pode aumentar muito. BIRD *et al.* (1987a) ilustra um experimento em que o diâmetro do extrudado triplica

após sair para a atmosfera, o que ocorre devido à relaxação elástica das tensões normais.

Ambos os efeitos acima, e diversos outros apresentados na literatura, são decorrentes de um comportamento elástico do fluido. Daí a denominação deste tipo de fluido: viscoelásticos, pois eles exibem comportamento elástico e comportamento viscoso, simultaneamente.

Uma boa e breve revisão dos modelos viscoelásticos existentes é apresentada por FAVERO (2009). Uma descrição mais aprofundada dos modelos e da teoria por trás deles pode ser encontrada em diversos livros (BIRD *et al.* (1987a), BIRD *et al.* (1987b), FERRY (1980), CHEREMISINOFF (1998), BARNES *et al.* (1989), LARSON (1988), SHAW e MACKNIGHT (2005), CHHABRA e RICHARDSON (2008), BRINSON e BRINSON (2008), OSSWALD e HERNÁNDEZ-ORTIZ (2006) e LIN (2003)). A seguir, serão apresentados brevemente alguns dos principais modelos.

A função material elástica mais simples é a já apresentada Lei de Hooke, proposta pela primeira vez por HOOKE (1678), e apresentada aqui com G escalar (equivalente a considerar apenas um coeficiente de proporcionalidade tensão-deformação, para todas as direções), de modo a se obter o modelo viscoelástico mais simples:

$$\tau = -G\gamma \quad (2.52)$$

Desprezando a variação espacial de γ , tem-se a relação entre $\dot{\gamma}$ e γ dada apenas pela derivada parcial em relação ao tempo, $\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t}$. Pode-se então derivar a Equação 2.52 parcialmente em relação a t , resultando na Equação 2.53:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -G \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -G\dot{\gamma} \quad (2.53)$$

Os fluidos viscoelásticos apresentam simultaneamente os comportamentos elástico e viscoso. Sendo assim, é bastante intuitiva a função material mais simples possível para um fluido viscoelástico, unindo de maneira linear a Lei de Hooke (na forma da Equação 2.53, com G escalar) e a Lei de Newton da Viscosidade (na forma da Equação 2.26, para um fluido incompressível), resultando numa equação como a 2.54:

$$\tau + \frac{\eta}{G} \frac{\partial \tau}{\partial t} = -\eta\dot{\gamma} \quad (2.54)$$

Esse é o **Modelo Viscoelástico Linear de Maxwell**, proposto pela primeira vez por MAXWELL (1867), para investigar a possibilidade de que gases pudessem ser viscoelásticos.

Note-se que para escoamentos em estado estacionário, a Equação 2.54 se reduz à Lei de Newton, e para viscosidades infinitas se reduz à Lei de Hooke.

A razão $\frac{\eta}{G}$ tem unidades de tempo, e é geralmente representada pela letra λ , sendo chamada de *tempo de relaxação* e tida como o tempo de relaxação das moléculas do polímero (ou da estrutura de um modo geral, no caso de fluidos viscoelásticos não poliméricos).

Entretanto, como os polímeros fundidos ou soluções poliméricas nunca são formadas por moléculas exclusivamente de uma única massa molar, mas têm sempre uma distribuição de massas molares relativamente ampla, foi proposto um modelo semelhante à Equação 2.54, mas com diversos tempos de relaxação diferentes, com o intuito de representar a ampla distribuição de massas molares de uma mistura polimérica.

Esse é o **Modelo de Maxwell Generalizado**, dado pela Equação 2.55:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_k(t) \\ \boldsymbol{\tau}_k + \lambda_k \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_k}{\partial t} = -\eta_k \dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{cases} \quad (2.55)$$

em que existem diversos tempos de relaxação λ_k (com $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots$) e diversas constantes η_k com dimensões de viscosidade.

Uma vez que a Equação 2.55 é uma equação diferencial linear, ela pode ser integrada analiticamente. Se o fluido está em repouso em $t = -\infty$, então a integração resulta na Equação 2.56 (BIRD *et al.* (1987a)):

$$\boldsymbol{\tau}(t) = - \int_{-\infty}^t \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{\lambda_k} \exp\left(-\frac{(t-\zeta)}{\lambda_k}\right) \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}}(\zeta) d\zeta \quad (2.56)$$

Na Equação 2.56, o efeito de memória no comportamento dos fluidos viscoelásticos fica evidenciado, pois os limites de integração tornam evidente que a tensão no tempo t depende de todos os tempos ζ passados, desde $\zeta = -\infty$ até $\zeta = t$. Entretanto, devido ao termo de decaimento exponencial, a influência dos tempos ζ próximos de t é maior. Ou seja: o fluido “relembra” muito bem o cisalhamento recente, respondendo a ele em sua tensão atual e futura, mas “relembra” muito pouco o cisalhamento de um passado distante, respondendo de maneira cada vez menor.

Vale lembrar que o Modelo de Maxwell parte das equações constitutivas mais simples existentes para os materiais elásticos e viscosos, as Leis de Hooke e Newton, respectivamente, que simplesmente relacionam linearmente as forças motrizes $\boldsymbol{\gamma}$ e $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ à tensão. Além disso, a Lei de Hooke só é estritamente válida para deformações infinitesimais, de modo que o modelo de Maxwell também está restrito a essa limitação (BIRD *et al.* (1987a) e BIRD *et al.* (2002)). Na Lei de Hooke, considerou-se a proporcionalidade entre tensão e deformação apenas pelo escalar G , ao invés do tensor \mathbf{G} , o que equivale a considerar a relação tensão-deformação com apenas um coeficiente de proporcionalidade para todas as direções e desprezar as relações cruzadas

pelo efeito de Poisson. A derivada em relação ao tempo na Equação 2.53 é parcial, de modo que o modelo de Maxwell despreza a variação espacial do campo de $\dot{\gamma}$ (do contrário, deveria ser uma derivada material). Todas estas observações são limitações do modelo de Maxwell.

Como grande parte dos fluidos viscoelásticos consiste de soluções de polímeros em solventes Newtonianos, é usual considerar duas contribuições para o tensor tensão: uma contribuição Newtoniana, ou Newtoniana Generalizada, advinda do solvente, e outra viscoelástica, advinda do polímero. Sendo assim, o modelo de Maxwell Generalizado assume a forma da Equação 2.57:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_S + \boldsymbol{\tau}_P \\ \boldsymbol{\tau}_S = -\eta_S(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \\ \boldsymbol{\tau}_P(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_{P,k}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_{P,k} + \lambda_k \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_{P,k}}{\partial t} = -\eta_k \dot{\gamma} \end{cases} \quad (2.57)$$

em que $\boldsymbol{\tau}_S$ é a contribuição do solvente para a tensão, escrita na Equação 2.57 como um FNG, e $\boldsymbol{\tau}_P$ é a contribuição do polímero.

Existem diversos modelos viscoelásticos não lineares, que são mais complexos, mas permitem descrever de maneira mais acurada as características elásticas e os efeitos não lineares observados experimentalmente, como viscosidade não Newtoniana e diferenças de tensões normais.

Não existe modelo perfeito, de modo que cada um é capaz de prever determinados fenômenos, mas pode apresentar deficiências na representação de outros. De fato, os modelos Newtonianos Generalizados podem ser vistos como uma simplificação grosseira de alguns modelos viscoelásticos, para o regime estacionário.

Para a criação dos modelos diferenciais não lineares, define-se um operador chamado de *derivada convectiva*. A derivada convectiva superior de um tensor qualquer $\boldsymbol{\Gamma}$ é definida como:

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\Gamma}} = \frac{D}{Dt} \boldsymbol{\Gamma} - [(\nabla \mathbf{U})^T \cdot \boldsymbol{\Gamma}] - [\boldsymbol{\Gamma} \cdot \nabla \mathbf{U}] \quad (2.58)$$

Ou, para um tensor $\boldsymbol{\Gamma}$ simétrico:

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\Gamma}} = \frac{D}{Dt} \boldsymbol{\Gamma} - [\boldsymbol{\Gamma} \cdot \nabla \mathbf{U}] - [\nabla \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\Gamma}]^T \quad (2.59)$$

A maioria dos modelos não lineares diferenciais podem ser obtidos pela substituição das derivadas em relação ao tempo pela derivada convectiva no tempo e/ou na inclusão de termos não lineares e parâmetros nas equações (BIRD *et al.* (1987a)).

O **Modelo de Oldroyd-B** (OLDROYD (1950)), que deriva da teoria cinética para soluções poliméricas concentradas e polímeros fundidos (BIRD *et al.* (1987a)), representando-se a cadeia polimérica como duas esferas unidas por uma mola, é dado

pela Equação 2.60:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_S + \boldsymbol{\tau}_P \\ \boldsymbol{\tau}_S = -\eta_S(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \boldsymbol{\tau}_P(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_{P,k}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_{P,k} + \lambda_k \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{P,k} = -\eta_k \dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{cases} \quad (2.60)$$

Tomando-se a viscosidade do solvente como nula, obtém-se o **Modelo Convectivo Superior de Maxwell** (UCM - *Upper Convected Maxwell*), dado pela Equação 2.61:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_{P,k}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_{P,k} + \lambda_k \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{P,k} = -\eta_k \dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{cases} \quad (2.61)$$

Existe uma classe de modelos que partem do Oldroyd-B, mas admitem que os parâmetros λ_k e η_k têm uma dependência com a taxa de cisalhamento, de maneira semelhante à generalização do Modelo de Newton para obter o FNG. Um desses modelos é o de **White-Metzner**, dado pela Equação 2.62:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_S + \boldsymbol{\tau}_P \\ \boldsymbol{\tau}_S = -\eta_S(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \boldsymbol{\tau}_P(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_{P,k}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_{P,k} + \lambda_k(\dot{\gamma}) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{P,k} = -\eta_k(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{cases} \quad (2.62)$$

em que as mesmas relações para $\eta(\dot{\gamma})$ usadas para representar os FNGs são utilizadas para as relações $\lambda_k(\dot{\gamma})$ e $\eta_k(\dot{\gamma})$. Ou seja, pode-se representar $\lambda_k(\dot{\gamma})$ e $\eta_k(\dot{\gamma})$ por uma relação do tipo *power-law*, Carreau, Carreau-Yasuda, Eyring, Cross, etc, com parâmetros próprios.

Outro modelo semelhante ao Oldroyd-B é o de Giesekus (GIESEKUS (1982)), que também foi deduzido a partir de considerações da teoria cinética molecular com sistemas de esferas ligadas por molas, mas, diferentemente do modelo de Oldroyd-B, foi introduzida uma força de arrasto anisotrópica sobre as esferas. O Modelo de Giesekus é dado pela Equação 2.63:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_S + \boldsymbol{\tau}_P \\ \boldsymbol{\tau}_S = -\eta_S(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \boldsymbol{\tau}_P(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \boldsymbol{\tau}_{P,k}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_{P,k} + \lambda_k \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{P,k} + \alpha_k \frac{\lambda_k}{\eta_k} (\boldsymbol{\tau}_{P,k} \cdot \boldsymbol{\tau}_{P,k}) = -\eta_k \dot{\boldsymbol{\gamma}} \end{cases} \quad (2.63)$$

em que α_k é um parâmetro do modelo para cada modo de relaxação, chamado *fator de mobilidade*, que está associado à anisotropia do movimento Browniano e da força de arrasto (BIRD *et al.* (1987a)).

Os modelos apresentados aqui foram os primeiros propostos para fluidos viscoelásticos, e são os mais simples. Existem diversos outros modelos que derivam de diferentes considerações da teoria cinética para soluções poliméricas e polímeros fundidos.

A título de exemplo, utilizando o mesmo modelo de polímero de esferas ligadas por uma mola, mas impondo um modelo de mola não linear com uma restrição de L_2 na elongação da mesma, obtém-se o modelo conhecido como FENE (*Finitely Extensible Nonlinear Elastic*, WARNER (1972)). A partir do mesmo, foram deduzidos diversos outros modelos, como o FENE-P (*Finitely Extensible Nonlinear Elastic - Peterlin*, BIRD *et al.* (1980)) e o FENE-CR (*Finitely Extensible Nonlinear Elastic - Chilcott and Rallison*, CHILCOTT e RALLISON (1988)), entre outros.

Outras classes de modelos, que não serão exploradas aqui, são os do tipo PTT (*Phan-Thien-Tanner*, PHAN-THIEN e TANNER (1977)), derivados da teoria de rede, e os recentes modelos do tipo PP (*Pom-Pom*, MCLEISH e LARSON (1998)).

Cada modelo apresenta vantagens e desvantagens. Os modelos mais complexos, via de regra, são mais acurados e representam mais fenômenos viscoelásticos não lineares. Entretanto, também têm um custo computacional maior na sua resolução.

Neste trabalho, serão abordados os fluidos de perfuração e estimulação da engenharia de poços de petróleo, que apresentam algumas características viscoelásticas, tais como a *tixotropia*. Entretanto, essas características viscoelásticas são pouco pronunciadas nesses fluidos, e não são importantes para os fenômenos objeto de estudo deste trabalho.

Sendo assim, não se utilizarão modelos viscoelásticos para representar os fluidos utilizados neste trabalho, que serão representados como FNG, que descreve de maneira suficientemente acurada o comportamento esperado, com um custo computacional imensamente menor.

2.5 A Dependência da Reologia com a Temperatura

Na seção 2.4, foram apresentadas algumas equações constitutivas para se representar a tensão τ em função do campo de velocidade \mathbf{U} . Esses modelos não levam em consideração, entretanto, o campo de temperatura, embora se saiba que os parâmetros reológicos sejam fortemente dependentes da mesma. Os modelos apresentados na seção 2.4 representam o comportamento dos fluidos a uma temperatura uniforme.

Entretanto, este trabalho trata justamente da transferência de calor para o fluido de perfuração, de modo que os modelos isotérmicos da seção 2.4 não bastam.

É necessário, portanto, um modelo reológico não isotérmico que leve em conta a

temperatura, visto que o comportamento reológico é função da mesma.

A maneira clássica de tratar a dependência do modelo reológico com a temperatura é através da definição de um fator de correção, geralmente denotado por a_T , e dado satisfatoriamente por:

$$a_T = \frac{\eta_o(T) \cdot T_o \cdot \rho_o}{\eta_o(T_o) \cdot T \cdot \rho} \quad (2.64)$$

em que η_o é a viscosidade efetiva a baixas taxas de cisalhamento, e T_o e ρ_o são respectivamente a temperatura de referência e a massa específica medida em T_o .

Historicamente, utilizou-se um método de variáveis reduzidas, que prevê que uma única curva mestra pode ser obtida ao se plotar uma viscosidade aparente reduzida, η_r , versus uma taxa de cisalhamento reduzida, $\dot{\gamma}_r$, definidas como:

$$\eta_r = \eta(\dot{\gamma}, T) \frac{\eta_o(T_o)}{\eta_o(T)} = \frac{\eta(\dot{\gamma}, T) \rho_o T_o}{a_T \rho T} \quad (2.65)$$

$$\dot{\gamma}_r = a_T \dot{\gamma} \quad (2.66)$$

De fato, um embasamento teórico para o método das variáveis reduzidas, e mais especificamente para a Equação 2.64, pode ser obtido através da teoria cinética molecular para soluções poliméricas diluídas (BIRD *et al.* (1987a), BIRD *et al.* (1987b) e FERRY (1980)), exceto que a dedução pela teoria cinética resulta numa equação em que o termo η_o da Equação 2.64 é substituído por $(\eta_o - \eta_s)$, em que η_s é a viscosidade do solvente, considerado newtoniano.

Entretanto, a utilização das Equações 2.65 e 2.66 para representar as variáveis reduzidas exige que se conheçam dados experimentais da dependência da viscosidade a baixas taxas η_o com a temperatura, e foi desenvolvida para se realizar cálculos simples com o uso de ábacos.

Uma maneira mais adequada de se representar a dependência do modelo reológico com a temperatura para a aplicação em cálculos computacionais é apresentada por TANNER (2000), que também utiliza o fator de correção a_T , mas o mesmo é aplicado diretamente à equação da tensão τ .

Seja $\xi(\dot{\gamma})$ a função que representa a tensão em função da taxa de cisalhamento na temperatura de referência T_o , ou seja:

$$\tau(\dot{\gamma}, T_o) = \xi(\dot{\gamma}) \quad (2.67)$$

A dependência da tensão com a temperatura é, então, dada pela Equação 2.68:

$$\tau(\dot{\gamma}, T) = \frac{T \cdot \rho}{T_o \cdot \rho_o} \cdot \xi(a_T \cdot \dot{\gamma}) \quad (2.68)$$

onde T_o é a temperatura de referência, ρ_o é a massa específica medida na temperatura de referência, e a_T é o fator de correção com a temperatura, que é modelado de diferentes maneiras, mas depende apenas da temperatura e das propriedades do fluido, contendo parâmetros sujeitos a ajuste experimental.

Outra maneira de se escrever a Equação 2.68 seria:

$$\tau(\dot{\gamma}, T) = \frac{T \cdot \rho}{T_o \cdot \rho_o} \tau(a_T \cdot \dot{\gamma}, T_o) \quad (2.69)$$

Para completar a descrição da dependência do modelo reológico com a temperatura, resta modelar o fator a_T , que é modelado como uma função somente da temperatura e das propriedades do fluido.

Sabe-se que o fator a_T decresce com o aumento da temperatura. Dois modelos são os mais utilizados e mais citados na literatura (BIRD *et al.* (1987a) e FERRY (1980)): a equação WLF (Equação 2.70) e um modelo “tipo Arrhenius” (2.71):

$$\log(a_T) = \frac{-c_1^o(T - T_o)}{c_2^o + (T - T_o)} \quad (2.70)$$

em que c_1^o e c_2^o são parâmetros do modelo, ajustáveis experimentalmente.

$$a_T = \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \quad (2.71)$$

em que $\Delta \tilde{H}$ é um parâmetro do modelo, ajustável experimentalmente. Frequentemente se refere a $\Delta \tilde{H}$ como “energia de ativação ao escoamento” (BIRD *et al.* (1987a)).

Segundo BIRD *et al.* (2002), a equação WLF (2.70) é mais adequada para polímeros de alta massa molar e temperaturas entre a temperatura de transição vítrea T_g e $T_g + 100K$, enquanto que a equação do tipo Arrhenius (2.71) é mais adequada para soluções poliméricas de baixa massa molar em temperaturas mais do que $100K$ acima da T_g , bem como para fluidos não Newtonianos não poliméricos, como emulsões e suspensões.

Sendo assim, neste trabalho a dependência da tensão de cisalhamento com a temperatura será descrita pela Equação 2.69, conforme sugerido por TANNER (2000), e o fator a_T será modelado com a equação 2.71, semelhante a Arrhenius.

Segue a representação de alguns modelos reológicos incompressíveis da seção 2.4 considerando a dependência com a temperatura.

Newtoniano:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.72)$$

Power-law:

$$\boldsymbol{\tau} = -k \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{n \Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}}^{n-1} \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.73)$$

Spriggs:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\tau} = -\eta_o \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}} & \text{se } \dot{\boldsymbol{\gamma}} \leq \dot{\boldsymbol{\gamma}}_o \\ \boldsymbol{\tau} = -\eta_o \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{n \Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left(\frac{\dot{\boldsymbol{\gamma}}}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}_o} \right)^{n-1} \dot{\boldsymbol{\gamma}} & \text{se } \dot{\boldsymbol{\gamma}} > \dot{\boldsymbol{\gamma}}_o \end{array} \right. \quad (2.74)$$

Bingham:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\tau} = -\frac{T}{T_o} \left(\frac{\tau_o + \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \mu_p \dot{\boldsymbol{\gamma}}}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right) \dot{\boldsymbol{\gamma}} & \text{se } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_o \\ \left. \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} = -G \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \boldsymbol{\gamma} \\ \eta = \infty \end{array} \right\} & \text{se } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_o \end{array} \right. \quad (2.75)$$

Herschel-Bulkley:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\tau}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}, T) = -\frac{T}{T_o} \left[\frac{\tau_o + k \left(\exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}} \right)^n}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right] \dot{\boldsymbol{\gamma}} & \text{se } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_o \\ \left. \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} = -G \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \boldsymbol{\gamma} \\ \eta = \infty \end{array} \right\} & \text{se } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_o \end{array} \right. \quad (2.76)$$

Carreau:

$$\tau = -\frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left[\eta_\infty + (\eta_o - \eta_\infty) \left(1 + \left(\exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \lambda \dot{\gamma} \right)^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \right] \dot{\gamma} \quad (2.77)$$

Carreau-Yasuda:

$$\tau = -\frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left[\eta_\infty + (\eta_o - \eta_\infty) \left(1 + \left(\exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \lambda \dot{\gamma} \right)^a \right)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma} \quad (2.78)$$

2.6 A Fluidodinâmica Computacional

O escoamento de fluidos e a transferência de energia podem ser matematicamente descritos pelo equacionamento da mecânica do contínuo abordado na seção 2.2 e as equações constitutivas da seção 2.3, juntamente com um conjunto adequado de condições iniciais e de contorno.

As equações abordadas, entretanto, raramente têm solução analítica, de modo que se torna necessária a aplicação de métodos numéricos para a resolução das mesmas.

A Fluidodinâmica Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) é o conjunto de técnicas matemáticas, numéricas e computacionais utilizadas para obter, visualizar e interpretar soluções computacionais para as equações da mecânica do contínuo que governam o escoamento de fluidos.

A Fluidodinâmica Computacional permite prever o resultado do escoamento de fluidos de uma maneira mais rápida e barata que a realização de experimentos físicos, além de permitir a predição de algumas características do escoamento que poderiam ser difíceis de medir experimentalmente, bem como a previsão do resultado de experimentos que poderiam ser impossíveis ou impraticáveis de realizar.

Os métodos numéricos utilizados podem ser basicamente de dois tipos: uma aproximação da solução desejada por uma série de funções no domínio de solução, ou a obtenção de aproximações da solução em determinados pontos do domínio, através de um processo de discretização.

Os métodos numéricos que envolvem discretização são muito mais populares para a resolução de problemas de escoamento. Dentre eles, pode-se citar o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Volumes Finitos.

O método utilizado neste trabalho é o de Volumes Finitos, por ser o mais utilizado e mais bem estabelecido método no que diz respeito a CFD. Este método parte da integração formal das equações da mecânica do contínuo que regem o escoamento dentro de cada sub-domínio obtido da discretização do domínio global.

A forma conservativa de cada equação é utilizada, para que se possa transformar a integral em volume do divergente do fluxo na integral na área do sub-domínio, através da aplicação do teorema de Gauss.

Até esta etapa, o método poderia ser considerado exato, mas a completa discretização exige a aproximação das variáveis conservadas nas faces dos volumes, o que é feito através de funções de interpolação, o que confere uma acurácia finita ao método.

A forma final discretizada consiste de um sistema de equações algébricas ou algébrico-diferenciais, cuja solução resulta os valores das variáveis conservadas nos pontos nodais da malha. Mais informação acerca do Método dos Volumes Finitos pode ser encontrada na literatura consagrada (PATANKAR (1980), JASAK (1996), PINTO e LAGE (2001) e MALISKA (2004)). O método de discretização de cada termo da equação de transporte será abordado na seção 2.6.1.

Os pacotes computacionais de CFD são geralmente subdivididos em três partes: pré-processamento, solução numérica (*solver*) e pós-processamento.

O pré-processamento envolve a geração de geometria computacional (representação computacional da geometria a ser modelada), geração de malha computacional (discretização da geometria computacional em sub-domínios) e na especificação da modelagem física a ser adotada, com definição dos fenômenos a serem modelados, propriedades físicas e de transporte dos fluidos e sólidos, especificação das condições de contorno apropriadas, etc.

O *solver* é o “coração” de um pacote de CFD, pois é ele que efetivamente implementa as técnicas numéricas de solução para resolver os problemas de escoamento apropriadamente. É o *solver* que trata de discretizar as equações da mecânica do contínuo no domínio de solução, linearizar as equações obtidas e aplicar os métodos numéricos cabíveis para resolução dos sistemas de equações lineares, de modo a obter a solução discretizada.

O pós-processamento envolve a visualização e avaliação dos resultados obtidos, incluindo visualização da geometria e da malha, de linhas de fluxo e de trajetória, bem como de campos escalares e vetoriais, desenho de gráficos, de vetores, de contorno, além de ferramentas para “amostragem” de determinados campos em posições pré-determinadas ao longo do tempo.

O pacote de CFD utilizado neste trabalho é o *OpenFOAM*®^(R), versão 1.6-ext. Grande parte da exposição feita a partir de agora será direcionada para a aplicação desse pacote, especificamente.

2.6.1 Discretização da Equação de Transporte

A discretização da equação de transporte será apresentada conforme descrita por JASAK (1996).

As equações diferenciais de balanço de qualquer propriedade da matéria, tais como a equação do movimento (balanço de *momentum*) e a equação da energia, podem ser representadas de forma generalizada de acordo com:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\phi) - \nabla \cdot (\rho\Gamma_\phi\nabla\phi) = S_\phi(\phi) \quad (2.79)$$

em que ϕ é uma propriedade qualquer cuja conservação é analisada, Γ_ϕ é uma difusividade da propriedade ϕ e $S_\phi(\phi)$ é um termo fonte.

O primeiro termo da Equação 2.79, $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}$, é a variação temporal da propriedade. O segundo termo, $\nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\phi)$, é o transporte advectivo da propriedade. O terceiro termo, $-\nabla \cdot (\rho\Gamma_\phi\nabla\phi)$, é o transporte difusivo da propriedade. O termo fonte representa todas as demais formas de variação de ϕ que não estão contemplados nos três primeiros termos. Cada um desses termos será abordado isoladamente no procedimento de discretização.

O Método dos Volumes Finitos exige que a Equação 2.79 seja satisfeita em torno do ponto P , na forma integral, conforme a Equação 2.80:

$$\begin{aligned} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_P} \rho\phi dV + \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\phi) dV - \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho\Gamma_\phi\nabla\phi) dV \right] dt = \\ = \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\int_{V_P} S_\phi(\phi) dV \right) dt \quad (2.80) \end{aligned}$$

A discretização da Equação 2.80 será analisada. De modo a obter uma discretização cuja acurácia é de segunda ordem, assume-se variação linear de ϕ tanto no espaço quanto no tempo, resultando nas Equações 2.81 e 2.82:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_P(t) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) \cdot (\nabla\phi(t))_P \quad (2.81)$$

$$\phi(\mathbf{x}, t^{n+1}) = \phi(\mathbf{x}, t^n) + (t^{n+1} - t^n) \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} \right) \quad (2.82)$$

em que $\phi_P(t) = \phi(\mathbf{x}_P, t)$.

Para a discretização dos termos espaciais, é utilizado o Teorema de Gauss, nas seguintes formas:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{a} dV = \oint_{\partial V} d\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} \quad (2.83)$$

$$\int_V \nabla \phi dV = \oint_{\partial V} d\mathbf{S} \phi \quad (2.84)$$

$$\int_V \nabla \mathbf{a} dV = \oint_{\partial V} d\mathbf{S} \mathbf{a} \quad (2.85)$$

em que ∂V é uma superfície fechada que engloba o volume V e $d\mathbf{S}$ representa um elemento infinitesimal de área cuja direção é a do vetor normal à superfície e que aponta para fora da superfície ∂V .

De acordo com a variação linear de $\phi(\mathbf{x})$ assumida (Equação 2.81), a integral no volume V_P resulta:

$$\begin{aligned} \int_{V_P} \phi(\mathbf{x}) dV &= \int_{V_P} [\phi_P + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) \cdot (\nabla \phi)_P] dV = \\ &= \phi_P \int_{V_P} dV + \left[\int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV \right] \cdot (\nabla \phi)_P = \phi_P V_P \end{aligned}$$

em que $\left[\int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV \right]$ é nulo porque o ponto P é o centróide do volume de controle em torno do ponto P .

Os termos operados pelo divergente são avaliados utilizando o teorema de Gauss, de acordo com:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{a} dV = \oint_{\partial V} d\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} = \sum_f \left(\int_f d\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} \right) \quad (2.86)$$

Ao assumir variação linear de ϕ , tem-se a seguinte expressão para a integral nas faces:

$$\int_f d\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} = \left(\int_f d\mathbf{S} \right) \cdot \mathbf{a}_f + \left[\int_f d\mathbf{S} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) \right] : (\nabla \mathbf{a})_f = \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{a}_f \quad (2.87)$$

em que \mathbf{S} é o vetor de área de cada face, cuja magnitude é a área da face e cuja direção aponta para fora do volume V_P , e o termo $\left[\int_f d\mathbf{S} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) \right]$ é nulo se \mathbf{x}_f é o centróide da face. Unindo as Equações 2.86 e 2.87, resulta:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{a} dV = \sum_f \left(\int_f d\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} \right) = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{a}_f \quad (2.88)$$

O termo advectivo da equação do transporte é discretizado com base na Equação 2.88, resultando:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \phi) dV = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{U} \phi)_f = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{U})_f \phi_f = \sum_f F_f \phi_f \quad (2.89)$$

em que F_f é o fluxo mássico através da face f , dado por:

$$F_f = \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{U})_f \quad (2.90)$$

O cálculo dos fluxos mássicos da Equação 2.90 é feito a partir de valores interpolados nas faces das variáveis ρ e \mathbf{U} . O cálculo de ϕ_f também exige um esquema de interpolação para a variável transportada ϕ , de modo a avaliá-la na face. Existem diversos esquemas de interpolação para este fim, e os mesmos têm uma importância grande no método dos Volumes Finitos, de modo que serão abordados separadamente, na seção 2.6.2.

O termo difusivo da Equação 2.80 é discretizado assumindo novamente a variação linear dentro do volume V_P , resultando:

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f = \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f \quad (2.91)$$

Um exemplo de face de contorno de um volume P para um volume N é apresentada na Figura 2.2. O vetor \mathbf{d} é o vetor que liga o centróide dos volumes P e N . O ponto f é a interseção de \mathbf{d} com a face.

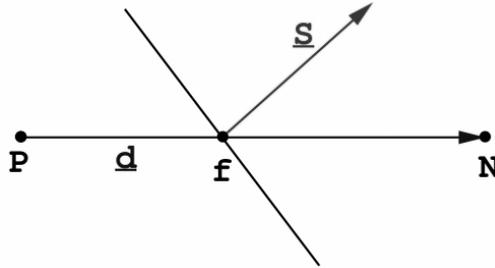


Figura 2.2: Vetores \mathbf{d} e \mathbf{S} em uma malha não ortogonal. Fonte: JASAK (1996).

Se a malha é ortogonal, então os vetores \mathbf{d} e \mathbf{S} da Figura 2.2 são paralelos e têm mesmo sentido, e é possível escrever o seguinte:

$$\mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f = |\mathbf{S}_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} \quad (2.92)$$

ou então, de modo a utilizar um peso mais adequado para o valor de ϕ em cada

volume, pode-se calcular o gradiente de ϕ em cada volume de acordo com:

$$(\nabla\phi)_P = \frac{1}{V_P} \sum_f \mathbf{S}_f \phi_f \quad (2.93)$$

então interpolar os valores calculados para $(\nabla\phi)_P$ e $(\nabla\phi)_N$ para a face:

$$(\nabla\phi)_f = f_x(\nabla\phi)_P + (1 - f_x)(\nabla\phi)_N \quad (2.94)$$

em que f_x é o “peso” de ϕ_P frente a ϕ_N na avaliação de $(\nabla\phi)_f$, dado pela razão entre as distâncias entre a face e o centro do volume N e entre os centros dos volumes N e P . Basta então pré-multiplicar escalarmente o $(\nabla\phi)_f$ da Equação 2.94 por \mathbf{S} .

Para malhas não-ortogonais, divide-se o produto $\mathbf{S} \cdot (\nabla\phi)_f$ em duas partes, de acordo com a Figura 2.3:

$$\mathbf{S}_f \cdot (\nabla\phi)_f = \Delta \cdot (\nabla\phi)_f + \mathbf{k} \cdot (\nabla\phi)_f \quad (2.95)$$

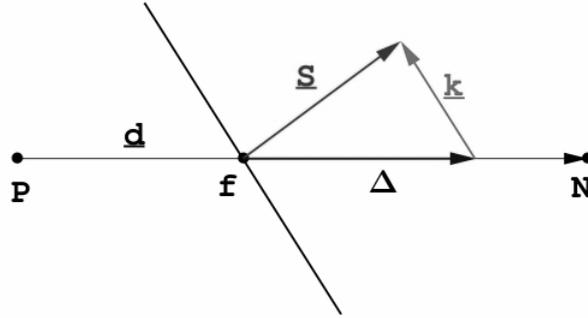


Figura 2.3: Vetores Δ e \mathbf{k} em uma malha não ortogonal. Fonte: JASAK (1996)

O primeiro termo do lado direito da Equação 2.95 é uma contribuição ortogonal, uma vez que o vetor Δ tem a mesma direção de \mathbf{d} , enquanto que o segundo termo é uma correção não ortogonal, uma vez que os vetores Δ e \mathbf{k} somam o vetor \mathbf{S} :

$$\mathbf{S}_f = \Delta + \mathbf{k} \quad (2.96)$$

Na implementação do método dos Volumes Finitos no pacote *OpenFOAM*®^(R), a correção de não ortogonalidade é implementada de forma explícita, conforme será abordado na seção 3.5.

A Equação 2.95 pode ser então reescrita utilizando uma equação semelhante à 2.92 para a contribuição ortogonal e usando $(\nabla\phi)_f$ da Equação 2.94 para a correção não ortogonal:

$$\mathbf{S} \cdot (\nabla\phi)_f = |\Delta| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} + \mathbf{k} \cdot [f_x(\nabla\phi)_P + (1 - f_x)(\nabla\phi)_N] \quad (2.97)$$

O termo fonte, $S_\phi(\phi)$, que pode ser uma função genérica de ϕ , deve ser também linearizado:

$$S_\phi(\phi) = S_u + S_p\phi \quad (2.98)$$

A integral no volume da Equação 2.98 é:

$$\int_{V_P} S_\phi(\phi)dV = S_uV_P + S_pV_P\phi_P \quad (2.99)$$

Substituindo as formas já discutidas até o momento para as derivadas espaciais, obtém-se a forma “semi-discretizada” da equação de transporte 2.80:

$$\begin{aligned} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left[\left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_P V_P + \sum_f F_f \phi_f - \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f \right] dt = \\ = \int_{t^n}^{t^{n+1}} (S_u V_P + S_p V_P \phi_P) dt \end{aligned} \quad (2.100)$$

Da integração no tempo do termo da derivada parcial no tempo, resulta:

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{\partial(\rho\phi_P(t))}{\partial t} dt = (\rho\phi_P) \Big|_{t^n}^{t^{n+1}} = \rho^{n+1}\phi_P^{n+1} - \rho^n\phi_P^n \quad (2.101)$$

em que:

$$\phi_P^{n+1} = \phi_P(t^{n+1})$$

$$\phi_P^n = \phi_P(t^n)$$

As integrais no tempo, por sua vez, podem ser avaliadas por diferentes métodos de discretização. O método de Euler explícito consiste em considerar o integrando constante e igual a seu valor no início do intervalo (Equação 2.102), o método de Euler implícito consiste em considerar o integrando constante e igual a seu valor no fim do intervalo (Equação 2.103), e o método de Crank-Nicholson consiste em considerar o integrando constante e igual a uma média aritmética entre seu valor no início e no fim do intervalo, o que realmente significa considerar a variação linear no tempo (Equação 2.104). Os dois primeiros são aproximações de primeira ordem e o último de segunda ordem.

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \phi_P(t) dt = \phi_P^n \Delta t \quad (2.102)$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \phi_P(t) dt = \phi_P^{n+1} \Delta t \quad (2.103)$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \phi_P(t) dt = \frac{1}{2}(\phi_P^n + \phi_P^{n+1}) \Delta t \quad (2.104)$$

Utilizando o método de Crank-Nicholson, tem-se a forma discretizada da equação de transporte de ϕ escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_P^{n+1} \phi_P^{n+1} - \rho_P^n \phi_P^n}{\Delta t} V_P + \frac{1}{2} \sum_f F_f \phi_f^{n+1} - \frac{1}{2} \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f^{n+1} \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f^{n+1} + \\ + \frac{1}{2} \sum_f F_f \phi_f^n - \frac{1}{2} \sum_f (\rho \Gamma_\phi)_f^n \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f^n = \\ = S_u V_P + \frac{1}{2} S_p V_P \phi_P^{n+1} + \frac{1}{2} S_p V_P \phi_P^n \end{aligned} \quad (2.105)$$

A Equação 2.105 exige que se conheçam os valores de ϕ e $\nabla \phi$ nas faces. A avaliação desses termos nas faces necessita de um esquema de interpolação adequado para o termo de transporte advectivo de ϕ . Essa avaliação de ϕ_f e $(\nabla \phi)_f$ será feita com os valores de todas as células que circundam a face f em questão. Além disso, o termo difusivo pode exigir uma correção não ortogonal para malhas que não são perfeitamente ortogonais.

São necessários os valores nodais do tempo antigo (superíndice n) e do novo tempo (superíndice $n + 1$), de modo que o valor no volume P depende dos valores em todos os vizinhos desse ponto, seja no espaço (vizinhos ϕ_N), seja no tempo (vizinho ϕ^{n+1}). Isso resultará em uma equação algébrica, para cada ponto P , do tipo:

$$a_P \phi_P^{n+1} + \sum_N a_N \phi_N^{n+1} = R_P \quad (2.106)$$

em que R_P traz todos os termos que não trazem ϕ_P^{n+1} ou ϕ_N^{n+1} , como os termos com ϕ_P^n , ϕ_N^n e o termo fonte $S_u V_P$ da Equação 2.105.

Fazendo uma equação desse tipo para todos os pontos da malha, resulta um sistema de equações do tipo:

$$[A][\phi] = [R] \quad (2.107)$$

em que $[A]$ é uma matriz esparsa, com os coeficientes a_P na diagonal e os coeficientes a_N fora da diagonal, $[\phi]$ é um vetor com o valor nodal de ϕ para todos os volumes da malha e $[R]$ é um vetor com todos os termos avaliados explicitamente.

A Equação 2.107 deve ser, então resolvida por algum método de solução de sistemas de equações algébricas lineares, que pode ser direto ou iterativo. Para os problemas de CFD reais, de modo geral, as malhas são suficientemente grandes para que os métodos de solução diretos se tornem demasiado custosos para serem utilizados, de modo que na prática se costumam utilizar os métodos iterativos.

2.6.2 Esquemas de Interpolação

Uma vez que se está resolvendo as equações para um domínio discretizado, de modo a obter os campos apenas para o centro de cada volume, a discretização do termo advectivo da equação de transporte exige que se utilize um esquema de interpolação para aproximar o fluxo nas faces, a partir dos valores nos centros dos volumes.

Diversos são os esquemas de interpolação existentes na literatura, com peculiaridades próprias a cada esquema. De modo geral, esquemas de mais alta ordem, que fornecem aproximações melhores e menor difusão numérica, apresentam instabilidade em determinadas condições. Na definição do esquema de interpolação a ser utilizado, busca-se um compromisso entre estabilidade e acurácia.

Para apresentar os esquemas, será utilizada a notação representada na Figura 2.4. O volume a montante da face recebe o índice C , o volume a jusante o índice D (*downstream*), o volume a montante daquele a montante o índice U (*upstream*), e a face o índice f .

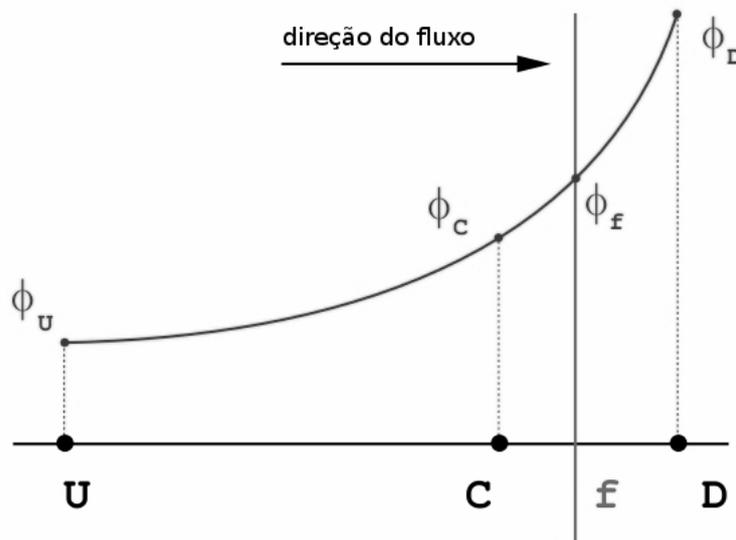


Figura 2.4: Notação de nomenclatura dos pontos, na análise dos esquemas de interpolação para o termo advectivo. Fonte: modificado de JASAK (1996).

Esquema de baixa ordem (*Upwind*)

O esquema mais simples existente é o esquema *upwind*, em que o valor da variável na face é considerado igual ao valor nodal do volume a montante. O esquema *upwind* é incondicionalmente estável, mas é apenas de primeira ordem, de modo que sua utilização não conduz a resultados muito acurados e gera exagerada difusão numérica.

Com a notação da Figura 2.4, o esquema *upwind* pode ser escrito simplesmente como:

$$\phi_f = \phi_C \quad (2.108)$$

Diferenças Centrais

O esquema de segunda ordem mais simples é o de diferenças centrais, ou de interpolação linear (chamado *linear* no *OpenFOAM*®), em que o valor da variável na face é obtido por interpolação linear entre os dois volumes a montante e a jusante. Para malhas uniformes, o esquema linear pode ser expresso simplesmente como:

$$\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_C + \phi_D) \quad (2.109)$$

Para malhas não uniformes:

$$\phi_f = f_x \phi_C + (1 - f_x) \phi_D \quad (2.110)$$

em que f_x é o fator de interpolação, dado pela razão entre as distâncias entre a face e o volume a jusante e entre os centros dos dois volumes:

$$f_x = \frac{\overline{fD}}{\overline{CD}} \quad (2.111)$$

Apesar de ser de segunda ordem, o esquema de diferenças centrais introduz oscilações na solução para problemas dominados pela advecção (sempre que o número de Péclet da malha for maior ou igual a 2).

Isso conduziu à busca de esquemas de ordem maior que um, mas que não introduzam oscilações na solução para problemas dominados pela advecção.

Esquema híbrido

Uma forma simples de tentar atingir esse feito é através do esquema híbrido (*blended*), em que se define o valor da face como uma combinação linear do valor que seria obtido pelo esquema *upwind* e pelo esquema de diferenças centrais:

$$\phi_f = (1 - \gamma)\phi_{f,upwind} + \gamma\phi_{f,linear} \quad (2.112)$$

em que γ é chamado de “fator de mistura”, e deve respeitar os seguintes limites: $0 \leq \gamma \leq 1$. Para $\gamma = 0$, o esquema se reduz ao *upwind*. Para $\gamma = 1$, o esquema se reduz ao de diferenças centrais.

O melhor resultado, em termos de acurácia, é obtido para um γ tão grande quanto possível, para que a solução fique ainda sem as oscilações indesejáveis.

O esquema “híbrido”, entretanto, utiliza um valor único de γ para toda a malha, mesmo que o número de Péclet de malha varie de face para face.

Outros esquemas com limitador de fluxo

Existe uma classe de outros esquemas que utilizam, além dos valores do volume a montante e a jusante, também o volume a montante daquele a montante (volume de índice U na Figura 2.4).

A expressão que interpola a variável para a face tem, então, em malhas uniformes, a seguinte forma:

$$\phi_f = \phi_C + \frac{1}{2}\Psi(r)(\phi_C - \phi_U) \quad (2.113)$$

Em que $\Psi(r)$ é uma função limitadora de fluxo, e r é definido como:

$$r = \frac{\phi_D - \phi_C}{\phi_C - \phi_U} \quad (2.114)$$

O limitador de fluxo $\Psi(r)$ tem o mesmo objetivo que o parâmetro γ do esquema híbrido, ou seja, controlar os pesos relativos do esquema de primeira ordem, estável, e dos esquemas de ordem superior, de modo a construir um esquema geral de ordem superior limitado e estável.

A função $\Psi(r)$, entretanto, varia ao longo da malha, diferentemente do parâmetro γ no esquema híbrido, que precisava ser definido como suficientemente baixo para manter estável a solução na pior região da malha, e era excessivamente conservador no restante do domínio.

Vale notar que o caso $\Psi(r) = 0$ se reduz ao esquema *upwind*, e o caso $\Psi(r) = r$ se reduz ao esquema de diferenças centrais.

Outros esquemas bastante comuns podem ser obtidos para diferentes funções $\Psi(r)$, conforme segue.

Upwind linear

Fazendo $\Psi(r) = 1$, obtém-se o esquema *linearUpwind*, dado, portanto, por:

$$\phi_f = \phi_C + \frac{1}{2}(\phi_C - \phi_U) \quad (2.115)$$

QUICK

Fazendo $\Psi(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}r + \frac{1}{2} \right)$, obtém-se o esquema QUICK, dado, portanto, por:

$$\phi_f = \phi_C + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2}(\phi_D - \phi_C) + \frac{1}{2}(\phi_D - \phi_U) \right) \quad (2.116)$$

Outras funções $\Psi(r)$ resultam em outros esquemas conhecidos:

SMART

$$\Psi(r) = \max \left[0, \min \left(2r, \frac{3}{4}r + \frac{1}{4}, 4 \right) \right] \quad (2.117)$$

UMIST

$$\Psi(r) = \max \left[0, \min \left(2r, \frac{3}{4}r + \frac{1}{4}, \frac{1}{4}r + \frac{3}{4}, 2 \right) \right] \quad (2.118)$$

MUSCL

$$\Psi(r) = \max \left[0, \min \left(2r, \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}, 2 \right) \right] \quad (2.119)$$

OSPPE

$$\Psi(r) = \frac{\frac{3}{2}r(r+1)}{r^2 + r + 1} \quad (2.120)$$

van Leer

$$\Psi(r) = \frac{r + |r|}{r + 1} \quad (2.121)$$

van Albada

$$\Psi(r) = \frac{r(r+1)}{r^2 + 1} \quad (2.122)$$

SUPERBEE

$$\Psi(r) = \max [0, \min(2r, 1), \min(r, 2)] \quad (2.123)$$

MINMOD

$$\Psi(r) = \max(0, \min(r, 1)) \quad (2.124)$$

Métodos TVD

Uma das maneiras de se encontrar um bom limitador de fluxo é através da análise *TVD*. Os métodos TVD (*Total Variation Diminishing*) partem do princípio de que, de modo a eliminar oscilações na solução do campo de ϕ , deve-se garantir que a variação total de ϕ ao longo do domínio permaneça igual ou se reduza entre dois passos de tempo consecutivos do processo de solução.

A variação total do campo de ϕ , chamada aqui de *TV* (*Total Variation*), é definida como:

$$TV(\phi) = \sum_{\text{malha toda}} |\phi_N - \phi_P| \quad (2.125)$$

De modo a eliminar oscilações na solução, os esquemas *TVD* satisfazem a seguinte restrição para cada passo de tempo:

$$TV(\phi^{n+1}) \leq TV(\phi^n) \quad (2.126)$$

Os esquemas de interpolação TVD determinam que a variável interpolada na face é dada por:

$$\phi_f = (\phi)_{upwind} + \psi((\phi)_{AO} - (\phi)_{upwind}) \quad (2.127)$$

em que $(\phi)_{upwind}$ é ϕ_f interpolada pelo esquema *upwind*, $(\phi)_{AO}$ é ϕ_f interpolada por um determinado esquema de alta ordem, e ψ é o limitador de fluxo dos esquemas TVD.

Assume-se que o limitador de fluxo ψ é uma função dos gradientes consecutivos de ϕ , na forma da variável r_{TVD} , definida como:

$$r_{TVD} = \frac{\phi_C - \phi_U}{\phi_D - \phi_C} = \frac{1}{r} \quad (2.128)$$

Pode-se demonstrar (SWEBY (1984)) que um limitador de fluxo que crie um esquema que satisfaça a restrição 2.126 deve seguir a seguinte condição:

$$0 \leq \left(\frac{\psi(r_{TVD})}{r_{TVD}}, \psi(r_{TVD}) \right) \leq 2 \quad (2.129)$$

Dependendo do limitador de fluxo $\psi(r_{TVD})$ e do esquema de alta ordem $(\phi)_{AO}$ utilizados, diferentes esquemas de interpolação *TVD* foram criados. Exemplos são o esquema de van Leer, o MINMOD e o SUPERBEE, já apresentados anteriormente.

Métodos NVD

Os métodos da classe *NVD* (LEONARD (1988)) utilizam uma abordagem através de variáveis normalizadas e um critério de limitação da convecção (*CBC: Convection Boundedness Criterion*), de modo a criar esquemas de interpolação para o termo convectivo que sejam limitados e livres de oscilações, mas de ordem maior que um, consequentemente com a introdução de menos difusão numérica que o *upwind*.

Uma boa revisão sobre os métodos *NVD* é apresentada em JASAK (1996), em que é introduzido o esquema *Gamma*. As variáveis normalizadas são definidas como:

$$\tilde{\phi} = \frac{\phi - \phi_U}{\phi_D - \phi_U} \quad (2.130)$$

A variável ϕ normalizada e interpolada na face é dada por:

$$\tilde{\phi}_f = \frac{\phi_f - \phi_U}{\phi_D - \phi_U} \quad (2.131)$$

A variável ϕ_C , no volume a montante da face, quando normalizada, é dada por:

$$\tilde{\phi}_C = \frac{\phi_C - \phi_U}{\phi_D - \phi_U} \quad (2.132)$$

Os esquemas *NVD* utilizam, então, essas variáveis normalizadas de modo a calcular a variável ϕ interpolada na face a partir dos valores nodais em U , C e D , mas com uma relação funcional apenas da forma: $\tilde{\phi}_f = f(\tilde{\phi}_C)$.

A menos que haja oscilações naturais no campo da variável ϕ , a variável nodal no volume C deve estar limitada por $\phi_U \leq \phi_C \leq \phi_D$ ou $\phi_U \geq \phi_C \geq \phi_D$. Sendo assim, pode-se definir o domínio de aplicação do limitador de fluxo por:

$$0 \leq \tilde{\phi}_C \leq 1 \quad (2.133)$$

Caso a Equação 2.133 seja violada, já há uma oscilação natural na solução, e não se deve aplicar limitador de fluxo.

Essa limitação pode ser representada no “Diagrama de Variáveis Normalizadas” (*NVD: Normalized Variable Diagram*), em que se plota $\tilde{\phi}_f = f(\tilde{\phi}_C)$.

Faz-se necessário estabelecer os limites para $\tilde{\phi}_f$. Se não há oscilações, é razoável que ϕ_f esteja limitado entre ϕ_C e ϕ_D . Sendo assim, o critério de limitação da convecção pode ser escrito, para as variáveis normalizadas, como:

$$\tilde{\phi}_C \leq \tilde{\phi}_f \leq 1 \quad (2.134)$$

Então, para a construção da área admissível para o diagrama NVD, têm-se $0 \leq \tilde{\phi}_C \leq 1$ e $\tilde{\phi}_C \leq \tilde{\phi}_f \leq 1$. Para $\tilde{\phi}_C \leq 0$ e $\tilde{\phi}_C \geq 1$, qualquer esquema de ordem maior que um é instável, e o único esquema de interpolação possível é o *upwind*: $\tilde{\phi}_f = \tilde{\phi}_C$.

Pode-se então construir a Figura 2.5, cuja área hachurada representa a região estável para $0 \leq \tilde{\phi}_C \leq 1$, e a reta diagonal representa a única região estável para $\tilde{\phi}_C \leq 0$ e $\tilde{\phi}_C \geq 1$, que é o próprio esquema *upwind*.

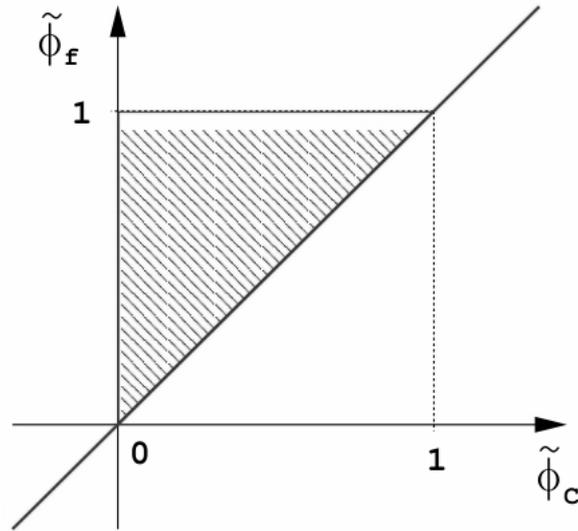


Figura 2.5: Diagrama NVD; a região hachurada é a região que satisfaz os critérios de limitação do esquema de interpolação. Fonte: JASAK (1996).

Para ilustração, a Figura 2.6 mostra alguns esquemas de interpolação típicos representados no diagrama *NVD*. Para referência, *UD* é *upwind differencing*, *CD* é *central differencing* (diferenças centrais), *LUD* é *linear upwind differencing*, já apresentado anteriormente.

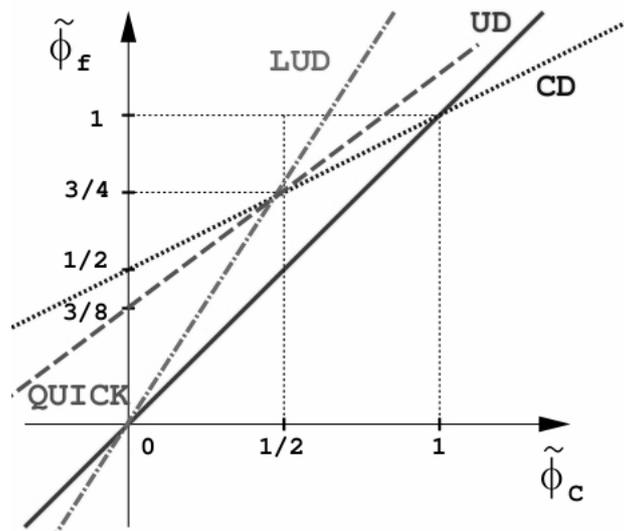


Figura 2.6: Diagrama NVD com alguns esquemas clássicos representados. Fonte: JASAK (1996).

Conforme apresentado por JASAK (1996) e implementado no *OpenFOAM*®[®], os métodos NVD podem ser implementados mesmo em malhas não-estruturadas, em

que não está clara a existência de um volume U . Usando o gradiente de ϕ entre as células que formam a face e o gradiente na própria face, pode-se redefinir $\tilde{\phi}_C$, que passa a ser calculado por:

$$\tilde{\phi}_C = 1 - \frac{(\nabla\phi)_f \cdot \mathbf{d}}{2(\nabla\phi)_C \cdot \mathbf{d}} \quad (2.135)$$

2.6.3 Acoplamento Pressão-Velocidade

Utilizando as Equações 2.1, 2.3 e 2.14, com equações constitutivas adequadas, pode-se teoricamente resolver os campos de pressão, temperatura e velocidade de um escoamento.

A Equação 2.3 é uma equação de transporte de “momentum”, e a partir da mesma, pode-se resolver o campo de velocidade. A Equação 2.14 é de transporte de energia, e a partir da mesma pode-se resolver o campo de temperatura. A Equação 2.1 é uma equação de conservação de massa, e, com um campo de velocidade adequado e uma equação de estado do tipo $\rho = f(p)$, pode-se resolver o campo de pressão.

No caso de um fluido incompressível, a Equação 2.1 se reduz a:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

sendo, portanto, uma equação de conservação de volume. A questão que se propõe, ao utilizar esquemas segregados, como é o caso do *OpenFOAM*®^(R), é como resolver o campo de pressão a partir de uma equação de conservação de volume, em que não figura a pressão, mas apenas a velocidade (vale notar que quando se utilizam esquemas não-segregados para resolver a equação do movimento e da continuidade, o acoplamento é natural). A solução para esse problema é fazer um acoplamento adequado entre pressão e velocidade, utilizando as equações do movimento e da continuidade, de modo a poder resolver o campo de pressão a partir do campo de velocidade.

Para isso, utiliza-se a forma discretizada da equação do movimento, conforme descrito por JASAK (1996):

$$a_P \mathbf{U}_P = \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \nabla p \quad (2.136)$$

O termo $\mathbf{H}(\mathbf{U})$ inclui todos os termos “de transporte”, ou seja, os coeficiente de todos os vizinhos do volume P multiplicados pela sua velocidade, o “vizinho” do volume P no tempo, e todos os outros termos fonte exceto o gradiente de pressão, que está representado no outro termo. Se não há outros termos fonte:

$$\mathbf{H}(\mathbf{U}) = - \sum_N a_N \mathbf{U}_N + \frac{\mathbf{U}^n}{\Delta t} \quad (2.137)$$

Dividindo a Equação 2.136 pelo coeficiente central a_P :

$$\mathbf{U}_P = \frac{1}{a_P} \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \frac{1}{a_P} \nabla p \quad (2.138)$$

A forma discretizada da equação da continuidade é:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = \sum \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{U}_f = 0 \quad (2.139)$$

Utilizando a Equação 2.139 em torno do volume P , na forma discretizada da equação do movimento, tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{U}_P = \nabla \cdot \left(\frac{1}{a_P} \mathbf{H}(\mathbf{U}) - \frac{1}{a_P} \nabla p \right) = 0 \quad (2.140)$$

Resultando, portanto, uma equação de Poisson que pode ser resolvida para a pressão:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{a_P} \nabla p \right) = \nabla \cdot \left(\frac{1}{a_P} \mathbf{H}(\mathbf{U}) \right) \quad (2.141)$$

A resolução da Equação 2.141 pode ser feita através de diversos algoritmos, que são conhecidos como os algoritmos de acoplamento pressão-velocidade. Alguns dos mais conhecidos incluem o SIMPLE e o PISO, que será apresentado a seguir.

Algoritmo PISO

O algoritmo PISO implementado no *OpenFOAM*®^(R), conforme descrito por JASAK (1996) e KÄRRHOLM (2008), consiste nos seguintes passos:

- inicialmente, pode-se resolver o campo aproximado \mathbf{U}^* considerando ∇p explicitamente; esta etapa é chamada “preditor de ‘momentum’ ”, e não faz exatamente parte do laço do PISO, podendo ser eliminada;
- laço do PISO:
 - resolve-se o campo de p a partir da equação de Poisson 2.141, com o lado direito calculado a partir da estimativa \mathbf{U}^* ;
 - com a melhor estimativa de p e a estimativa inicial \mathbf{U}^* , corrige-se explicitamente o campo \mathbf{U} com a Equação 2.138

A aproximação existente no algoritmo PISO está na correção explícita da velocidade no último passo. Isso equivale à consideração de que a única correção necessária

no campo de \mathbf{U} é devida à correção do campo de pressão, utilizando-se o mesmo campo \mathbf{U}^* que havia sido obtido com o campo de pressão de uma iteração anterior. Devido a essa aproximação, o algoritmo pode ser repetido, iterativamente, de modo a convergirem os campos de pressão e velocidade.

2.6.4 Modelos de Turbulência

O escoamento turbulento é caracterizado por grandes flutuações espaciais e temporais das variáveis. Embora também possa ser resolvido pela resolução das Equações 2.1, 2.3 e 2.14, não é a solução mais simples das mesmas. A Equação 2.3 é não linear (no termo advectivo $\nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U})$ e nas equações constitutivas para $\boldsymbol{\tau}$, para fluidos não Newtonianos), tendo mais de uma solução. O regime laminar consiste na solução mais simples da Equação 2.3, em que o termo advectivo é pequeno e as flutuações são amortecidas.

Quando o termo advectivo é mais importante, no entanto, o regime turbulento é observado, caracterizado por oscilações espaciais e temporais dos campos. A solução numérica das Equações 2.1, 2.3 e 2.14 pode até resultar na solução do regime turbulento do escoamento, mas a malha precisaria ser suficientemente refinada e o passo de tempo da discretização temporal suficientemente pequeno para captar as flutuações. Quando se utiliza tal refinamento, diz-se que se está realizando uma “simulação numérica direta” (*DNS – direct numerical simulation*).

Na maioria dos casos, entretanto, as simulações numéricas diretas podem ter excessivo custo computacional, e adota-se uma modelagem alternativa da turbulência. A modelagem mais comum é a que utiliza as médias de Reynolds, que consiste em expressar as variáveis flutuantes em uma soma da sua média temporal e da flutuação, decomposição conhecida como a “média de Reynolds”. Apesar das flutuações dos campos no tempo naturais da turbulência, define-se um escoamento “turbulento estacionário” como sendo um escoamento cujas médias não variam com o tempo.

Uma possível definição para a média temporal de uma variável em um escoamento turbulento é:

$$\bar{V}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_t^{t+\mathcal{T}} V(\mathbf{x}, \xi) d\xi \quad (2.142)$$

em que $\bar{V}(\mathbf{x}, t)$ é a média temporal da variável V na posição \mathbf{x} e no tempo t , V é o valor instantâneo dessa variável e $\mathcal{T} \ll \mathcal{T}_o$, onde \mathcal{T}_o é o tempo característico de variação de \bar{V} .

Todos os campos do escoamento podem ser expressos como uma soma de sua média temporal e sua flutuação. Por exemplo, a velocidade:

$$\mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{U}' \quad (2.143)$$

Deve-se atentar para o fato de que a média temporal da flutuação temporal de um campo qualquer é zero, por definição:

$$\overline{U'} = \mathbf{0} \quad (2.144)$$

Substituindo os campos, expressos dessa maneira, na equação do movimento para um fluido incompressível, e extraindo a média temporal da equação resultante, tem-se:

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{U} \overline{U}) + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \overline{\tau} = \mathbf{g} - \nabla \overline{p} - \nabla \cdot (\overline{U'U'}) \quad (2.145)$$

ou seja: ao se fazer a média temporal, para os fluidos Newtonianos, desaparecem todas as flutuações, exceto o divergente do produto diádico de duas flutuações, devido ao termo advectivo.

O produto diádico de duas flutuações de velocidade, $\overline{U'U'}$, é chamado de tensor de tensões de Reynolds, ou tensões turbulentas (a rigor, $-\rho \overline{U'U'}$ é chamado tensor de Reynolds, mas para um fluido incompressível isto é equivalente). Conseguindo-se calcular as tensões de Reynolds, pode-se resolver a equação do movimento para as médias dos campos com sucesso, de modo que a modelagem da turbulência recai na maneira de se calcular as tensões de Reynolds.

Existem basicamente quatro tipos de modelos de turbulência:

- Modelos Algébricos de Viscosidade Turbulenta;
- Modelos Diferenciais Lineares de Viscosidade Turbulenta;
- Modelos de Tensões de Reynolds;
- Modelos Não Lineares de Viscosidade Turbulenta com Modelos Algébricos de Tensões de Reynolds.

A maneira mais comum de modelar as tensões de Reynolds consiste em relacioná-las ao gradiente de velocidade média, de maneira linear, resultando:

$$\overline{U'U'} = \nu_t (\nabla U + (\nabla U)^T) + \frac{2}{3} k \mathbf{I} \quad (2.146)$$

em que ν_t é a viscosidade cinemática turbulenta e k é a energia cinética turbulenta, dada por:

$$k = \frac{1}{2} \overline{U' \cdot U'} \quad (2.147)$$

É frequente aparecer nos modelos de turbulência a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, ϵ . Para fluidos Newtonianos com viscosidade cinemática ν :

$$\epsilon = \nu \overline{\nabla \mathbf{U}' : \nabla \mathbf{U}'} \quad (2.148)$$

Exemplos de modelos de turbulência diferenciais lineares, de duas equações, são os modelos $k - \epsilon$ e $k - \omega$. O modelo $k - \epsilon$ consiste em considerar que a viscosidade cinemática turbulenta é uma função da energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação, na forma:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.149)$$

em que C_μ é um parâmetro de fechamento do modelo.

Neste caso, resolvem-se equações de transporte para k e ϵ , de modo a se poder calcular as tensões de Reynolds e resolver os campos médios do escoamento.

A maioria dos modelos de turbulência existentes, no entanto, foram elaborados para fluidos Newtonianos, de modo que a resolução de escoamentos turbulentos para fluidos não Newtonianos ainda é bastante limitada.

Modelos de Turbulência para Fluidos não Newtonianos

Alguma pesquisa já foi feita de modo a desenvolver modelos de turbulência para fluidos não Newtonianos, como poder ser visto em WÓJS (1993), MALIN (1997), SON e SINGH (2002), CRUZ e PINHO (2003), PINHO (2003), PINHO *et al.* (2004), RESENDE *et al.* (2004), RESENDE (2005), RUDMAN e BLACKBURN (2006), RESENDE *et al.* (2006), GORI e BOGHI (2011), RESENDE *et al.* (2011) e WU (2011).

Existem diversos tipos de modelos. Alguns são totalmente empíricos, baseados em Modelos Diferenciais Lineares de Viscosidade Turbulenta para fluidos Newtonianos que são apenas corrigidos por alguns termos que dependem dos parâmetros reológicos. Outros são desenvolvidos a partir das médias de Reynolds, mas considerando também as flutuações da tensão viscosa, surgindo outros termos que precisam ser modelados, devido à não linearidade deste tensor, além da tensão de Reynolds que surge para os fluidos Newtonianos.

Por exemplo, para um fluido Newtoniano Generalizado, se a tensão viscosa for considerada através de uma viscosidade cinemática aparente $\nu(\dot{\gamma})$, a equação do movimento média de Reynolds resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\mathbf{U}'}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{U}} \overline{\mathbf{U}}) + \nabla \cdot (\overline{\nu}(\overline{\nabla \mathbf{U}} + (\overline{\nabla \mathbf{U}})^T)) + \nabla \cdot (\nu'(\nabla \mathbf{U}' + (\nabla \mathbf{U}')^T)) &= \\ &= \mathbf{g} - \nabla \overline{p} - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{U}' \mathbf{U}'}) \end{aligned} \quad (2.150)$$

de onde surge o termo adicional $\nabla \cdot (\nu'(\nabla \mathbf{U}' + (\nabla \mathbf{U}')^T))$, que precisa ser modelado.

Entretanto, até hoje existem modelos de turbulência desenvolvidos para poucos modelos reológicos.

O escoamento no anular de poços de petróleo geralmente se encontra no regime laminar, o que é inclusive um requisito do projeto de perfuração, por questões práticas, como evitar o arrombamento das paredes do poço e reduzir a infiltração do fluido de perfuração nas formações. Em parte por isso, em parte para evitar a necessidade de utilização de modelos de turbulência ainda não consolidados e em parte para não limitar a escolha do modelo reológico, este trabalho será limitado ao regime laminar.

2.6.5 Simulação de Fluidos não Newtonianos

O *OpenFOAM*® versão 1.6-*extend* já conta com um *solver* (“resolvedor”) para simular o escoamento isotérmico de fluidos não Newtonianos incompressíveis do tipo “Newtoniano Generalizado”, chamado *nonNewtonianIcoFoam*.

Há também o *solver viscoelasticFluidFoam*, apresentado em FAVERO (2009), FAVERO *et al.* (2010a) e FAVERO *et al.* (2010b), para simulação do escoamento isotérmico de fluidos viscoelásticos.

Além desses códigos, há a biblioteca de modelos de transporte *transportModels*, em que se têm algumas equações constitutivas de fluidos Newtonianos generalizados para se utilizar com o *nonNewtonianIcoFoam* (modelos de Bird-Carreau, *power-law*, Herschel-Bulkley, *Cross-power-law*, além do modelo de Newton), bem como diversos modelos reológicos de fluidos viscoelásticos, para se utilizar com o *viscoelasticFluidFoam*.

2.7 Transporte de Sólidos

Em alguns exemplos apresentados nos resultados foi feita a análise do transporte de sólidos em um fluido de perfuração. Nesta seção, é apresentada uma breve revisão sobre a modelagem das forças que agem sobre uma partícula imersa em um fluido.

A equação cinemática para uma partícula sólida movendo-se em um meio fluido, desprezando-se a rotação da partícula em torno de seu próprio centro de massa, é dada pela segunda Lei de Newton da Dinâmica (Equação 2.151):

$$\sum \mathbf{F} = m_p \mathbf{a}_p \quad (2.151)$$

em que m_p é a massa da partícula e \mathbf{a}_p é a aceleração a que ela é submetida. Não se considera aqui a rotação da partícula, de modo que a Equação 2.151 vale rigorosamente para o centro de massa da mesma. Pode-se escrever:

$$\sum \mathbf{F} = \rho_p V_p \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} \quad (2.152)$$

em que \mathbf{U}_p é a velocidade da partícula em relação ao referencial de laboratório, V_p é o volume da partícula e ρ_p é a massa específica da mesma.

Neste contexto, as forças atuantes serão divididas em duas contribuições: uma força devida ao movimento da partícula em relação ao fluido, \mathbf{F}_f , e uma força de campo, devida neste caso à gravidade.

No caso da partícula ser mais densa que o fluido em que está imersa, caso de interesse do problema teste deste trabalho, a força de campo impele a partícula a cair, e é igual à soma do peso e do empuxo:

$$\mathbf{F}_\downarrow = \mathbf{F}_{\text{peso}} + \mathbf{F}_{\text{empuxo}} \quad (2.153)$$

em que \mathbf{F}_\downarrow é a força (para baixo) resultante da soma entre o peso e o empuxo em uma partícula mais densa que o fluido em que está imersa, \mathbf{F}_{peso} é o peso da partícula, e $\mathbf{F}_{\text{empuxo}}$ é o empuxo que age sobre ela, dados por:

$$\mathbf{F}_{\text{peso}} = \rho_p V_p \mathbf{g} \quad (2.154)$$

$$\mathbf{F}_{\text{empuxo}} = -\rho V_p \mathbf{g} \quad (2.155)$$

em que ρ é a massa específica do fluido e \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade.

Substituindo 2.154 e 2.155 em 2.153, resulta para a força de campo:

$$\mathbf{F}_\downarrow = (\rho_p - \rho) V_p \mathbf{g} \quad (2.156)$$

Sendo assim, a Equação 2.152 resultará na equação de movimento da partícula (Equação 2.157):

$$\rho_p V_p \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = (\rho_p - \rho) V_p \mathbf{g} + \mathbf{F}_f \quad (2.157)$$

A maior dificuldade no estudo do movimento de uma partícula em um meio fluido é a quantificação da força \mathbf{F}_f , que é equivalente à resolução de um problema de escoamento do fluido em torno da partícula. Uma boa revisão sobre o assunto pode ser encontrada em CROWE *et al.* (2011).

Dentre as diversas forças que atuam sobre uma partícula imersa em um escoamento fluido estão a força de arrasto (que inclui o arrasto viscoso e o arrasto de forma), a força de sustentação (*lift*) devida ao gradiente de velocidade do fluido, a força de sustentação de Magnus, devida especificamente à rotação da própria partícula, a força de massa virtual, associada à aceleração de um fluido ideal, a

força de Basset, associada à aceleração de um fluido real de modo a desenvolver a camada limite, a força de Faxen, devido à curvatura do campo de velocidade do fluido não perturbado, entre outras.

Na análise de carregamento de cascalhos na indústria do petróleo é usual considerar apenas a força de arrasto. Neste trabalho, foi levada em consideração, além da força de arrasto, também a força de sustentação, e ainda a pseudoforça inercial centrífuga. Esta não foi citada acima por não ser exatamente uma força na definição do termo, mas sim uma pseudoforça inercial, que surge devido à inércia da partícula, por ela estar solidária a um meio que constitui um referencial não inercial (no caso, o fluido), que tem movimento de rotação em relação a um referencial inercial.

2.7.1 A força de arrasto

Pode-se dizer que o estudo do movimento de partículas em meios viscosos começou com STOKES (1851), que considerou o movimento lento, em *creeping flow*, de partículas perfeitamente esféricas em um fluido Newtoniano, deduzindo a famosa expressão para a força de arrasto sobre uma esfera rígida em queda sob influência do campo gravitacional em um fluido Newtoniano de extensão infinita, inicialmente em repouso (Equação 2.158):

$$\mathbf{F}_D = -3\pi\eta D_p \mathbf{U}_p \quad (2.158)$$

em que \mathbf{U}_p é a velocidade de queda da esfera em relação ao fluido não-perturbado, D_p é o diâmetro da partícula e \mathbf{F}_D é a força de arrasto, que tem direção contrária à da gravidade no caso da queda de uma partícula esférica.

Essa é uma equação clássica, deduzida em todos os textos de Mecânica dos Fluidos. Uma dedução interessante da mesma pode ser encontrada em PRIEVE (2000), através da resolução das equações de Navier-Stokes para um escoamento estacionário em *creeping flow* – desprezando o termo inercial $\nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U})$ –, o que resulta na equação de Stokes ($\eta \nabla^2 \mathbf{U} = \nabla p$), resolvida pela aplicação do operador rotacional ($\nabla \times$), o que resulta em $(\nabla \times)^3 \mathbf{U} = \mathbf{0}$, que é resolvida então com o uso da função fluxo.

Substituindo a Equação 2.158 na equação do movimento da partícula, 2.157, resulta:

$$\rho_p V_p \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = (\rho_p - \rho) V_p \mathbf{g} - 6\pi\eta R_p \mathbf{U}_p \quad (2.159)$$

Quanto mais a partícula é acelerada, maior a magnitude da força de arrasto (proporcional a \mathbf{U}_p). Em uma certa velocidade os termos do lado direito da Equação 2.159 se anulam. A força de arrasto dada pela Equação 2.158 anula a força de campo,

dada pela Equação 2.156.

A velocidade relativa entre a partícula e o fluido em que a aceleração da partícula se torna nula é a *velocidade terminal*, denotada por \mathbf{U}_t , e dada pela diferença ($\mathbf{U}_p - \mathbf{U}$) em que se anula a aceleração da partícula na Equação 2.159, $\rho_p V_p \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = \mathbf{0}$:

$$\mathbf{U}_t = \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\eta} \mathbf{g} \quad (2.160)$$

A Equação 2.160 é válida no regime de Stokes, ou seja, enquanto o escoamento do fluido em torno da esfera pode ser considerado como *creeping flow* (os termos inerciais da equação do movimento podem ser desprezados). Entretanto, não se restringe à condição de fluido inicialmente estagnado.

Se o fluido está inicialmente em movimento, a uma velocidade uniforme \mathbf{U} , a velocidade terminal dada pela Equação 2.160 permanece válida no referencial fixo em um ponto material do fluido. Sendo assim, no referencial de laboratório, a força de arrasto passa a ser dada pela Equação 2.161, de modo que a velocidade da partícula no estado estacionário no referencial de laboratório será dada pela Equação 2.162.

$$\mathbf{F}_D = -3\pi\eta D_p (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.161)$$

$$\mathbf{U}_p = \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\eta} \mathbf{g} + \mathbf{U} \quad (2.162)$$

Em escoamentos mais gerais, para partículas de formas quaisquer, em fluidos quaisquer e em regimes de escoamento quaisquer, não é tão simples realizar a dedução de uma equação analítica explícita para a velocidade terminal, como a Equação 2.162.

O que se utiliza nesses casos mais gerais são equações empíricas para a força de arrasto, com um formato semelhante à Equação 2.161.

Define-se, para isso, um coeficiente de arrasto adimensional, C_D , dado pela Equação 2.163:

$$C_D = \frac{|\mathbf{F}_D|}{\frac{1}{2}\rho |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2 A_\perp} \quad (2.163)$$

em que A_\perp é a área da partícula perpendicular à direção do escoamento, e a quantidade $\frac{1}{2}\rho |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2$ é a energia cinética por unidade de volume de um fluido a uma velocidade ($\mathbf{U}_p - \mathbf{U}$). De acordo com a Equação 2.163, a força de arrasto é calculada por:

$$\mathbf{F}_D = -C_D \frac{1}{2} \rho A_\perp |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.164)$$

A comparação da Equação 2.164 com a Equação 2.161 conduz ao coeficiente de arrasto para o escoamento no regime de Stokes de um fluido Newtoniano em torno de uma partícula esférica:

$$C_D = \frac{24\eta}{\rho D_p |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|} \quad (2.165)$$

O grupo $\frac{\rho |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| D_p}{\eta}$ é chamado de *número de Reynolds* da partícula:

$$Re_p = \frac{\rho |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| D_p}{\eta} \quad (2.166)$$

de modo que o coeficiente de arrasto é representado, neste caso, somente como uma função do número de Reynolds:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (2.167)$$

que só é uma equação válida para números de Reynolds muito baixos, uma vez que foi obtida negligenciando o termo inercial da equação do movimento.

A Equação 2.167 é um resultado que mostra que o coeficiente de arrasto, no caso específico da sedimentação de uma esfera em fluido Newtoniano em regime de *creeping flow*, é função apenas do número de Reynolds do escoamento. OSEEN (1927), através do método da perturbação, obteve uma solução da equação de Navier-Stokes que já considera os termos inerciais, obtendo um resultado levemente diferente para o coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left[1 + \frac{3}{16} Re_p \right] \quad (2.168)$$

Segundo PRIEVE (2000), em 1957 Proudman e Pearson obtiveram uma solução de uma ordem maior que a de OSEEN (1927), que resultou, para o coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left[1 + \frac{3}{16} Re_p + \frac{9}{40} Re_p^2 \ln(Re_p) + \dots \right] \quad (2.169)$$

Os resultados ilustrados pelas Equações 2.168 e 2.169, que já levaram em consideração os termos inerciais da equação do movimento, conduzem à intuição de que o coeficiente de arrasto, para uma partícula esférica em um fluido Newtoniano deve ser função apenas do número de Reynolds, independente do regime de escoamento.

Como as Equações 2.167, 2.168 e 2.169 foram deduzidas para um fluido Newtoniano e uma partícula esférica, é razoável supor que a forma geral da equação que define o coeficiente de arrasto seja também função de algum(ns) parâmetro(s) que defina(m) a forma da partícula, bem como dos parâmetros reológicos do fluido.

De fato, uma análise dimensional do problema conduz a esse resultado (CARNEIRO (1996)), e é usual representar o problema geral de sedimentação (uma partícula de forma qualquer em um fluido qualquer em um regime de escoamento qualquer) através da Equação 2.164, com um coeficiente de arrasto C_D proveniente de uma equação empírica que é função de um número de Reynolds adequadamente calculado, Re_p , dos adimensionais que envolvem os parâmetros de forma da partícula, agrupados no vetor $\boldsymbol{\varphi}$, e dos adimensionais que envolvem os parâmetros reológicos do fluido, agrupados no vetor $\boldsymbol{\psi}$, conforme a Equação 2.170:

$$C_D = C_D(Re_p, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}) \quad (2.170)$$

A equação para a força de arrasto fica, então com a forma:

$$\mathbf{F}_D = -C_D(Re_p, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\psi}) \frac{1}{2} \rho A_\perp |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.171)$$

Nessa equação, em que se considera que a direção de \mathbf{F}_D é a mesma de $(\mathbf{U}_p - \mathbf{U})$, não se está considerando a rotação da partícula, e admite-se que ela tem uma certa simetria, de modo que se move de maneira razoavelmente monotônica.

A forma da partícula é frequentemente considerada simplesmente através de um único adimensional escalar, a *esfericidade* φ , definida por:

$$\varphi = \frac{\pi D_p^2}{A_p} \quad (2.172)$$

em que A_p é a área superficial da partícula e D_p é o *diâmetro característico da partícula*, igual ao diâmetro da esfera que tem mesmo volume que a partícula, ou seja:

$$V_p = \frac{\pi D_p^3}{6} \Rightarrow D_p = \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} \quad (2.173)$$

Os adimensionais agrupados em $\boldsymbol{\psi}$, que levam em conta o modelo e os parâmetros reológicos, serão em número diferente e terão uma forma diferente para cada modelo. O número de adimensionais em $\boldsymbol{\psi}$ resultante da análise dimensional (CARNEIRO (1996)) é igual ao número de parâmetros reológicos menos um. No caso de fluidos Newtonianos, o único parâmetro reológico é a viscosidade, η , de modo que não há nenhum adimensional extra, ou seja, não existe $\boldsymbol{\psi}$, de modo que $C_D = C_D(Re_p, \varphi)$.

Correlações para Fluidos Newtonianos

Existem diversas correlações de coeficiente de arrasto para fluidos Newtonianos que utilizam apenas a dependência funcional em Re_p e φ .

Ainda para partículas esféricas, existem algumas correlações válidas para o regime de transição laminar-turbulento, como as Equações 2.174 (BIRD *et al.* (2002), para $2 < Re_p < 500$) e 2.175 (GOVIER e AZIZ (1972), para $1 < Re_p < 1000$).

$$C_D = \frac{18,5}{Re_p^{0,6}} \quad (2.174)$$

$$C_D = \frac{30}{Re_p^{0,625}} \quad (2.175)$$

Na predominância de efeitos inerciais, o coeficiente de arrasto é aproximadamente constante, e frequentemente se considera $C_D \approx 0,44$ na faixa de $500 < Re_p < 200000$.

PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) estenderam os resultados propostos por Stokes, Equação 2.156, para partículas isométricas de diversas formas, obtendo a Equação 2.176, para $Re_p < 0,1$, e a Equação 2.177, para $Re_p > 1000$.

$$C_D = \frac{24}{K_1(\varphi)Re_p} \quad (2.176)$$

$$C_D = K_2(\varphi) \quad (2.177)$$

em que K_1 e K_2 são funções empíricas da esfericidade, propostas por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) para generalizar a expressão de Stokes, dadas pelas Equações 2.178 e 2.179:

$$K_1(\varphi) = 0,843 \log \left(\frac{\varphi}{0,065} \right) \quad (2.178)$$

$$K_2(\varphi) = 5,31 - 4,88\varphi \quad (2.179)$$

MASSARANI (1986) propôs uma extensão da correlação de PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) para qualquer regime de escoamento, utilizando dados experimentais de PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948) e o “Método das Duas Assíntotas” proposto por CHURCHILL (1982), dada pela Equação 2.180:

$$C_D = \left[\left(\frac{24}{K_1(\varphi)Re_p} \right)^m + K_2^m \right]^{\frac{1}{m}} \quad (2.180)$$

em que K_1 e K_2 são as mesmas funções empíricas da esfericidade propostas por PETTYJOHN e CHRISTIANSEN (1948), e m é um expoente que também depende da esfericidade.

Algumas outras correlações podem ser encontradas em MASSARANI (2002).

Correlações para Fluidos não Newtonianos

No entanto, para as demais funções materiais para $\boldsymbol{\tau}$, seria necessário levantar equações empíricas da força de arrasto $F_D(Re_p, \phi, \psi)$ para cada tipo de fluido (modelado com cada equação constitutiva) em função de todos os adimensionais que englobam os parâmetros reológicos, e da esfericidade, o que resultaria em uma quantidade imensa de experimentos.

Isso foi feito para alguns dos modelos reológicos mais simples e antigos, como o *power-law*, o de Carreau e o de Ellis.

Correlações para o Modelo de Ostwald e de Waele

Johnson desenvolveu uma formulação baseada nos Princípios Variacionais (JOHNSON (1960) e JOHNSON (1961)) que foi utilizada para encontrar algumas soluções aproximadas para o coeficiente de arrasto.

SLATTERY (1962) e WASSERMAN e SLATTERY (1964) ajustaram os limites inferior e superior para o coeficiente de arrasto para alguns modelos reológicos com base na formulação de Johnson.

Isso foi feito utilizando-se uma função modificadora X para corrigir o coeficiente dado pela equação de Stokes, na seguinte forma:

$$C_D = \frac{24}{Re_{gen}} X \quad (2.181)$$

em que Re_{gen} é um número de Reynolds generalizado para qualquer modelo reológico puramente viscoso, e cujo cálculo dependerá do modelo.

Para o caso do fluido *power-law*, Re_{gen} é dado por:

$$Re_{PL} = \frac{\rho |\mathbf{U}_t|^{2-n} D_p^n}{k} \quad (2.182)$$

em que n e k são os parâmetros do modelo *power-law*.

A função modificadora X depende do tipo de fluido, e, no caso do *power-law*, depende dos parâmetros n e k , e foi apresentada por WASSERMAN e SLATTERY (1964) e SLATTERY (1962) como uma série de potências, a partir da qual são estimados os limites inferior e superior da função X .

MEYER (1986) apresentou os limites inferior e superior da função X na forma das Equações 2.183 e 2.184, respectivamente.

$$X_i = 3^{n-1} \left(\frac{n+2}{3n} \right)^n \quad (2.183)$$

$$X_s = 1 + 0,8(1-n)^{0,7} \quad (2.184)$$

MEYER (1986) também estendeu esses resultados, empiricamente, para o coeficiente de arrasto em fluidos de Ostwald e de Waele em regimes em que os termos inerciais são importantes, mas ainda para $Re_p < 500$, obtendo a Equação 2.185:

$$C_D = \left[\frac{24}{Re_{PL}^{1,1}} \left(\frac{24}{Re_{PL}^{0,9}} X^2 + 7,5 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.185)$$

Correlações para o Modelo de Ellis

CHHABRA *et al.* (1981) apresentaram uma correlação empírica na forma da Equação 2.186:

$$C_D = \frac{24}{Re_{El}} [1 + 0,5El^{1,65} (\alpha - 1)^{0,38}]^{-0,35} \quad (2.186)$$

em que α é o parâmetro do modelo de Ellis (seção 2.4.9), El é o *número de Ellis*, um adimensional dado pela Equação 2.187, e Re_{El} é o número de Reynolds generalizado para o modelo de Ellis, dado pela Equação 2.188.

$$El = \frac{\sqrt{2}\eta_o|\mathbf{U}_t|}{\tau_{1/2}D_p} \quad (2.187)$$

$$Re_{El} = \frac{\rho|\mathbf{U}_t|D_p}{\eta_o} \quad (2.188)$$

em que η_o e $\tau_{1/2}$ são parâmetros do modelo de Ellis.

A faixa de aplicação da Equação 2.186 é dada por:

$$1,65 \leq \alpha \leq 3,22$$

$$0,1 \leq El \leq 100$$

$$0,85Pa.s \leq \eta_o \leq 10,25Pa.s$$

$$1,32Pa \leq \tau_{1/2} \leq 111Pa$$

Outro resultado, análogo ao de CHHABRA *et al.* (1981), foi apresentado por TURIAN (1964), e leva em conta também os efeitos “de parede” na queda de uma esfera de diâmetro D_p em um fluido de Ellis dentro de um tubo cilíndrico de diâmetro D_t , com a introdução de um coeficiente f_w , dado pela Equação 2.190. A correlação de TURIAN (1964) tem a forma da Equação 2.189:

$$C_D = \frac{24}{f_w Re_{El}} \left[1 - 0,528 Re_{El}^{0,112} \left(\frac{El}{\sqrt{2}} \right)^{0,417} (\alpha - 1)^{0,571} \right] \quad (2.189)$$

$$f_w = 1 - 2,104 \left(\frac{D_P}{D_t} \right) + 0,209 \left(\frac{D_P}{D_t} \right)^3 - 0,95 \left(\frac{D_P}{D_t} \right)^5 \quad (2.190)$$

Correlações para o Modelo de Carreau

CHHABRA e UHLHERR (1980a) desenvolveram uma correlação para o fluido de Carreau em regime de Stokes. Posteriormente, visando incluir os efeitos inerciais, CHHABRA e UHLHERR (1980b) modificaram a correlação, resultando na Equação 2.191:

$$C_D = \frac{24}{Re_{Car}} [1 + 0,15 Re_{Car}^{0,687}] [1 + 0,65 (n - 1) \Lambda^{0,20}] \quad (2.191)$$

em que Re_{Car} é o número de Reynolds generalizado para o modelo de Carreau, dado pela Equação 2.192, n é o parâmetro do modelo de Carreau (seção 2.4.10) e Λ é um número adimensional que envolve o parâmetro λ do modelo de Carreau, a velocidade terminal e o diâmetro da esfera, dado pela Equação 2.193.

$$Re_{Car} = \frac{\rho |\mathbf{U}_t| D_p}{\eta_o} \quad (2.192)$$

$$\Lambda = \frac{2\lambda |\mathbf{U}_t|}{D_p} \quad (2.193)$$

A correlação de CHHABRA e UHLHERR (1980b) pode ser considerada válida nas seguintes faixas (LARUCCIA (1990)):

$$0,032 \leq \Lambda \leq 630$$

$$0,032 \leq Re_{Car} \leq 400$$

$$0,52 \leq n \leq 1,0$$

Correlações Generalizadas

Como o número de experimentos necessários para levantar correlações para o coeficiente de arrasto para todos os modelos reológicos é muito grande, e o número de dimensionais envolvido é tanto maior quanto mais parâmetros o modelo tem, desenvolveram-se metodologias generalizadas para correlacionar o C_D para qualquer modelo reológico.

A Correlação de Massarani e Telles

Conforme proposto por MASSARANI e TELLES (1977), pode-se fazer a análise dimensional utilizando $\boldsymbol{\tau}$ como a única função material do fluido relevante no processo de sedimentação. Ao invés dos diversos parâmetros reológicos, utiliza-se, na análise dimensional, uma única variável: a tensão $\boldsymbol{\tau}$, reduzindo assim o número de adimensionais relevantes no processo.

Além disso, MASSARANI e TELLES (1977) consideram apenas a relação escalar $|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma})|$, ou seja, $|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma})| = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$, uma vez que só leva em conta fluidos em que $\boldsymbol{\tau}$ é simétrico e tem as mesmas direções de $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$.

MASSARANI e TELLES (1977) consideram uma correlação para a força de arrasto por unidade de volume, $\boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{F}_D}{V_p}$, que tem a mesma direção que $(\mathbf{U}_p - \mathbf{U})$. Consideram ainda que as demais variáveis importantes no processo são ρ , D_p e φ , além da função material $|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma})|$. Sendo válidas essas considerações, pode-se postular que \mathbf{F}_D será dada por:

$$\boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{F}_D}{V_p} = -\Psi(|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|, \rho, D_p, \varphi, |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|)(\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.194)$$

sendo que $\dot{\gamma}^*$ é uma taxa de cisalhamento característica, e Ψ é uma função escalar.

Sendo $\dot{\gamma}^*$ uma gradeza cinemática, é justo supor que dependa apenas das velocidades e da geometria (MASSARANI e TELLES (1977)):

$$\dot{\gamma}^* = \Psi_1(D_p, \varphi, |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|) \quad (2.195)$$

Do teorema II de Buckingham (CARNEIRO (1996)), resulta:

$$\boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{F}_D}{V_p} = -\frac{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}{D_p|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|} \Psi_2\left(\frac{\rho|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2}{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}, \varphi\right) (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.196)$$

$$\dot{\gamma}^* = \frac{|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|}{D_p} \theta(\varphi) \quad (2.197)$$

em que $\theta(\varphi)$ é uma função escalar da esfericidade, a ser determinada experimentalmente.

Então MASSARANI e TELLES (1977) consideram escoamento lento, e utilizam apenas o primeiro termo da expansão em série de Taylor de Ψ_2 , normalizando ainda para obter a solução de Stokes no caso limite de fluido Newtoniano e partículas esféricas, obtendo:

$$\boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{F}_D}{V_p} = -\frac{18|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}{D_p|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|} \frac{\phi(\varphi)}{\theta(\varphi)} (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.198)$$

sujeito a

$$\phi(1) = 1 \quad (2.199)$$

em que $\phi(\varphi)$ é outra função escalar da esfericidade, a ser determinada experimentalmente.

A partir da Equação 2.198, MASSARANI e TELLES (1977) ajustaram experimentalmente as funções $\phi(\varphi)$ e $\theta(\varphi)$. Através de medidas da velocidade terminal de partículas quaisquer ($\varphi \neq 1$) em fluidos Newtonianos, determinaram a função $\phi(\varphi)$ a partir de:

$$\phi(\varphi) = \frac{(\rho_p - \rho)gD_p^2}{18\eta|\mathbf{U}_t|} \quad (2.200)$$

Uma vez determinada a função $\phi(\varphi)$ com a Equação 2.200, fizeram experimentos utilizando fluidos não Newtonianos para determinar a função $\theta(\varphi)$, a partir da Equação 2.201:

$$(\rho_p - \rho)g = \frac{18\phi(\varphi)|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}{D_p\theta(\varphi)} \quad (2.201)$$

donde

$$\dot{\gamma}^* = \frac{|\mathbf{U}_t|\theta(\varphi)}{D_p} \quad (2.202)$$

Substituindo então a Equação 2.164 na Equação 2.198, encontra-se para o coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{24}{Re_{gen}}\phi(\varphi) \quad (2.203)$$

onde Re_{gen} é um número de Reynolds generalizado para qualquer forma de partícula e qualquer modelo reológico puramente viscoso, definido conforme a Equação 2.205:

$$Re_{gen} = \frac{\rho|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2}{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}\theta(\varphi) \quad (2.204)$$

Vale lembrar que a Equação 2.203 foi deduzida para escoamentos lentos, pois utilizou apenas o primeiro termo da expansão em série de Taylor de $\Psi_2\left(\frac{\rho|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2}{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|}, \varphi\right)$ de modo que produz resultados razoáveis para $Re_{gen} < 0,5$ segundo MASSARANI e TELLES (1977), ou $Re_{gen} \leq 1$ segundo LARUCCIA (1990).

Os ajustes de MASSARANI e TELLES (1977) conduziram às funções $\phi(\varphi)$ e $\theta(\varphi)$ dadas pelas Equações 2.205 e 2.206:

$$\phi(\varphi) = 2,74 - 1,74\varphi \quad (2.205)$$

$$\theta(\varphi) = -4,2\varphi^2 + 6,11\varphi - 1,50 \quad (2.206)$$

MASSARANI e TELLES (1977) ainda propõem que se encontre outra relação empírica semelhante, para uma faixa mais larga do número de Reynolds, na forma da Equação 2.207:

$$l = \frac{F_D}{V_p} = -\frac{|\tau(\dot{\gamma}^*)|}{D_p|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|\theta(\varphi)}\Psi_3(Re_{gen}, \varphi)(\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) \quad (2.207)$$

A Correlação de Laruccia

LARUCCIA (1990) estendeu os resultados de MASSARANI e TELLES (1977) para uma faixa ampla do Re_{gen} , com base na expressão canônica do “Método das Duas Assíntotas” apresentado por CHURCHILL (1982) na forma da Equação 2.208:

$$y^m\{x\} = y_o^m\{x\} + y_\infty^m\{x\} \quad (2.208)$$

em que $y_o\{x\}$ é o valor assintótico de $y\{x\}$ para $x \rightarrow 0$, e $y_\infty\{x\}$ é o valor assintótico de $y\{x\}$ para $x \rightarrow \infty$, e m é um expoente arbitrário.

Para o caso específico do coeficiente de arrasto, tem-se:

$$C_D(Re_{gen}, \varphi) = [(C_{D,o}(Re_{gen}, \varphi))^m + (C_{D,\infty}(Re_{gen}, \varphi))^m]^{\frac{1}{m}} \quad (2.209)$$

em que $C_{D,o}$ é a solução assintótica de C_D para o regime de Stokes e $C_{D,\infty}$ é solução assintótica para escoamentos turbulentos, com Re_{gen} muito elevados.

LARUCCIA (1990) considerou que $C_{D,o}$ é dado pela correlação de MASSARANI e TELLES (1977), Equação 2.203. Entretanto, re-ajustou as funções $\phi(\varphi)$ e $\theta(\varphi)$ com um conjunto maior de dados experimentais, resultando nas Equações 2.210 e 2.211:

$$\phi(\varphi) = 1,65 - 0,65\varphi \quad (2.210)$$

$$\theta(\varphi) = -3,45\varphi^2 + 5,25\varphi - 1,41 \quad (2.211)$$

Considerou ainda que $C_{D,\infty} = X(\varphi)$, ou seja, a dependência assintótica do coeficiente de arrasto a altos números de Reynolds é função apenas da forma da partícula, independentemente do Re_{gen} . Isso é uma extensão de um resultado frequentemente utilizado para sedimentação de esferas em fluidos Newtonianos, em que se considera frequentemente $C_D \approx 0,44$ para $500 < Re_p < 200000$ (BIRD *et al.* (2002)).

Sendo assim, a correlação de LARUCCIA (1990) toma a forma:

$$C_D(Re_{gen}, \varphi) = \left[\left(\frac{24}{Re_{gen}} \phi(\varphi) \right)^m + (X(\varphi))^m \right]^{\frac{1}{m}} \quad (2.212)$$

Os ajustes de LARUCCIA (1990), utilizando um extenso banco de dados experimentais levantados com fluidos de perfuração de WALKER e MAYES (1975), HALL *et al.* (1950), HOPKIN (1967), JR. e BRUCE (1951) e SIFFERMAN *et al.* (1974), conduziram a:

$$X(\varphi) = 108,7 \exp(-5,53\varphi) \quad (2.213)$$

$$m = 2,288 - 0,827\varphi \quad (2.214)$$

Concluindo: a Correlação de LARUCCIA (1990) tem a forma da Equação 2.212, com $X(\varphi)$ dada pela Equação 2.213, $m(\varphi)$ dada pela Equação 2.214, $\phi(\varphi)$ dada pela Equação 2.210, $\theta(\varphi)$ dada pela Equação 2.211 e Re_{gen} dado pela Equação 2.204.

Outras Correlações

Diversas outras correlações já foram desenvolvidas para fluidos não Newtonianos, em especial para o modelo de potência.

Algumas delas podem ser vistas em COSTA (2006), CHHABRA e PERI (1991), DOAN *et al.* (2000), MACHAC *et al.* (1995), API (2009), MIURA *et al.* (2001) e CEYLAN *et al.* (1999).

No problema teste analisado nesta dissertação, a correlação de Laruccia foi utilizada, pois apresenta bons resultados tanto para o regime laminar quanto para o turbulento, e pode ser utilizada com diversos modelos reológicos, inclusive o de Carreau-Yasuda, além de ser a correlação utilizada em alguns simuladores de uso corrente na indústria do petróleo.

2.7.2 A Força de Sustentação

Em comparação com a força de arrasto, existem menos correlações para a força de sustentação, especialmente no que diz respeito a fluidos não Newtonianos e partículas de formas genéricas.

Apesar de existir algumas correlações deste tipo, neste trabalho, como o cálculo da força de sustentação não faz parte do objetivo principal, por simplicidade foram utilizadas correlações desenvolvidas para fluidos Newtonianos e partículas esféricas.

Saffman (SAFFMAN (1965), SAFFMAN (1968)) analisou a força que atua sobre uma partícula devido à rotação induzida sobre a mesma por um gradiente de velocidade no fluido em que ela está imersa. Esse gradiente de velocidade origina

uma diferença de pressão entre dois lados da mesma, que acaba por originar uma força na direção ortogonal ao escoamento. Na Figura 2.7, por exemplo, o fluido que passa pelo lado alto da partícula tem uma velocidade maior, originando uma pressão menor nesse lado do que embaixo da partícula, que faz com que surja uma força suspendendo a partícula para cima.

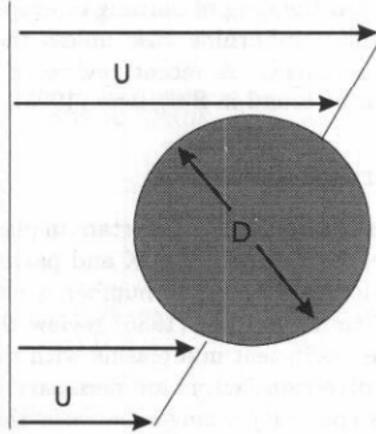


Figura 2.7: Força de Saffman agindo sobre uma partícula esférica. A maior velocidade do fluido que passa pelo lado alto da partícula causa uma depressão nesse lado, que origina uma força que suspende a partícula para cima. Fonte: CROWE *et al.* (2011)

Saffman analisou essa força para partículas esféricas, imersas em fluidos Newtonianos em baixos números de Reynolds, e encontrou que em um caso como o da Figura 2.7 a força tem a direção da maior velocidade e pode ser dada pela Equação 2.215:

$$F_{Saff} = 1,61\mu_f D_p |\mathbf{U} - \mathbf{U}_p| \sqrt{Re_G} \quad (2.215)$$

onde Re_G é o número de Reynolds devido ao cisalhamento, dado por:

$$Re_G = \frac{D_p^2}{\nu} \frac{dU}{dy} = \frac{D_p^2 |\nabla \times \mathbf{U}|}{\nu} \quad (2.216)$$

Em um sistema de coordenadas genérico, a Equação 2.215 pode ser expressa como a Equação 2.217:

$$\mathbf{F}_{Saff} = 1,61 D_p^2 \sqrt{\eta \rho_f} |\nabla \times \mathbf{U}|^{-\frac{1}{2}} [(\mathbf{U} - \mathbf{U}_p) \times (\nabla \times \mathbf{U})] \quad (2.217)$$

A análise de Saffman é baseada na hipótese de que tanto o número de Reynolds devido ao cisalhamento, Re_G , quanto o número de Reynolds da partícula baseado na velocidade relativa entre a partícula e o fluido, Re_p , são muito menores que a unidade, e ainda:

$$\epsilon = \frac{\sqrt{Re_G}}{Re_p} \gg 1 \quad (2.218)$$

MCLAUGHLIN (1991) observou que em casos em que $Re_p > \sqrt{Re_G}$, o sentido da força de sustentação permanece igual ao da força de Saffman, mas a magnitude dessa força decresce rapidamente, em relação a F_{Saff} , conforme Re_p cresce sobre $\sqrt{Re_G}$. MEI (1992), usando resultados de DANDY e DWYER (1990), propôs uma correção sobre a força de Saffman para obter a força de sustentação F_L , na forma da correlação expressa pelas Equações 2.219 e 2.221. A Equação 2.219 é válida para elevados valores de Re_p e ϵ :

$$\frac{F_L}{F_{Saff}} = \begin{cases} (1 - 0,3314\sqrt{\beta}) \exp(-0,1Re_p) + 0,3314\sqrt{\beta} & , (Re_p \leq 40) \\ 0,0524\sqrt{\beta Re_p} & , (Re_p > 40) \end{cases} \quad (2.219)$$

em que β é uma razão entre a grandeza do cisalhamento sobre a velocidade relativa entre fluido e partícula, dada pela Equação 2.220:

$$\beta = \frac{D_p |\nabla \times U|}{2|U - U_p|} \quad , (0,005 < \beta < 0,4) \quad (2.220)$$

Para a faixa $0,1 \leq \epsilon \leq 20$:

$$\frac{F_L}{F_{Saff}} = 0,3 \{1 + tgh [2,5 \log_{10} (\epsilon + 0,191)]\} \{0,667 + tg [6 (\epsilon - 0,32)]\} \quad (2.221)$$

MEI (1992) mostrou que a correlação expressa pela Equação 2.217 representa bem os resultados de MCLAUGHLIN (1991) também. Para a faixa em que ϵ é muito grande ou muito pequeno, MCLAUGHLIN (1991) propôs a Equação 2.222:

$$\frac{F_L}{F_{Saff}} = \begin{cases} 1 - 0,287\epsilon^{-2} & , (\epsilon \gg 1) \\ -140\epsilon^5 \ln(\epsilon^{-2}) & , (\epsilon \ll 1) \end{cases} \quad (2.222)$$

2.8 Perda de Carga

Nos problemas teste analisados neste trabalho, foi feita a comparação da perda de carga resultante das simulações utilizando os códigos desenvolvidos considerando os gradientes radiais de temperatura com a perda de carga calculada pelo método tradicional da indústria do petróleo.

Este método tradicional da indústria é aquele recomendado pela norma 13 – D do American Petroleum Institute (API (2009)), em que se estimam os parâmetros do modelo de potência e se utiliza uma correlação empírica para o cálculo do fator

de atrito de Darcy-Weissbach, definido como:

$$f_D = \frac{\frac{dp_f}{dx} D}{\frac{1}{2}\rho U_{med}^2} \quad (2.223)$$

A correlação a se utilizar para o cálculo do fator de atrito de Darcy-Weissbach depende do regime de escoamento. API (2009) indica que o regime de escoamento pode ser determinado pelo número de Reynolds generalizado, definido como:

$$Re_{gen} = \frac{8\rho U_{med}^2}{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}_w)|} \quad (2.224)$$

Para um fluido que segue o modelo de potência:

$$Re_{gen} = \frac{8\rho U_{med}^2}{k\dot{\gamma}_w^n} \quad (2.225)$$

Nestas equações, k é o índice de consistência e n é o índice de comportamento, ambos parâmetros do modelo reológico de potência, $\dot{\gamma}_w$ é a taxa de cisalhamento na parede da tubulação, avaliada com as equações deduzidas pela solução analítica da equação do movimento para o regime laminar e $|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}_w)|$ é a magnitude da tensão avaliada nessa taxa de cisalhamento.

A taxa de cisalhamento na parede deve ser avaliada com a Equação 2.226 e 2.227, para o interior de um tubo cilíndrico e de uma região anular, respectivamente. Rigorosamente, a equação 2.227 é a solução analítica da taxa de cisalhamento para o escoamento em regime laminar de um fluido de potência em um canal entre placas planas paralelas infinitas, mas API (2009) recomenda que essa equação seja utilizada para o anular.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{8U_{med}}{D} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \quad (2.226)$$

$$\dot{\gamma}_w = \frac{4U_{med}}{D} \left(\frac{2n+1}{n} \right) \quad (2.227)$$

API (2009) determina que se pode considerar que o regime de escoamento é laminar até um número de Reynolds generalizado tão elevado quanto o dado pela Equação 2.228, e que o regime de escoamento pode ser considerado turbulento a partir de um número de Reynolds generalizado dado pela Equação 2.229.

$$Re_{fim \text{ lam.}} = 3470 - 1370n \quad (2.228)$$

$$Re_{in. \text{ turb.}} = 4270 - 1370n \quad (2.229)$$

Note-se que esses números de Reynolds generalizados críticos para transição de

regime dependem do parâmetro reológico n , conforme resulta de uma análise dimensional do problema.

Finalmente, as correlações para o fator de atrito de Darcy sugeridas por API (2009) são:

- para o regime laminar:

$$f_{D,lam} = \frac{64}{Re_{gen}} \quad (2.230)$$

- para o regime de transição de laminar para turbulento:

$$f_{D,trans} = \frac{64Re_{gen}}{Re_{fim\ lam.}^2} \quad (2.231)$$

- para o regime turbulento:

$$f_{D,turb} = \frac{a(n)}{Re_{gen}^{b(n)}} \quad (2.232)$$

em que $a(n)$ e $b(n)$ são funções do índice de comportamento n , dadas por:

$$a(n) = \frac{\log_{10}(n) + 3,93}{12,5} \quad (2.233)$$

$$b(n) = \frac{1,75 - \log_{10}(n)}{7} \quad (2.234)$$

Este método é largamente utilizado para calcular a perda de carga no escoamento de fluidos de perfuração e completção em regiões anulares concêntricas e excêntricas, com ou sem rotação do tubo interno, apesar de utilizar correlações que foram desenvolvidas através de experimentos em tubos cilíndricos, isotérmicos, sem transferência de calor e sem rotação.

Ao se utilizar essas correlações para calcular a perda de carga em regiões anulares com rotação do tubo interno, a rotação é simplesmente desprezada, e a geometria anular é avaliada substituindo-se o diâmetro pelo diâmetro equivalente ou hidráulico:

$$D_{eq} = D_{ext} - D_{int} \quad (2.235)$$

Diversas outras correlações já foram apresentadas, para o modelo de potência ou outros modelos, conforme pode ser observado em PAIXÃO (1990) e MAGLIONE (1995). Apesar disso, as equações acima, recomendadas por API (2009), foram

utilizadas para comparação com o problema teste neste trabalho, por serem as mais difundidas e utilizadas na indústria.

Como o código computacional desenvolvido neste trabalho se restringe ao regime laminar, apenas a Equação 2.230 será efetivamente utilizada para comparação.

Esta equação nada mais é que a solução analítica obtida para a perda de carga do fluido de potência em regime laminar em um canal retangular entre placas planas paralelas, em regime desenvolvido e estado estacionário.

Capítulo 3

Metodologia

Optou-se por desenvolver a ferramenta computacional objeto deste trabalho com a utilização do pacote de CFD *OpenFOAM*®[®], versão 1.6-*extend*. Apesar dos fluidos de perfuração e completação, e mesmo pastas de cimento, terem uma certa dependência do seu comportamento reológico com o tempo, caracterizando viscoelasticidade, eles não costumam ser caracterizados assim, e não se faz rotineiramente nenhum tipo de medição com os mesmos que permitam estimar parâmetros de modelos viscoelásticos. Apesar de se realizarem rotineiramente medições da “força-gel” desenvolvida devido à tixotropia dos fluidos de perfuração, essas medições têm pouca utilidade para estimação quantitativa de parâmetros, embora forneçam resultados qualitativos importantes.

Por este motivo, além da simplicidade, optou-se por modelar os fluidos simplesmente como fluidos Newtonianos generalizados (seção 2.4), mas com reologia dependente da temperatura (seção 2.5).

As ferramentas computacionais desenvolvidas são as seguintes:

- um *solver* para resolução das equações da energia e do movimento (com acoplamento pressão-velocidade de modo a satisfazer a equação da continuidade) para um fluido que pode ser modelado por diversos modelos reológicos de fluidos Newtonianos generalizados. Este *solver* foi denominado NINNF, abreviatura de *Non-Isothermal Non-Newtonian Foam*;
- um *solver* com tratamento multi-domínio para acoplamento de regiões fluidas e regiões sólidas, com resolução das equações da energia e do movimento (com acoplamento pressão-velocidade) para diversos modelos reológicos de fluidos Newtonianos generalizados para os domínios fluidos, e resolução da equação da energia para os domínios sólidos. Este *solver* foi denominado coupledMRNINNF, abreviatura de *coupled Multi-Region Non-Isothermal Non-Newtonian Foam*;

- uma modificação da biblioteca *transportModels* original, de modo a incluir a dependência dos modelos reológicos com a temperatura, bem como alguns modelos reológicos novos. Esta nova biblioteca foi denominada *transportModelsNonIsothermal*;
- alguns utilitários para avaliação da variação dos campos tensoriais do escoamento com o tempo, de modo a se identificar o estado estacionário.

A seguir será apresentada a modelagem matemática do problema em estudo e implementada nos códigos desenvolvidos, bem como a descrição dos próprios códigos.

3.1 Modelagem Matemática

A modelagem matemática adotada já foi apresentada na Revisão Bibliográfica, seção 2.2. Ela é aqui resumida e são incluídas as simplificações de fluido incompressível, algumas propriedades constantes e um modelo reológico de fluido Newtoniano generalizado, considerações usuais da abordagem de fluidos de perfuração e completção de poços de petróleo.

A consideração de fluido incompressível é bastante usual para os fluidos de perfuração na engenharia de poços de petróleo, mas eventualmente ela pode ser uma simplificação um tanto grosseira, visto que a variação de pressão de um poço típico é de centenas de atmosferas.

Entretanto, geralmente é preferível desprezar tanto a compressibilidade do fluido quanto sua dilatação térmica do que levar em conta apenas um destes efeitos, devido a uma compensação de erros: a região de maior temperatura é próxima ao fundo de um poço, que é também a região de maior pressão, de modo que a redução da densidade do fluido devido à dilatação térmica e o aumento da densidade devido à compressão compensam-se parcialmente.

Neste trabalho, adotou-se a prática usual de considerar a massa específica constante, desprezando tanto a compressibilidade quanto a dilatação térmica.

É importante salientar que os domínios fluidos foram considerados como sendo monofásicos, embora os fluidos de perfuração contenham sempre no mínimo duas fases, sendo uma delas sólida (muitas vezes o fluido trata-se de uma emulsão inversa de uma fase aquosa em outra orgânica, de modo que neste caso há no mínimo três fases).

As fases dispersas estão geralmente finamente divididas na fase contínua, de modo que é uma hipótese usual e geralmente boa considerar o fluido monofásico. O comportamento reológico do mesmo reflete a presença das demais fases, uma vez que as medições para estimação de parâmetros reológicos são realizadas já com estas presentes.

3.1.1 A Equação da Continuidade

A Equação 2.1, para um fluido incompressível, torna-se simplesmente:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

Conforme já comentado (seção 2.6.3), para efetivamente utilizar essa equação para resolver os campos do escoamento pelo método dos volumes finitos com a abordagem segregada, é necessário utilizar um método de acoplamento da mesma com a equação do movimento, para que se tenha uma equação que possa ser resolvida para a pressão, como a Equação 2.141.

O algoritmo implementado nos códigos desenvolvidos é uma variação do PISO, mas com mais um nível iterativo mais externo, conforme pode ser observado na descrição dos códigos, seções 3.5.1 e 3.5.2.

3.1.2 A Equação do Movimento

A Equação 2.3, para um fluido incompressível, torna-se:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \quad (3.1)$$

Considerando a tensão descrita por um modelo de fluido Newtoniano generalizado:

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -\eta(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T) \quad (3.2)$$

Dividindo pela massa específica, e expressando em termos da viscosidade cinemática aparente:

$$\frac{1}{\rho} \boldsymbol{\tau} = -\frac{\eta(\dot{\gamma})}{\rho} \dot{\boldsymbol{\gamma}} = -\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T) \quad (3.3)$$

A Equação 3.1 pode então ser dividida pela massa específica do fluido e escrita como:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) + \nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)] = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} \quad (3.4)$$

O termo $\nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)]$ pode ser simplificado utilizando as identidades tensoriais dadas pelas Equações 3.5 e 3.6. Para um escalar qualquer s , um tensor qualquer \mathbf{T} e um vetor qualquer \mathbf{v} , tem-se:

$$\nabla \cdot (s\mathbf{T}) = (\nabla s) \cdot \mathbf{T} + s(\nabla \cdot \mathbf{T}) \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot [(\nabla \mathbf{v})^T] = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (3.6)$$

O termo $\nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)]$ pode ser separado em duas parcelas:

$$\nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)] = \nabla \cdot [-\nu(\nabla \mathbf{U})] + \nabla \cdot [-\nu(\nabla \mathbf{U})^T]$$

Utilizando a Equação 3.5, a segunda parcela pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot [-\nu(\nabla \mathbf{U})^T] = -(\nabla \nu) \cdot (\nabla \mathbf{U})^T - \nu \nabla \cdot [(\nabla \mathbf{U})^T] \quad (3.7)$$

Utilizando a Equação 3.6, o termo $\nu \nabla \cdot [(\nabla \mathbf{U})^T]$ pode ser escrito como:

$$\nu \nabla \cdot [(\nabla \mathbf{U})^T] = \nu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{U}) \quad (3.8)$$

Sendo o fluido incompressível, a equação da continuidade determina que $(\nabla \cdot \mathbf{U}) = 0$, de modo que a Equação 3.8 se anula, e o termo $\nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)]$ pode ser escrito simplesmente como:

$$\nabla \cdot [-\nu(\dot{\gamma})(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)] = -\nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{U}) - (\nabla \nu) \cdot [(\nabla \mathbf{U})^T] \quad (3.9)$$

Sendo assim, pode-se escrever a Equação 3.4 na forma da Equação 3.10, que foi de fato implementada.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{U}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nabla(\nu) \cdot (\nabla \mathbf{U})^T \quad (3.10)$$

Na Equação 3.10, os termos do lado esquerdo foram implementados de forma implícita e aqueles do lado direito foram implementados de forma explícita na primeira resolução dessa equação, chamada de “preditor de momento”. O termo da pressão acaba sendo resolvido implicitamente devido ao algoritmo de acoplamento pressão-velocidade.

O termo $\nabla(\nu) \cdot (\nabla \mathbf{U})^T$, devido à heterogeneidade da viscosidade aparente causada tanto pela variação de temperatura quanto de taxa de cisalhamento, é frequentemente negligenciado, por ser uma correção relativamente pequena. No próprio *solver nonNewtonianIcoFoam*, já existente no *OpenFOAM*®[®], que foi utilizado de base para construção dos *solvers* desenvolvidos neste trabalho, esse termo não está presente, mas aqui se optou por incluí-lo, embora de forma explícita.

3.1.3 A Equação da Energia

A equação da energia foi implementada na forma da Equação 2.14, com a Lei de Fourier como equação constitutiva para o vetor fluxo de calor \mathbf{q} , além da consi-

deração de calor específico e condutividade térmica constantes, bem como fluido incompressível.

A equação resultante é:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \nabla \cdot (\mathbf{UT}) - k \nabla^2 T + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U} = 0 \quad (3.11)$$

As modificações necessárias nos códigos desenvolvidos para se considerar as propriedades do fluido como não sendo constantes seriam triviais, mas se optou por considerá-las constantes porque essa é a simplificação usual utilizada na engenharia de poços de petróleo, e de fato não se tem corriqueiramente informações sobre dependência de condutividade térmica e calor específico de fluidos de perfuração e completção com temperatura e/ou pressão.

O *solver coupledMRNINNF* engloba, além dos domínios fluidos, também domínios sólidos. Estes não necessitam das equações do movimento e da continuidade, e neste trabalho nem mesmo foi criado um campo de velocidade para o domínio sólido, desnecessário devido à natureza axissimétrica dos problemas teste utilizados.

Neste caso específico, a única equação de balanço a ser resolvida para os domínios sólidos é a equação da energia, que pode ser simplificada a partir da Equação 3.11, com a imposição de um campo de velocidade nulo, o que resulta na equação de difusão de calor transiente:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - k \nabla^2 T = 0 \quad (3.12)$$

Em um caso mais geral, sem simetria axial do domínio sólido e com movimento do mesmo, poderia ser necessário incluir na modelagem o campo de velocidade do sólido, embora o mesmo não necessite ser resolvido numericamente, sendo apenas um campo de translação e/ou rotação de corpo rígido. Da Equação 3.11, poder-se-ia então desprezar apenas o termo de dissipação viscosa, de modo que a equação da energia se resume a:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \nabla \cdot (\mathbf{UT}) - k \nabla^2 T = 0 \quad (3.13)$$

3.2 O Problema Teste Utilizado

Para testar os códigos desenvolvidos, foram realizadas simulações do escoamento com transferência de calor de um fluido pseudo-plástico descendo por uma tubulação e retornando ascendendo por um canal anular entre essa tubulação e uma parede externa mais quente que o fluido, de modo a simular o escoamento de um fluido de perfuração no interior de uma coluna de perfuração e no espaço anular entre a

mesma e as paredes do poço sendo perfurado.

Há transferência de calor da parede do poço para o fluido no espaço anular, deste para a tubulação, e desta para o fluido no interior da mesma.

O objetivo, além de testar os códigos desenvolvidos, é simular o aquecimento que ocorre em um fluido de perfuração no fundo de um poço sendo perfurado e seu efeito no arrasto de partículas pelo fluido. Na superfície, o fluido de perfuração entra na coluna de perfuração em uma determinada temperatura próxima da ambiente. Tratando-se de um poço submarino, especialmente em águas profundas ou ultra-profundas, esse fluido será resfriado durante parte de seu trajeto, uma vez que o fundo do mar está em uma temperatura de cerca de $4^{\circ}C$.

A partir do fundo do mar, quanto maior a profundidade de rocha, mais quentes são as formações rochosas, uma vez que o calor flui do núcleo da terra para o fundo do mar. Sendo assim, no fundo do poço, as paredes do mesmo serão mais quentes que o fluido que lá chega, e, conforme o fluido ascende pelo espaço anular, ele será aquecido do fundo do poço até uma certa profundidade, em que o fluido estará mais quente que as paredes do poço e passará a ser resfriado.

Conforme já comentado, uma das funções fundamentais do fluido de perfuração é carrear os detritos de rocha cortada até a superfície, o que depende fundamentalmente das propriedades reológicas do fluido, bem como do seu perfil de velocidade no espaço anular.

Na região próxima ao fundo do poço, em que o fluido é aquecido pela rocha, há uma região próxima à parede do poço em que a temperatura do fluido é maior que a média de mistura, e conseqüentemente a viscosidade aparente do fluido será menor, e o carregamento menos eficiente. Por ser próximo à parede do poço, também ocorre que a velocidade do fluido é menor nessa região, de modo que tanto a velocidade quanto a viscosidade aparente contribuem para tornar o carregamento de sólidos menos eficiente nessa região.

Esse é um fenômeno difícil de se analisar, uma vez que há acoplamento entre os campos de velocidade e de temperatura de diferentes regiões. Até pouco tempo, nem mesmo se levava em consideração o campo de temperatura na análise.

Há algum tempo, existem simuladores em uso na indústria que resolvem um balanço de energia para uma temperatura média em cada posição axial, mas essa análise tem algum erro, uma vez que geralmente estima a transferência convectiva de calor através de correlações desenvolvidas para fluidos Newtonianos.

Este problema foi analisado com o uso do *solver coupledMRNINNF*, que permite acoplamento entre o fluido no anular e no interior da coluna, de modo a se estimar a importância desses fenômenos no carregamento de sólidos pelo fluido no anular que é aquecido pelas paredes do poço.

Para isso, foram realizadas simulações utilizando três domínios, sendo dois deles

fluidos (anular e interior da coluna) e um sólido (paredes de aço da coluna de perfuração), com propriedades de transporte típicas de fluidos de perfuração utilizados correntemente na indústria, bem como vazões de fluido, temperaturas, dimensões e rotações de coluna de perfuração típicas.

Uma das dificuldades encontrados nessas simulações é o mau condicionamento natural do problema, uma vez que um poço de petróleo tem alguns quilômetros de comprimento e apenas cerca de 10 a 40 centímetros de raio. Sendo assim, para simular um poço inteiro com uma malha com razão de aspecto razoável, seria necessária uma malha muito grande.

Para sanar essa dificuldade, simulou-se neste trabalho apenas um comprimento de poço de 700m, em uma região de interesse.

Uma coluna de perfuração real é composta por diferentes elementos tubulares, entre eles *Drill Pipes* (tubos de perfuração, compõem a maior parte da coluna), *Heavy Weight Drill Pipes* (tubos pesados), *Drill Collars* (comandos), além de uma série de ferramentas de controle direcional, medição e perfilagem (*Measuring While Drilling, MWD, Pressure While Drilling, PWD* e *Logging While Drilling, LWD*), estabilizadores, alargadores, entre outras ferramentas.

Essas diversas ferramentas têm geometrias e diâmetros diferentes, e, com exceção dos *Drill Pipes*, compõem basicamente o chamado *BHA – bottomhole assembly*, que compõe algumas dezenas de metros de coluna acima da broca. Além disso, os próprios tubos de perfuração têm reforços em suas extremidades, chamados *tool joints*, em que estão as roscas por meio das quais cada tubo é enroscado no seguinte.

Por simplicidade, a geometria utilizada neste trabalho foi apenas de um anular concêntrico de dimensões constantes, com diâmetros típicos de *Drill Pipes*: 5 polegadas de diâmetro externo e 4,276 polegadas de diâmetro interno, sem considerar os *tool joints*. Vale notar que os *solvers coupledMRNINNF* e *NINNF* podem ser utilizados para qualquer outra geometria, bastando criar as malhas para as mesmas.

3.2.1 Parâmetros de Entrada Utilizados nos Casos Teste

As simulações realizadas como teste visaram avaliar condições típicas da perfuração da última fase de um poço de petróleo.

Para isso, utilizaram-se parâmetros reológicos estimados a partir de testes com um fluido de perfuração típico de emulsão inversa (ver seção 3.3), com uma razão “fase orgânica”/“fase aquosa” igual a 60/40 .

As propriedades físicas do fluido utilizado e do aço que compõe a coluna de perfuração são apresentadas na Tabela 3.1. Tratam-se de valores típicos gentilmente fornecidos pelo CENPES, utilizados também no desenvolvimento dos trabalhos apresentados em ARANHA *et al.* (2010).

Tabela 3.1: Propriedades físicas usadas nas simulações.

Material	Propriedade	Valor
Fluido de Perfuração	massa específica, ρ (kg/m^3)	1150,33
	calor específico a pressão constante, C_p ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	2265,15
	condutividade térmica, k ($WK^{-1}m^{-1}$)	0,286
Aço da Coluna	massa específica, ρ (kg/m^3)	7833
	calor específico a pressão constante, C_p ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	467,7
	condutividade térmica, k ($WK^{-1}m^{-1}$)	54

Tabela 3.2: Características geométricas do trecho de poço simulado.

Dimensão	Valor (m)	Valor nas unidades de campo
comprimento	700	700 <i>m</i>
diâmetro externo do poço	0,2159	8 ^{1/2} <i>pol</i>
diâmetro externo da coluna	0,127	5 <i>pol</i>
diâmetro interno da coluna	0,1086	4,276 <i>pol</i>

As características geométricas do trecho de poço simulado são apresentadas na Tabela 3.2. O diâmetro externo trata-se de um diâmetro comum para a última fase de um poço, que foi modelado como um anular concêntrico.

As vazões e rotações de coluna utilizadas são apresentadas na Tabela 3.3. As vazões são apresentadas em unidades do sistema internacional, mas também nas unidades comuns da indústria de petróleo (*gpm*, galões por minuto). Na mesma tabela são apresentadas as velocidades médias na direção axial resultantes para o anular ($U_{z,med,an}$) e para o interior da coluna de perfuração ($U_{z,med,col}$), além da velocidade angular resultante da rotação da coluna. Essas vazões foram utilizadas pelos seguintes motivos:

- no campo, vazões menores que 300*gpm* raramente são utilizadas, pois resultam em taxas de penetração muito baixas, má limpeza de poço, e frequentemente são insuficientes para o bom funcionamento dos instrumentos de *LWD/MWD* (*Logging While Drilling / Measuring While Drilling*);
- apesar de frequentemente se utilizar vazões maiores nas fases iniciais de um poço, na fase de 8 1/2 polegadas ela geralmente não ultrapassa os 500*gpm*, por

Tabela 3.3: Condições operacionais das simulações.

Parâmetro	Valores			
	unidades S.I. (m^3/s)	un. de campo (<i>gpm</i>)	$U_{z,med,an}$ (m/s)	$U_{z,med,col}$ (m/s)
Vazões	0,0189	300	0,79	2,04
	0,0252	400	1,05	2,72
	0,0315	500	1,32	3,40
Rotações	rotação (<i>rpm</i>)		velocidade angular (<i>rad/s</i>)	
	0		0	
	50		5,24	
	100		10,47	
	150		15,71	

resultar em pressão elevada no fundo do poço, e por ser próximo ao limite superior de operação dos instrumentos de *LWD/MWD* utilizados nesta fase.

- os *solvers* desenvolvidos só contemplam cálculos no regime laminar, e a vazão de 500gpm , apesar de ainda resultar em escoamento laminar, está próxima ao limite deste regime no interior da coluna, pois resulta em um número de Reynolds generalizado de cerca de 1988, sendo que o início da transição para o regime turbulento deve ocorrer para um número de Reynolds generalizado de cerca de 2907, calculado conforme prática comum da indústria de petróleo, recomendada pela norma da API (2009). O número de Reynolds crítico é maior do que o usual valor de 2100 devido ao comportamento não Newtoniano do fluido. Neste trabalho, se optou por se manter alguma margem de segurança.

Vale salientar que foram realizados cálculos de estabilidade de acordo com os trabalhos de LUEPTOW *et al.* (1992) e CHANG e CHEN (2002), utilizando o número de Taylor modificado proposto por MATUTTI (2002) para fluidos não Newtonianos, e verificou-se que todas as simulações realizadas neste trabalho devem se encontrar no regime de Couette-Poiseuille, ou seja, não devem ser encontrados vórtices como os de Taylor.

As temperaturas utilizadas também foram típicas do cenário *offshore* brasileiro, com entrada do fluido na coluna no início dos 700 m a $298,75\text{ K}$ ($25,6\text{ }^\circ\text{C}$), uma temperatura de fundo de poço de $370,45\text{ K}$ e um gradiente geotérmico de 1 K a cada 30 m , ou seja, $0,0333\text{ K/m}$.

3.2.2 Condições de Contorno e Iniciais

Matematicamente, para resolver as equações diferenciais apresentadas na seção 3.1, são necessárias condições iniciais e de contorno adequadas. As condições matemáticas pertinentes ao problema são apresentadas a seguir. Posteriormente, serão apresentadas estas condições implementadas no *OpenFOAM*®. As regiões e os diversos contornos estão representados esquematicamente na Figura 3.1.

Inicialmente, dada a axissimetria do escoamento, podem-se utilizar em todos os contornos e para todas as variáveis as condições de contorno de periodicidade, uma vez que todos os campos devem ser simétricos em relação ao eixo, e qualquer variação com a coordenada angular não tem sentido:

$$\frac{\partial(\cdot)}{\partial\theta} = 0 \quad (3.14)$$

Para referência, seja R_1 o raio interno da tubulação (coluna de perfuração), R_2 o raio externo da mesma, e R_3 o raio externo da região anular (Figura 3.1).

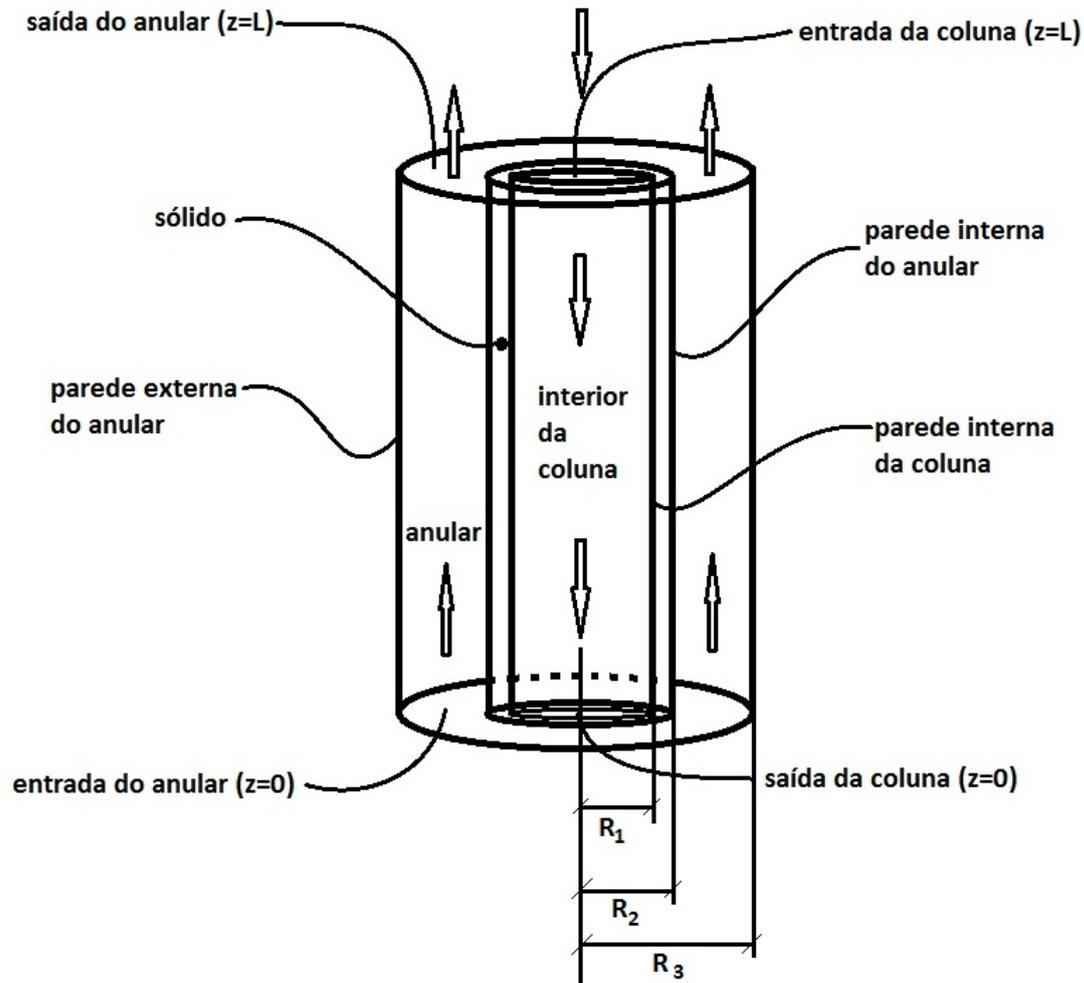


Figura 3.1: Esquema ilustrando as condições de contorno dos casos teste.

Contornos do Anular

Parede externa do anular:

Em todos os contatos sólido-fluido, é considerada a condição de contorno de não-deslizamento. Portanto, na parede externa do anular:

$$U(r = R_3) = 0 \quad (3.15)$$

As condições de contorno utilizadas para a pressão nas paredes da coluna e do poço são as usuais condições de gradiente nulo. Para a parede externa do anular:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{(r=R_3)} = 0 \quad (3.16)$$

Vale notar que, na parede externa do anular, se houver fluxo de fluido para as formações (meio poroso), pode haver um gradiente de pressão não nulo. Uma das funções do fluido de perfuração é justamente formar uma torta de filtração de

baixíssima permeabilidade nas paredes do poço, vulgarmente chamada de “reboco”, para minimizar esta infiltração para o meio poroso. Um fluido bem formulado, em condições convencionais, de fato reduz esta infiltração a um valor desprezível, de modo que neste trabalho a perda de fluido para o meio poroso foi desprezada, e utilizou-se o gradiente nulo como condição de contorno para a pressão nas paredes do poço.

A condição de contorno utilizada para a temperatura na parede externa do anular foi um perfil de temperatura fixo e conhecido, dado pelo gradiente geotérmico T_{geo} .

$$T(r = R_3) = T_{geo}(z) \quad (3.17)$$

Uma vez que o fluido deve resfriar a rocha, o mais adequado seria representar também esta, incluindo um domínio a mais de cálculo, podendo-se utilizar uma condição de contorno de domínio semi-infinito para a rocha. Isto não foi feito, entretanto, pois tornaria o custo computacional muito maior, e o interesse deste trabalho está no gradiente de temperatura do fluido, e, sendo que o gradiente geotérmico muda de região para região e o utilizado neste trabalho foi uma média arbitrária, é perfeitamente plausível supor que outro gradiente geotérmico, considerando a transferência de calor na rocha, fornecesse o perfil de temperatura utilizado neste trabalho (o que não faz diferença, uma vez que este perfil foi arbitrado).

Parede interna do anular:

Como pode haver rotação da coluna de perfuração, com a velocidade angular ω , tem-se na parede interna do anular:

$$\mathbf{U}(r = R_2) = R_2\omega\hat{\mathbf{e}}_\theta \quad (3.18)$$

em que $\hat{\mathbf{e}}_\theta$ é o vetor unitário da direção θ .

Para a pressão, foi utilizado o gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{(r=R_2)} = 0 \quad (3.19)$$

Nos contatos sólido-fluido, a condição de contorno a ser utilizada deve levar em conta o acoplamento entre os diferentes domínios, de modo que tanto a temperatura quanto o fluxo de calor têm que ser os mesmos na interface, em ambos os lados:

$$\lim_{r \rightarrow R_2^+} T = \lim_{r \rightarrow R_2^-} T \quad (3.20)$$

$$k_s \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T \Big|_{r \rightarrow R_2^-} = k_{f,an} \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T \Big|_{r \rightarrow R_2^+} \quad (3.21)$$

em que $k_{f,an}$ e k_s são, respectivamente, as condutividades térmicas do fluido no anular e do sólido e $\hat{\mathbf{n}}$ é um dos vetores unitários normais ao contorno.

Saída do anular:

Foi simulado um trecho (longo) de poço próximo ao fundo do mesmo. A direção z é a direção axial, e se considerou como $z = 0$ o fundo e $z = L$ o topo, de modo que a entrada de fluido no espaço anular ocorre em $z = 0$ e a saída em $z = L$.

Para as condições da velocidade nas saídas de fluido, assumem-se as condições de contorno de regime estabelecido. Para a saída do anular:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial z} \right|_{(z=L, R_2 < r < R_3)} = \mathbf{0} \quad (3.22)$$

Para a pressão, é adequada uma condição de pressão conhecida (preferencialmente na saída, uma vez que na perfuração convencional dos poços de petróleo a saída de fluido é aberta para a atmosfera).

$$p(z = L, R_2 < r < R_3) = p_o \quad (3.23)$$

Como os fluidos foram modelados como incompressíveis, o valor absoluto da pressão não é importante, de modo que, por conveniência e de acordo com a prática adotada em CFD de fluidos incompressíveis, definiu-se $p_o = 0$.

A condição para a temperatura na saída do anular foi o costumeiro gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{(z=L, R_2 < r < R_3)} = 0 \quad (3.24)$$

Entrada do anular:

Para as condições de entrada do fluido, o mais adequado seria conhecer os perfis de velocidade. Como eles não são conhecidos ainda, serão utilizados perfis uniformes de velocidade (bastante próximo do perfil real para o fundo do poço, uma vez que o fluxo é extremamente turbulento na região da broca). Para a entrada do anular:

$$\mathbf{U}(z = 0, R_2 < r < R_3) = \mathbf{U}_{med,an} = \frac{Q}{A_{an}} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.25)$$

em que Q é a vazão de fluido sendo circulado pelo poço, A_{an} é a área da seção transversal do anular ($\pi(R_3^2 - R_2^2)$) e $\hat{\mathbf{e}}_z$ é o vetor unitário da direção z . Esta condição de contorno, por não ser exatamente realista, cria uma região com “efeitos de entrada” próximo às entradas de fluido. Como os trechos de poços simulados são

bastante compridos (centenas de metros), esses efeitos de entrada são logo dissipados.

Matematicamente, não seria necessária uma condição de contorno para a pressão nas entradas de fluido, mas os pacotes computacionais de *CFD* geralmente exigem a definição das condições em todos os contornos, e o *OpenFOAM*® não é diferente, de modo que nas simulações uma condição é exigida para a pressão na entrada. Apesar de um tanto controversa, a condição comumente utilizada é o gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{(z=0, R_2 < r < R_3)} = 0 \quad (3.26)$$

Essa condição é controversa, e costuma gerar “efeitos de entrada”, assim como o perfil uniforme de velocidade. Uma condição mais adequada poderia ser um gradiente de pressão igual às perdas de carga por unidade de comprimento, mas este só será conhecido após os cálculos. Também poderia ser utilizada uma extrapolação da pressão baseada nos volumes internos vizinhos à entrada.

Na entrada de fluido no anular, a temperatura está relacionada à temperatura de saída de fluido da coluna, de modo que um acoplamento é necessário. Como há um certo aumento de temperatura devido à grande dissipação viscosa na região dos jatos da broca, que não foi modelada, e o escoamento nesta região é turbulento a ponto de se poder considerar a mistura perfeita, a condição de contorno para a temperatura na entrada do anular foi utilizada como sendo igual à temperatura média de mistura da saída da coluna mais um ΔT_{br} devido à dissipação viscosa na região dos jatos da broca.

$$T(z = 0, R_2 < r < R_3) = \bar{T}_{saída\ coluna} + \Delta T_{br} \quad (3.27)$$

Este ΔT_{br} foi calculado a partir da conversão da perda de carga na broca em energia térmica. A perda de carga na broca foi calculada por uma correlação simples comum na indústria (API (2009)), dada por:

$$\Delta p_{br} = \frac{\rho Q^2}{2c_d^2(TFA)^2} \quad (3.28)$$

em que c_d é chamado coeficiente de descarga, cujo valor recomendado por API (2009) é 0,98, Q é a vazão que passa pela broca e TFA é a área total dos jatos da broca (sigla para *Total Flow Area*).

O aumento de temperatura na broca ΔT_{br} é um valor pequeno e pouco significativo, dado pela conversão de Δp_{br} em energia térmica, de acordo com:

$$\Delta T_{br} = \frac{\Delta p_{br}}{\rho C_p} \quad (3.29)$$

A temperatura média de mistura é definida como aquela que representa a entalpia resultante da mistura do fluido, ou seja, satisfaz a seguinte relação:

$$\hat{h}(\bar{T})\dot{m} = \int_A \rho \hat{h}(T) \mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad (3.30)$$

em que \hat{h} é a entalpia específica, \dot{m} é a vazão mássica e $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal à área em que ocorre a integração (no caso, a saída da coluna). A vazão mássica está relacionada à vazão total Q por $\dot{m} = \rho Q$. Assumindo que ρ e C_p são constantes, tem-se:

$$Q\bar{T} = \int_A T \mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad (3.31)$$

Criando-se os eixos coordenados tais que o eixo z coincida com o eixo do poço sendo simulado, com origem no fundo do mesmo, o vetor normal à área no contorno é o próprio vetor unitário da direção z :

$$\hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.32)$$

em que o sinal negativo vem da orientação ascendente do eixo, cuja origem está no fundo do poço, enquanto que a normal à área na saída da coluna aponta para fora do domínio, sendo descendente. Sendo assim, o produto escalar $\mathbf{U} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z$ é igual ao negativo do componente U_z da velocidade, resultando para a temperatura média de mistura no contorno:

$$\bar{T}_{saída\ coluna} = -\frac{1}{Q} \int_A T U_z dA \quad (3.33)$$

que resulta uma temperatura positiva, uma vez que o eixo z foi definido como ascendente e portanto $U_z < 0$.

Condições iniciais para o anular:

Nestas simulações, as condições iniciais não são tão importantes quanto as condições de contorno, porque o interesse dos casos teste está no estado estacionário, e estes cálculos não devem apresentar comportamento caótico, como multiplicidade de soluções estacionários ou outros atratores, e devem evoluir para o mesmo estado estacionário, independentemente da condição inicial.

Uma condição realista poderia ser um campo de velocidade nulo, considerando-se que o fluido todo está parado e o bombeio é iniciado quando se começam os cálculos. Ou seja:

$$\mathbf{U}(t = 0, \forall \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

O campo nulo, entretanto, deve levar mais tempo de simulação para atingir o

estado estacionário, uma vez que inicia mais distante do mesmo. Outra possibilidade seria considerar um campo de velocidade uniforme, com a velocidade média do fluido em cada domínio. Para o anular:

$$\mathbf{U}(t = 0, R_2 < r < R_3, \forall z) = \mathbf{U}_{med,an} = \frac{Q}{A_{an}} \hat{e}_z \quad (3.35)$$

Outra possibilidade seria considerar como condição inicial um perfil mais próximo do estacionário, como a superposição da solução analítica axial parabólica do fluido Newtoniano (ou a solução analítica semelhante do fluido de potência) com a rotacional de um escoamento de Couette-Poiseuille. Esta provavelmente seria a condição inicial que forneceria uma convergência mais rápida para o estado estacionário.

Por simplicidade de implementação e para não dificultar os cálculos numéricos desnecessariamente utilizando o campo nulo, neste trabalho foi utilizada a condição inicial de velocidade uniforme.

Como condição inicial para a pressão, poderia resultar em convergência mais fácil a utilização das soluções analíticas para algum modelo mais simples, como um fluido Newtoniano ou de potência isotérmicos, mas, por simplicidade de implementação, neste trabalho se utilizou o campo hidrostático, o que equivale a desprezar as perdas de carga no tempo $t < 0$ (o que na verdade é condizente com a condição de velocidade uniforme, uma vez que sem gradientes de velocidade não há dissipação viscosa). Sendo assim, no tempo inicial, a pressão dinâmica é uniformemente nula:

$$p(t = 0, \forall \mathbf{x}) = p_o = 0 \quad (3.36)$$

A condição inicial para a temperatura foi um campo uniforme e igual a uma temperatura intermediária entre a máxima e a mínima. A temperatura máxima é a temperatura da formação no fundo do poço e a temperatura mínima é a de entrada do fluido na coluna. Baseado na experiência das primeiras simulações realizadas durante testes, sabe-se que nos casos teste simulados a temperatura média final é apenas levemente maior que a mínima (cerca de 10 K). Sendo assim, definiu-se a temperatura intermediária utilizada como condição inicial levemente maior que a de entrada do fluido na coluna.

Contornos do Interior da Coluna

Parede interna da coluna:

Na parede interna da coluna, tem-se novamente a condição de não-deslizamento para a velocidade. Como pode haver rotação da coluna de perfuração, com a velocidade angular ω , tem-se:

$$\mathbf{U}(r = R_1) = R_1 \omega \hat{e}_\theta \quad (3.37)$$

Para a pressão, foi utilizado a usual condição de gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{(r=R_1)} = 0 \quad (3.38)$$

Na parede interna da coluna há contato sólido-fluido, de modo que a condição de contorno a ser utilizada para a temperatura deve levar em conta o acoplamento entre os diferentes domínios, de modo que tanto a temperatura quanto o fluxo de calor têm que ser os mesmos na interface, em ambos os lados:

$$\lim_{r \rightarrow R_1^+} T = \lim_{r \rightarrow R_1^-} T \quad (3.39)$$

$$k_{f,col} \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T \Big|_{r \rightarrow R_1^-} = k_s \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T \Big|_{r \rightarrow R_1^+} \quad (3.40)$$

em que $k_{f,col}$ e k_s são, respectivamente, as condutividades térmicas do fluido no interior da coluna e do sólido e $\hat{\mathbf{n}}$ é um dos vetores unitários normais ao contorno.

Saída de fluido da coluna:

A entrada de fluido no interior do tubo ocorre em $z = L$ e a saída em $z = 0$. Para a velocidade na saída de fluido, assume-se a condição de contorno de regime estabelecido. Para a saída da coluna:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{(z=0, r < R_1)} = 0 \quad (3.41)$$

A pressão de saída da coluna pode ser relacionada à pressão de entrada no anular, acrescentadas as perdas de carga entre os dois pontos (perdas de carga na broca e equipamentos de BHA que não estejam sendo modelados pela simulação, juntamente com o espaço anular entre esses equipamentos e as paredes do poço).

$$p(z = L, r < R_1) = p_{\text{entrada anular}} + \Delta p_{\text{saída coluna} \rightarrow \text{entrada anular}} = p'_o \quad (3.42)$$

Uma vez que o valor absoluto da pressão não faz diferença nos resultados dos cálculos, pois o fluido é incompressível e apenas o gradiente de pressão é importante, definiu-se, por simplicidade, que a pressão na saída da coluna também é nula: $p'_o = 0$.

Note-se que essa condição de contorno evita o acoplamento de pressão entre o anular e o tubo interno. A pressão das duas regiões poderia ter sido acoplada, mas como não influencia o resultado da simulação de fluidos incompressíveis, isso só aumentaria o custo computacional dos cálculos, sem trazer nenhum benefício à solução.

Para a temperatura na saída de fluido da coluna, pode-se utilizar o gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{(z=0, r < R_1)} = 0 \quad (3.43)$$

Entrada de fluido na coluna:

Para a entrada de fluido na coluna, é assumido o perfil uniforme de velocidade:

$$\mathbf{U}(z = L, r < R_1) = \mathbf{U}_{med,col} = -\frac{Q}{A_{col}} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.44)$$

em que Q é a vazão de fluido sendo circulado pelo poço, A_{col} é a área da seção transversal do interior da coluna (πR_1^2) e $\hat{\mathbf{e}}_z$ é o vetor unitário da direção z .

A condição utilizada para a pressão foi o usual gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{(z=L, r < R_1)} = 0 \quad (3.45)$$

Para a temperatura na entrada de fluido na coluna, considera-se como condição de contorno uma temperatura conhecida. Caso se simule um poço inteiro, por exemplo, esta seria a temperatura de entrada do fluido no poço, facilmente medida no tanque ativo de uma sonda.

$$T(z = L, r < R_1) = T_o \quad (3.46)$$

Condições iniciais para a coluna:

Como condição inicial, foi utilizada a velocidade uniforme de cada domínio. Para o interior da coluna:

$$\mathbf{U}(t = 0, r < R_1, \forall z) = \mathbf{U}_{med,col} = -\frac{Q}{A_{col}} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.47)$$

Como condição inicial para a pressão, foi utilizado o campo hidrostático, de modo que no tempo inicial a pressão dinâmica é uniformemente nula:

$$p(t = 0, \forall \mathbf{x}) = p_o = 0 \quad (3.48)$$

A condição inicial para a temperatura no interior da coluna foi um campo uniforme e igual a uma temperatura intermediária entre a máxima e a mínima, conforme no anular.

Contornos do Sólido

Paredes do sólido:

Nas paredes do sólido há contato sólido-fluido em ambos os lados, de modo que a condição de contorno a ser utilizada deve levar em conta o acoplamento entre os diferentes domínios, conforme já representado pelas Equações 3.20, 3.21, 3.39 e 3.40.

Abaixo do sólido:

Para a temperatura na parte de baixo do sólido, utilizou-se o usual gradiente nulo:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{(z=0, R_1 < r < R_2)} = 0 \quad (3.49)$$

Acima do sólido:

Para a temperatura na parte de cima do sólido, é assumido um valor fixo e igual à temperatura de entrada do fluido na coluna:

$$T(z = L, R_1 < r < R_2) = T_o \quad (3.50)$$

Esta última condição não é exatamente realista, uma vez que a temperatura no sólido deve ter algum valor intermediário entre a do fluido no interior da coluna e do fluido no anular, o que também gera algum efeito de entrada. Como o poço simulado é longo, entretanto, esse efeito é logo dissipado. Além disso, esta é a melhor estimativa que se tem para a temperatura na parte de cima do sólido, uma vez que a temperatura de saída do anular só será conhecida após realizada a simulação.

Condição inicial para o sólido:

A condição inicial para a temperatura no sólido foi um campo uniforme e igual a uma temperatura intermediária entre a máxima e a mínima, conforme no anular e no interior da coluna.

3.2.3 Condições de Contorno Implementadas no *Software OpenFOAM*®

Conforme comentado anteriormente, as condições de contorno implementadas em um pacote de CFD não são necessariamente iguais às condições de contorno do problema matemático analisado (como as condições das Equações 3.26 e 3.45, que não são necessárias matematicamente, mas o são no *OpenFOAM*®).

Sendo assim, a seguir são apresentadas as condições de contorno implementadas nos casos teste simulados no *OpenFOAM*®. Foram feitas simulações de dois tipos: (i) apenas no domínio anular, sem acoplamento com as demais regiões, utilizando o solver *NINNF* (seção 3.5.1) e (ii) com três domínios acoplados entre si, sendo um domínio sólido (paredes da coluna de perfuração) e dois fluidos (interior da coluna de perfuração e espaço anular), utilizando o solver *coupledMRNINNF* (seção 3.5.2).

Simulações mono-domínio do anular

Devido à axissimetria do problema, nestas simulações foram utilizadas malhas bidimensionais do tipo cunha (*wedge*) com 5° , conforme pode ser visto na Figura 3.2 e é recomendado na literatura e no guia do usuário do *OpenFOAM*® (OPENFOAM® FOUNDATION (2011b)).

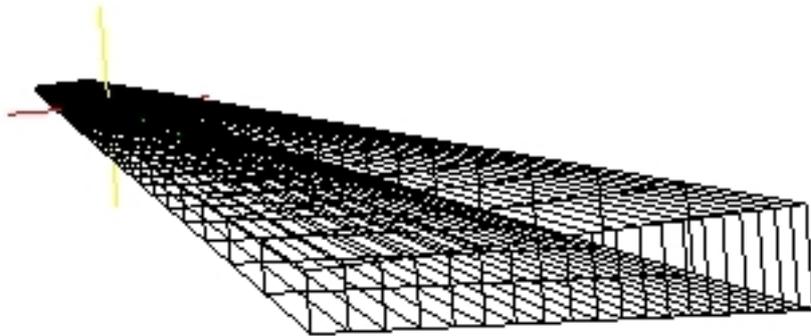


Figura 3.2: Malha bidimensional tipo cunha (*wedge*) utilizada nas simulações mono-domínio.

Utilizando-se malhas em cunha no *OpenFOAM*®, a condição de contorno que deve ser utilizada nas faces que cortam o escoamento é a condição do tipo *wedge*, já implementada na versão *1.6-ext* do *OpenFOAM*®, e que equivale à condição de axissimetria, conforme Equação 3.14.

Em todos os contornos em que a condição de contorno a ser utilizada é do primeiro tipo, ou seja, um valor fixo, utiliza-se a condição do tipo *fixedValue*. A sintaxe para utilização da mesma consiste em indicar o tipo *fixedValue* após a palavra-chave *type* e então o valor da variável, após a palavra-chave *value*. Caso o valor seja uniforme em todo o contorno, isso deve ser indicado através da palavra-chave *uniform*. É possível indicar um campo não-uniforme, através de uma lista de valores para a variável.

As condições de gradiente nulo, conforme a velocidade na saída do tubo e do anular, a pressão nas entradas do tubo e do anular e nas paredes sólidas e a temperatura nas saídas, são implementadas com a condição *zeroGradient*.

A condição de rotação da coluna para a velocidade nas paredes interna e externa dos tubos poderia ser implementada através da condição *fixedValue*, utilizando-se uma lista de valores, que poderia ser inclusive gerada através de um aplicativo simples, construído com o próprio *OpenFOAM*®[®], utilizando-se as funções deste.

No caso de um contorno girando em torno de um eixo fixo, entretanto, há uma condição de contorno ainda mais simples implementada na versão *1.6-ext* do *OpenFOAM*®[®]: a condição do tipo *rotatingWallVelocity*. Esta requer, além do tipo, três entradas: *origin*, *axis* e *omega*, que são respectivamente as coordenadas do ponto de origem do eixo em torno do qual o contorno gira, a direção do eixo e a velocidade angular de rotação, em *rad/s*.

Na parede externa do anular (contato fluido-rocha), conforme já comentado, foi utilizada também uma condição de contorno do primeiro tipo, igual ao gradiente geotérmico da rocha. Isto também poderia ter sido implementado através da condição *fixedValue* com uma lista de valores, mas para facilitar esta tarefa está disponível, desde a versão *1.5* até a *1.7* do *OpenFOAM*®[®], a biblioteca *groovyBC* (http://openfoamwiki.net/index.php/Contrib_groovyBC).

Trata-se de uma contribuição, também em código aberto, que permite que sejam especificadas condições de contorno na forma de funções, utilizando operadores aritméticos, lógicos, vetoriais, condicionais, etc, além de funções matemáticas de potência, exponencial, logaritmo, etc, e funções de acesso específicas do *OpenFOAM*, que permitem construir funções da posição dos centros ou dos vértices dos volumes na malha, bem como os vetores que unem o centro à face, o passo de tempo ou mesmo o tempo corrente da simulação, permitindo especificar condições de contorno que variam com o tempo.

A partir da versão *2.0* do *OpenFOAM*®[®], não houve mais suporte à biblioteca *groovyBC*, mas as utilidades da mesma foram incorporadas à contribuição *swak4Foam – swiss army knife for OpenFOAM* –, que conta com outras utilidades.

Sendo assim, a condição de contorno do perfil geotérmico de temperatura na parede externa do anular foi implementada com a condição *groovyBC*.

Para a temperatura na parede interna do anular, o problema físico exige o acoplamento pela transferência de calor para o sólido e, por sua vez, do sólido para o interior da coluna, conforme Equações 3.20, 3.21, 3.39 e 3.40.

Entretanto, foi observado durante a realização deste trabalho, conforme será demonstrado no Capítulo 4, que, para o conjunto de parâmetros de entrada utilizados em alguns casos teste deste trabalho, a transferência de calor do anular para o sólido e deste para o interior da coluna é tão pequena que a temperatura no contorno anular-sólido praticamente não varia ao longo dos *700m* de poço simulados.

Foi essa observação que motivou a realização das simulações bidimensionais

mono-domínio, apenas no anular, pois o ganho de tempo computacional foi significativo.

Sendo assim, nas simulações bidimensionais mono-domínio do anular, a condição de contorno implementada para a temperatura na parede interna do anular foi um perfil linear (quase homogêneo), ajustado a partir dos resultados obtidos na simulação tridimensional com acoplamento entre os três domínios em um dos casos. Essa condição de contorno também foi implementada através da ferramenta *groovyBC*.

A temperatura na entrada do anular também foi a resultante da simulação tridimensional com acoplamento de um dos casos.

As condições iniciais utilizadas foram os campos uniformes já comentados.

Simulações com três domínios acoplados

As simulações com os três domínios acoplados foram executadas utilizando malhas tridimensionais em um quadrante de 90° , conforme a Figura 3.3.

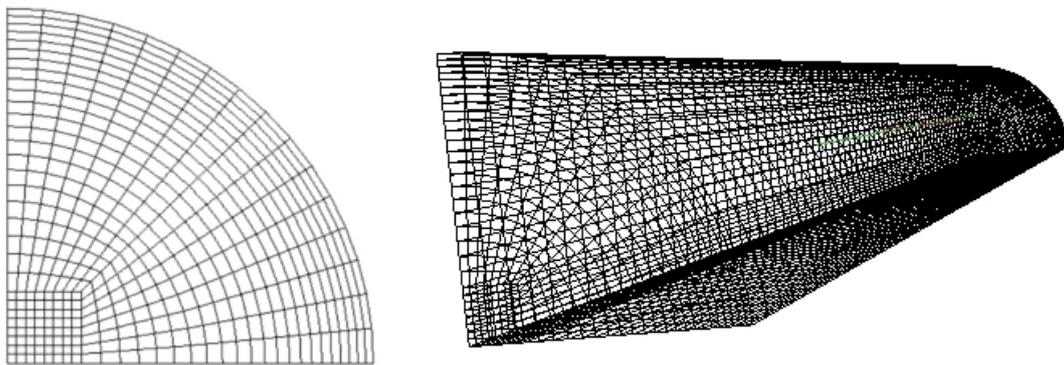


Figura 3.3: Malha tridimensional em quadrante utilizada nas simulações com acoplamento entre os três domínios; à esquerda: vista da seção transversal da malha.

O fato das simulações realizarem o acoplamento entre os três domínios não faz com que o problema deixe de ser axissimétrico, mas não foi possível utilizar a malha do tipo cunha devido a uma deficiência na implementação da condição de contorno do tipo *wedge*, pois alguns utilitários de malha do *OpenFOAM*® não foram feitos para trabalhar com mais de um par de contornos do tipo *wedge* na mesma malha.

Posteriormente, esse problema foi contornado e foi encontrada uma maneira de utilizar a condição de contorno do tipo *wedge* em simulações multi-domínio. Essa dificuldade só foi contornada após realizadas as simulações cujos resultados são apresentados neste trabalho, entretanto.

Foi tentado trabalhar com as condições de contorno do tipo *cyclic*, do *OpenFOAM*®, que são basicamente condições de periodicidade, conforme se observa em outros trabalhos com simulações axissimétricas. Matematicamente, isto

seria equivalente à Equação 3.14, mas a implementação numérica da mesma é diferente da implementação da *wedge*, e observou-se grande dificuldade de convergência na utilização dessa condição, de modo que o uso da mesma foi abandonado, e voltou-se para as simulações tridimensionais.

Os problemas de convergência da condição *cyclic* advêm do ângulo de inclinação entre as duas faces (a *cyclic* deve ser empregada em contornos paralelos, pois apenas transfere os campos de um contorno do par de *cyclic* para o outro, de modo que falha quando os contornos não são paralelos, como é o caso da malha em cunha). De qualquer maneira, é provável que a dificuldade de convergência da *cyclic* também pudesse ser tratada através de modificações no código de implementação da mesma. Neste trabalho, entretanto, optou-se por utilizar a malha tridimensional da Figura 3.3, apesar do aumento de custo computacional que isso representa.

Como pode ser visto na Figura 3.3, optou-se por utilizar apenas um quadrante de 90° nas simulações (possível devido à simetria do problema). As condições de contorno implementadas nas faces a 0° e 90° foram as condições de plano de simetria *symmetryPlane*.

Para a pressão nos contornos sólidos e nas entradas de fluido foram utilizadas as condições *zeroGradient*, bem como para a velocidade e temperatura nas saídas de fluido. As pressões nas saídas foram especificadas como *fixedValue uniform 0*, e as velocidades nas entradas como *fixedValue* com os valores definidos nas Equações 3.25 e 3.44. Para a temperatura na parede externa do anular foi utilizada a mesma condição dos casos mono-domínio, com a biblioteca *groovyBC*.

A temperatura na entrada do anular foi especificada como um *fixedValue* uniforme e igual ao valor da temperatura média de mistura da saída do tubo interno, acrescentado um valor referente ao ΔT_{br} , conforme Equação 3.27.

Na entrada de fluido na coluna, a temperatura foi especificada com um *fixedValue* igual a uma temperatura típica para a entrada de um fluido de perfuração em uma coluna.

Com o acoplamento dos três domínios, surgem os dois contornos através dos quais é realizado o acoplamento: *interiorColuna_to_solido* e *anular_to_solido*, ambos os quais pertencem simultaneamente aos dois domínios que interligam.

As condições para a pressão em ambos são *zeroGradient*, e para a velocidade é utilizada a condição *rotatingWallVelocity*, para indicar a rotação do sólido. Para a temperatura, são utilizadas as condições *solidWallMixedTemperatureCoupled*, já implementadas no *OpenFOAM*®[®], que realizam o acoplamento, na forma das Equações 3.20, 3.21, 3.39 e 3.40.

3.2.4 Modelo Reológico

Dentre todos os modelos reológicos citados e implementados no *OpenFOAM*®^(R), e especificamente na biblioteca *transportModelsNonIsothermal*, o escolhido para se utilizar neste problema teste é o modelo de Carreau-Yasuda, por diversos fatores:

- ele se ajustou muito bem aos dados experimentais, melhor do que os demais modelos FNG apresentados;
- ele representa o comportamento pseudo-plástico ou *shear-thinning* dos fluidos de perfuração e estimulação;
- embora ele não represente o comportamento viscoplástico que geralmente se assume como verdadeiro para os fluidos de perfuração, ele tem um platô de viscosidade aparente elevada a baixas taxas de cisalhamento; de fato, isto é mais realista para os fluidos de perfuração, pois medidas com reômetros mais precisos, a baixas taxas de cisalhamento, mostram que a tensão limite de escoamento atribuída aos fluidos de perfuração quando estes são ajustados por um modelo de Bingham, por exemplo, é na realidade um engano ocasionado pela viscosidade aparente elevada (mas não infinita) que ocorre nas baixas taxas de cisalhamento;
- é um modelo que prevê um platô de viscosidade aparente baixa a elevadas taxas de cisalhamento, conforme realmente se observa, não prevendo uma viscosidade aparente que tende a zero, como o modelo de potência, por exemplo;
- ele é consagrado na literatura de FNG, ajustando-se bastante bem a diversos casos de fluidos pseudo-plásticos, por ter 5 parâmetros ajustáveis;
- outro modelo que poderia ter sido o escolhido é o de Herschel-Bulkley, pois é mais consagrado na indústria do petróleo e representa o comportamento visco-plástico; entretanto, o ajuste de Carreau-Yasuda foi melhor, e a implementação computacional do modelo de Herschel-Bulkley costuma ser feita de um modo que também não representa a visco-plasticidade, pois, para evitar problemas numéricos na singularidade em $|\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_o$, geralmente ele é implementado através de uma viscosidade cinemática aparente do tipo:

$$\nu(\dot{\gamma}, T) = \frac{\eta(\dot{\gamma}, T)}{\rho} = \min \left[\nu_o, \left(\frac{\tau_o + k(a_T \dot{\gamma})^n}{\max(a_T \dot{\gamma}, VSMALL)} \right) \right] \quad (3.51)$$

em que ν_o é uma viscosidade cinemática a baixas taxas e *VSMALL* é um valor muito pequeno, para evitar *overflow* por divisão por zero. Sendo assim, essa implementação do modelo de Herschel-Bulkley mimetiza um modelo do

tipo Carreau-Yasuda, tendo também um platô de viscosidade a baixas taxas, mas esse platô é descontínuo e o ajuste aos dados experimentais é pior.

O modelo de Carreau-Yasuda para um escoamento isotérmico de um fluido incompressível é dado pela Equação 3.52:

$$\boldsymbol{\tau} = - \left[\eta_{\infty} + (\eta_o - \eta_{\infty}) (1 + (\lambda \dot{\gamma})^a)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma} \quad (3.52)$$

Como este trabalho se trata justamente de transferência de calor para o fluido de Carreau-Yasuda, o modelo isotérmico da Equação 3.52 não basta. Sendo assim, neste trabalho a dependência da tensão de cisalhamento com a temperatura será descrita pela Equação 2.69, conforme sugerido por TANNER (2000), e o fator a_T será modelado com a equação “tipo Arrhenius” 2.71.

O modelo de Carreau-Yasuda para um escoamento não isotérmico de um fluido incompressível é representado, portanto, conforme a Equação 3.53:

$$\boldsymbol{\tau} = - \frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left[\eta_{\infty} + (\eta_o - \eta_{\infty}) \left(1 + \left(\exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \lambda \dot{\gamma} \right)^a \right)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma} \quad (3.53)$$

Optou-se por não levar em consideração a influência da pressão no modelo reológico, por diversos motivos:

- a influência da pressão nos modelos reológicos é muito menos pronunciada do que a influência da temperatura;
- não se dispõe de quantidade suficiente de dados experimentais de parâmetros reológicos a altas pressões para ajustar modelos de funções materiais nas pressões de fundo de poço;
- a própria modelagem da dependência das equações constitutivas pela pressão é muito mais pobre e pouco estudada do que a dependência pela temperatura;
- um dos objetivos deste problema teste é avaliar a influência do gradiente **radial** de temperatura, e, embora se tenha um gradiente axial de pressão pronunciado, o gradiente radial da pressão é extremamente suave e realmente desprezível nos modelos reológicos.

3.3 Estimação dos Parâmetros Reológicos

Para estimar os parâmetros reológicos do modelo de Carreau-Yasuda não isotérmico, foram utilizados dados experimentais gentilmente fornecidos pelo CENPES, utilizados também no desenvolvimento dos trabalhos apresentados em ARANHA *et al.* (2010), medidos em um viscosímetro de cilindros concêntricos *Fann*®), modelo 35A (Figura 3.4), que é o instrumento padrão de utilização na indústria do petróleo.

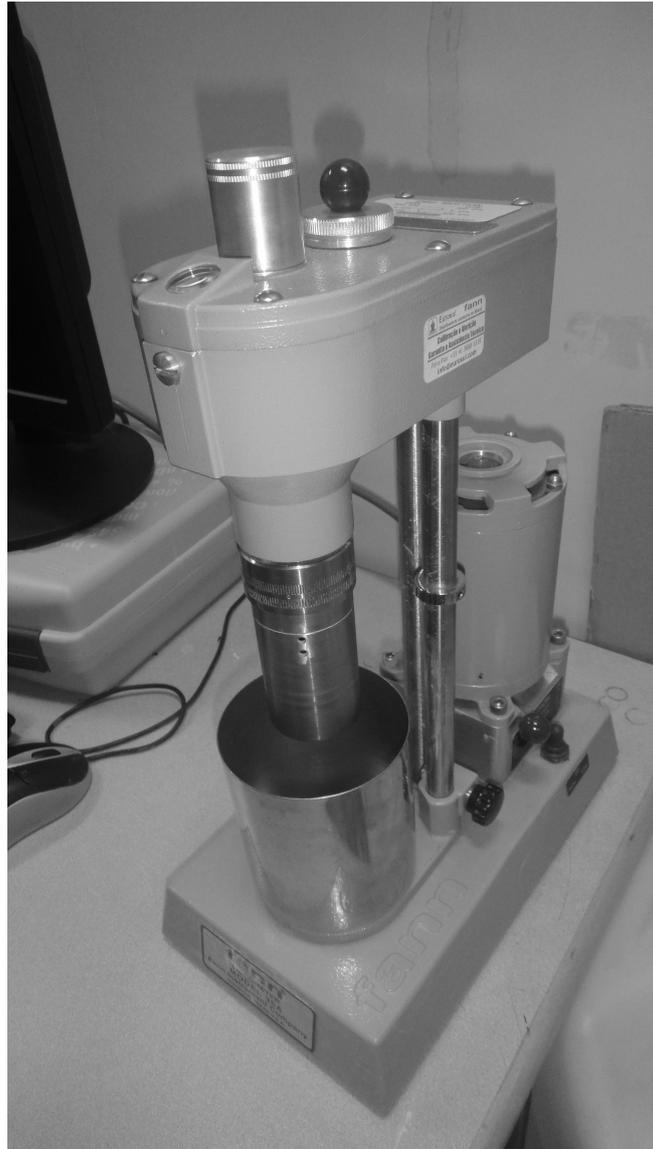


Figura 3.4: Viscosímetro de Cilindros Concêntricos Fann 35A®

O fluido de perfuração cujas propriedades foram medidas foi uma emulsão inversa com sólidos suspensos com massa específica igual a 1150kg/m^3 , ou $9,6\text{lb/gal}$, cuja fase contínua era n-parafina e a fase dispersa uma solução aquosa de NaCl, composta por 50% em volume de água industrial (doce) e 50% de salmoura saturada de NaCl, resultando uma salinidade igual a $133\,258\text{ ppm}$. A fração líquida do fluido

tinha razão n-parafina/água igual a 60/40. Os sólidos suspensos eram partículas de baritina, em fração volumétrica de cerca de 0,076, utilizada para adensar o fluido de modo a se obter a massa específica desejada.

As medidas reológicas foram feitas a uma pressão de $34,46 MPa$, ou $5000 psi$, pressão considerada adequada para os fins deste trabalho, por ser da ordem de grandeza das pressões usuais de fundo de poços de petróleo.

A faixa de temperatura que as medidas compreenderam foi de $4,44^\circ C$ a $204,44^\circ C$, que engloba completamente as temperaturas dos poços e, portanto, as utilizadas neste trabalho.

3.3.1 Viscosímetro de Cilindros Concêntricos

O Viscosímetro Fann 35A[®], utilizado para fazer as medidas, é do tipo de cilindros concêntricos, em que o cilindro interno, chamado de *bob*, é estacionário e ligado a uma mola de torção, que por sua vez é ligada a um medidor de ângulo. O cilindro externo é móvel, podendo girar a seis diferentes rotações controladas: 3, 6, 100, 200, 300 e 600 *rpm*.

Deve-se lembrar que a equação que relaciona a tensão à taxa de cisalhamento é tensorial, e para um fluido Newtoniano Generalizado incompressível fica (Equação 3.54):

$$\boldsymbol{\tau} = -\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (3.54)$$

No escoamento rotacional entre cilindros concêntricos, como no viscosímetro Fann 35A, o escoamento é apenas cisalhante, e pode-se considerar que, em coordenadas cilíndricas e desprezando os efeitos de extremidades, a tensão tem apenas as componentes $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r}$, bem como o tensor taxa de cisalhamento tem apenas as componentes $\dot{\gamma}_{r\theta} = \dot{\gamma}_{\theta r} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta}$. Sendo assim:

$$|\boldsymbol{\tau}| = \sqrt{\frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} : \boldsymbol{\tau}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum (\tau_{ij}^2)} = \sqrt{\frac{1}{2} 2 \cdot \tau_{r\theta}^2} = |\tau_{r\theta}|$$

e

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = |\dot{\boldsymbol{\gamma}}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\gamma}} : \dot{\boldsymbol{\gamma}}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum (\dot{\gamma}_{ij}^2)} = \sqrt{\frac{1}{2} 2 \cdot \dot{\gamma}_{r\theta}^2} = |\dot{\gamma}_{r\theta}| = \left| r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right| \quad (3.55)$$

Como no escoamento rotacional laminar entre cilindros concêntricos a componente radial da velocidade é nula ($U_r = 0$), resulta para a taxa de cisalhamento:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) \quad (3.56)$$

Como a separação entre os raios interno e externo do anular entre o cilindro e o *bob* é muito pequena, a derivada pode ser aproximada pela razão entre as diferenças:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta}{r} \right) \approx \bar{r} \frac{\Delta \left(\frac{U_\theta}{r} \right)}{\Delta r} \quad (3.57)$$

A diferença entre as velocidades angulares é conhecida, pois se sabe que, se ω é a velocidade angular do cilindro externo, R_1 é o raio do cilindro interno estacionário, e R_2 é o raio do cilindro externo móvel, então:

$$U_\theta(r = R_1) = 0$$

$$U_\theta(r = R_2) = \omega R_2$$

Assim, exceto a velocidade angular do cilindro externo, o restante dos termos que compõem $\dot{\gamma}$ dependem apenas da geometria do viscosímetro, que é conhecida.

Rigorosamente, o perfil de U_θ não é exatamente linear com o raio, mas tem uma curvatura que varia levemente. Portanto, também o perfil de $\dot{\gamma}$ varia levemente ao longo do raio. Essa variação ao longo do raio é diferente para cada modelo reológico, de modo que é ainda mais difícil de generalizar. Entretanto, devido à pequena distância entre os cilindros ($[R_2 - R_1] \ll R_2 \approx R_1$), a variação da derivada da velocidade com o raio é desprezível, de modo que ela pode ser considerada praticamente linear, e a taxa de cisalhamento, praticamente uniforme.

A constante de proporcionalidade entre a taxa de cisalhamento e a velocidade angular ou a rotação do cilindro externo depende apenas da configuração geométrica do viscosímetro (raios do cilindro e do *bob*).

De acordo com o manual do viscosímetro Fann 35A® (EXPOTECHUSA (2011)) e MACHADO (2002), ao utilizá-lo com a configuração de cilindro, *bob* e mola R1-B1-F1, utilizada para extrair os dados utilizados nesta dissertação, pode-se calcular a taxa de cisalhamento simplesmente a partir da velocidade de rotação N (em *rpm*) imposta ao viscosímetro, de acordo com a Equação 3.58:

$$\dot{\gamma}(s^{-1}) = 1,7034 N(rpm) \quad (3.58)$$

Similarmente, a tensão de cisalhamento $\tau_{r\theta}$ é linearmente proporcional ao torque J transmitido ao *bob*, e transmitido por este à mola de torção. Desprezando-se os efeitos das extremidades dos cilindros, o torque é dado por:

$$J = \tau_{r\theta} A_{bob} R_1 = \tau_{r\theta} 2\pi R_1^2 L_{bob}$$

em que A_{bob} é a área externa da superfície do *bob* em contato com o fluido,

desprezando-se as extremidades, e L_{bob} é o comprimento dos cilindros.

Esse torque J , por sua vez, é transmitido pelo *bob* à mola de torção, e, dentro dos limites de elasticidade da mola, é linearmente proporcional ao ângulo de torção Θ da mola ligada ao *bob*:

$$J = k_{mola}\Theta$$

em que k_{mola} é a constante da mola, definida justamente pela equação acima.

Sendo assim, a componente $\tau_{r\theta}$ da tensão de cisalhamento é linearmente proporcional ao ângulo Θ :

$$\tau_{r\theta} = \frac{k_{mola}\Theta}{2\pi R_1^2 L_{bob}} = cte \Theta$$

em que a constante de proporcionalidade depende apenas dos fatores geométricos dos cilindros e da constante elástica da mola.

De acordo com o manual do viscosímetro Fann 35A®(EXPOTECHUSA (2011)) e MACHADO (2002), ao se utilizar este equipamento com a configuração de cilindro, *bob* e mola R1-B1-F1, utilizada nas medições deste trabalho, pode-se calcular a componente $\tau_{r\theta}$ da tensão de cisalhamento simplesmente a partir do ângulo de torção Θ observado no viscosímetro, de acordo com a Equação 3.59:

$$\tau_{r\theta}(Pa) = 0,51 \Theta(^{\circ}) = 29,22 \Theta(rad) \quad (3.59)$$

3.3.2 Considerações para Estimação dos Parâmetros Reológicos

O procedimento utilizado para a estimação dos parâmetros foi o “Método da Máxima Verossimilhança”, conforme apresentado em SCHWAAB e PINTO (2007).

Os pressupostos em que se baseia o método são:

- admite-se que a distribuição dos erros experimentais é conhecida na região de experimentação;
- admite-se como válida a hipótese do modelo perfeito;
- admite-se como válida a hipótese do experimento bem-feito;

Admite-se que o modelo que representa o comportamento reológico do fluido é o modelo de Carreau-Yasuda para um escoamento não isotérmico, dado pela Equação 3.53.

Sendo assim, os parâmetros que se tem a estimar são as viscosidades aparentes a baixas e altas taxas de cisalhamento, η_o e η_{∞} , os índices n e a , a constante de tempo λ , a energia de ativação ao escoamento $\Delta\tilde{H}$ e a temperatura de referência T_o .

Para representar matematicamente as equações de estimação de parâmetros, agrupam-se esses sete parâmetros no vetor dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$. Para o modelo de Carreau-Yasuda:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \eta_o \\ \eta_\infty \\ \lambda \\ n \\ a \\ \Delta\tilde{H} \\ T_o \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

A única variável dependente medida é a tensão de cisalhamento $\tau_{r\theta}$. Na realidade, $\tau_{r\theta}$ foi calculada a partir do ângulo de torção Θ , que foi de fato a variável medida. Entretanto, embora a literatura enfatize muito que não se devem transformar os dados experimentais (SCHWAAB e PINTO (2007)), neste caso, em que se ignoram os erros das variáveis ligadas ao viscosímetro, não há problemas em se transformar Θ para $\tau_{r\theta}$, pois essa transformação consiste simplesmente em uma multiplicação por uma constante (Equação 3.59), o que não altera a distribuição de erros nem o valor do mínimo da função objetivo.

No procedimento de estimação, as medidas da variável dependente foram agrupadas no vetor \mathbf{y}^e . Similarmente, o vetor $\mathbf{y}^m(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$ tem os valores calculados pelo modelo para a variável dependente, e o vetor \mathbf{y} tem os valores reais dessa variável.

As únicas variáveis independentes dos experimentos são a taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}_{r\theta}$ e a temperatura T .

Na realidade, $\dot{\gamma}_{r\theta}$ foi calculada a partir da velocidade de rotação N , que foi de fato a variável “medida”, mas novamente não há problemas em se transformar N para $\dot{\gamma}_{r\theta}$ com a equação 3.58.

No procedimento de estimação, os valores das variáveis independentes serão representados como agrupadas no vetor \mathbf{x}^e . Similarmente, o vetor \mathbf{x} tem os valores reais dessas variáveis.

Algumas outras considerações utilizadas na estimação de parâmetros deste trabalho são:

- os desvios experimentais apresentam uma distribuição normal;
- as medidas experimentais de todas as variáveis independentes \mathbf{x}^e e dependentes \mathbf{y}^e são independentes e não estão correlacionadas;
- as medidas experimentais das variáveis independentes \mathbf{x}^e são suficientemente acuradas para que se despreze o erro experimental dessas medidas, considerando portanto que $\mathbf{x} = \mathbf{x}^e$;

De acordo com todas as hipóteses listadas, o problema de estimação de parâmetros passa a ser um problema de minimização da seguinte função objetivo:

$$F_{obj} = \sum_{i=1}^{N_{exp}} \frac{(y_i^e - y^m(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\alpha}))^2}{\sigma_i^2} \quad (3.61)$$

em que σ_i é a variância da medida experimental i da variável dependente, N_{exp} é o número de medidas experimentais efetuadas e \mathbf{x}_i se refere ao vetor \mathbf{x} referente à medida experimental i .

O modelo de Carreau-Yasuda, para fins da estimação de parâmetros, pode ser escrito simplesmente como:

$$y_i^m(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\alpha}) = \left| \tau_{r\theta,i}(\dot{\gamma}_i, T_i, \eta_o, \eta_\infty, n, a, \lambda, \Delta\tilde{H}, T_o) \right| \quad (3.62)$$

$$y_i^m(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\alpha}) = \frac{T_i}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta\tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left[\eta_\infty + \right. \\ \left. + (\eta_o - \eta_\infty) \left(1 + \left(\exp \left[\frac{\Delta\tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \lambda \dot{\gamma}_{r\theta,i} \right)^a \right)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma}_{r\theta,i} \quad (3.63)$$

Substituindo a Equação 3.63 na Equação 3.61, resulta a função objetivo.

3.3.3 O Método de Otimização

O método utilizado para a minimização da função objetivo foi inicialmente o Método de Newton, mas foram observados muitos mínimos locais na função objetivo, de modo que o “mínimo” para o qual o Método de Newton convergia dependia fortemente da estimativa inicial dos parâmetros.

Sendo assim, o método de minimização foi modificado de modo a gerar estimativas iniciais aleatórias com um gerador de números aleatórios com distribuição uniforme (a função “*rand()*” da linguagem C de programação), e o Método de Newton, para minimizar a função objetivo a partir dessas estimativas iniciais aleatórias.

O Método de Newton

O embasamento teórico para o Método de Newton é uma expansão em série de Taylor da função objetivo $F_{obj}(\boldsymbol{\alpha})$ em torno de uma estimativa inicial dos parâmetros $\boldsymbol{\alpha}_o$, truncada após o termo quadrático, ou seja:

$$F_{obj}(\boldsymbol{\alpha}) = F_{obj}(\boldsymbol{\alpha}_o) + (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o)^T \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o)^T \mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o) + \dots \quad (3.64)$$

em que $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj}$ é o vetor gradiente de F_{obj} em relação ao vetor $\boldsymbol{\alpha}$, cujas componentes são $(\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj})_i = \frac{\partial F_{obj}}{\partial \alpha_i}$, e $\mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj})$ é a matriz Hessiana da função objetivo em relação ao vetor $\boldsymbol{\alpha}$, cujas componentes são $(\mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}))_{ij} = \frac{\partial^2 F_{obj}}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}$.

Truncando a Equação 3.64 após o termo da matriz Hessiana, e derivando-a em relação a $\boldsymbol{\alpha}$, resulta:

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} = \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} + \mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o) \quad (3.65)$$

Uma vez que, no ponto ótimo, a derivada da função objetivo em relação a todos os parâmetros deve ser nula, tem-se:

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} = \mathbf{0}$$

A Equação 3.65 fica:

$$\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} + \mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o) = \mathbf{0} \quad (3.66)$$

Ou seja:

$$\mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_o) = -\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}_o} \quad (3.67)$$

É na solução iterativa da Equação 3.67 que consiste o Método de Newton, partindo-se de uma estimativa inicial suficientemente próxima do mínimo, e utilizando o valor obtido para $\boldsymbol{\alpha}$ de cada iteração como $\boldsymbol{\alpha}_o$ para a próxima.

Geralmente se define o “passo de Newton” $\mathbf{s}^{(k)}$:

$$\mathbf{s}^{(k)} = \boldsymbol{\alpha}^{(k)} - \boldsymbol{\alpha}^{(k-1)} \quad (3.68)$$

em que o superíndice (k) indica a iteração do Método de Newton.

A Equação 3.67 fica, então:

$$\mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}^{(k-1)}} \mathbf{s}^{(k)} = -\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}^{(k-1)}} \quad (3.69)$$

Ou seja, partindo-se de uma estimativa inicial $\boldsymbol{\alpha}_o$ suficientemente próxima do mínimo, seguem-se iterativamente os seguintes passos, para $k = 1, 2, \dots$:

- resolve-se a Equação 3.69 para o passo de Newton $\mathbf{s}^{(k)} = -\left(\mathbf{H}_{\boldsymbol{\alpha}}(F_{obj}) \Big|_{\boldsymbol{\alpha}^{(k-1)}}\right)^{-1} \nabla_{\boldsymbol{\alpha}} F_{obj} \Big|_{\boldsymbol{\alpha}^{(k-1)}} ;$

- calcula-se $\alpha^{(k)}$ a partir da Equação 3.68: $\alpha^{(k)} = \mathbf{s}^{(k)} + \alpha^{(k-1)}$.

Vale salientar que, no primeiro passo acima, o passo de Newton $\mathbf{s}^{(k)}$ não deve ser realmente calculado diretamente com a equação $\mathbf{s}^{(k)} = -\left(\mathbf{H}_\alpha(F_{obj})\Big|_{\alpha^{(k-1)}}\right)^{-1} \nabla_\alpha F_{obj}\Big|_{\alpha^{(k-1)}}$, pois existem diversas vantagens numéricas em se resolver diretamente o sistema linear da Equação 3.69, por eliminação gaussiana ou outro método qualquer, em vez de se calcular explicitamente a inversa da matriz Hessiana.

A matriz Hessiana e o vetor gradiente em relação a α podem ser calculados tanto analítica quanto numericamente.

3.4 A Análise de Carreamento

A análise de carreamento de sólidos foi feita utilizando-se a correlação de LARUCCIA (1990) (seção 2.7.1) para o coeficiente de arrasto e a correção de MEI (1992) para a força de sustentação de Saffman (seção 2.7.2), além da “pseudoforça” centrífuga devida à inércia da partícula em rotação solidária com o fluido, nos casos em que há rotação da coluna.

Vale salientar novamente que nas simulações com o *OpenFOAM*® os domínios fluidos foram considerados monofásicos, e mesmo na análise do carreamento as partículas sólidas foram consideradas como inseridas em meio ao escoamento resultante das simulações do *OpenFOAM*®, sujeitas a uma força de arrasto resultante do cálculo com a correlação de LARUCCIA (1990) e uma força de sustentação dada pela força de Saffman (SAFFMAN (1965)), corrigida pela correlação apresentada por MEI (1992) (seção 2.7.2), além da força centrífuga.

Além disso, os efeitos da força de arrasto e das forças de sustentação e centrífuga foram analisados isoladamente. Rigorosamente, elas deveriam ser incluídas conjuntamente, criando-se uma equação de movimento da partícula e fazendo então uma simulação Lagrangeana de uma via, com partículas saindo do fundo do poço em diferentes posições radiais e tendo suas trajetórias acompanhadas.

Isso não foi feito neste trabalho, entretanto, porque inicialmente se considerou apenas a força de arrasto, como é costume da indústria do petróleo. As forças de sustentação e centrífuga foram avaliadas *a posteriori*, utilizando o resultado de velocidade terminal do cálculo que incluiu apenas a força de arrasto.

A rigor, esse procedimento não está correto, uma vez que a movimentação das partículas induzida pelas forças de sustentação e centrífuga também causa arrasto, bem como muda a velocidade terminal que deveria ser utilizada no cálculo da força de sustentação. Como essa análise não é o objetivo principal deste trabalho, esses efeitos foram negligenciados, e o efeito de cada força foi calculado isoladamente.

Conforme será apresentado na seção 4.3.2, isso não influenciou muito nos resultados obtidos, pois será observado que em partículas isoladas imersas no escoamento do anular as forças de sustentação e centrífuga movem as partículas em uma direção perpendicular à força de arrasto, até uma posição em que elas se anulam, restando apenas o arrasto.

3.4.1 Força de Arrasto

Analisando isoladamente o efeito da força de arrasto, desprezando as forças de sustentação e centrífuga, a velocidade estacionária da partícula é dada pela Equação 2.157, com $\frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = \mathbf{0}$, e com \mathbf{F}_D dada pela Equação 2.164. Sendo assim, pode-se escrever \mathbf{F}_D na velocidade estacionária como:

$$\mathbf{F}_D \Big|_{(\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) = \mathbf{U}_t} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_\perp |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) = -(\rho_p - \rho) V_p \mathbf{g} \quad (3.70)$$

Nota-se na Equação 3.70 que $(\mathbf{U}_p - \mathbf{U})$ tem a mesma direção que \mathbf{g} . Em um poço vertical, com o sistema de coordenadas utilizado neste trabalho, em que o eixo z é a direção axial, a força de campo \mathbf{g} (a aceleração gravitacional) tem só a componente vertical, sendo dada por:

$$\mathbf{g} = g_z \hat{\mathbf{e}}_z = -g \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.71)$$

em que $\hat{\mathbf{e}}_z$ é o vetor unitário na direção do eixo z , g_z é a componente do vetor \mathbf{g} na direção z e g é a intensidade da aceleração gravitacional.

Sendo assim, as componentes de \mathbf{U}_p perpendiculares à direção axial devem ser iguais às componentes de \mathbf{U} , de modo a se anularem para que $(\mathbf{U}_p - \mathbf{U})$ tenha a mesma direção que \mathbf{g} , que é axial (lembrando que isso só é válido ao se desprezar as forças de sustentação e centrífuga). Sendo assim:

$$U_{p,r} = U_r \quad (3.72)$$

$$U_{p,\theta} = U_\theta \quad (3.73)$$

Além disso, $|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}| = |U_{p,z} - U_z|$ e $(\mathbf{U}_p - \mathbf{U}) = (U_{p,z} - U_z) \hat{\mathbf{e}}_z$, de modo que a Equação 3.70 pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{2} C_D \rho A_\perp |U_{p,z} - U_z| (U_{p,z} - U_z) \hat{\mathbf{e}}_z = -(\rho_p - \rho) V_p g \hat{\mathbf{e}}_z \quad (3.74)$$

ou

$$U_{p,z} = U_z - \frac{2(\rho_p - \rho)V_p g}{\rho A_{\perp} C_D |U_{p,z} - U_z|} \quad (3.75)$$

Substituindo o coeficiente de arrasto C_D pela correlação de LARUCCIA (1990), Equação 2.212, resulta:

$$U_{p,z} = U_z - \frac{2(\rho_p - \rho)V_p g}{\rho A_{\perp} \left[\left(\frac{24}{Re_{gen}} \phi(\varphi) \right)^m + (X(\varphi))^m \right]^{\frac{1}{m}} |U_{p,z} - U_z|} \quad (3.76)$$

em que $X(\varphi)$ é dada pela Equação 3.77, $m(\varphi)$ dada pela Equação 3.78, $\phi(\varphi)$ é dada pela Equação 3.79, $\theta(\varphi)$ pela Equação 3.80, Re_{gen} dado pela Equação 3.81, $|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|$ pela Equação 3.82 e $\dot{\gamma}^*$ pela Equação 3.83.

$$X(\varphi) = 108,7 \exp(-5,53\varphi) \quad (3.77)$$

$$m = 2,288 - 0,827\varphi \quad (3.78)$$

$$\phi(\varphi) = 1,65 - 0,65\varphi \quad (3.79)$$

$$\theta(\varphi) = -3,45\varphi^2 + 5,25\varphi - 1,41 \quad (3.80)$$

$$Re_{gen} = \frac{\rho |\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|^2}{|\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*)|} \theta(\varphi) \quad (3.81)$$

$$\boldsymbol{\tau}(\dot{\gamma}^*, T) = -\frac{T}{T_o} \exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \left[\eta_{\infty} + (\eta_o - \eta_{\infty}) \left(1 + \left(\exp \left[\frac{\Delta \tilde{H}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right] \lambda \dot{\gamma}^* \right)^a \right)^{\frac{n-1}{a}} \right] \dot{\gamma}^* \quad (3.82)$$

$$\dot{\gamma}^* = \frac{|\mathbf{U}_p - \mathbf{U}|}{D_p} \theta(\varphi) \quad (3.83)$$

Devido à dependência de Re_{gen} e $\dot{\gamma}^*$ com \mathbf{U}_p , a Equação 3.76 é implícita em $U_{p,z}$, que não pode ser explicitada analiticamente, de modo que um método numérico precisa ser usado para calcular $U_{p,z}$.

Neste trabalho, foi utilizado o “Método das Substituições Sucessivas”, partindo-se de uma estimativa inicial $U_{p,z} = 0$. É um método simples e de convergência linear, mas uma vez que o custo computacional destes cálculos foi pequeno e o método se

mostrou convergente, o mesmo foi adotado para o cálculo de $U_{p,z}$, com tolerância relativa de 10^{-10} .

Esse método foi implementado em um aplicativo construído com o uso das bibliotecas do próprio *OpenFOAM*®[®], de modo a ler os campos de T e \mathbf{U} , calcular e escrever os campos de Re_p , $\dot{\gamma}^*$ e \mathbf{U}_p .

Foi também incluído nesse aplicativo o cálculo da velocidade da partícula considerando o campo de velocidade resultante da simulação mas à temperatura uniforme e igual à média, bem como considerando o campo de temperatura resultante da simulação mas a velocidade uniforme e igual à média, e finalmente considerando ambos uniformes e iguais aos valores médios. O objetivo destes cálculos é avaliar o erro que se comete ao desconsiderar os gradientes radiais de temperatura e velocidade, isolada ou conjuntamente, no carregamento de cascalhos.

3.4.2 A Força de Sustentação

A força de sustentação foi calculada conforme as equações apresentadas na seção 2.7.2, utilizando a velocidade terminal calculada considerando somente o arrasto. O objetivo disto foi apenas ter ideia da grandeza e direção das forças de sustentação atuantes sobre as partículas presentes em cada ponto do anular, de modo que a trajetória das mesmas não foi calculada.

Para o cálculo desta força, foi utilizado o mesmo aplicativo construído com as bibliotecas do *OpenFOAM*® para o cálculo da força de arrasto. A vantagem de usar o aplicativo construído com as bibliotecas do *OpenFOAM*® é que a leitura dos campos é facilitada, e o operador rotacional e o produto vetorial já estão implementados.

Uma vez que as equações apresentadas na seção 2.7.2 foram desenvolvidas para fluidos Newtonianos e partículas esféricas, algumas adaptações foram necessárias. O diâmetro característico utilizado foi o mesmo do cálculo da força de arrasto, Equação 2.173. A viscosidade Newtoniana foi substituída pela viscosidade aparente avaliada na mesma taxa de cisalhamento utilizada para o cálculo da força de arrasto. Na falta de uma correlação para ser utilizada especificamente para fluidos não Newtonianos, essa é a melhor escolha de taxa de cisalhamento a se utilizar, pois representa o escoamento do fluido em torno da partícula, levando em conta inclusive a esfericidade.

Foi incluído nesse aplicativo o cálculo do β e do ϵ (Equações 2.220 e 2.218), para avaliar a faixa de validade das correlações utilizadas.

3.4.3 A Pseudoforça Centrífuga

A chamada força centrífuga é uma força inercial aparente percebida por observadores solidários a um referencial não-inercial animado de rotação em relação a um

referencial inercial. No caso da partícula no fluido, surge quando há rotação da coluna de perfuração, pois a partícula é levada a girar solidária ao fluido, que configura um referencial não-inercial, devido ao campo de aceleração centrífuga.

No caso da velocidade angular da partícula $\boldsymbol{\omega}_p$, a força centrífuga é dada por:

$$\mathbf{F}_c = -m_p \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}) \quad (3.84)$$

No caso do problema teste em estudo, em que se considera que a partícula gira com velocidade $U_{p,\theta}$ no sentido angular e o sistema é axissimétrico, a força centrífuga é radial e pode ser expressa simplesmente por:

$$\mathbf{F}_c(r) = m_p \frac{U_{p,\theta}^2}{r} \hat{\mathbf{e}}_r \quad (3.85)$$

3.5 Códigos Desenvolvidos

Os códigos desenvolvidos neste trabalho foram modificados a partir de outros já disponíveis no *OpenFOAM*® (versão 1.6-ext). Os códigos utilizados como base foram a biblioteca de modelos de funções materiais *transportModels* e os *solvers nonNewtonianIcoFoam*, *pimpleFoam* e *chtMultiRegionFoam*.

A biblioteca *transportModels* foi modificada criando-se a biblioteca *transportModelsNonIsothermal* (item 3.5.3). Os *solvers* foram modificados de modo a criar os *solvers NINNF* e *coupledMRNINNF*, itens 3.5.1 e 3.5.2.

3.5.1 O solver NINNF

Já há disponível no *OpenFOAM*® (versão 1.6-ext) o *solver nonNewtonianIcoFoam*, que resolve o escoamento transiente, isotérmico e laminar de um fluido não Newtoniano (do tipo “Newtoniano generalizado”) incompressível, com um acoplamento pressão-velocidade do tipo PISO.

O *nonNewtonianIcoFoam* foi modificado, incluindo-se o campo de temperatura, a dependência da viscosidade aparente com a temperatura, e a resolução da equação de transporte da temperatura, além de algumas outras alterações no acoplamento pressão-velocidade, incluindo o controle da variação da pressão e um *loop* mais externo ao PISO de convergência entre a pressão e a velocidade, ao estilo do algoritmo PIMPLE (semelhante ao *solver pimpleFoam*).

Assim foi criado o *solver NINNF*, abreviação de *non-isothermal non-Newtonian “foam”*, cujo código principal será disponibilizado após publicado, e será brevemente comentado a seguir, com alguns comentários baseados em observações de FAVERO (2009).

Inicialmente, o código-fonte apresenta um cabeçalho, comentado, que discorre a respeito da licença pública e da descrição do *solver* em questão.

Posteriormente, é incluída a biblioteca “*fvCFD.H*”, a principal biblioteca do *OpenFOAM*®¹, que permite acesso à maior parte das classes. Então é declarada a biblioteca “*singlePhaseTransportModel.H*”, criada e definida na biblioteca *transportModelsNonIsothermal* (seção 3.5.3), necessária para a construção do modelo reológico.

A função *main* é a principal função de todo o código fonte, englobando a parte principal deste, que contém as instruções para de fato resolver as equações de transporte. Ela possui dois argumentos, *argc* e *argv*, que se tratam de informações a respeito da simulação, com o diretório e o nome do caso simulado. O programa lê esses argumentos através da linha de comando usada na execução do *solver*.

A biblioteca “*setRootCase.H*” testa a validade dos argumentos *argc* e *argv* da função *main*. A biblioteca “*createMeshNoClear.H*” armazena informações a respeito da malha, e a “*createTime.H*” a respeito dos tempos inicial e final da simulação, passo de tempo, etc.

O cabeçalho “*createFields.H*” traz a criação e informações para leitura dos diversos campos e parâmetros físicos da simulação, com detalhamento do tipo de cada campo, bem como onde deve ser lida cada propriedade física dos materiais simulados.

A biblioteca “*initContinuityErrs.H*” inicializa e armazena o erro da equação da continuidade.

O cabeçalho “*readFluidPIMPLEControls.H*” traz as informações de leitura dos parâmetros de controle da resolução das equações, como o número de correções não-ortogonais na solução das equações de pressão, temperatura e velocidade, se o acoplamento deve ou não fazer a predição do momento antes de iniciar o algoritmo PISO, quantas vezes esse algoritmo deve ser executado, entre outros parâmetros auxiliares específicos do *solver NINNF*. É esse cabeçalho que traz a informação de que esses parâmetros de controle devem ser lidos no sub-dicionário *PIMPLE*, dentro do dicionário *fvSolution*, que faz parte dos dicionários básicos do sistema de qualquer caso simulado no *OpenFOAM*®.

O cabeçalho “*auxFieldsDefinition.H*” traz as definições de alguns campos auxiliares, que serão utilizados durante o acoplamento pressão-velocidade. Essas definições foram agrupadas nesse cabeçalho para tornar o código menos poluído.

É então iniciado o *loop* de tempo. O tempo é impresso na saída do *solver*, são novamente lidos os parâmetros de solução através do cabeçalho “*readFluidPIMPLEControls.H*”, é calculado e impresso o número de Courant, e inicia-se a solução das equações de transporte, através do cabeçalho “*solveFluid.H*”, que está dentro de um laço, em que será executado um número de iterações igual a *nOuterCorr*, definido no dicionário *PIMPLE*.

Este laço que será executado por $nOuterCorr$ vezes é semelhante ao algoritmo de acoplamento *PIMPLE*, que consiste em se executar o algoritmo *PISO* diversas vezes, atualizando a estimativa inicial. Diversos *solvers* de escoamento de fluidos incompressíveis trazem apenas o algoritmo *SIMPLE* ou o *PISO*, mas este laço de convergência mais externo foi implementado no *solver NINNF* porque se observou grande dificuldade de convergência da equação da pressão nas simulações iniciais realizadas.

Essa dificuldade de convergência da equação da pressão é devido à má razão de aspecto das malhas utilizadas, o que é natural para o problema de simulação dos poços de petróleo, uma vez que estes têm um comprimento que é tipicamente quatro ordens de grandeza maior que o diâmetro. Esse problema de convergência poderia ser resolvido com um maior refinamento axial da malha, mas isso implicaria em custo maior que a implementação do *loop* externo de convergência do tipo *PIMPLE*, que apresentou resultados satisfatórios, utilizando-se os controles de erro adequados.

Logo no início do “*solveFluid.H*”, é incluída a primeira resolução da equação da velocidade, através cabeçalho “*UEqn.H*”. Este cabeçalho traz inicialmente o comando *fluid.correct()*, que atualiza o campo de viscosidade aparente com o modelo de viscosidade escolhido através da biblioteca *transportModelsNonIsothermal*. Tem-se então o armazenamento de todos os termos discretizados da equação da velocidade, exceto o termo do gradiente de pressão, na forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) - \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{U}) - \nabla(\nu) \cdot (\nabla \mathbf{U})^T \quad (3.86)$$

Essa equação será utilizada para a primeira estimativa do campo de velocidade, chamado de \mathbf{U}^* na seção 2.6.3, em que o gradiente de pressão e o termo $\nabla(\nu) \cdot (\nabla \mathbf{U})^T$ são tratados explicitamente. A pressão será avaliada de modo implícito posteriormente.

O comando *UEqn.relax()* faz uma relaxação explícita da equação da velocidade, que não ocorre na última iteração. Então, se a opção *momentumPredictor* foi selecionada como *true* pelo usuário no dicionário *PIMPLE*, a equação é resolvida para a primeira estimativa da velocidade, tratando-se o gradiente de pressão como explícito, através do comando *solve(UEqn == -fvc::grad(p))*. Caso a opção *momentumPredictor* tenha sido selecionada como *false*, é feita uma primeira estimativa explícita mais grosseira do campo de velocidade ($\mathbf{U} = rUA^*(UEqn.H()-fvc::grad(p))$).

Toda essa resolução da equação da velocidade é repetida iterativamente $nNonOrthCorrU$ vezes, de modo a corrigir a não-ortogonalidade da malha para a equação da velocidade. O parâmetro de controle $nNonOrthCorrU$ é definido pelo usuário no dicionário *PIMPLE*.

Feita essa primeira estimativa do campo de velocidade, inicia-se um laço de

resolução da equação da pressão, dentro do qual é incluído o cabeçalho “*pEqn.H*”, que contém o algoritmo *PISO* (a menos da estimativa inicial do campo de velocidade, já realizada).

O *OpenFOAM*® não avalia automaticamente a variação dos campos que está resolvendo, e sim o resíduo das equações. Devido à dificuldade de convergência da equação da pressão, foi implementada a avaliação da variação do campo de pressão. Da maneira como está implementado em “*solveFluid.H*”, o algoritmo *PISO* é executado iterativamente até que a maior variação do campo de pressão se torne suficientemente pequena, ou um número máximo de vezes, de acordo com critérios estabelecidos pelo usuário.

Como a pressão varia várias ordens de grandeza em um poço longo, seria inadequado utilizar uma tolerância absoluta para a máxima variação. Entretanto, como o campo de pressão contém o valor zero, seria inadequado utilizar apenas uma tolerância relativa. Sendo assim, foi utilizado um critério misto de tolerância para a variação do campo de pressão. Para isso, definiu-se um campo de variação mista de pressão, chamado de w , definido como:

$$w = \frac{|p_{iter. k} - p_{iter. (k-1)}|}{(\epsilon_A + \epsilon_R |p_{iter. k}|)} \quad (3.87)$$

em que ϵ_A e ϵ_R (chamados de *epsA* e *epsR* no código fonte) são respectivamente a tolerância absoluta e relativa, definidos pelo usuário no dicionário *PIMPLE*. Foi então definido que o algoritmo *PISO* definido no cabeçalho “*pEqn.H*” seria executado até que o valor máximo do campo w fosse menor que 1 em toda a malha, ou um número máximo de iterações (*nCorrections*, também definido no dicionário *PIMPLE*).

O cabeçalho “*pEqn.H*” contém inicialmente a definição do campo $\frac{1}{a_P} \mathbf{H}(\mathbf{U})$ (Equação 2.137), através dos comandos “*volScalarField rUA = 1.0/UEqn.A()*” e “*U = rUA * UEqn.H()*”, e então o cálculo do fluxo ϕ referente a esse campo de velocidade, calculado porque é necessário o conhecimento do fluxo nas faces das células para resolver a equação implicitamente para a pressão.

O comando *p.storePrevIter()* armazena o valor atual da pressão, para posteriormente ser realizada a relaxação da mesma.

Inicia-se então um laço que contém a resolução da equação de Poisson para a pressão (Equação 2.141), que será executado *nNonOrthogonalCorrections* vezes, para a correção da não-ortogonalidade da malha. O parâmetro *nNonOrthogonalCorrections* também é definido no dicionário *PIMPLE*.

Dentro deste laço, foi definida a opção de alteração do *solver* linear utilizado para resolver a equação da pressão. Isso ocorreu porque foi observado que o *solver* linear que apresenta a melhor convergência para esta equação nos casos simulados é o *multi-grid* “*amgSolver*” do *OpenFOAM*®, mas durante a execução do mesmo

foram observadas, por diversas vezes, exceções de ponto flutuante com parada da simulação, especialmente quando o resíduo inicial da equação da pressão era muito grande. Por outro lado, com o *solver* linear *PCG - Preconditioned Conjugate Gradient* não ocorre esse tipo de exceção de ponto flutuante, mas a convergência do mesmo é muito mais lenta que do *multi-grid*.

Para contornar esse problema, foi definido que se o resíduo inicial for menor que uma determinada tolerância (*switchSolverTol*), é utilizado o *solver* linear padrão definido pelo usuário (sendo recomendado o *amgSolver*), mas caso o resíduo inicial seja maior que *switchSolverTol*, a equação da pressão é resolvida pelo *solver* alternativo “*pAlt*”. A tolerância *switchSolverTol* e os *solvers* padrão para *p* e alternativo *pAlt* são definidos pelo usuário no dicionário *fvSolution*. Caso não se deseje essa avaliação de resíduo inicial com chaveamento entre *solvers*, pode-se desligar essa parte do código setando a opção *switchSolver* para *false* no dicionário *PIMPLE*.

Após o laço de resolução da equação da pressão, o cabeçalho “*continuityErrs.H*” é responsável por calcular e imprimir o erro da equação da continuidade, e então o comando *p.relax()* faz uma relaxação explícita do campo de pressão que será utilizado para corrigir o campo de velocidade (a menos da última iteração do laço externo, em que não há relaxação da pressão). Então o campo de velocidade é corrigido com o novo campo de pressão, pelo comando $U -= rUA * fvc::grad(p)$, e as condições de contorno da velocidade são corrigidas, através do comando *U.correctBoundaryConditions()*.

Continuando o cabeçalho “*solveFluid.H*”, após o laço em que a variação da pressão deve se tornar menor que a tolerância especificada, é incluído o cabeçalho “*TEqn.H*”, que contém a equação da energia, na forma da Equação 3.11, em que o termo $\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{U}$ é calculado explicitamente. A equação da temperatura é resolvida dentro de um laço, que é executado *nNonOrthCorrT* vezes, para realizar a correção da não-ortogonalidade da malha.

É importante salientar que no *NINNF* a equação da energia aparece dividida por ρC_p , e de fato nem é necessário fornecer a massa específica do fluido ρ e a condutividade térmica k como entrada das simulações, pois apenas a difusividade térmica $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$ e o calor específico a pressão constante C_p serão utilizados nos cálculos.

Já no *solver* com acoplamento multi-domínio, *coupledMRNINNF*, é necessário fornecer a massa específica, o calor específico e a condutividade térmica individualmente, e esta deve ser fornecida como um campo, tanto nas regiões sólidas quanto nas regiões fluidas, pois são estes campos de condutividade térmica que serão utilizados para calcular as condições de contorno definidas nas Equações 3.40 e 3.21.

No fim do cabeçalho “*solveFluid.H*”, há o comando para imprimir os valores máximo e mínimo de temperatura, para controle da rodada.

No fim do código do *NINNF*, o comando *runTime.write()* imprime os resultados do passo de tempo para cada campo em arquivos, imprime-se o tempo de CPU e o tempo real decorridos, e fecham-se os laços abertos.

3.5.2 O *solver coupledMRNINNF*

O *solver coupledMRNINNF*, abreviação de “*coupled multi-region non-isothermal non-Newtonian ‘foam’*”, foi desenvolvido de modo a generalizar a solução do escoamento com transferência de calor do *NINNF* para simulações multi-domínio, em que um ou mais domínios podem ser sólidos.

Já há disponível no *OpenFOAM*® versão *1.6-ext* o *solver chtMultiRegionFoam*, que resolve a transferência de calor em simulações multi-domínios entre sólidos e fluidos Newtonianos compressíveis. O *coupledMRNINNF* foi desenvolvido com o mesmo tipo de estrutura do *chtMultiRegionFoam*, mas alterando-se a resolução das regiões fluidas para escoamento e transferência de calor para fluidos não Newtonianos incompressíveis, conforme o *NINNF*, além de algumas outras alterações numéricas. O código principal será disponibilizado após publicado, e será brevemente comentado a seguir.

Algumas partes do código são específicas das simulações dos problemas teste da engenharia de poços de petróleo. Entre elas, a parte em que é realizado o cálculo da temperatura média de mistura do fluido na saída da coluna e este valor é atribuído ao fluido na entrada do anular, o cálculo da vazão no início do código, entre outras. Caso se deseje realizar a simulação de outros casos que envolvam a transferência de calor entre fluidos não Newtonianos e sólidos, esses trechos do código podem ser simplesmente comentados e o código re-compilado.

O *coupledMRNINNF* traz apenas a resolução das equações de transporte para as diversas regiões, mas o acoplamento propriamente dito é realizado pelas condições de contorno *solidWallHeatFluxTemperature* e *solidWallMixedTemperatureCoupled*. Por isso, é imprescindível realizar algum tipo de laço de convergência entre os domínios, dentro de cada passo de tempo (laço chamado de *coupling loop*, detalhado adiante), além de compilar os arquivos “*solidWallHeatFluxTemperatureFvPatchScalarField.C*” e “*solidWallMixedTemperatureCoupledFvPatchScalarField.C*” juntamente com o “*coupledMRNINNF.C*”, e utilizar as condições de contorno corretas ao montar o caso a ser simulado.

Além da biblioteca “*fvCFD.H*”, é incluída no início do código a biblioteca “*fixedGradientFvPatchFields.H*”, necessária para a utilização das condições de contorno *solidWallHeatFluxTemperature* e *solidWallMixedTemperatureCoupled*.

A biblioteca “*regionProperties.H*” é responsável por ler e armazenar quais são

as regiões de cada tipo, fluidas ou sólidas. Essa biblioteca é imprescindível para que o *solver* reconheça quais campos devem ser criados e quais equações devem ser resolvidas para cada região, e para seu funcionamento o arquivo “*regionProperties.C*” também deve ser compilado juntamente com o “*coupledMRNINNF.C*”.

As bibliotecas “*incompressibleCourantNo.H*” e “*solidRegionDiffNoConstantDiffusivity.H*” são responsáveis por definir as funções que calculam o número de Courant para as regiões fluidas e o número de difusão para as regiões sólidas. Para seu funcionamento, os arquivos “*incompressibleCourantNo.C*” e “*solidRegionDiffNoConstantDiffusivity.C*” também devem ser compilados juntamente com o “*coupledMRNINNF.C*”.

Em seguida é declarada a biblioteca “*singlePhaseTransportModel.H*”, necessária para a construção do modelo reológico, e é iniciada a função *main* e incluídas as bibliotecas “*setRootCase.H*” e “*createTime.H*”, assim como no *NINNF*.

É então criado o objeto “*rp*”, função do tempo atual, da classe “*regionProperties*”, responsável por ler as regiões de cada tipo do dicionário “*regionProperties*”, no diretório “*constant*” de cada caso simulado.

Os cabeçalhos “*createFluidMeshes.H*” e “*createSolidMeshes.H*” são responsáveis por armazenar as malhas de cada região fluida e cada região sólida, respectivamente. Já os cabeçalhos “*createFluidFields.H*” e “*createSolidFields.H*” são responsáveis por armazenar os campos e parâmetros de cada região.

Deve-se notar que os campos não são definidos diretamente como objetos do tipo “campo escalar” ou “campo vetorial”, como no *solver* mono-domínio *NINNF*, mas sim como listas de ponteiros, que apontam para campos deste tipo, pertencentes a cada domínio. Posteriormente, o cabeçalho “*setRegionFluidFields.H*” será responsável por apontar para os campos corretos antes da resolução das equações de transporte de cada domínio.

O cabeçalho “*readTimeControls.H*” é responsável por ler alguns parâmetros de controle de tempo da rodada para a região fluida, padrão do *OpenFOAM*®^(R), e o “*readSolidTimeControls.H*” lê parâmetros específicos da região sólida.

O cabeçalho “*incompressibleMultiRegionCourantNo.H*” faz o cálculo do número de Courant para cada região fluida, e o “*solidRegionDiffusionNoConstantDiffusivity.H*” faz o cálculo do número de difusão para cada região sólida. Esses cálculos serão importantes para definir o passo de tempo inicial, caso a opção “*adjustTimeStep*” esteja definida como *on* ou *true* no dicionário *controlDict* da simulação.

Em seguida, o cabeçalho “*setInitialMultiRegionDeltaT.H*” é responsável por calcular o passo de tempo inicial. Este é avaliado como sendo aquele que limita os números de Courant e de difusão aos máximos definidos pelo usuário no dicionário *controlDict* da simulação.

O cabeçalho “*drillStringOutletT.H*” é específico das simulações de poços de

petróleo dos problemas teste deste trabalho, e contém o cálculo da área da seção transversal do contorno correspondente à saída de fluido da coluna de perfuração, bem como da vazão. Esses cálculos são importantes para posteriormente calcular a temperatura média de mistura do fluido que sai da coluna (Equação 3.33), para atribuí-la ao fluido que entra no anular.

É importante salientar o uso das funções “gather” e “scatter”, da classe “Pstream”, responsáveis por fazer com que o comando “forAll” percorra todos os processos em simulações em paralelo, em *solvers* com esta estrutura multi-domínio.

O *OpenFOAM*® utiliza uma estrutura de processamento em paralelo do tipo *master / slaves*, em que um processo é o *master* e todos os demais são *slaves*. Caso as funções “gather” e “scatter” não tivessem sido utilizadas, os cálculos da área e da vazão seriam realizados apenas no processador *master*. Essa necessidade surge do tipo de definição das malhas multi-domínio, de modo que em *solvers* mono-domínio, como o *NINNF*, o uso dessas funções é desnecessário, pois os comandos do tipo *forAll* já percorrem naturalmente todos os processos.

Caso se deseje utilizar o *coupledMRNINNF* para realizar simulações de outros casos que não a perfuração de poços de petróleo, a inclusão do cabeçalho “*drillingOutletT.H*” deve ser comentada no código.

É então iniciado o laço de tempo, e são lidos novamente os parâmetros para controle de tempo. O cabeçalho “*readCOUPLINGControls.H*” é responsável por ler o parâmetro de controle “*nCouplingCorrectors*” no sub-dicionário *COUPLING*, do dicionário *fvSolution*. O parâmetro “*nCouplingCorrectors*” é o número de vezes que o laço de convergência do acoplamento entre os diferentes domínios será executado. Como cada domínio tem seu próprio dicionário *fvSolution* e não há uma malha “geral”, mas apenas as sub-malhas de cada domínio, o dicionário *fvSolution* que contém o sub-dicionário *COUPLING* é definido para o tempo da rodada.

São então calculados os números de Courant e de difusão, e posteriormente o passo de tempo, e o comando *runTime++* dá o incremento no tempo. Segue a impressão do tempo corrente, e então inicia o laço de convergência do acoplamento entre os domínios (*coupling loop*, iniciado pelo comando *for(int couplingCorr=0; couplingCorr<nCouplingCorr; couplingCorr++)*).

Logo no início deste laço é incluído o cabeçalho “*annularInletT.H*”, em que é calculada a temperatura média de mistura do fluido da saída da coluna de perfuração, e esta é atribuída a cada face da entrada de fluido do anular. Caso se deseje utilizar o *coupledMRNINNF* para realizar simulações de outros casos que não a perfuração de poços de petróleo, a inclusão deste cabeçalho deve ser comentada no código.

É importante salientar, acerca do cabeçalho “*annularInletT.H*”, o uso da variável *guri*. Essa é uma variável auxiliar, definida apenas para possibilitar o uso da função “*Pstream::gather(guri,sumOp<scalar>())*”, de modo a realizar a atribuição da tem-

peratura à entrada do anular em todos os processos. A variável *guri* não é utilizada diretamente, mas apenas participa de uma soma dentro do laço de atribuição da variável, de modo que a função “*Pstream::gather(guri,sumOp<scalar>())*” obrigue o laço a varrer todos os processos.

O comando *forAll(fluidRegions, i)* inicia o laço de solução das equações de transporte em todas as regiões fluidas.

Dentre deste laço, o cabeçalho “*setRegionFluidFields.H*” é responsável por apontar o ponteiro de cada campo para os campos correspondentes ao domínio “*i*” em questão. O cabeçalho “*readFluidMultiRegionPIMPLEControls.H*” é responsável por ler e armazenar os parâmetros de controle de solução das equações da região “*i*”, no sub-dicionário “*PIMPLE*” do dicionário “*fvSolution*”.

É então iniciado um laço de solução das equações de transporte da região fluida “*i*”, em que os campos de velocidade, pressão e temperatura são resolvidos para a região em questão de modo idêntico ao *solver NINNF*.

O comando *forAll(solidRegions, i)* inicia o laço de solução da equação de transporte de temperatura em todas as regiões sólidas.

Dentro deste laço, o cabeçalho “*setRegionSolidFields.H*” é responsável por apontar o ponteiro de cada campo para os campos correspondentes ao domínio “*i*” em questão. O cabeçalho “*readSolidMultiRegionPIMPLEControls.H*” é responsável por ler e armazenar os parâmetros de controle de solução das equações da região “*i*”, no sub-dicionário “*PIMPLE*” do dicionário “*fvSolution*”.

O cabeçalho “*solveSolid.H*” contém a resolução das equações de transporte da região sólida “*i*”, que consiste simplesmente na equação de difusão de calor, resolvida iterativamente um certo número de vezes para corrigir a não-ortogonalidade da malha.

São então fechados o laço que varre todas as regiões sólidas e posteriormente o laço de acoplamento entre os diversos domínios. O comando “*runTime.write()*” imprime os resultados do passo de tempo para cada campo de cada domínio em arquivos, imprime-se o tempo de CPU e o tempo real decorridos, e fecham-se os laços abertos.

3.5.3 Modificação da biblioteca *transportModels*

A biblioteca *transportModels*, do *OpenFOAM*® versão *1.6-ext*, foi modificada de modo a se incluir o campo de temperatura e a dependência dos modelos de viscosidade com a temperatura, além do modelo reológico de Carreau-Yasuda. Foi também alterada a maneira de calcular a taxa de cisalhamento. A nova biblioteca foi nomeada *transportModelsNonIsothermal*.

Como essa biblioteca é muito grande e composta por diversos arquivos, e as al-

terações no código foram pequenas, não será aprofundada neste texto a descrição de todo o código-fonte da *transportModelsNonIsothermal*, mas segue uma breve explanação. A biblioteca também será disponibilizada após publicada.

O campo de temperatura foi incluído nos arquivos de extensão “.C” e “.H” de cada modelo reológico já programado originalmente no *OpenFOAM*® versão 1.6-*ext*, de modo semelhante ao incluído nos arquivos criados “*CarreauYasuda.C*” e “*CarreauYasuda.H*”. Foi incluída a leitura desse campo, além da dependência funcional de cada modelo reológico com o mesmo, de acordo com a Equação 2.69, com um fator a_T dado por uma relação do tipo Arrhenius, conforme a Equação 2.71, e a leitura dos parâmetros adicionais necessários do dicionário pertinente.

Além disso, o campo de temperatura foi incluído nos arquivos “*viscosityModel.C*” e “*viscosityModel.H*” no diretório “*transportModelsNonIsothermal/incompressible/viscosityModels/viscosityModel*”, “*transportModel.C*” e “*transportModel.H*” no diretório “*transportModelsNonIsothermal/incompressible/transportModel*”, “*singlePhaseTransportModel.C*” e “*singlePhaseTransportModel.H*” no diretório “*transportModelsNonIsothermal/incompressible/singlePhaseTransportModel*”.

A alteração no cálculo da taxa de cisalhamento foi feita de modo a se adequar melhor à definição mais corrente dessa variável na literatura, bem como à forma que foi utilizada na estimação de parâmetros deste trabalho.

A confusão vem do fato de que diferentes autores definem tanto a magnitude de um tensor quanto o escalar “taxa de cisalhamento” de maneiras diferentes.

Originalmente, o *OpenFOAM*® traz a definição do escalar “taxa de cisalhamento” na função *strainRate()*, da classe *viscosityModel*, definida no arquivo “*viscosityModel.C*” como “*mag(symm(fvc::grad(U)))*”, ou seja:

$$\dot{\gamma}_{OpenFOAM} = \left| \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T) \right|_{OpenFOAM} \quad (3.88)$$

A definição da magnitude de um tensor no *OpenFOAM*® é dada por (OPENFOAM® FOUNDATION (2011a)):

$$mag(\mathbf{T})_{OpenFOAM} = |\mathbf{T}|_{OpenFOAM} = \sqrt{\mathbf{T} : \mathbf{T}} \quad (3.89)$$

Sendo assim, a taxa de cisalhamento calculada originalmente pelo *OpenFOAM*® é dada matematicamente por:

$$\dot{\gamma}_{OpenFOAM} = \sqrt{\frac{1}{2}[\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T] : \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T]} \quad (3.90)$$

Entretanto, a definição do escalar “taxa de cisalhamento” mais comum na literatura (BIRD *et al.* (1987a)) é como sendo igual à magnitude do tensor $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, com a

magnitude definida por:

$$mag(\mathbf{T})_{lit.} = \sqrt{\frac{1}{2}\mathbf{T} : \mathbf{T}} \quad (3.91)$$

Sendo assim, a definição do escalar “taxa de cisalhamento” mais comum na literatura é igual a:

$$\dot{\gamma}_{lit.} = \sqrt{\frac{1}{2}[\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T] : [\nabla\mathbf{U} + (\nabla\mathbf{U})^T]} = \sqrt{2}\dot{\gamma}_{OpenFOAM} \quad (3.92)$$

Ou seja, a definição mais comum na literatura é igual à definição original do *OpenFOAM*® multiplicada por um fator de $\sqrt{2}$. Neste trabalho, optou-se por utilizar a definição mais tradicional da literatura. Conseqüentemente, foi colocado um fator de $\sqrt{2}$ multiplicando a definição original da função *strainRate()*, da classe *viscosityModel*.

Teria sido possível utilizar qualquer uma das duas definições, uma vez que uma é um múltiplo da outra. O importante é utilizar a definição usada na estimação dos parâmetros reológicos. Como neste trabalho os parâmetros do fluido foram estimados com a Equação 3.56, que coincide com a definição mais comum na literatura, Equação 3.92, esta é que foi utilizada.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Os códigos desenvolvidos foram apresentados na seção 3.5, e serão disponibilizados após publicados.

A utilização do *solver coupledMRNINNF* conta com algumas peculiaridades não usuais para muitos usuários do *OpenFOAM*®), devido às características multi-domínio, e por isso uma descrição é apresentada no Apêndice A.

Os *solvers* desenvolvidos foram testados, e alguns resultados obtidos podem ser vistos na sequência.

4.1 Testes do coupledMRNINNF

Foram feitos alguns testes para averiguar o funcionamento dos *solvers coupledMRNINNF* e *NINNF*.

Para averiguar se a resolução da fluidodinâmica está correta, comparou-se os resultados de algumas simulações isotérmicas com aqueles obtidos com outros *solvers* isotérmicos disponíveis no *OpenFOAM*®), como o *nonNewtonianIcoFoam* para modelos reológicos não Newtonianos, e o *icoFoam* para comparação do escoamento de fluidos Newtonianos. Os campos de pressão e velocidade obtidos foram iguais, confirmando o funcionamento da parte do *coupledMRNINNF* e do *NINNF* que resolve a equação do movimento e o acoplamento pressão-velocidade.

A transferência de calor no fluido também foi averiguada pela comparação do campo de temperatura obtido na simulação do *coupledMRNINNF* e do *NINNF* com o campo resultante de simulação com o *scalarTransportFoam*, *solver* disponível no *OpenFOAM*®) para resolução da equação de transporte de um escalar (temperatura, neste caso). Como o *scalarTransportFoam* só resolve o transporte do escalar para um campo de velocidade definido, para a comparação foi utilizado o campo de velocidade resultante da simulação com o *coupledMRNINNF*. Os campos de temperatura obtidos nos dois casos foram iguais.

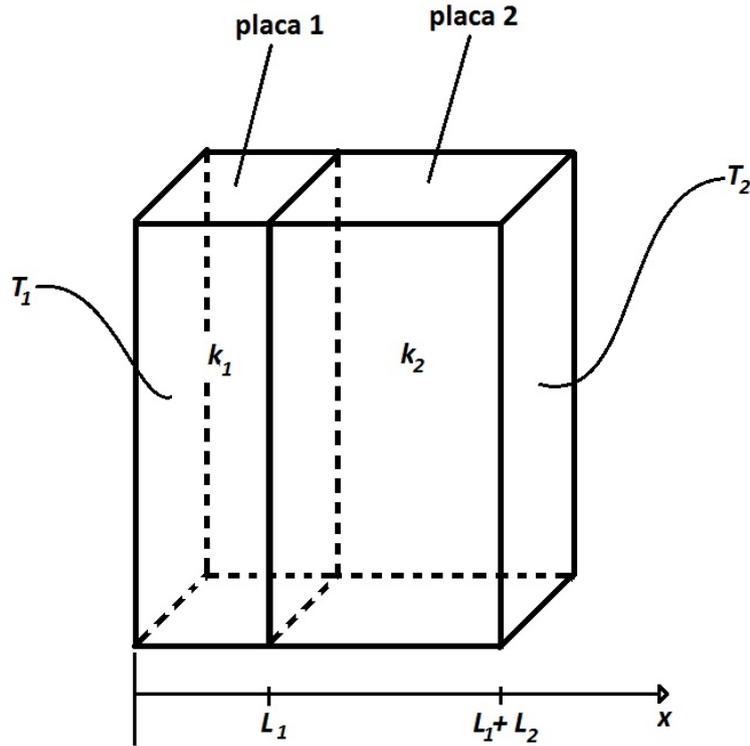


Figura 4.1: Esquema ilustrando as placas sólidas utilizadas para testar o *coupledMRNINNF*.

Provavelmente a parte do *coupledMRNINNF* cuja avaliação é mais importante seja a transferência de calor no acoplamento entre diferentes domínios. A análise desta parte do *solver* foi feita pela comparação da simulação da transferência de calor através de duas placas sólidas infinitas conectadas, com temperaturas fixas nas extremidades opostas de cada uma, com a solução analítica deste problema.

Sejam duas placas sólidas infinitas nas direções y e z , chamadas de placa 1 e placa 2, com condutividades térmicas k_1 e k_2 , larguras L_1 e L_2 (Figura 4.1).

A origem do eixo x é posicionada na extremidade da placa 1, de modo que ela vai desde $x = 0$ até $x = L_1$, onde as duas estão conectadas, e a placa 2 vai desde $x = L_1$ até $x = L_1 + L_2$. A temperatura da placa 1 em $x = 0$ é T_1 e a temperatura da placa 2 em $x = L_1 + L_2$ é T_2 .

Definindo $T_2 > T_1$, de modo que no estado estacionário $\frac{dT}{dx} > 0$, sabe-se da Equação 3.12 que, uma vez atingido o estado estacionário, o fluxo de calor através das duas placas será constante e invariante com a posição, e igual a:

$$-q = k_1 \left. \frac{dT}{dx} \right|_1 = k_2 \left. \frac{dT}{dx} \right|_2 = \text{constante} \quad (4.1)$$

Se a temperatura na interface é igual a T_i , então:

$$k_1 \left. \frac{dT}{dx} \right|_1 = k_1 \frac{T_i - T_1}{L_1} = k_2 \left. \frac{dT}{dx} \right|_2 = k_2 \frac{T_2 - T_i}{L_2} \quad (4.2)$$

Isolando a temperatura na interface da Equação 4.2, tem-se:

$$T_i = \frac{k_2 L_1 T_2 + k_1 L_2 T_1}{k_1 L_2 + k_2 L_1} \quad (4.3)$$

Além disso, integrando a Equação 4.1 em x , têm-se os perfis de T na placa 1 ($0 \leq x \leq L_1$) e na placa 2 ($L_1 \leq x \leq L_1 + L_2$):

$$T(x) = \begin{cases} T_1 + \frac{T_i - T_1}{L_1} x & , (0 \leq x \leq L_1) \\ T_i + \frac{T_2 - T_i}{L_2} (x - L_1) & , (L_1 \leq x \leq L_1 + L_2) \end{cases} \quad (4.4)$$

Os resultados das simulações foram comparados com a solução analítica da Equação 4.4, de modo a testar o acoplamento da transferência de calor entre domínios. O resultado foi perfeitamente satisfatório, conforme pode ser observado nas Figuras 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5.

Na Figura 4.2, tem-se duas placas iguais, de mesma largura $L_1 = L_2 = 0,01 \text{ m}$ e mesma condutividade térmica $k_1 = k_2 = 1000 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Na Figura 4.3, tem-se duas placas sólidas de mesma largura $L_1 = L_2 = 0,01 \text{ m}$, mas condutividades térmicas diferentes, $k_1 = 3k_2 = 3000 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$, $k_2 = 1000 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Na Figura 4.4, tem-se duas placas sólidas de mesma largura $L_1 = L_2 = 0,01 \text{ m}$, mas condutividades térmicas diferentes, $k_1 = 1000 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$, $k_2 = 9k_1 = 9000 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Por fim, na Figura 4.5, tem-se duas placas sólidas de larguras e condutividades térmicas diferentes, $L_1 = 0,01 \text{ m}$ e $L_2 = 2L_1 = 0,02 \text{ m}$, $k_1 = 500 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$, $k_2 = 3k_1 = 1500 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$.

Em todos os quatro casos, a temperatura na parede esquerda da placa 1 ($x = 0$) foi fixada em 200 K e na parede direita da placa 2 ($x = 0,02 \text{ m}$ ou $x = 0,03 \text{ m}$) foi fixada em 400 K .

Nas Figuras de 4.2 a 4.5, a barra vertical marca a divisão entre as duas placas sólidas. Na legenda, “sim. pl. 1” se refere aos resultados da simulação na placa 1, “sim. pl. 2” aos resultados da simulação na placa 2 e a linha contínua “an. T(x)” é a solução analítica do problema.

Todos os resultados se mostraram completamente satisfatórios quanto ao funcionamento do *coupledMRNINNF*, tanto na resolução dos campos de pressão e velocidade do escoamento quanto na resolução da transferência de calor, incluindo-se aí o acoplamento entre diferentes domínios.

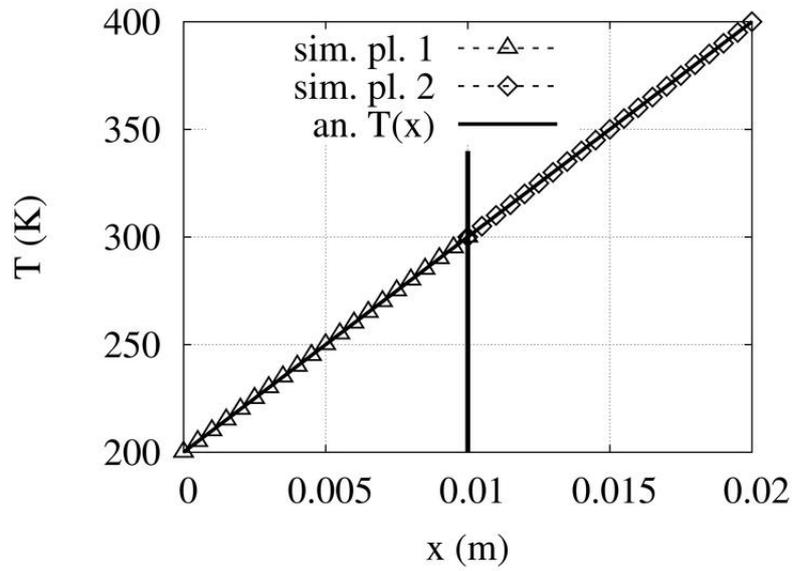


Figura 4.2: Comparação entre soluções analítica e numérica para teste de acoplamento da transferência de calor entre duas placas sólidas.

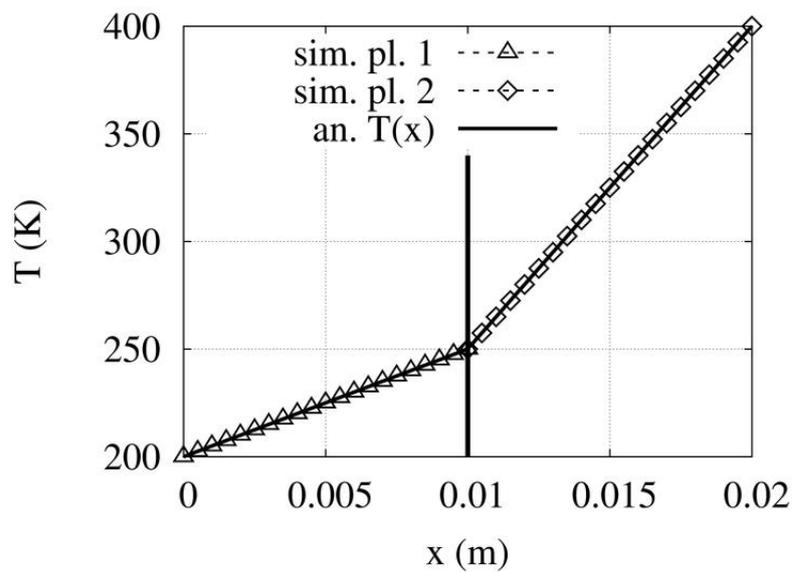


Figura 4.3: Comparação entre soluções analítica e numérica para teste de acoplamento da transferência de calor entre duas placas sólidas.

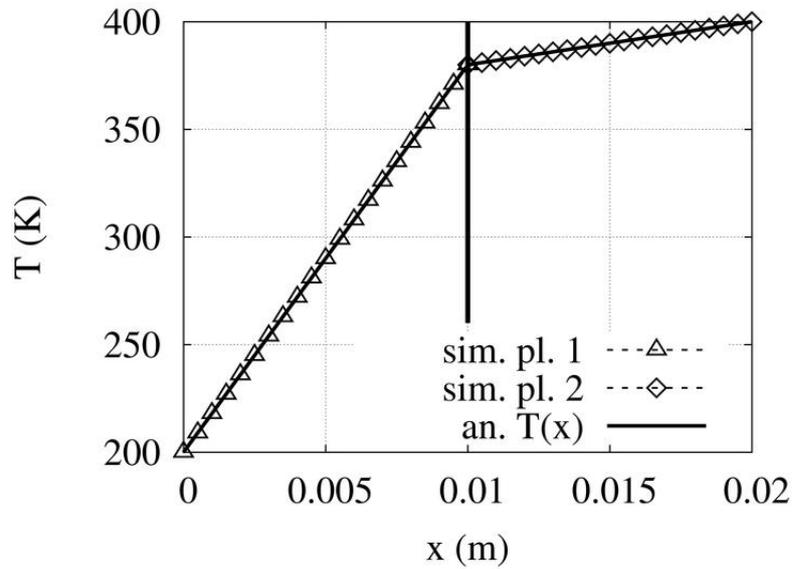


Figura 4.4: Comparação entre soluções analítica e numérica para teste de acoplamento da transferência de calor entre duas placas sólidas.

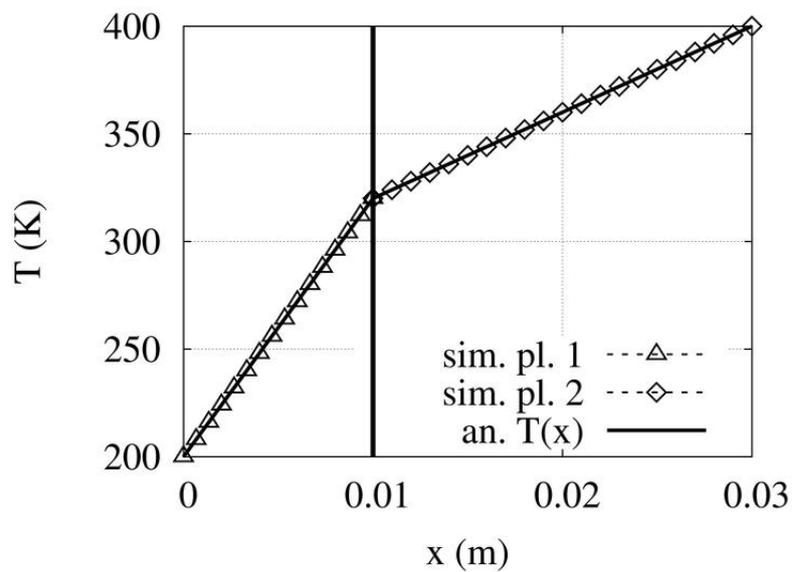


Figura 4.5: Comparação entre soluções analítica e numérica para teste de acoplamento da transferência de calor entre duas placas sólidas.

4.2 Resultados prévios com acoplamento

Inicialmente, começou-se a fazer os cálculos com acoplamento entre o fluido escoando no anular, o fluido escoando no interior da coluna e o sólido das paredes da coluna, utilizando o *coupledMRNINNF*.

Quanto ao tempo de simulação, as rodadas com o *coupledMRNINNF* foram aceleradas simulando inicialmente uma malha mais grosseira, até o estado estacionário, cujos resultados foram posteriormente mapeados para uma malha mais refinada, em que se realizou novamente a simulação até o estado estacionário.

As simulações foram realizadas em um *cluster* com máquinas compostas por processadores Intel i7-960 3,2GHz, com memória de 12Gb DDR3 1333MHz. Todas as máquinas ligadas com uma rede Infiniband QDR para o MPI e rede Gigabit para o IO.

Foram utilizadas malhas com geometria tridimensional em um quadrante de 90°, conforme a Figura 3.3, sendo utilizadas três malhas com diferentes graus de refinamento, de modo a se observar a convergência em malha da simulação. As características das malhas podem ser observadas na Tabela 4.1.

Como a região em que os gradientes radiais são maiores é a mais próxima do raio externo, foi feito um refinamento na direção radial. O “refinamento radial” que aparece na Tabela 4.1 é a razão entre as dimensões radiais do volume mais próximo ao raio externo e do volume mais próximo ao raio interno. Estes valores foram selecionados de modo que a razão entre o tamanho de volumes vizinhos ficasse entre 0,9 e 1.

Tabela 4.1: Características das malhas utilizadas nas simulações iniciais com acoplamento.

Malha	Total de Volumes	Divisões e refinamento por domínio e direção				
		domínio	radial	angular	axial	refinamento radial
M1	72 800	anular	7	8	700	0,5
		interior da coluna	7	8	700	0,85
		sólido	1	8	700	1
		malha toda	15	8	700	–
M2	257 600	anular	14	8	1400	0,35
		interior da coluna	9	8	1400	0,75
		sólido	2	8	1400	1
		malha toda	25	8	1400	–
M3	413 000	anular	18	10	1400	0,25
		interior da coluna	12	10	1400	0,7
		sólido	2	10	1400	1
		malha toda	35	10	1400	–

O tempo para simular 700m de um poço com a malha tridimensional e com acoplamento, com o *coupledMRNINNF*, foi de cerca de 13 dias em 4 processos (um dos processadores Intel i7-960) para a malha grosseira inicial (M1), e mais 15 dias em 12 processos (três dos processadores Intel i7-960) para a malha refinada (M3).

Entretanto, conforme será observado, os resultados obtidos demonstraram que, para os casos teste simulados, a transferência de calor através do sólido para o interior da coluna é praticamente desprezível, de modo que a temperatura no contato coluna-anular praticamente não muda, e ainda menos no interior da coluna.

Tendo observado isso, passou-se a fazer uma série de simulações apenas no domínio anular, com o *NINNF*, conforme será descrito na seção 4.3.

Conforme comentado na seção 3.2.1, o planejado era fazer simulações com a vazão variando de 300 a 500 *gpm*. Entretanto, o primeiro caso simulado, com a vazão de 300 *gpm*, já mostrou a pequena transferência de calor para o interior da coluna.

A simulação foi conduzida com o esquema de interpolação *van Leer* para os termos divergentes, tolerâncias de 10^{-8} para o resíduo da pressão, velocidade e temperatura, em todos os domínios.

O *solver* linear utilizado para a temperatura e para a velocidade foi o *PBiCG* (*preconditioned bi-conjugate gradient*) do *OpenFOAM*®[®], com o pré-condicionador com fatoração LU incompleta (*DILU – Diagonal Incomplete LU* no *OpenFOAM*®[®]).

O *solver* linear utilizado para a pressão foi o *multi-grid amgSolver*, com o *solver* alternativo *PCG* (*Preconditioned Conjugate Gradient*), pré-condicionado pelo Cholesky incompleto diagonal (*DIC – Diagonal Incomplete Cholesky*) quando o resíduo inicial era maior que 10^{-3} .

O número de iterações do laço de acoplamento (*nCouplingCorrections*) foi 3. Foram utilizadas 2 correções de não-ortogonalidade para todas as equações de pressão, temperatura e velocidade, em todos os domínios. No início das simulações foram utilizadas 6 iterações do laço externo do tipo *PIMPLE*, e posteriormente, conforme a convergência se tornava mais fácil, reduziram-se essas correções para 2 ou mesmo 1, à medida que a execução deste laço se tornava desnecessária.

No controle de variação da pressão, utilizou-se a tolerância absoluta (ϵ_A da Equação 3.87) igual a 10^{-3} e a tolerância relativa (ϵ_R da Equação 3.87) igual a 10^{-4} . Os fatores de relaxação utilizados foram 0,3 para a pressão e 0,7 para a velocidade.

As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram os perfis radiais de temperatura em três diferentes posições axiais para as três malhas, de modo a se observar a convergência em malha das simulações. As retas verticais demarcam a divisão entre os domínios, que estão indicados nas figuras.

A Figura 4.9 mostra o perfil de T na parede interna do anular, no contato com a parede do interior da coluna, também para as 3 malhas, e a Figura 4.10 mostra o perfil de T no centro do tubo interno, evidenciando a convergência.

Conforme pode ser observado nas figuras, houve convergência entre as malhas, e provavelmente a malha 2 já é suficientemente refinada.

Foi feita também a análise de convergência de todos os campos no tempo para se

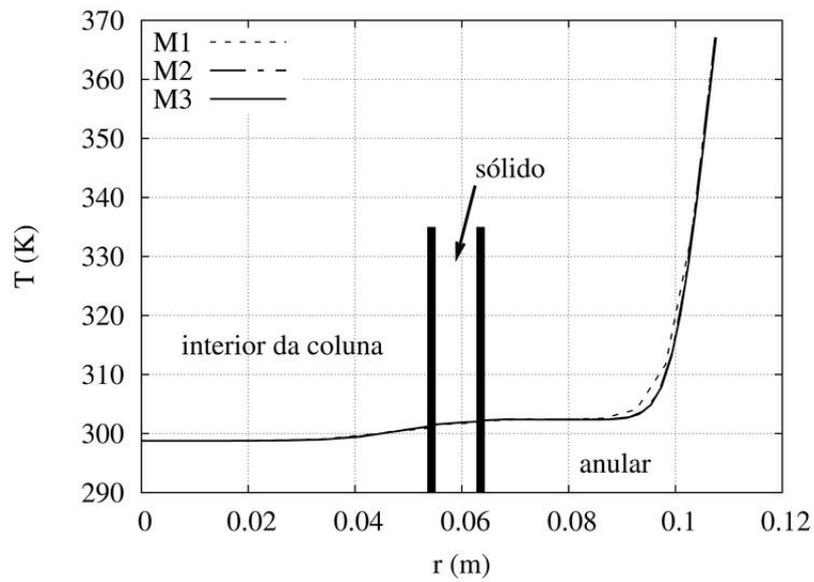


Figura 4.6: Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 100m do fundo.

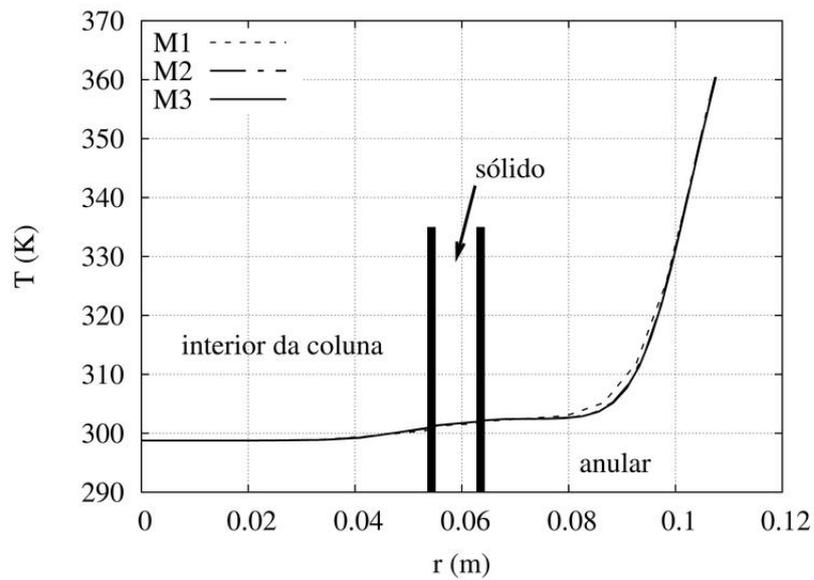


Figura 4.7: Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 300m do fundo.

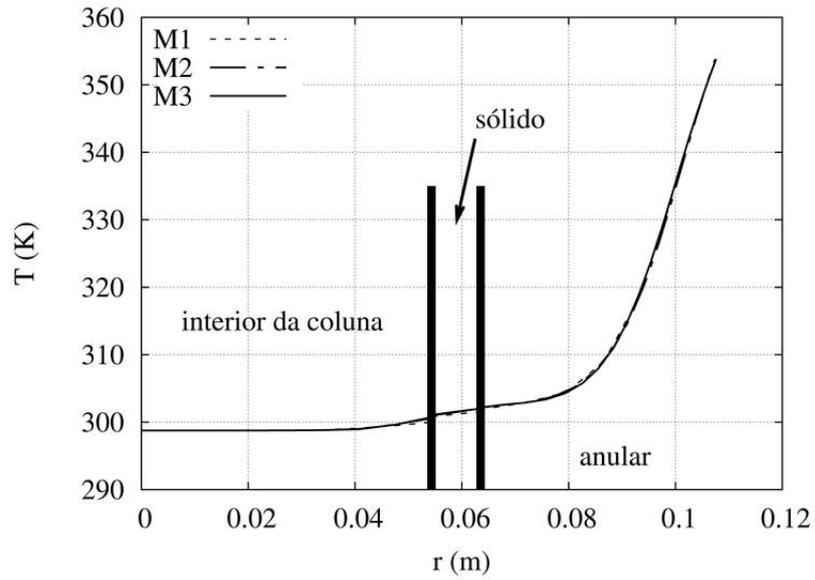


Figura 4.8: Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 500m do fundo.

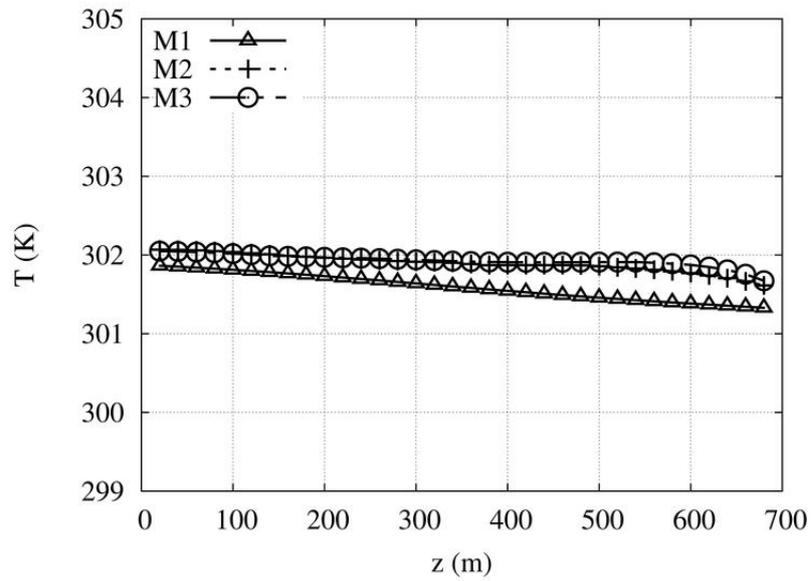


Figura 4.9: Análise de convergência em malha: perfil axial de T no contato colunar-anular.

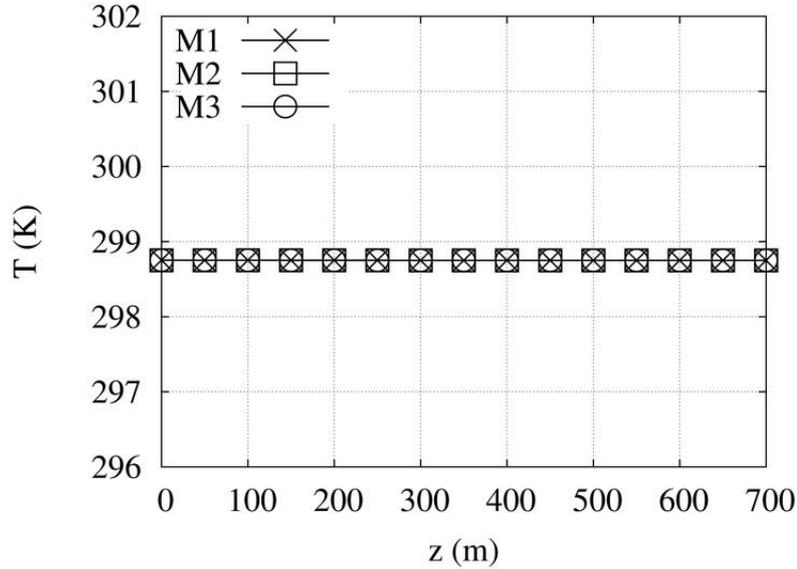


Figura 4.10: Análise de convergência em malha: perfil axial de T no centro da coluna.

certificar de que os campos observados se encontravam no estado estacionário. Para isso, foi utilizado o aplicativo desenvolvido com este propósito, que calcula a magnitude da máxima variação de cada variável entre dois tempos salvos consecutivos.

Inicialmente essa variação é bastante grande, e com o tempo os campos passam a variar menos. O estado estacionário é observado quando essa variação estabiliza. Não se deve esperar que a variação se anule, uma vez que existem os erros numéricos e computacionais associados.

Garantiu-se que todas as simulações executadas realmente se encontravam no estado estacionário. Exemplos de resultados da convergência dos cálculos no tempo podem ser vistos nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13.

Através da análise da máxima variação de cada campo ao longo do tempo, garantiu-se que todos os cálculos analisados estavam no estado estacionário, como pode ser visto nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13.

Além disso, essas figuras evidenciam também como é pequena a variação da temperatura ao longo do comprimento do poço. De fato, a temperatura no centro da coluna não varia praticamente nada ao longo de todo o comprimento, e a temperatura no contato da parede da coluna com o anular varia muito pouco, cerca de $0,5K$ em $700m$, e as malhas mais refinadas mostram variação ainda menor que a primeira malha.

De fato, nos perfis radiais de temperatura, pode-se ver que o gradiente de temperatura é grande próximo à parede externa do anular, mas muito pequeno próximo à parede interna, de modo que a transferência de calor nessa região é desprezível, justificando a não variação da temperatura no fluido no interior da coluna.

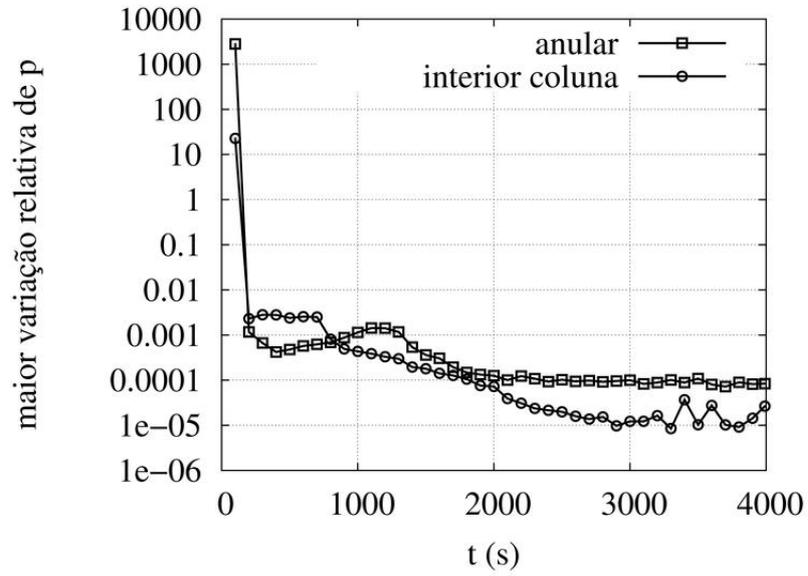


Figura 4.11: Análise de estado estacionário: maior variação do campo de pressão ao longo do tempo, para o anular e o interior da coluna.

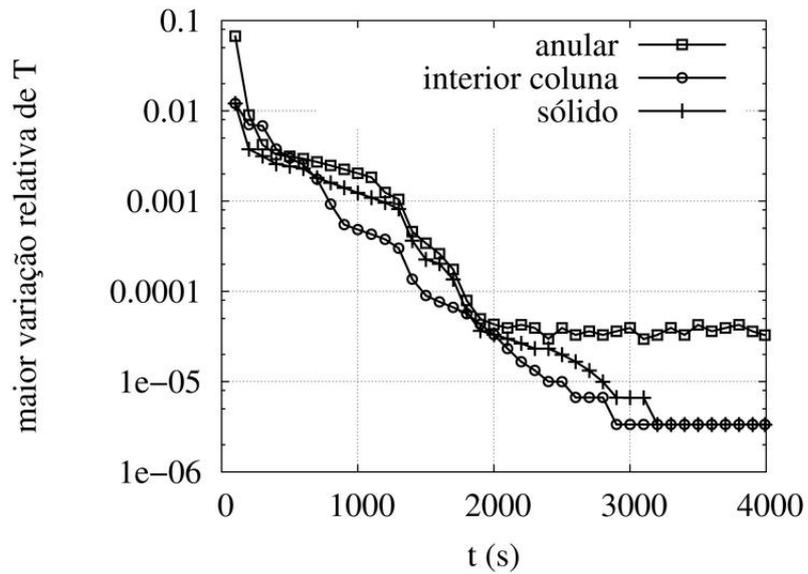


Figura 4.12: Análise de estado estacionário: maior variação do campo de temperatura ao longo do tempo, para os três domínios: anular, sólido e interior da coluna.

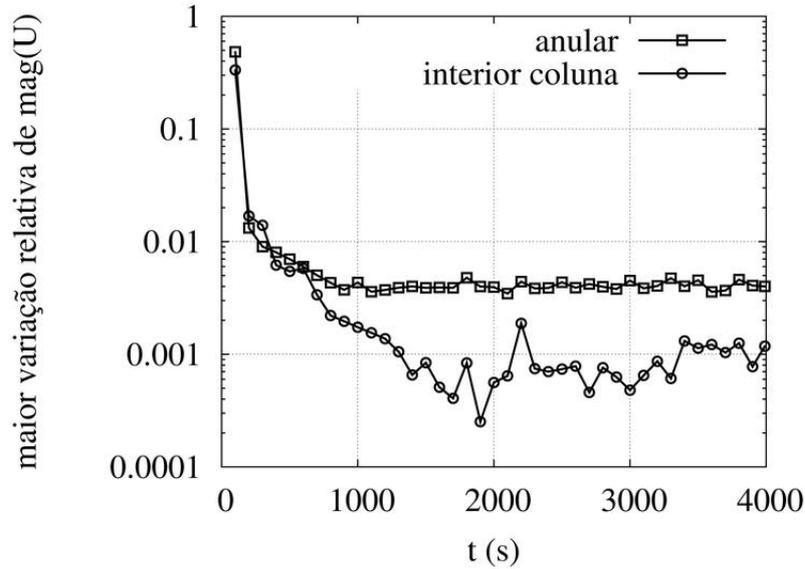


Figura 4.13: Análise de estado estacionário: maior variação do campo de velocidade ao longo do tempo, para o anular e o interior da coluna.

Dentre os cálculos planejados, esses resultados foram observados para o caso em que deve haver o maior aquecimento do fluido no interior da coluna, que corresponde à menor vazão, de modo que pode ser facilmente generalizado para as vazões maiores (desde que ainda no regime laminar).

Intuitivamente, é comum ocorrer o engano de que as vazões maiores é que deveriam ocasionar o maior aquecimento do fluido no interior da coluna, uma vez que o coeficiente de transferência de calor cresce com o aumento da velocidade. Entretanto, desde que o regime de escoamento se mantenha laminar, isso não é verdade, pois com o aumento da vazão ocorre a redução do tempo de residência do fluido no sistema, de modo que o fluido no anular de fato recebe mais calor da rocha, mas não há tempo o suficiente para ele aquecer, e o fluido no interior da coluna enfrenta um gradiente de temperatura ainda menor e é menos aquecido.

Para confirmar essa hipótese, pode-se fazer uma análise simples de acordo com a razão entre o número de Nusselt esperado para o escoamento e a vazão. No regime laminar, uma boa estimativa para o número de Nusselt pode ser obtida da correlação de Sieder e Tate, Equação 4.5 (BIRD *et al.* (2002)):

$$Nu_{in} = 1.86 \left(RePr \frac{D_{eq}}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_{bulk}}{\mu_{wall}} \right)^{0.14} \quad (4.5)$$

Apesar dessa equação ser adequada para fluidos Newtonianos, ela fornece uma estimativa realista para fluidos não Newtonianos, e mostra uma dependência com a raiz cúbica do número de Reynolds, ou seja: o coeficiente de transferência de calor cresce menos que linearmente com a vazão, enquanto o tempo de residência do

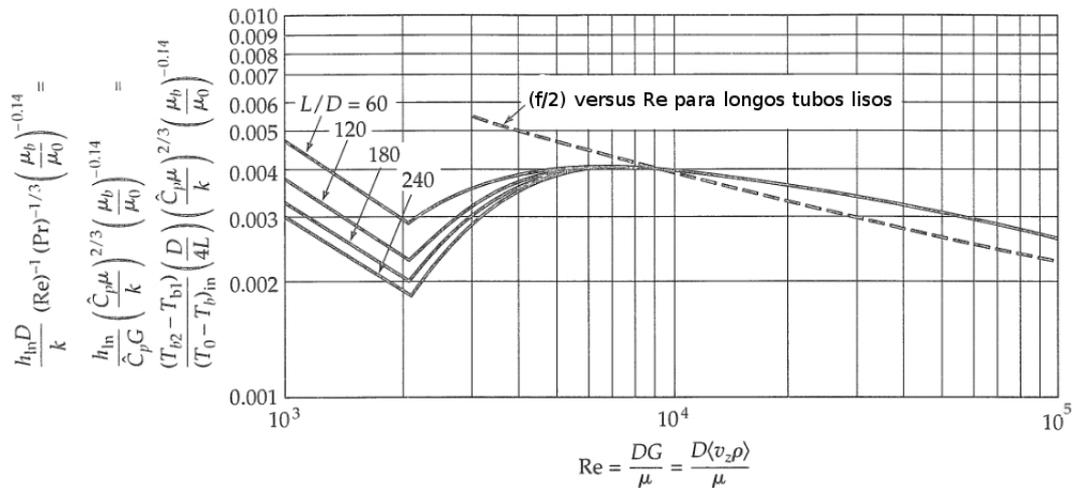


Figura 4.14: Dependência do número de Nusselt com o número de Reynolds, para escoamento completamente desenvolvido em tubos. Fonte: modificado de BIRD *et al.* (2002).

fluido decresce linearmente com o inverso da vazão, de modo que, com o aumento da vazão, a razão Nu/Q decresce, e o fluido é menos aquecido, apesar do aumento do coeficiente de transferência de calor.

Isso mostra que, dentro do regime laminar, a vazão em que ocorre o maior aquecimento do fluido é a menor, de modo que a conclusão de que a transferência de calor para o interior da coluna nos casos dos exemplos testes simulados é desprezível pode ser generalizada para as maiores vazões simuladas, desde que estas ainda estejam no regime laminar.

Não se pode dizer o mesmo para a transição entre o regime laminar e o regime turbulento, pois, a partir do início da turbulência, o número de Nusselt tem um salto e passa a crescer mais do que linearmente com o aumento do número de Reynolds, como pode ser visto na Figura 4.14, em que o eixo vertical é uma relação proporcional a Nu/Q , ou Nu/Re . Também pode ser observado na figura que no regime turbulento plenamente desenvolvido o número de Nusselt volta a crescer menos do que linearmente com o número de Reynolds.

Sendo assim, a generalização de que a transferência de calor para o interior da coluna é desprezível nos casos teste simulados só pode ser estendida até vazões em que o escoamento permaneça laminar.

Feita essa observação, passou-se a executar as simulações dos casos teste simulando apenas o domínio anular, uma vez que o acoplamento entre os domínios é desnecessário para determinar o perfil de temperatura no anular, podendo-se realizar os cálculos relativos ao carregamento de sólidos e à perda de carga no anular sem precisar simular os demais domínios.

O ganho em termos de tempo computacional ao se evitar o acoplamento é muito

grande, por diversos motivos:

- o anular ocupa cerca de 65% da área da seção transversal, de modo que ao se deixar de simular os outros dois domínios, a malha já fica cerca de 35% menor;
- o *coupledMRNINNF* tem um laço de convergência entre os contornos dos diversos domínios que exige que se façam algumas iterações dentro do mesmo passo de tempo para atualizar essas condições de contorno. Observou-se que cerca de 3 iterações são necessárias dentro de cada passo de tempo, de modo que ao se eliminar o acoplamento, o número de iterações necessárias para o cálculo é reduzido para 1/3;
- devido à menor área, a velocidade do fluido dentro da coluna é maior, o que faz com que o número de Courant seja maior, e portanto a convergência mais difícil e os passos de tempo tenham de ser menores. Como a velocidade dentro do anular é cerca de 2,5 vezes menor, quando se simula apenas o anular, pode-se utilizar um passo de tempo cerca de 2,5 vezes maior.
- devido a uma deficiência na implementação da condição de contorno do tipo *wedge* no *OpenFOAM*®^(R), na época em que as simulações apresentadas neste trabalho foram realizadas não foi possível utilizar essa condição de contorno em *solvers* multi-domínio, como o *coupledMRNINNF*, pois alguns utilitários de malha do *OpenFOAM*®^(R) não foram feitos para trabalhar com mais de um par de contornos do tipo *wedge* na mesma malha. Posteriormente, essa dificuldade foi ultrapassada, mas ainda assim, nas simulações com acoplamento foi necessário trabalhar com malhas tridimensionais em 90° (conforme Figura 3.3), enquanto nas simulações mono-domínio do anular foi possível utilizar malhas bidimensionais em cunha (conforme Figura 3.2), com cerca de 5° apenas. Na malha *M3* tridimensional, utilizaram-se 10 divisões na direção angular (a cada 9°, portanto), o que significa que a malha mono-domínio em *wedge* tem 10 vezes menos volumes na direção angular.

Sendo assim, admitindo que o tempo computacional é proporcional a uma potência de cerca de 1,5 do número de volumes da malha, pode-se estimar a razão entre o custo das simulações multi-domínio e mono-domínio:

$$\frac{\text{custo}_{\text{mono-domínio}}}{\text{custo}_{\text{multi-domínio}}} \approx \left(0,65 \cdot \frac{1}{10}\right)^{1,5} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2,5} \approx 0,22\%$$

Ou seja, estima-se que o custo das simulações mono-domínio do anular deve ser cerca de 0,22% do custo das simulações multi-domínio que incluem o sólido e o interior da coluna, justificando a utilidade da simplificação.

Na prática, as simulações mono-domínio executadas (seção 4.3) foram feitas com malhas mais refinadas que as multi-domínio, para melhorar a convergência, e por isso a economia de tempo computacional não foi tão grande, mas ainda assim o custo foi de apenas cerca de 0,8% das simulações correspondentes em multi-domínio.

A análise apresentada é válida para as simulações realizadas neste trabalho. Como posteriormente se encontrou uma maneira de utilizar a condição de contorno *wedge* nas simulações multi-domínio, passa a ser mais adequado estimar a razão entre o custo das simulações multi-domínio e mono-domínio de acordo com:

$$\frac{custo_{mono-domínio}}{custo_{multi-domínio}} \approx (0,65)^{1,5} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2,5} \approx 7\%$$

de modo que a vantagem de simular apenas o anular já é bastante reduzida ao poder simular o multi-domínio com a malha bidimensional em cunha.

Deve-se observar que essa simplificação para mono-domínio é possível nos casos teste simulados neste trabalho, conforme demonstrado, mas isso não deve ser generalizado, e em casos genéricos o acoplamento é necessário.

Por exemplo, um *riser* de perfuração tem geralmente diâmetros internos da ordem de 19^{1/4} polegadas, de modo que a velocidade do fluido é muito menor e o tempo de residência muito maior do que os exemplos apresentados neste trabalho, e a transferência de calor se torna mais importante. Em poços com longos trechos horizontais há um comprimento maior exposto à temperatura de fundo de poço, de modo que a camada limite térmica pode se desenvolver totalmente e a transferência de calor para o fluido no interior da coluna se tornar mais importante do que os casos simulados neste trabalho (embora o poço horizontal simulado neste trabalho não tenha chegado a este ponto).

Nem sempre o ganho em simular apenas um domínio é tão grande. No mesmo caso do poço de petróleo, mas em fases iniciais, em que o diâmetro externo do anular é muito maior (até 36 polegadas, em contraste com as 8 1/2 polegadas dos exemplos deste trabalho) e o diâmetro da coluna não muda, o anular será 98% da malha, de modo que eliminar os outros dois domínios não representa grande ganho em termos de redução de malha.

Além disso, na simulação de qualquer anular excêntrico, deve-se utilizar uma malha tridimensional de pelo menos 180°, mesmo se for simulado apenas o anular, pois não há axissimetria e a malha em *wedge* não pode ser utilizada, de modo que o ganho em se eliminar os outros dois domínios também é menor.

4.3 Simulações do domínio anular

Conforme já comentado, tendo sido observado que a transferência de calor para o interior da coluna é desprezível, partiu-se para a simulação somente do domínio anular, utilizando-se o *solver* mono-domínio sem acoplamento *NINNF*, economizando muito em tempo computacional.

Neste caso, surge a necessidade de especificação de outra condição de contorno para a temperatura no contato anular-coluna (parede interna do anular).

A condição utilizada neste trabalho foi a especificação do perfil axial de temperatura no contato anular-sólido resultante da simulação com acoplamento apresentada na seção 4.2 (Figura 4.9).

Como essa simulação foi feita para uma vazão de 300gpm , é uma boa condição de contorno para as demais simulações nesta vazão (será visto que a rotação exerce pouca influência no perfil de temperatura), sendo entretanto uma fonte de erro para as simulações nas demais vazões.

Entretanto, esse perfil de temperatura é praticamente uniforme (varia cerca de $0,5K$ em $700m$), e, conforme já comentado, a transferência de calor é ainda menor nas vazões maiores, de modo que o erro decorrente da utilização desta condição de contorno deve ser pequeno, provavelmente menor que os $0,5K$, o que é aceitável.

A maioria das simulações foi conduzida com o esquema de interpolação *van Leer* para os termos divergentes, tolerâncias de 10^{-8} para o resíduo da pressão, velocidade e temperatura.

O *solver* linear utilizado para a temperatura e para a velocidade foi o *PBiCG* (*preconditioned bi-conjugate gradient*) do *OpenFOAM*®), com o pré-condicionador com fatoração LU incompleta (*DILU – Diagonal Incomplete LU* no *OpenFOAM*®).

O *solver* linear utilizado para a pressão foi o *multi-grid amgSolver*, com o *solver* alternativo *PCG* (*Preconditioned Conjugate Gradient*), pré-condicionado pelo Cholesky incompleto diagonal (*DIC – Diagonal Incomplete Cholesky*) quando o resíduo inicial era maior que 10^{-3} .

Foram utilizadas 2 correções de não-ortogonalidade para todas as equações de pressão, temperatura e velocidade. No início das simulações foram utilizadas 6 correções do laço externo do tipo PIMPLE, e posteriormente, conforme a convergência se tornava mais fácil, reduziram-se essas correções para 2 ou mesmo 1, à medida que a execução deste laço se tornava desnecessária.

No controle de variação da pressão, utilizou-se a tolerância absoluta (ϵ_A da Equação 3.87) igual a 10^{-3} e a tolerância relativa (ϵ_R da Equação 3.87) igual a 10^{-4} . Os fatores de relaxação utilizados foram 0,3 para a pressão e 0,7 para a velocidade.

As simulações foram realizadas em malhas em cunha, conforme a Figura 3.2.

Tabela 4.2: Características das malhas utilizadas nas simulações mono-domínio.

Malha	Total de Volumes	Divisões por direção			refinamento
		radial	angular	axial	radial
M1	14 000	10	1 (5°)	1400	0,4
M2	29 400	14	1 (5°)	2100	0,3
M3	61 600	22	1 (5°)	2800	0,2

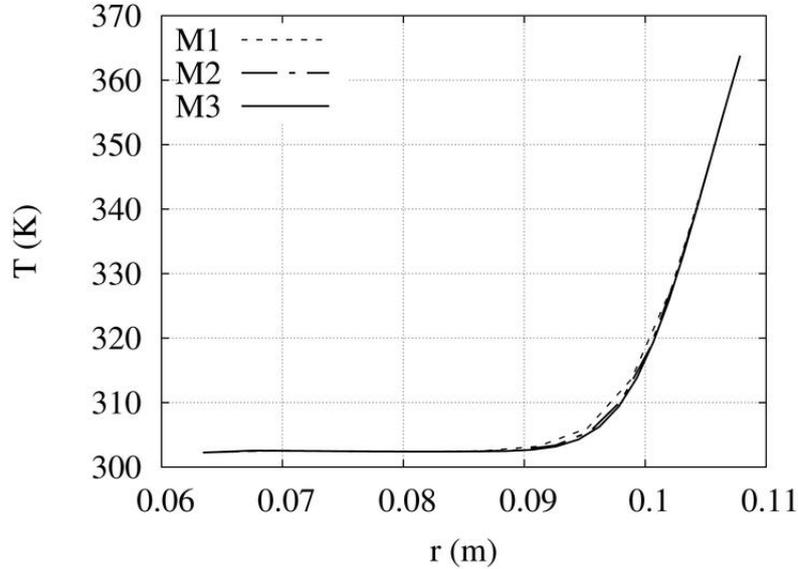


Figura 4.15: Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 200m do fundo para as 3 malhas bidimensionais em cunha utilizadas nas simulações com o *NINNF* no domínio anular.

Para se certificar da convergência em malha das simulações, foram utilizadas três malhas com diferentes graus de refinamento, cujas características podem ser vistas na Tabela 4.2.

As figuras 4.15 e 4.16 mostram os perfis radiais de temperatura em duas diferentes posições axiais para as três malhas, de modo a se observar a convergência. Nota-se que houve convergência entre as malhas, e a terceira malha está suficientemente refinada.

Assim como nas simulações com o *coupledMRNINNF*, foi feita também a análise de convergência de todos os campos no tempo para se certificar de que os campos observados se encontravam no estado estacionário. Exemplos de resultados da convergência dos cálculos no tempo podem ser vistos na Figura 4.17, para os campos de pressão, temperatura e velocidade, em que se pode observar que o estado estacionário foi atingido.

Para confirmar a possibilidade da simplificação de realizar as simulações mono-domínio sem acoplamento, foram comparados os resultados da simulação considerando o acoplamento com o *coupledMRNINNF* e da simulação mono-domínio com o *NINNF*, com os mesmos parâmetros. Essa comparação pode ser vista nas Figu-

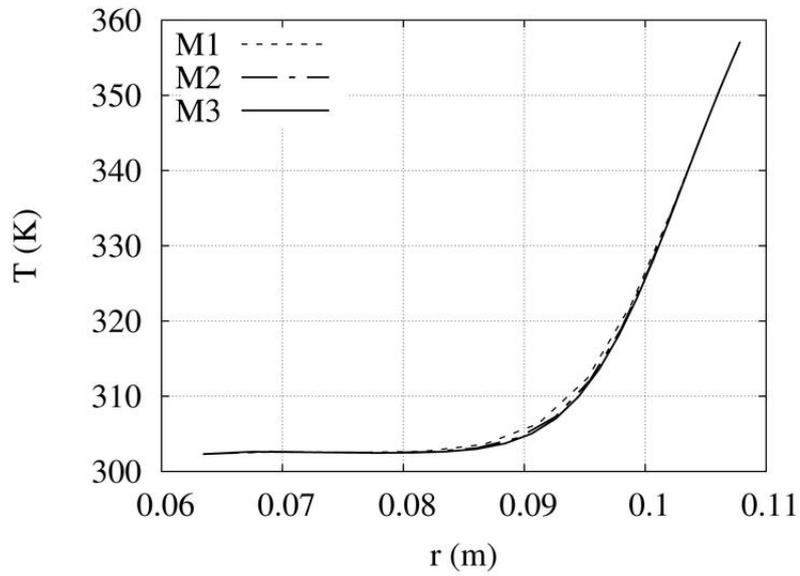


Figura 4.16: Análise de convergência em malha: perfil radial de T a 400m do fundo para as 3 malhas bidimensionais em cunha utilizadas nas simulações com o *NINNF* no domínio anular.

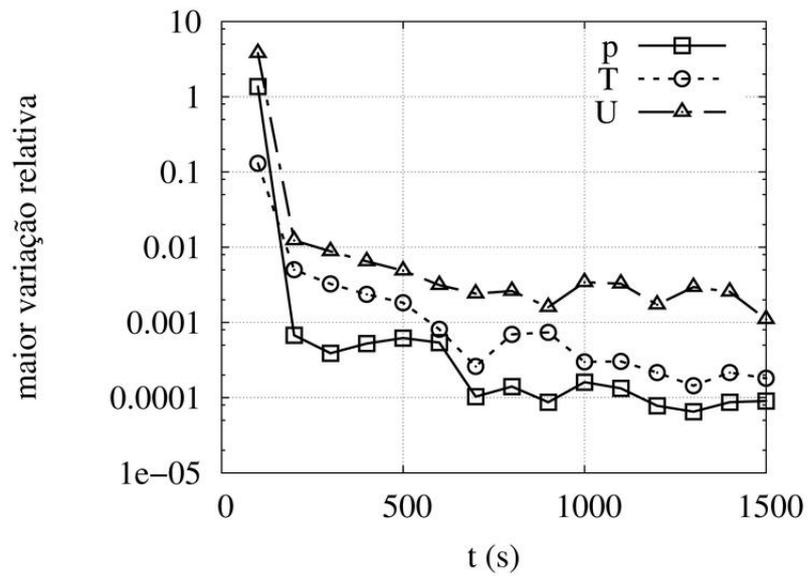


Figura 4.17: Análise de convergência para o estado estacionário: maior variação dos campos de pressão, temperatura e velocidade ao longo do tempo.

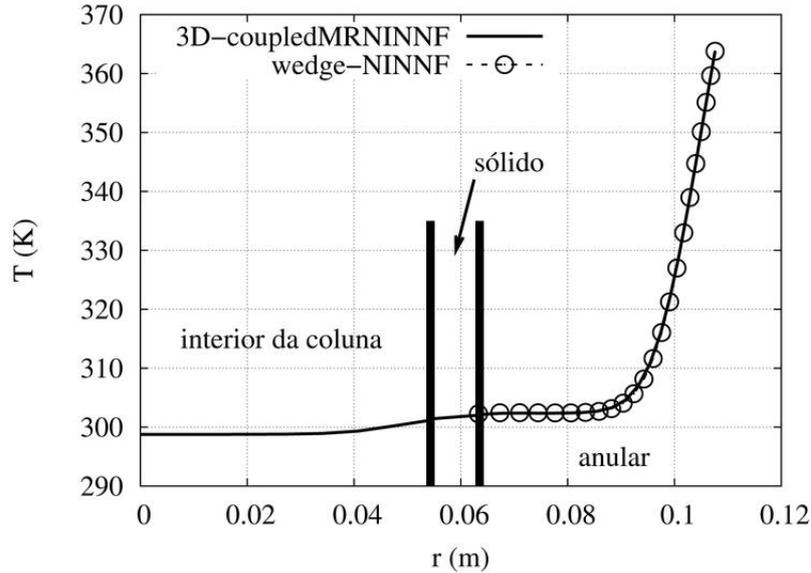


Figura 4.18: Comparação da simulação multi-domínio em malha tridimensional usando o *coupledMRNINNF* e da simulação mono-domínio em malha em cunha (*wedge*) usando o *NINNF*: perfil radial de temperatura a 200m do fundo.

ras 4.18 e 4.19, em que se observa que a simulação bidimensional sem acoplamento resultou, para o anular, o mesmo que a simulação tridimensional com acoplamento.

4.3.1 Perfis de Temperatura e Velocidade

Para ilustrar os resultados obtidos, as Figuras 4.20, 4.21, 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25 mostram alguns perfis radiais de temperatura, comparando as três vazões simuladas em algumas diferentes posições e rotações.

Como pode ser visto nessas figuras, o aquecimento do fluido é maior na vazão mais baixa, pois a redução do número de Nusselt é mais que compensada pelo aumento do tempo de residência do fluido no anular.

Observa-se que os perfis de temperatura das três vazões se encontram próximos na região próxima ao raio interno do anular (contato com a coluna), o que ocorre nestes resultados porque foi utilizada a mesma condição de contorno do primeiro tipo para todas as simulações, nas três vazões. Rigorosamente, essas temperaturas não deveriam ser iguais, e nas vazões de 400 e 500gpm a temperatura deveria ser levemente menor. Essa diferença, entretanto, não é maior que $0,5K$, pois a variação do início ao fim do tubo na menor vazão é menor que isso.

Nas simulações realizadas, não se observou variação do perfil de temperatura com a rotação. A Figura 4.26 mostra os perfis radiais de temperatura para as 4 rotações simuladas, na vazão de 300 gpm, a 400 m do fundo do poço. Nota-se que as 4 curvas estão perfeitamente sobrepostas, evidenciando a independência do perfil de temperatura com a rotação nos casos simulados.

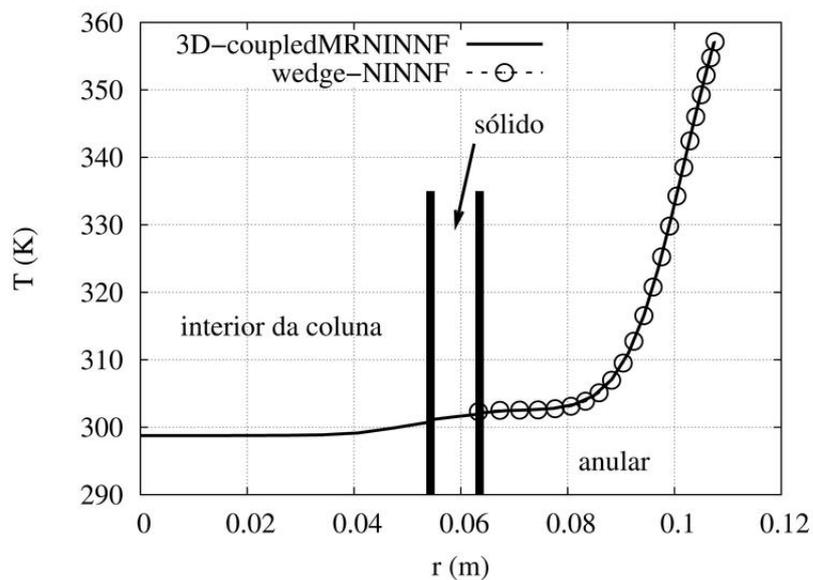


Figura 4.19: Comparação da simulação multi-domínio em malha tridimensional usando o *coupledMRNINNF* e da simulação mono-domínio em malha em cunha (*wedge*) usando o *NINNF*: perfil radial de temperatura a 400m do fundo.

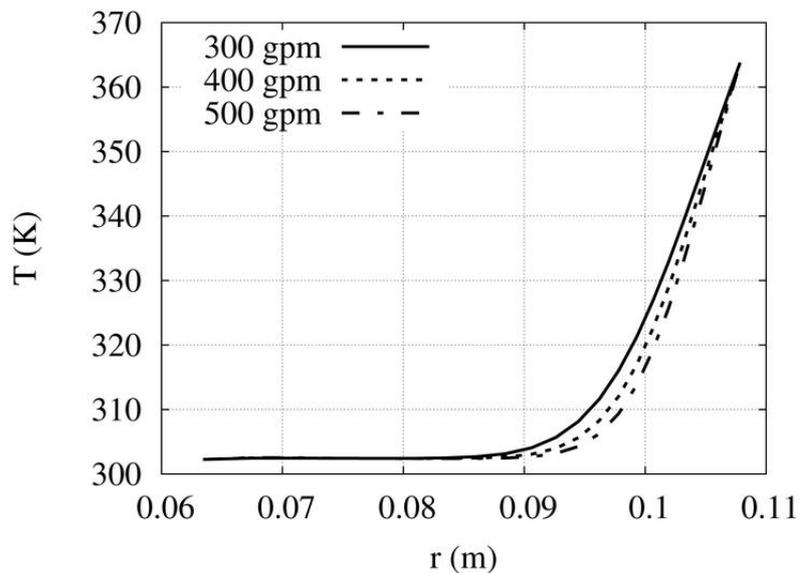


Figura 4.20: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, sem rotação da coluna, a 200m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

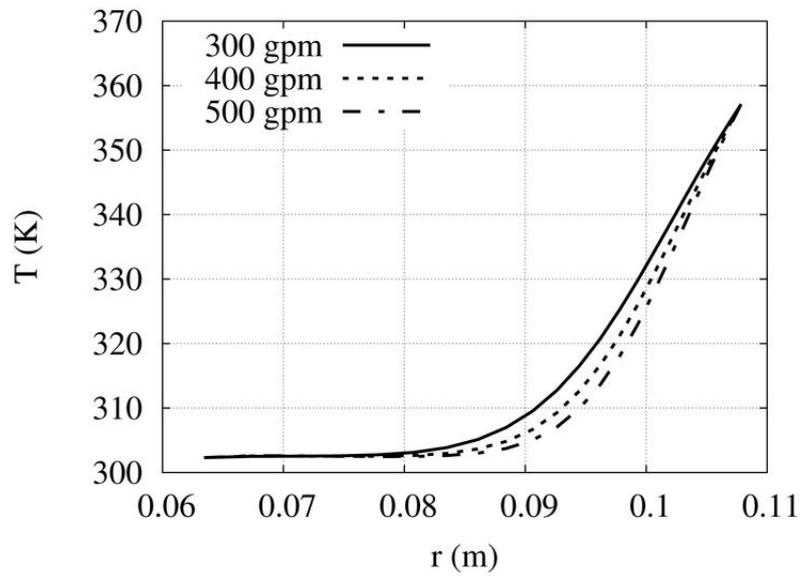


Figura 4.21: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, sem rotação da coluna, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

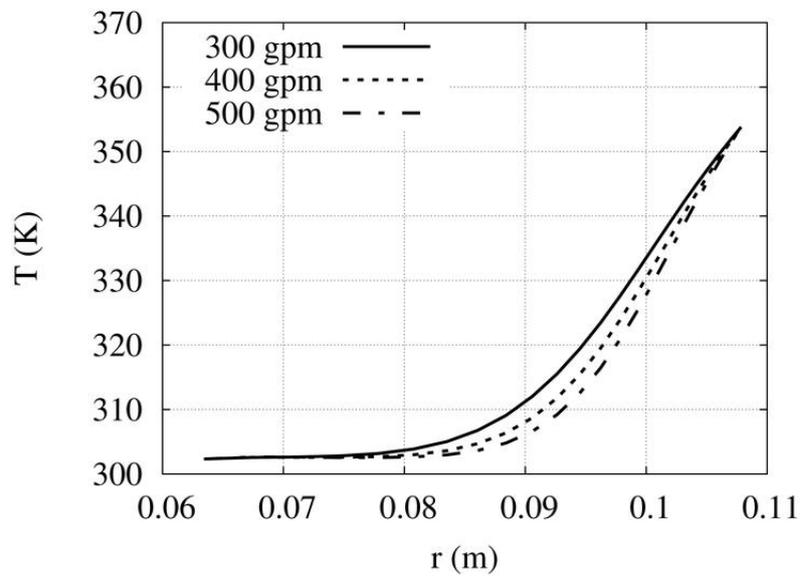


Figura 4.22: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, sem rotação da coluna, a 500m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

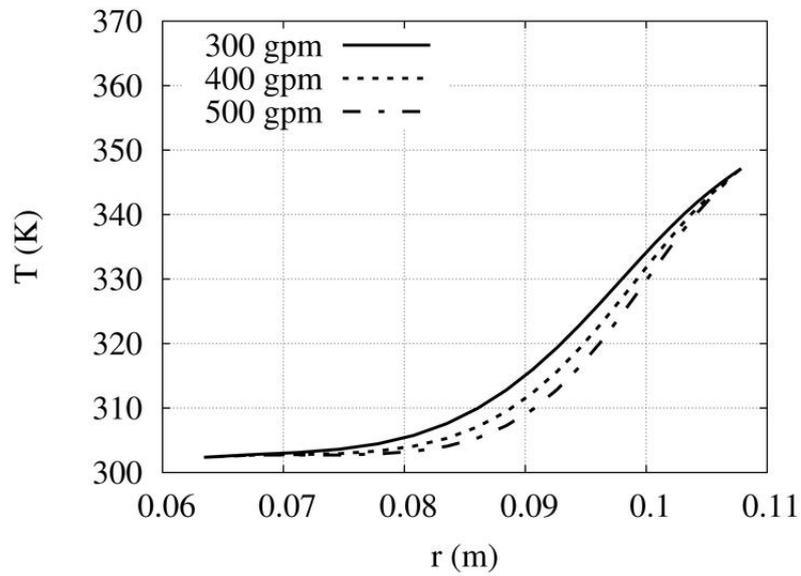


Figura 4.23: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, sem rotação da coluna, a 700m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

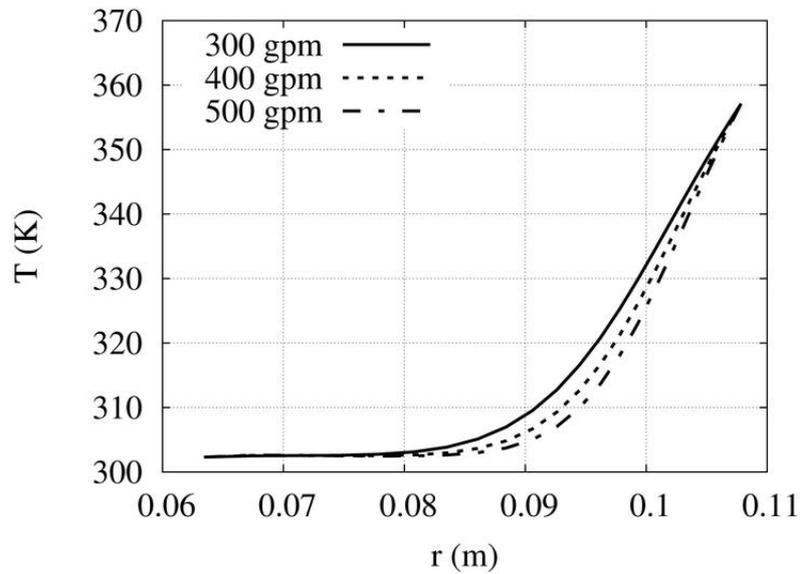


Figura 4.24: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, com rotação da coluna a 50rpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

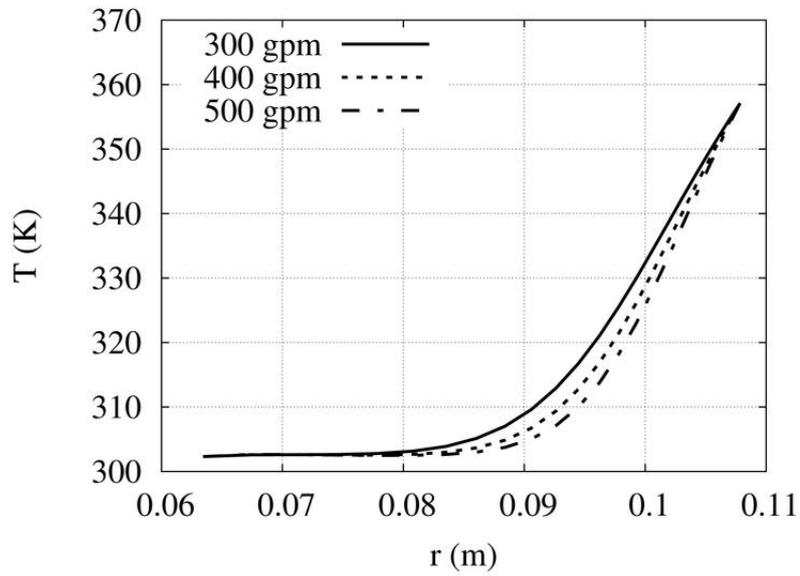


Figura 4.25: Perfil radial de temperatura nas 3 vazões, com rotação da coluna a 150rpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

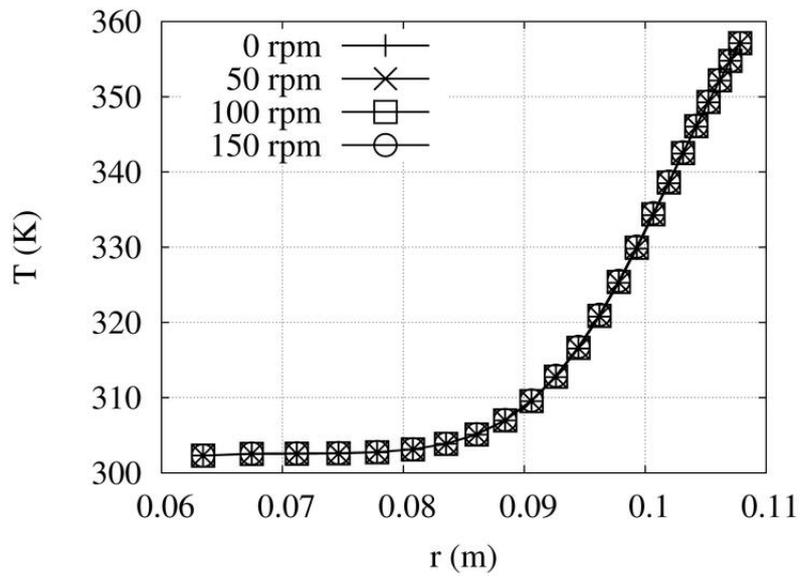


Figura 4.26: Perfil radial de temperatura nas 4 rotações, na vazão de 300 *gpm*, a 400 *m* do fundo do poço.

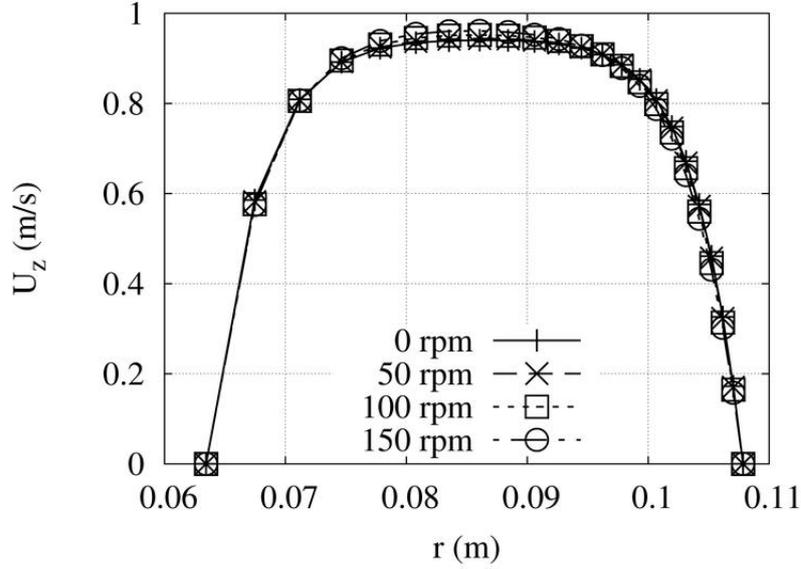


Figura 4.27: Perfil radial da componente axial de velocidade nas 4 rotações a 300gpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

As Figuras 4.27 e 4.28 mostram os perfis radiais da componente axial da velocidade, U_z , nas vazões de 300 e 500gpm, respectivamente, para as quatro rotações simuladas, na posição a 400m do fundo do poço.

Observa-se, em ambas as figuras, que os perfis da componente axial da velocidade, U_z , é muito mais achatado que o perfil quase-parabólico previsto para um fluido Newtoniano, como é de se esperar, uma vez que o fluido de perfuração simulado é pseudo-plástico.

Além disso, o perfil de velocidade axial é muito semelhante nas quatro rotações, ficando apenas levemente menos achatado conforme se aumenta a rotação.

Isso é perfeitamente esperado, uma vez que o aumento da rotação faz com que a taxa de cisalhamento seja maior (devido à componente $\dot{\gamma}_{\theta r}$ do tensor $\dot{\gamma}$), o que causa a redução da viscosidade aparente e consequentemente o aumento do gradiente da componente axial da velocidade, $\frac{\partial U_z}{\partial r}$, resultando em um perfil de velocidade axial menos achatado.

Naturalmente, a integração de U_z na área da seção transversal tem de resultar na vazão volumétrica, igual para as quatro rotações, motivo pelo qual nas rotações mais elevadas a componente axial de velocidade próximo às paredes é levemente menor que no caso sem rotação, e levemente maior no centro.

As Figuras 4.29 e 4.30 mostram os perfis radiais da componente tangencial da velocidade, U_θ , nas rotações de 300 e 500gpm, respectivamente, para as quatro rotações simuladas, na posição a 400m do fundo do poço.

Conforme esperado, a componente tangencial da velocidade, U_θ , é igual à velo-

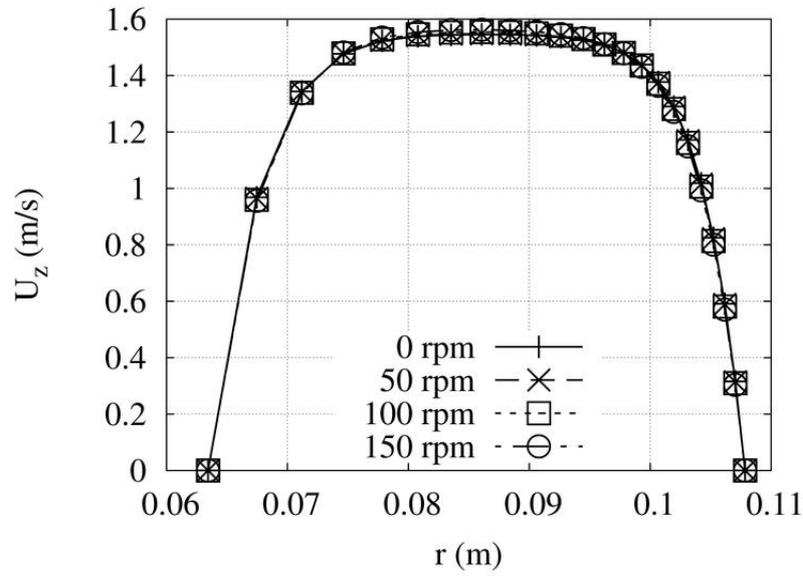


Figura 4.28: Perfil radial da componente axial de velocidade nas 4 rotações a 500gpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

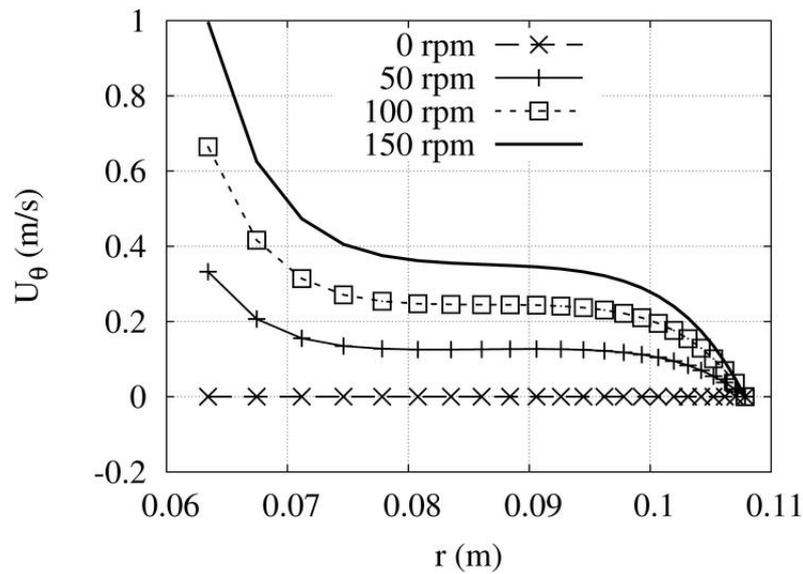


Figura 4.29: Perfil radial da componente tangencial de velocidade nas 4 rotações a 300gpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

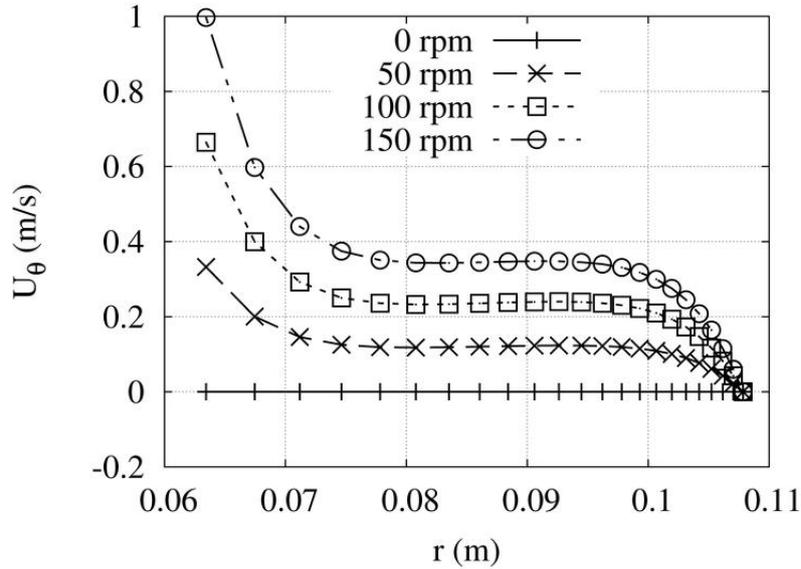


Figura 4.30: Perfil radial da componente tangencial de velocidade nas 4 rotações a 500gpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

cidade de rotação da coluna no raio interno do anular ($U_{\theta}(r = R_2) = \omega R_2$), e nula no raio externo.

Devido às características pseudo-plásticas do fluido, a viscosidade aparente é menor próximo às paredes (devido ao maior gradiente de velocidade, pela componente $\frac{\partial U_z}{\partial r}$). Na região próxima à parede externa, também há a contribuição da maior temperatura para a redução da viscosidade aparente. Isso faz com que o gradiente da componente tangencial da velocidade também seja maior próximo às paredes e achatado no centro, conforme observado nas Figuras 4.29 e 4.30.

Uma vez que o gradiente da componente axial da velocidade, $\frac{\partial U_z}{\partial r}$, é maior nas vazões maiores, a viscosidade aparente próximo às paredes também decresce com o aumento da vazão. Sendo assim, nas vazões maiores o gradiente da velocidade tangencial deve ser ainda maior próximo às paredes e mais achatado no centro do que nas vazões mais baixas. Esse comportamento pode ser observado na Figura 4.31.

4.3.2 Análise de Carreamento

A análise do carreamento foi feita considerando uma partícula padrão típica, conforme costume na indústria de petróleo. A partícula padrão utilizada tem diâmetro característico igual a 0,0127 m (1/2 polegada) e esfericidade igual a 0,6, sendo estreita e alongada, com espessura igual a 0,0036 m (0,14 polegada).

Esse é um formato e tamanho típico de cascalhos perfurados em poços de petróleo, embora isso possa variar enormemente conforme o tipo de formação per-

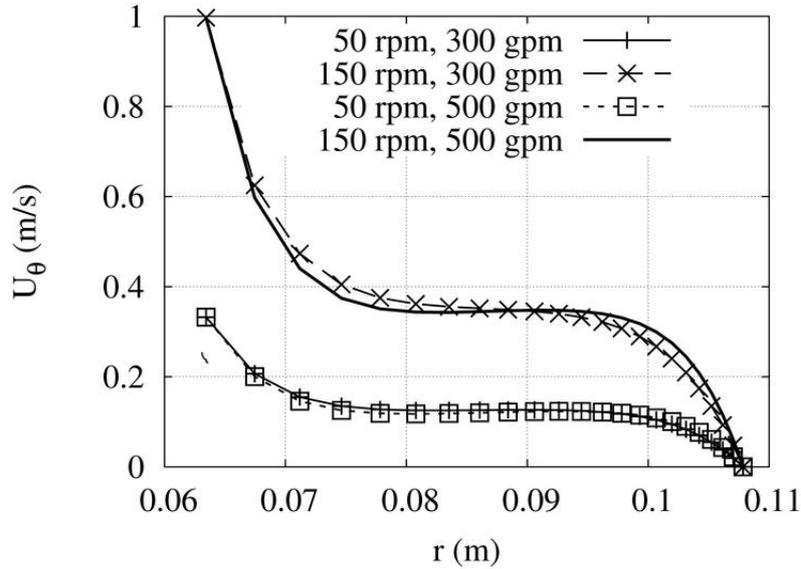


Figura 4.31: Comparação dos perfis radiais de velocidade tangencial a 300 e 500gpm, nas rotações de 50 e 150rpm, a 400m do fundo do poço (resultados da simulação mono-domínio em malha em cunha usando o *NINNF*).

furada e de broca, rotação empregada, relação entre geopressões e pressão do poço, etc.

Como o poço é vertical, não há componente da gravidade que se opõe ao arrasto da partícula na direção tangencial, de modo que, desprezando as forças de sustentação e centrífuga, a partícula gira em torno da coluna na mesma velocidade que o fluido ($U_{p,\theta} = U_\theta$). Como não há componente da velocidade do fluido na direção radial (exceto uma componente muito pequena referente à formação da camada limite, completamente desprezível), e tampouco da gravidade, a velocidade radial da partícula também resulta nula nos cálculos de arrasto realizados.

É importante salientar que isso só ocorre porque as forças de sustentação e centrífuga não foram consideradas no cálculo da velocidade de arrasto da partícula, pois do contrário haveria, sim, uma componente radial considerável, conforme será demonstrado. Sendo assim, a simplificação de desprezar inicialmente as forças de sustentação e centrífuga pode ser bastante forte.

Para realizar a análise, foi feito um utilitário específico no *OpenFOAM*®[®], para ler os campos de velocidade e temperatura resultantes das simulações e calcular, para toda a malha, considerando apenas as forças gravitacional e de arrasto (portanto com as considerações de $U_{p,r} = 0$ e $U_{p,\theta} = U_\theta$), os seguintes campos:

- a componente axial da velocidade de arrasto de uma partícula posicionada inicialmente em cada ponto, $U_{p,z}$, para os campos de temperatura e velocidade do fluido resultantes da simulação;

- a velocidade de arrasto da partícula posicionada em cada ponto, considerando o campo de velocidade do fluido resultante da simulação, mas na temperatura média de mistura do anular, ou seja, desprezando os gradientes de temperatura, $U_{p,z,T}$;
- a velocidade de arrasto da partícula posicionada em cada ponto, considerando o campo de temperatura resultante da simulação, mas a velocidade média do fluido, ou seja, desprezando os gradientes de velocidade do fluido, $U_{p,z,U}$;
- a velocidade de arrasto considerando tanto a temperatura quanto a velocidade do fluido como homogêneas e iguais às suas médias, conforme o procedimento mais comum da indústria do petróleo, $U_{p,z,U,T}$.

Além das velocidades de arrasto de uma partícula posicionada inicialmente em cada volume da malha, também foram calculadas as forças de sustentação e centrífuga que agem sobre uma partícula posicionada em cada ponto. Conforme será visto, essas forças desempenham papel fundamental no transporte dos cascalhos em um poço.

Como a gravidade age no sentido negativo de z , a componente axial da velocidade das partículas, $U_{p,z}$, resulta sempre menor que a componente axial da velocidade do fluido, U_z . A velocidade das partículas foi calculada no referencial de laboratório, ou seja, com o referencial fixo nas paredes do poço, de modo que é igual à soma vetorial da velocidade terminal e do fluido. Sendo assim, nos gráficos que serão apresentados, $U_{p,z} > 0$ significa uma partícula que está sendo carregada poço acima, e $U_{p,z} < 0$ significa uma partícula que está sedimentando, sem ser carregada pelo fluido.

As Figuras 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35 mostram os perfis de U_z , $U_{p,z}$, $U_{p,z,T}$, $U_{p,z,U}$ e $U_{p,z,U,T}$ em algumas rotações e diferentes posições no poço na vazão de 300gpm.

As Figuras 4.36, 4.37, 4.38 e 4.39 mostram os mesmos perfis de U_z , $U_{p,z}$, $U_{p,z,T}$, $U_{p,z,U}$ e $U_{p,z,U,T}$ resultantes para a vazão de 400gpm, e as Figuras 4.40, 4.41, 4.42 e 4.43 para a vazão de 500gpm. Em todas estas figuras, vale observar que as velocidades de carregamento das partículas são plotadas nos centros dos volumes. Por isto, as curvas de $U_{p,z}$, $U_{p,z,U}$, $U_{p,z,T}$ e $U_{p,z,U,T}$ não vão até a parede, pois os últimos pontos dessas curvas correspondem aos centros dos volumes mais próximos às paredes (diferentemente das curvas de U_z , que vão até as paredes, em que assumem o valor zero).

Comparando as figuras que apresentam os resultados sem rotação com aqueles com rotações de 150rpm, observa-se que a rotação praticamente não influencia a velocidade de arrasto das partículas, em todas as 3 vazões. Vale lembrar que isso só ocorre nesta análise porque se desprezou as forças de sustentação e centrífuga. Ao considerar estas forças, resultaria $U_{p,r} \neq 0$, e a força de arrasto não seria axial.

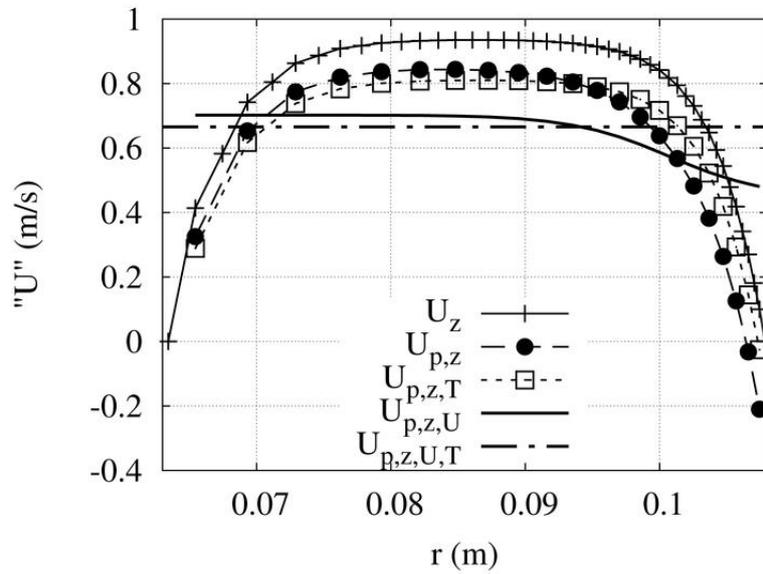


Figura 4.32: Análise de carreamento na vazão de 300gpm sem rotação da coluna, a 300m do fundo do poço.

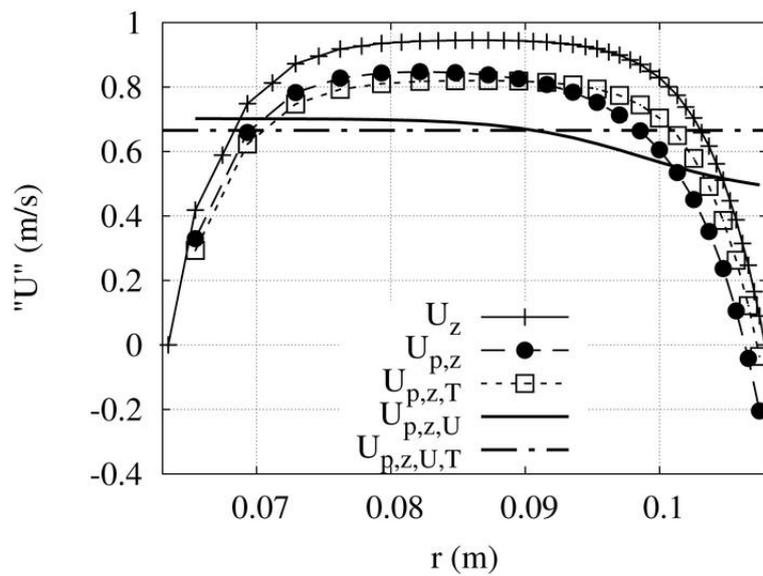


Figura 4.33: Análise de carreamento na vazão de 300gpm sem rotação da coluna, a 500m do fundo do poço.

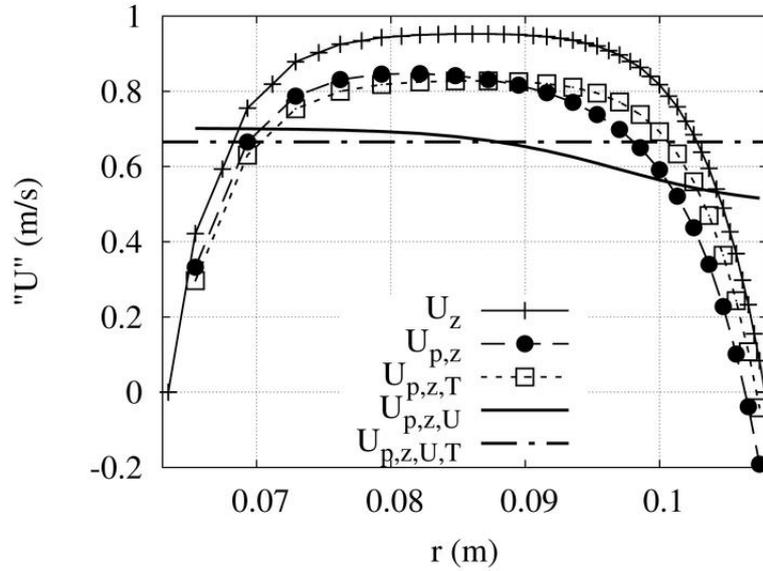


Figura 4.34: Análise de carreamento na vazão de 300gpm sem rotação da coluna, a 700m do fundo do poço.

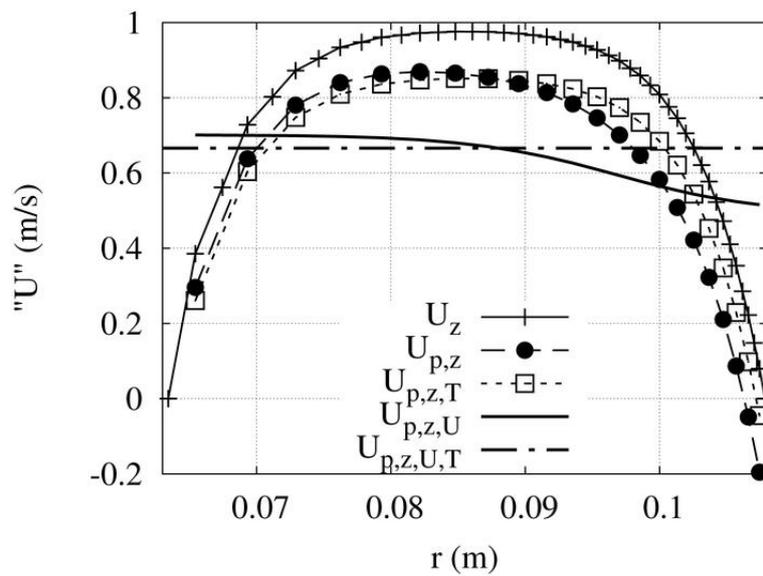


Figura 4.35: Análise de carreamento na vazão de 300gpm e rotação da coluna de 150rpm, a 700m do fundo do poço.

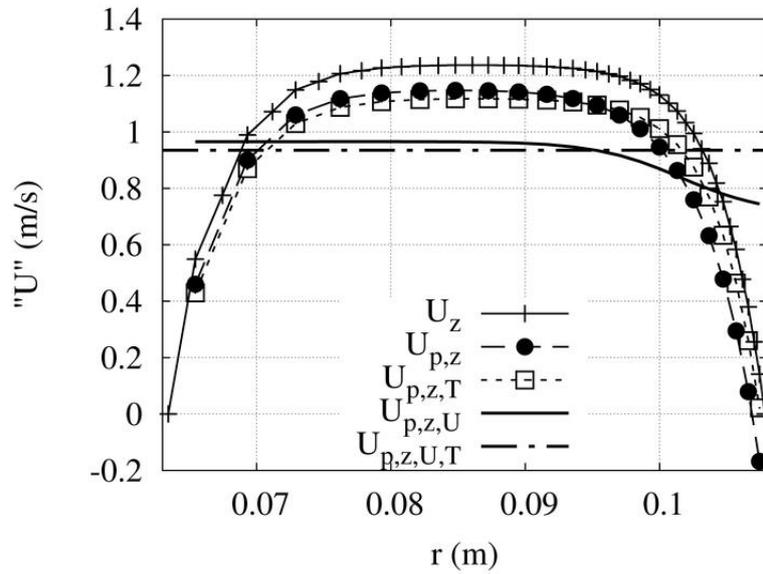


Figura 4.36: Análise de carreamento na vazão de 400gpm sem rotação da coluna, a 300m do fundo do poço.

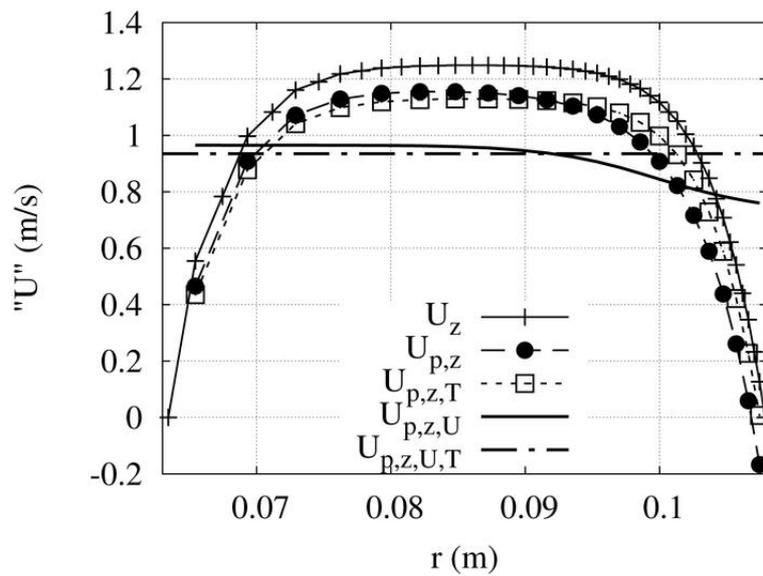


Figura 4.37: Análise de carreamento na vazão de 400gpm sem rotação da coluna, a 500m do fundo do poço.

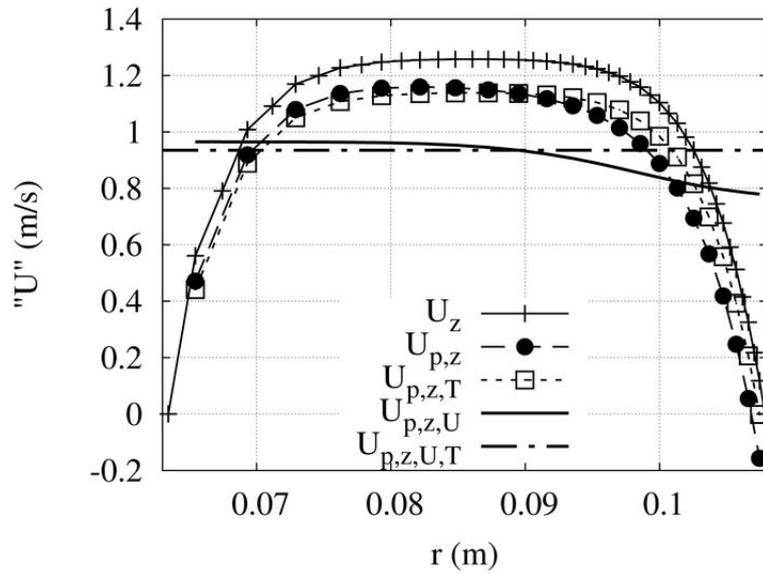


Figura 4.38: Análise de carreamento na vazão de 400gpm sem rotação da coluna, a 700m do fundo do poço.

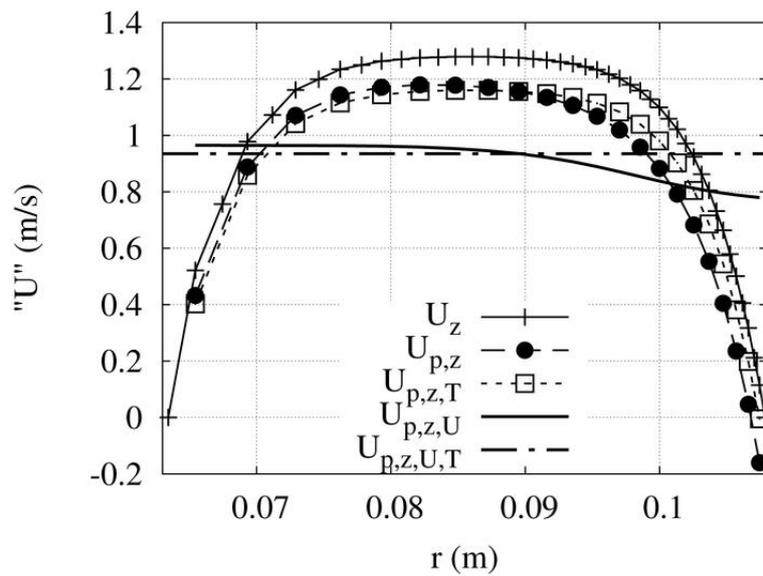


Figura 4.39: Análise de carreamento na vazão de 400gpm e rotação da coluna de 150rpm, a 700m do fundo do poço.

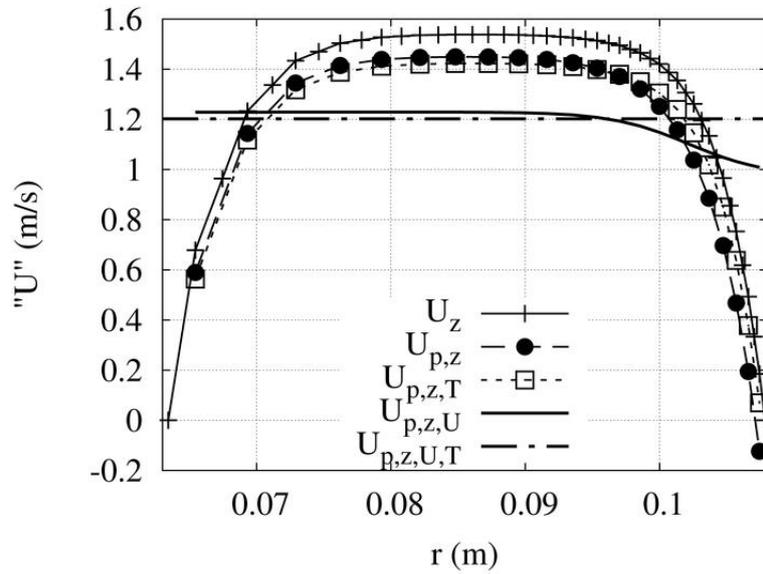


Figura 4.40: Análise de carreamento na vazão de 500gpm sem rotação da coluna, a 300m do fundo do poço.

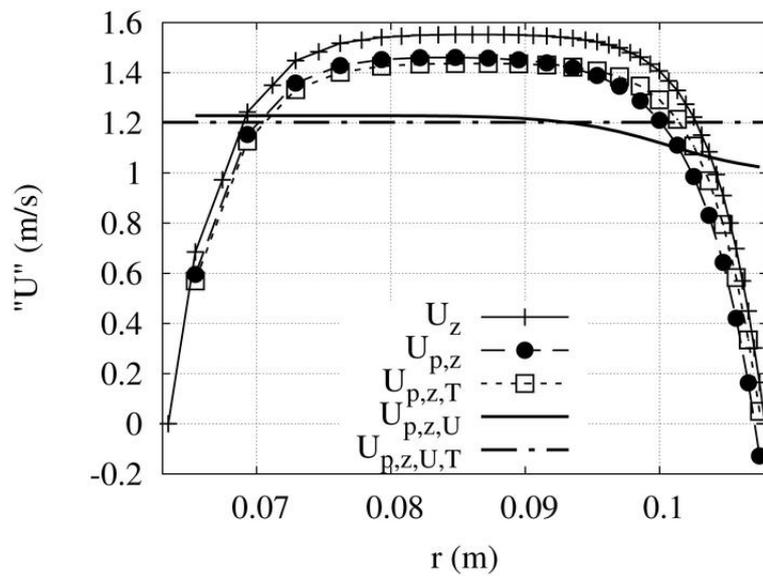


Figura 4.41: Análise de carreamento na vazão de 500gpm sem rotação da coluna, a 500m do fundo do poço.

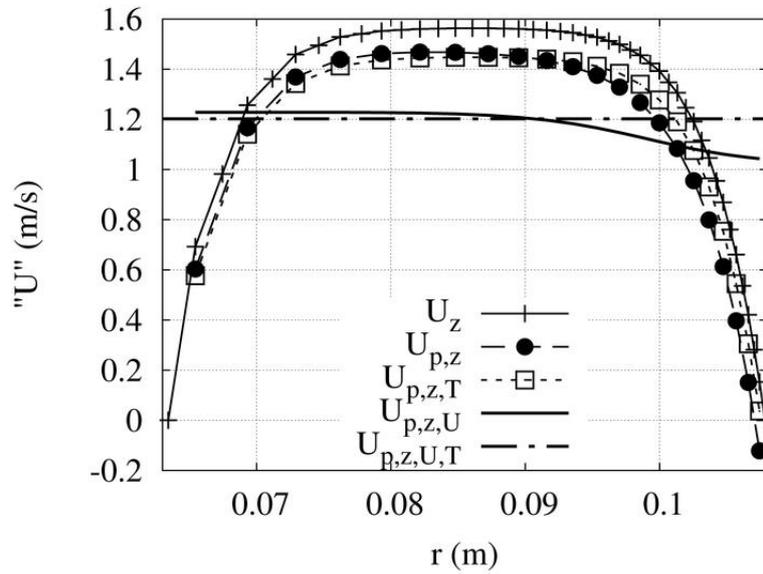


Figura 4.42: Análise de carreamento na vazão de 500gpm sem rotação da coluna, a 700m do fundo do poço.

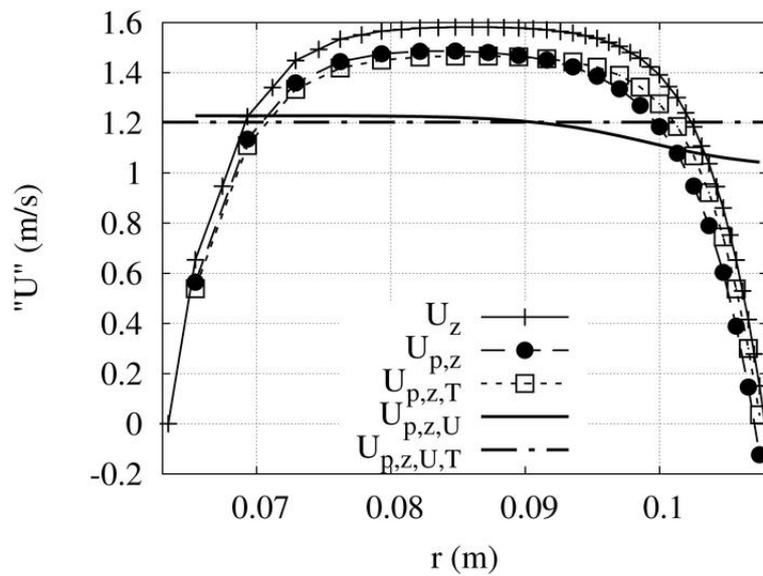


Figura 4.43: Análise de carreamento na vazão de 500gpm e rotação da coluna de 150rpm, a 700m do fundo do poço.

Observando as curvas de $U_{p,z}$ dessas figuras, nota-se que em todos os casos há uma região próxima à parede do poço em que a partícula está sedimentando, sem ser carregada pelo fluido. Essa região é muito pequena, e varia com a vazão e ao longo do comprimento do poço. Conforme esperado, a região em que há sedimentação de partículas é maior na vazão mais baixa. O tamanho dessa região, entretanto, praticamente não varia com a posição do poço e a rotação da coluna.

Na vazão de 300gpm e sem rotação da coluna, ocorreria sedimentação das partículas em cerca de 4,3% da área a 300m do fundo do poço, e cerca de 4,5% da área a 700m do fundo. Na vazão de 500gpm , essas áreas caem para cerca de 2,3% da área a 300m do fundo e de 2,5% a 700m . Nas demais rotações, esses valores praticamente não se alteram.

Tratam-se de áreas muito pequenas e extremamente próximas à parede do poço. De fato, comparando a espessura dessas regiões com a espessura da partícula utilizada nos cálculos, nota-se que essa região tem menos de metade da espessura da partícula, nos piores casos (vazão de 300 gpm a 700 m do fundo do poço).

Nos casos simulados neste trabalho, entretanto, utilizou-se um fluido bastante viscoso, de características semelhantes aos fluidos típicos utilizados na indústria. Há casos, entretanto, em que se necessita utilizar fluidos menos viscosos, devido à estreita janela operacional de pressões no fundo do poço. Nesses casos, a velocidade terminal da partícula pode ser bastante maior do que a calculada no presente trabalho, e uma região maior pode resultar em sedimentação de partículas.

Para avaliar este efeito, pode-se comparar a velocidade da partícula com a $U_{p,z,U,T}$, ou seja, a velocidade calculada para a partícula considerando os campos de velocidade e temperatura como uniformes e iguais às respectivas médias no domínio, conforme metodologia costumeira da indústria do petróleo. Comparando-se a curva de $U_{p,z}$ com $U_{p,z,U,T}$, tem-se ideia de em que região a metodologia de considerar U e T uniformes superestima a velocidade de carregamento das partículas.

Fazendo essa comparação, nota-se que a metodologia usual da indústria superestima a velocidade de carregamento do cascalho em cerca de 34,4% da área para a vazão de 300gpm na posição a 300m do fundo do poço, e em cerca de 37% da área a 700m do fundo. Para a vazão de 500gpm , esses valores caem para cerca de 32% da área a 300m do fundo do poço e cerca de 33,8% da área a 700m do fundo.

Tem-se nas figuras ainda as curvas de $U_{p,z,U}$, a velocidade da partícula que resulta da consideração apenas da velocidade uniforme, mas com o campo de temperatura resultante das simulações. Comparando-se $U_{p,z,U}$ com $U_{p,z,U,T}$, tem-se ideia das regiões afetadas pela temperatura. Nas regiões em que $U_{p,z,U} > U_{p,z,U,T}$, o fato de desprezar os gradientes de temperatura está a favor da segurança, mas onde $U_{p,z,U} < U_{p,z,U,T}$, a metodologia usual de desprezar o gradiente radial de temperatura está contra a segurança, superestimando a capacidade de carregamento do fluido.

Fazendo essa comparação, nota-se que o fato de se desprezar o gradiente radial de temperatura superestima a capacidade de carreamento do fluido em cerca de 35% da área na vazão de 300gpm a 300m do fundo do poço, e em cerca de 49,3% da área a 700m do fundo. Na vazão de 500gpm, esses valores caem para cerca de 31% da área a 300m do fundo, e cerca de 45,4% da área a 700m do fundo. Resultados semelhantes são obtidos comparando $U_{p,z}$ com $U_{p,z,T}$.

Assim, a região em que o gradiente radial de temperatura resulta em um carreamento das partículas menor que o estimado pelo método tradicional da indústria pode ser bastante grande, de quase metade da área do anular.

Comparando $U_{p,z,T}$ com $U_{p,z,U,T}$, tem-se ideia das regiões afetadas pelo gradiente de velocidade. Nas regiões em que $U_{p,z,T} > U_{p,z,U,T}$, o fato de desprezar os gradientes de velocidade está a favor da segurança, mas onde $U_{p,z,T} < U_{p,z,U,T}$, a metodologia usual de desprezar o gradiente radial de velocidade está contra a segurança, superestimando a capacidade de carreamento do fluido. Nota-se que isso ocorre nas regiões próximas às paredes interna e externa.

Nos exemplos simulados neste trabalho, esse efeito não chega a impedir o carreamento das partículas, uma vez que ainda resulta em $U_{p,z} > 0$. Entretanto, em um caso em que se utilize um fluido menos viscoso ou uma vazão menor, essa região afetada pela temperatura poderia conduzir à conclusão de que há sedimentação, segundo os cálculos que consideram somente a força de arrasto. Ao se levar em conta a força de sustentação, entretanto, chega-se a outra conclusão.

A Figura 4.44 mostra um perfil radial das três componentes da força de sustentação para as maiores vazão e rotação, 500gpm e 150rpm, calculada conforme a metodologia proposta na seção 3.4.2.

Note-se que a força de sustentação é radial, uma vez que as componentes axial ($F_{sust,z}$) e tangencial ($F_{sust,\theta}$) são nulas. Isto ocorre para todas as vazões e rotações simuladas, ao longo de todo o poço, mas somente porque se considerou que $U_{p,\theta} = U_\theta$ e $U_{p,r} = 0$. Ao considerar as forças radiais, surgem componentes radiais de velocidade que modificam o sentido da velocidade relativa, e, conseqüentemente, da força de sustentação. Analogamente, se fosse considerado que $U_{p,\theta} \neq U_\theta$, a velocidade relativa teria uma componente na direção de \hat{e}_θ , e a força de sustentação não seria radial.

Como pode ser visto na Figura 4.44, a força de sustentação direciona a partícula em direção a uma região central do canal anular ($F_{sust,r} > 0$ em $r \lesssim 0,086m$, e $F_{sust,r} < 0$ em $r \gtrsim 0,086m$, de modo que a força de sustentação direciona a partícula para a posição de cerca de 0,086m, neste exemplo).

Portanto, a força de sustentação exercida pelo fluido nas partículas força as mesmas para a região central do anular, onde a velocidade do fluido é maior, facilitando o carreamento.

A força inercial centrífuga, entretanto, direciona as partículas para a parede

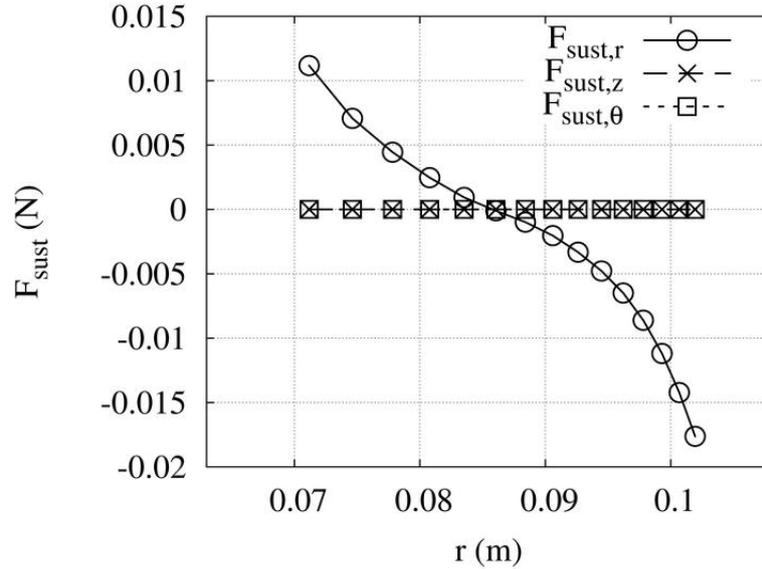


Figura 4.44: Perfil radial da força de sustentação a 500gpm e 150rpm, a 400m do fundo do poço.

externa do anular, justamente a região em que o carregamento é mais deficiente. Esta força aumenta com o quadrado da rotação da coluna, de modo que uma análise conjunta das forças de sustentação e centrífuga se faz necessária.

A Figura 4.45 mostra um perfil radial da força centrífuga que resulta da consideração de $U_{p,\theta} = U_\theta$, para o caso com vazão de 300 gpm, nas quatro rotações, a 400 m do fundo do poço.

As Figuras 4.46 e 4.47 mostram o perfil radial da resultante entre forças de sustentação e centrífuga, na direção radial, para as quatro rotações, nas vazões de 300 e 500 gpm, respectivamente, a 400 m do fundo do poço.

Note-se que todas as curvas têm um formato semelhante ao perfil da força de sustentação, mas que o aumento da rotação move a posição radial em que a força é nula para mais perto da parede externa. O senso comum na indústria do petróleo é de que o aumento da rotação da coluna melhora o transporte dos cascalhos. Embora isso realmente aconteça, os resultados obtidos nos problemas simulados neste trabalho mostram que o aumento da rotação apenas move as partículas para mais próximo da parede externa do anular, devido à força centrífuga.

De fato, nas simulações realizadas, o principal responsável pela força de sustentação que age sobre as partículas é o gradiente da componente axial da velocidade, e não o da componente tangencial. Isso pode ser verificado nas Figuras 4.48 e 4.49, em que se pode ver um perfil radial da componente radial da força de sustentação para as vazões de 300 e 500gpm, respectivamente, nas quatro rotações simuladas. Note-se que, em ambos os casos, o aumento da rotação causa pouco efeito na força de sustentação na região próxima às paredes, causando apenas um

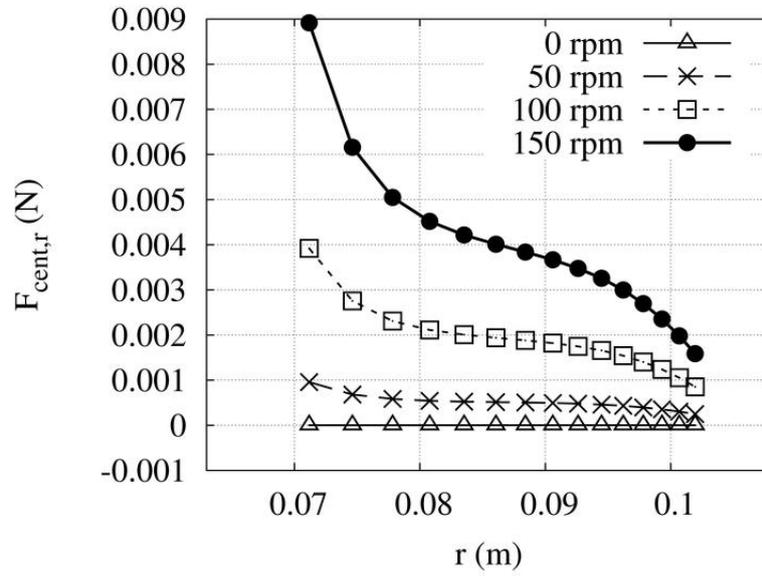


Figura 4.45: Perfil radial da força inercial centrífuga a 300gpm nas quatro rotações, a 400 m do fundo do poço.

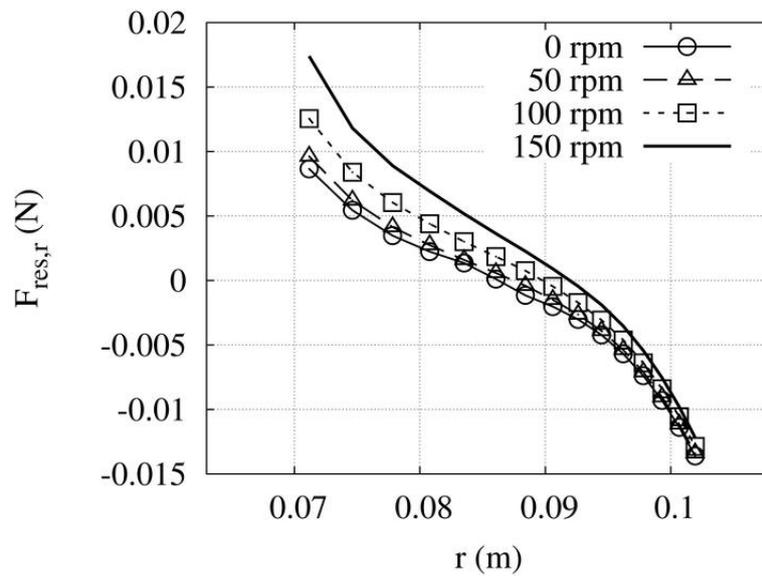


Figura 4.46: Perfil radial da resultante entre as forças centrífuga e de sustentação a 300gpm nas quatro rotações, a 400 m do fundo do poço.

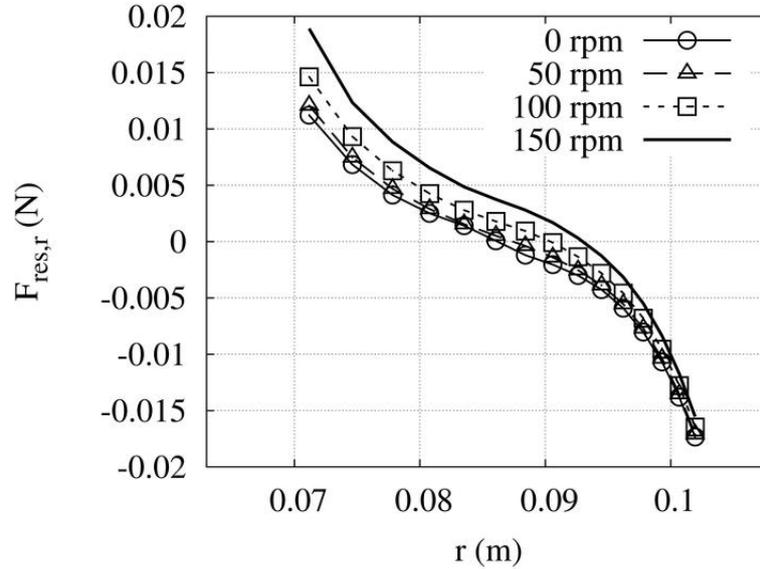


Figura 4.47: Perfil radial da resultante entre as forças centrífuga e de sustentação a 500gpm nas quatro rotações, a 400 m do fundo do poço.

leve efeito de aumentar essa força na região central, especialmente na menor vazão.

Já a Figura 4.50 mostra um perfil radial da componente radial da força de sustentação para as três vazões, na mesma rotação de 100rpm , em que se pode ver claramente que com o aumento da vazão a força de sustentação também aumenta, sendo esse efeito maior do que com o aumento da rotação. A Figura 4.51 mostra o perfil radial da força resultante radial, com a inclusão da força inercial centrífuga, para as três vazões na rotação de 150 rpm .

Entretanto, vale salientar que esse resultado foi prejudicado pela consideração de que a partícula gira com o fluido, com $U_{p,\theta} = U_\theta$, o que só seria correto ao desconsiderar as forças radiais.

De fato, analisando a expressão da força de Saffman (Equação 2.217), pode-se concluir que, se a partícula girar com qualquer velocidade inferior à do fluido ($U_{p,\theta} < U_\theta$), surge uma componente da força de sustentação na direção radial com sentido para o eixo central (sentido de $-\hat{e}_r$), devida à rotação do fluido. Se $U_{p,\theta} < U_\theta$, há uma componente da velocidade relativa entre o fluido e a partícula com o sentido de \hat{e}_θ , ou seja, $(\mathbf{U} - \mathbf{U}_p)_\theta > 0$. A componente axial da velocidade do fluido, U_z , gera uma componente tangencial do rotacional do fluido, $(\nabla \times \mathbf{U})_\theta > 0$, e a componente tangencial, U_θ , gera uma componente axial do rotacional com o sentido de $-\hat{e}_z$, ou seja, $(\nabla \times \mathbf{U})_z < 0$. Devido à componente $(\mathbf{U} - \mathbf{U}_p)_\theta$ da velocidade relativa e à componente $(\nabla \times \mathbf{U})_z$ do rotacional, o produto vetorial $(\mathbf{U} - \mathbf{U}_p) \times (\nabla \times \mathbf{U})$ da Equação 2.217 tem uma componente radial com sentido de $-\hat{e}_r$, devida à rotação do fluido. Essa componente cresce com o aumento da velocidade relativa na direção tangencial, ou seja, com o aumento da velocidade de rotação da coluna.

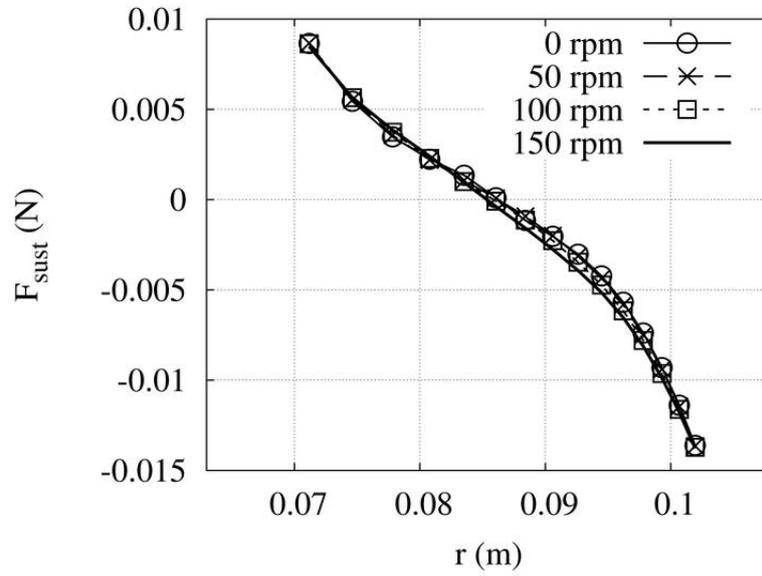


Figura 4.48: Perfil radial da força de sustentação a 300gpm para as quatro rotações, a 400m do fundo do poço.

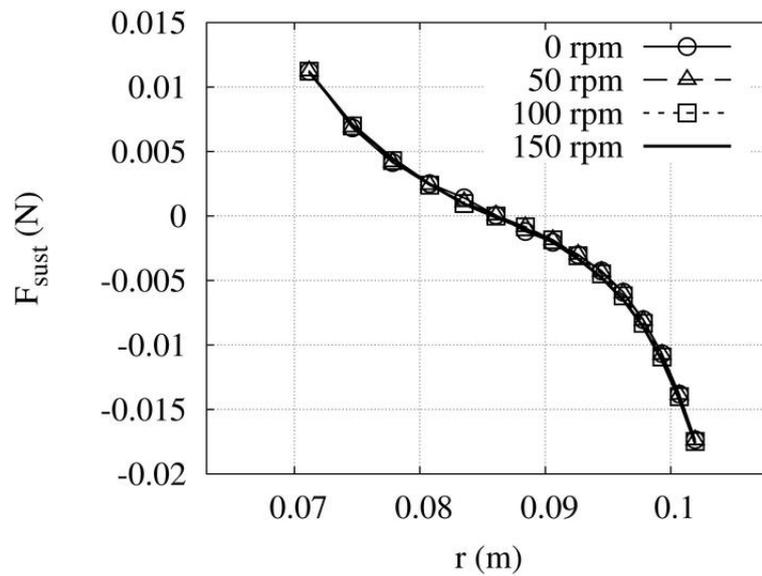


Figura 4.49: Perfil radial da força de sustentação a 500gpm para as quatro rotações, a 400m do fundo do poço.

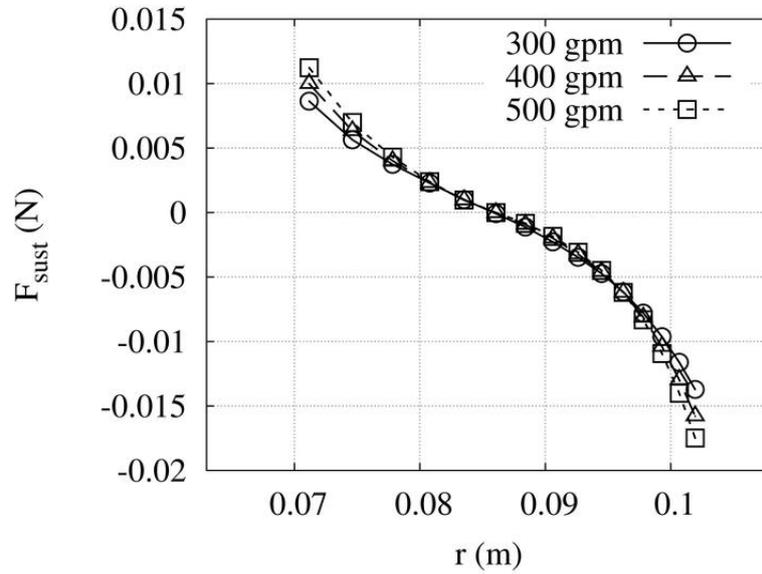


Figura 4.50: Perfil radial da força de sustentação a nas três vazões simuladas, na rotação de $100rpm$, a $400m$ do fundo do poço.

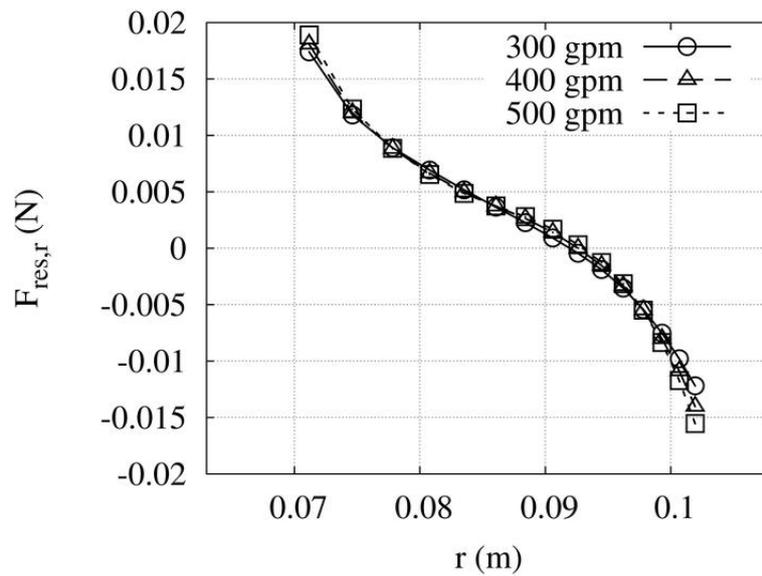


Figura 4.51: Perfil radial da resultante entre as forças de sustentação e centrífuga nas três vazões simuladas, na rotação de $150rpm$, a $400m$ do fundo do poço.

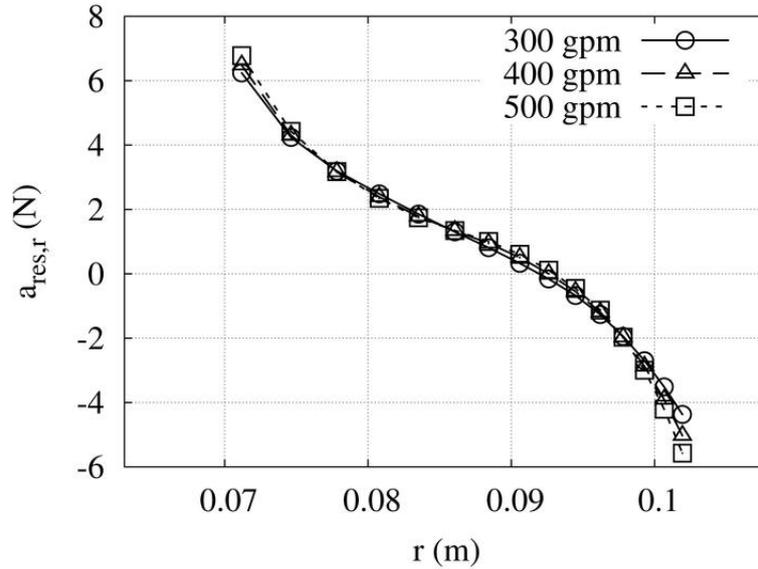


Figura 4.52: Perfil radial da aceleração resultante radial nas três vazões simuladas, na rotação de $150rpm$, a $400m$ do fundo do poço.

Além disso, $U_{p,\theta} < U_\theta$ resultaria em uma força centrífuga menor que a apresentada neste trabalho, e ambos os efeitos fariam com que a posição radial em que a força resultante radial se anula se movesse para um raio menor do que o apresentado nas Figuras 4.46 e 4.47, para as rotações maiores.

Embora essas forças radiais apresentadas possam parecer pequenas, de fato elas geram grandes acelerações nas partículas, devido à pequena massa destas. Na Figura 4.52, pode-se ver a aceleração, na direção radial e também direcionada para a região central do anular, gerada por essas forças de sustentação e centrífuga nas três vazões simuladas, na rotação de $150rpm$, a $400m$ do fundo do poço.

As acelerações observadas na região mais próxima às paredes são da ordem de 4 a $7m/s^2$, ou seja, da ordem de grandeza da aceleração gravitacional! Esse perfil de aceleração significa que uma partícula isolada inicialmente próxima à parede iniciaria um movimento oscilatório amortecido em direção à região central do anular. Este movimento seria helicoidal, devido à rotação, com passo e raio variável, devido à variação da viscosidade aparente com a temperatura.

A grandeza da aceleração de sustentação leva a crer que as regiões de sedimentação das partículas próximas às paredes do anular, conforme Figuras 4.32 a 4.43, têm pouca importância na eficiência do carregamento de cascalho pelo fluido de perfuração, uma vez que a força de sustentação move as partículas em direção ao seio do anular, onde a velocidade do fluido é, conseqüentemente, a eficiência de carregamento, é maior.

Mesmo a força centrífuga impulsionando as partículas em direção à parede externa, ela é menor na região próxima a esta parede, e a força de sustentação pre-

valece, de modo que a resultante ainda é nula em uma posição radial em que a velocidade de carregamento é maior que a calculada com velocidade e temperatura médias.

A análise feita levando em conta apenas a força de arrasto, como é costumeiro da indústria de petróleo para poços verticais, subestima a capacidade de transporte de sólidos do fluido. De fato, os resultados dos casos teste simulados neste trabalho levam a crer que a metodologia usual de se desprezar os gradientes radiais de temperatura e velocidade no transporte de sólidos pelo fluido de perfuração acaba por ser conservadora, pois, apesar dos gradientes de temperatura e velocidade causarem um carregamento pior na região próxima às paredes, a força de sustentação afasta as partículas dessa região, movendo-as em direção à região central, em que a capacidade de carregamento é maior que a média, resultando em um transporte de sólidos melhor do que se estima com a velocidade e temperatura médias.

Analisando as Figuras 4.46 e 4.47, nota-se que a resultante entre as forças de sustentação e centrífuga implica que haverá uma região radial em que as partículas tendem a se concentrar. Essa região varia com a rotação, sendo em torno de $r = 0,086\text{ m}$ para a rotação de 0 rpm e $r = 0,092\text{ m}$ para a rotação de 150 rpm .

Comparando as Figuras 4.46 e 4.47 com as Figuras 4.32, 4.33, 4.40 e 4.41, observa-se que a velocidade de carregamento das partículas nessas regiões é maior que a estimada com a velocidade e temperatura médias. Essa comparação pode ser vista nas Figuras 4.53 e 4.54, que trazem a região em que a força resultante radial se anula para as quatro rotações nos gráficos da força e das velocidades de carregamento, respectivamente, para a vazão de 300 gpm a 400 m do fundo do poço. Nota-se claramente, na Figura 4.54, que a velocidade de carregamento é subestimada quando avaliada na temperatura e velocidade médias. A Figura 4.54 foi feita para o caso sem rotação, mas já foi demonstrado que esses perfis das componentes axiais da velocidade praticamente não se alteram com a rotação, de modo que a comparação vale para as 4 rotações.

Na vazão de 300 gpm e rotação de 0 rpm , a velocidade de carregamento calculada neste trabalho com a temperatura e velocidade resultantes das simulações é cerca de 27% maior que a estimada pelas médias, na região de força radial nula. Na vazão de 300 gpm e rotação de 150 rpm , é cerca de 22% maior. Na vazão de 500 gpm e rotação de 0 rpm , é cerca de 21% maior, e na rotação de 150 rpm , cerca de 19% maior.

Naturalmente, o cálculo da força de sustentação realizado neste trabalho é apenas uma simplificação, pois considera o modelo de uma partícula isolada imersa inicialmente em cada posição da malha e girando à mesma velocidade do fluido, quando na realidade há uma população de partículas.

Especialmente neste caso, em que a força de sustentação direciona todas as

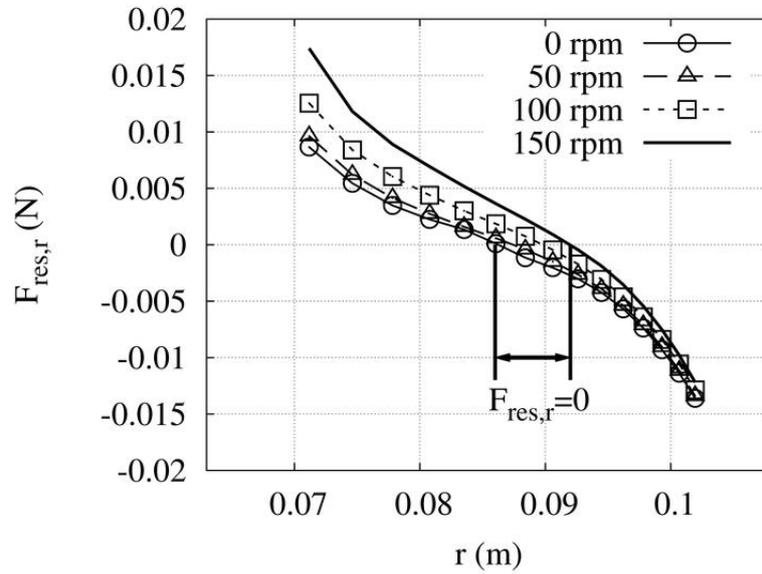


Figura 4.53: Região em que a força resultante radial se anula, para as 4 rotações, para 300 *gpm*, a 400 *m* do fundo.

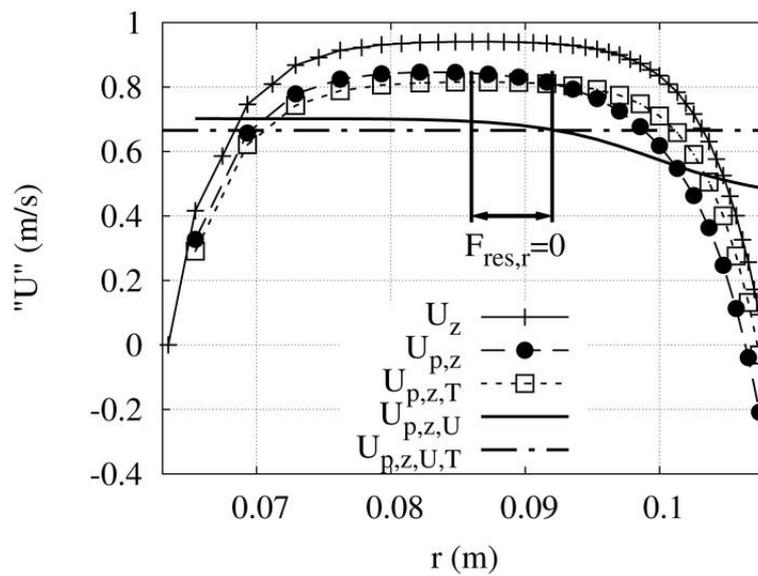


Figura 4.54: Perfil radial das velocidades de carregamento, com a região em que a força radial se anula indicada, para 300 *gpm*, a 400 *m* do fundo.

partículas para a mesma região central do anular, o efeito de população é importante, pois a análise de cada partícula isolada implicaria que todas as partículas, independentemente de sua posição inicial, seriam direcionadas para o mesmo lugar.

O resultado desse efeito de população é uma maior concentração de partículas no seio do anular, mas não exatamente a presença de todas elas na mesma posição radial, como seria esperado pela análise das forças sobre uma partícula isolada.

4.3.3 Análise da Perda de Carga

Foi feita também a comparação da perda de carga ao longo do anular entre os diversos casos simulados e o estimado pelo método usual da indústria do petróleo (correlação proposta por API (2009), conforme seção 2.8).

No regime laminar, essa correlação nada mais é que a solução analítica para o fluido de potência, em um caso isotérmico, completamente desenvolvido e sem rotação, com a simplificação do anular “desenrolado” na forma de uma fenda entre duas placas planas paralelas.

Para verificar o bom funcionamento do *solver* desenvolvido neste trabalho, a perda de carga resultante de uma simulação isotérmica com um fluido de potência em regime laminar e sem rotação deve resultar muito semelhante ao resultado da correlação (com o erro devido à aproximação do anular por placas planas e ao aquecimento por dissipação viscosa).

Essa comparação foi feita para as vazões de 300 e 500 *gpm*, e o resultado pode ser visto na Figura 4.55.

A perda de carga resultante das simulações é praticamente igual à calculada pela correlação da indústria. Existe uma pequena diferença, devido provavelmente a três efeitos:

- a correlação proposta por API (2009) é a solução analítica de um fluido escoando em uma fenda entre duas placas planas paralelas, e não em um anular (o erro é tanto maior quanto maior a diferença entre os raios interno e externo);
- a simulação não é totalmente isotérmica (todas as condições de contorno e a condição inicial foram fixadas à mesma temperatura, mas houve um certo aquecimento devido à dissipação viscosa);
- há efeitos de extremidade na simulação, que não ocorrem na solução analítica, uma vez que ela é obtida assumindo o escoamento completamente desenvolvido.

A aproximação do anular por um canal entre placas planas paralelas para obter a solução analítica proposta por API (2009) faz com que o perfil de velocidade da

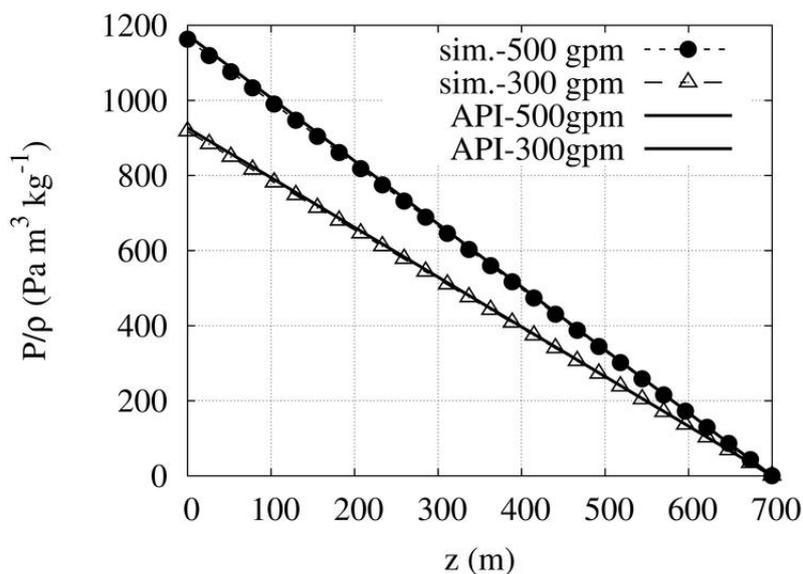


Figura 4.55: Comparação da perda de carga resultante de simulações isotérmicas com o fluido de perfuração ajustado a um modelo de potência nas vazões de 300 e 500 *gpm*, sem rotação, e os resultados do cálculo pelo método tradicional recomendado por API (2009).

aproximação fique simétrico em relação ao raio médio do anular, enquanto o perfil de velocidade da solução do anular não é perfeitamente simétrico, mas levemente distorcido em direção ao raio menor. Essa comparação pode ser vista na Figura 4.56.

Esse efeito resulta em uma perda de carga levemente maior no caso da correlação proposta por API (2009). Em diferenças maiores entre o diâmetro interno e externo, a aproximação do anular por placas planas se torna mais grosseira, e o erro da solução analítica proposta por API (2009) se torna maior.

Voltando aos casos teste com transferência de calor simulados neste trabalho, a perda de carga ao longo dos 700m de anular para a vazão de 300 *gpm* nas quatro rotações simuladas pode ser vista na Figura 4.57, e nas vazões de 400 e 500 *gpm* nas Figuras 4.58 e 4.59.

Na vazão de 300 *gpm* e sem rotação, o resultado da simulação foi bastante condizente com o previsto pela correlação recomendada por API (2009) na temperatura média. Conforme se aumenta a rotação, entretanto, observa-se uma redução da perda de carga dos casos simulados, não prevista pela correlação usualmente utilizada na indústria do petróleo, uma vez que esta não leva em consideração a rotação.

A redução da perda de carga com o aumento da rotação ocorre devido ao aumento da taxa de cisalhamento nas proximidades das paredes, o que faz com que a viscosidade aparente seja reduzida, reduzindo a perda de carga. Um resultado conhecido da indústria é que esse comportamento é observado em vazões baixas, sendo

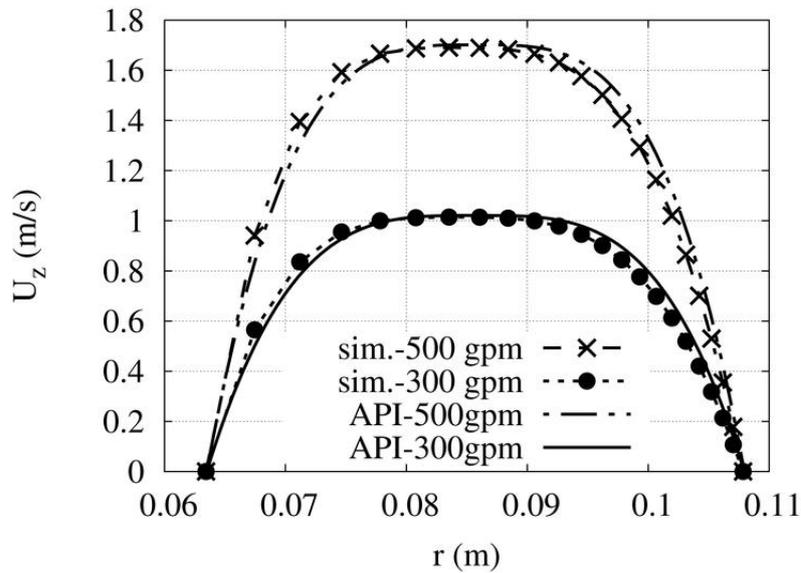


Figura 4.56: Comparação do perfil de velocidade resultante de simulações isotérmicas com o fluido de perfuração ajustado a um modelo de potência nas vazões de 300 e 500 *gpm*, sem rotação, e os resultados do cálculo pela solução analítica proposta por API (2009), a 400m do fundo do poço.

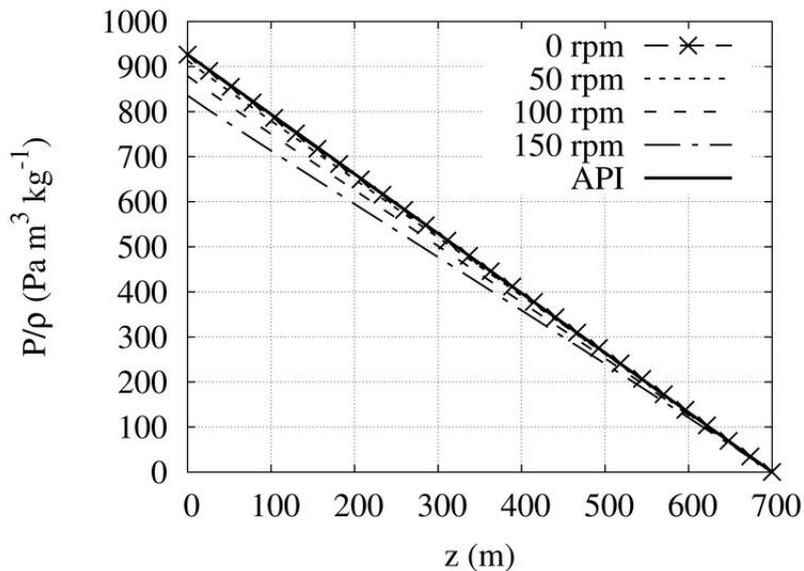


Figura 4.57: Perfil axial de pressão na vazão de 300 *gpm* nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional da indústria de petróleo recomendado por API (2009).

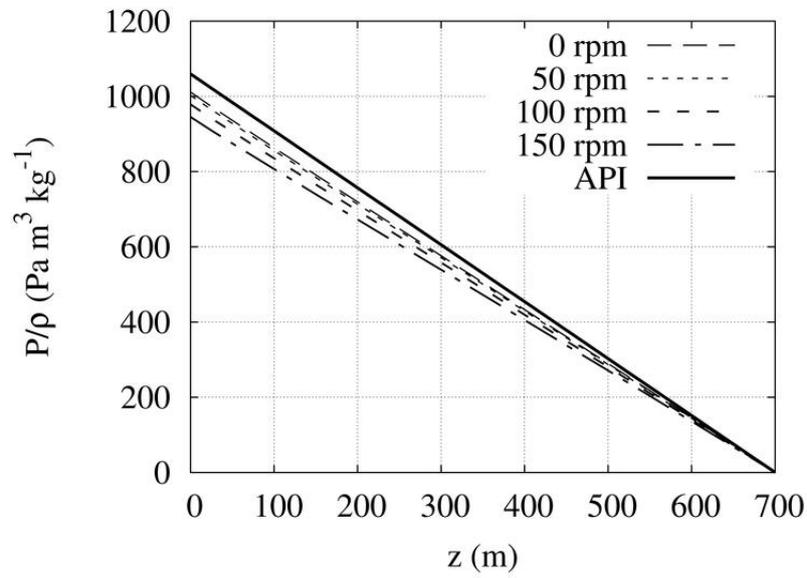


Figura 4.58: Perfil axial de pressão na vazão de 400gpm nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional da indústria de petróleo recomendado por API (2009).

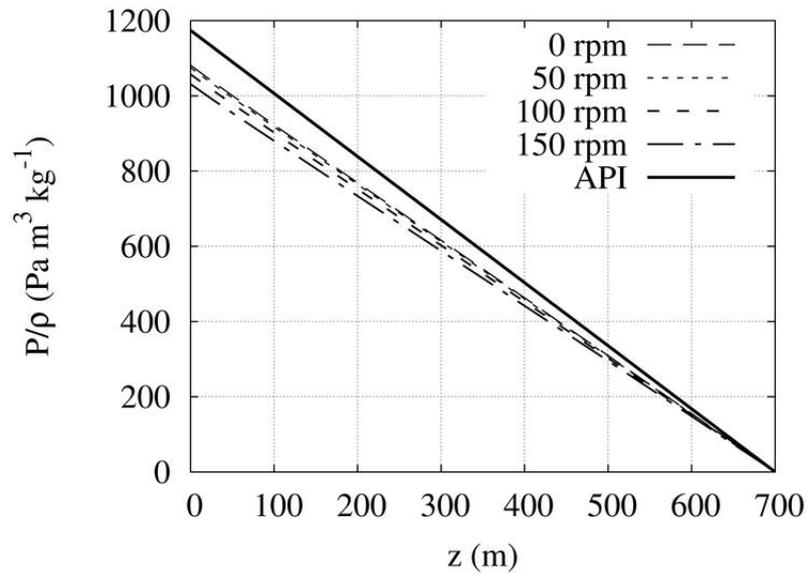


Figura 4.59: Perfil axial de pressão na vazão de 500gpm nas quatro rotações e calculada pelo método tradicional da indústria de petróleo recomendado por API (2009).

atenuado com o aumento da vazão. A partir de uma certa vazão suficientemente elevada, espera-se que o comportamento venha a se inverter, e a perda de carga passe a ser crescente com o aumento da rotação.

As vazões simuladas neste trabalho não chegaram nesse ponto, mas é possível observar uma tendência a reduzir a diferença da perda de carga nas diferentes rotações, conforme se aumenta a vazão. A diferença de perda de carga total nos 700m entre o caso sem rotação e o caso com rotação de 150rpm foi de 9,8% na vazão de 300gpm, enquanto a 400gpm essa diferença é reduzida para 6,5%, e a 500gpm para 4,6%.

Observa-se também que o erro na correlação utilizada na indústria do petróleo cresce com o aumento da vazão. Como a correlação se trata de uma solução analítica aproximada para um fluido de potência em um caso isotérmico, pode-se concluir que o erro que se observa é devido à temperatura não ser uniforme e ao fluido não se ajustar tão bem ao modelo de potência quanto ao de Carreau-Yasuda. Há também o erro da aproximação do anular por placas planas paralelas e dos efeitos de extremidades, mas a Figura 4.55 mostrou que nos diâmetros e comprimentos simulados neste trabalho esse erro é pequeno.

Com o aumento da vazão, observa-se que a temperatura média é reduzida, consequentemente aumentando a viscosidade aparente e a perda de carga resultante da correlação, que foi avaliada na temperatura média. Entretanto, a temperatura na região próxima à parede externa nos casos não isotérmicos simulados é muito maior que a média (conforme Figuras 4.20 a 4.26). Isso faz com que a viscosidade aparente na região próxima a essa parede seja baixa, resultando em uma perda de carga menor do que a prevista pela correlação.

Para corroborar a observação anterior de que a redução na perda de carga devido à rotação é menor em vazões mais elevadas, foram realizadas simulações nas vazões de 1500gpm, sem rotação e com rotação da coluna de 100rpm. O resultado pode ser visto na Figura 4.60.

Na vazão de 1500gpm, não se nota diferença entre a perda de carga do caso sem rotação e do caso com rotação de 100rpm, em enorme contraste com a diferença observada nas vazões menores. O senso comum da indústria de que em vazões suficientemente elevadas a perda de carga passa a crescer com o aumento da rotação não foi observado nas simulações.

Como a vazão de 1500gpm já resulta um número de Reynolds generalizado da ordem de 2000, pode ser que a inversão no comportamento da perda de carga com a rotação só ocorra no regime turbulento, não contemplado pelos *solvers* desenvolvidos neste trabalho. Possivelmente, esse efeito é observado justamente porque a rotação induz a turbulência antes do previsto ao desprezá-la.

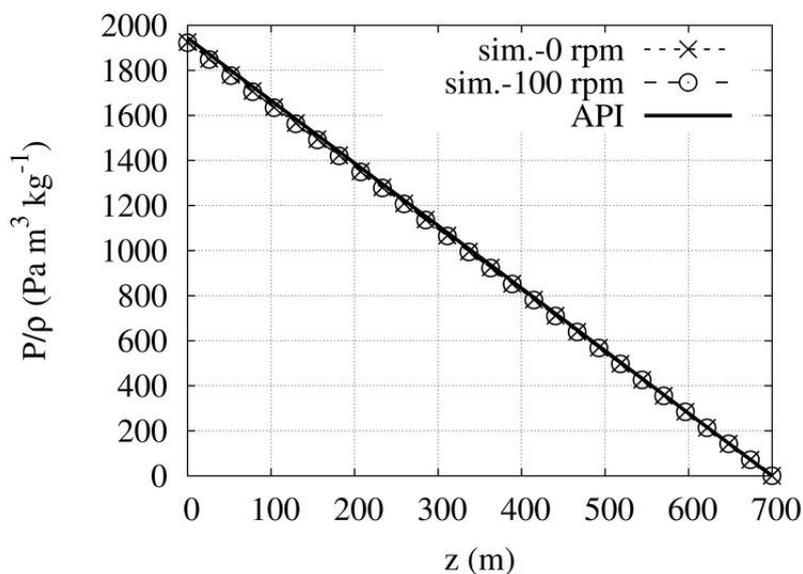


Figura 4.60: Comparação da perda de carga resultante de simulações isotérmicas com o fluido de perfuração ajustado a um modelo de potência na vazão de 1500gpm , sem rotação e com rotação de 100rpm , e o resultado do cálculo pelo método tradicional recomendado por API (2009).

4.4 Exemplo de Poço Horizontal

Na seção 4.3, observou-se que a transferência de calor para o fluido no interior da coluna em alguns casos simulados era tão pequena que se pôde fazer a simplificação de simular apenas o anular, com um perfil de temperatura fixo na parede interna. Foi comentado, entretanto, que em muitos casos o acoplamento da transferência de calor entre o fluido no anular, o sólido da coluna e o fluido no interior da mesma é fundamental.

Para avaliar a importância do acoplamento, foi feita a simulação de um trecho de poço horizontal, de mesmas dimensões daquele da seção 4.3, com vazão de 300gpm e rotação de 100rpm (parâmetros de um dos casos daquela seção). A diferença em relação ao caso vertical, além da direção da força gravitacional, é a condição de contorno para a temperatura na parede externa do anular. No caso vertical, era o perfil geotérmico, com uma temperatura de $370,45\text{K}$ no fundo do poço, mas que caía linearmente até cerca de 340K no topo. No poço horizontal, é uma temperatura fixa de $370,45\text{K}$ ao longo de todo o trecho, o que aumenta o aquecimento do fluido.

A Figura 4.61 mostra alguns perfis de temperatura radiais. Neste caso, o acoplamento entre as diferentes regiões ainda não é tão importante, mas se observa que a camada limite térmica está se aproximando da parede interna.

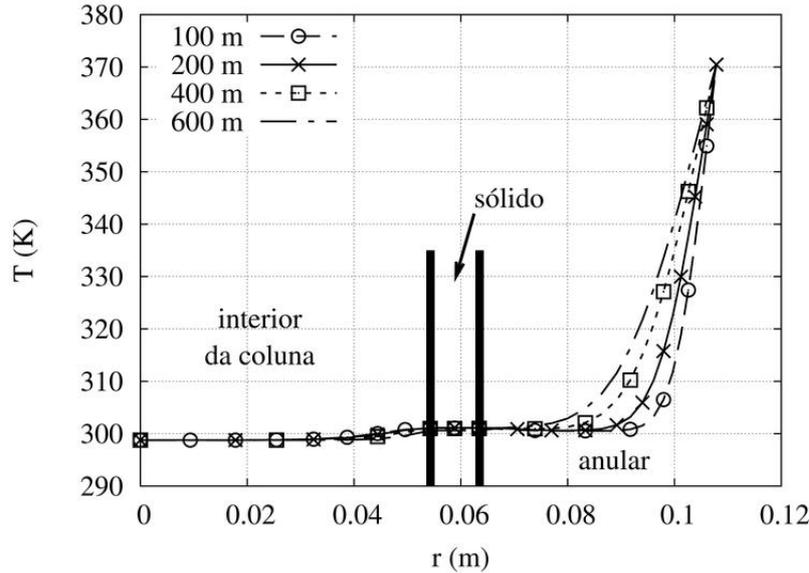


Figura 4.61: Perfis radiais de temperatura na simulação do poço horizontal.

4.5 Exemplo de Poço de Maior Diâmetro

A exemplo da seção 4.4, para avaliar mais uma vez a importância do acoplamento na transferência de calor, foi levada a cabo a simulação de um poço vertical de diâmetro externo maior, igual a $0,311\text{ m}$ ($12\frac{1}{4}$ polegadas), correspondente a uma fase intermediária de um poço de petróleo, na vazão de 500 gpm e rotação de 100 rpm , parâmetros utilizados em um dos casos da seção 4.3.

Nesta simulação, como a velocidade é reduzida devido ao aumento da área da seção transversal do anular, a transferência de calor é aumentada. Isso pode ser visto na Figura 4.62, que mostra alguns perfis de temperatura radiais. Entretanto, mesmo neste exemplo o acoplamento térmico não foi de grande importância, visto que a transferência de calor para o interior da coluna ainda foi pequena.

4.6 Estimativa do custo computacional da simulação de um poço completo

Será apresentada a seguir uma estimativa simplificada do custo computacional da simulação de um poço completo.

Após a realização das simulações apresentadas neste trabalho, conseguiu-se adaptar a utilização da condição de contorno do tipo *wedge* para simulação com malhas em cunha em multi-domínio, eliminando a necessidade da simulação tridimensional com acoplamento nos casos axissimétricos. Isso tende a reduzir drasticamente o custo computacional da simulação de casos axissimétricos em que o acoplamento

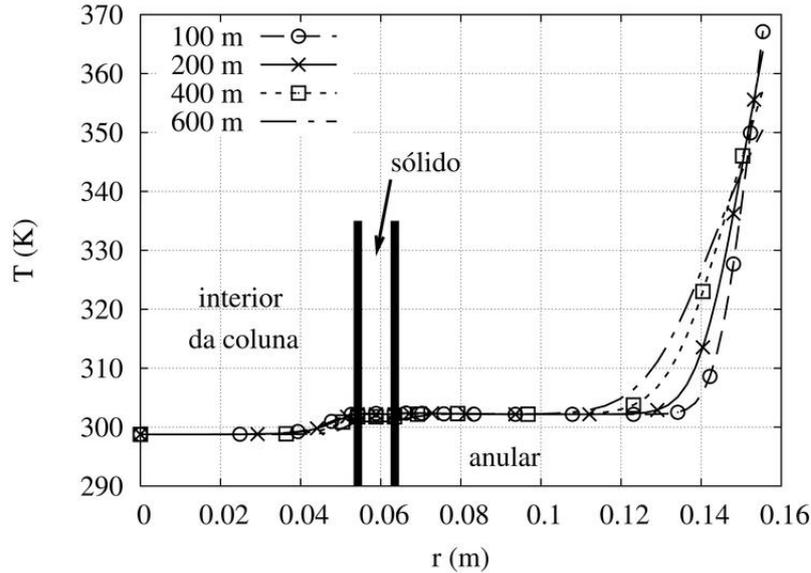


Figura 4.62: Perfis radiais de temperatura na simulação do poço de diâmetro $0,311\text{ m}$ ($12\frac{1}{4}''$).

multi-região é importante.

Na seção 4.2, comentou-se o tempo aproximado das simulações multi-domínio realizadas neste trabalho. Desprezando o custo adicional da comunicação entre os diferentes processos, pode-se considerar que o tempo computacional da simulação de uma malha com N volumes em 1 processo é praticamente igual ao da simulação de uma malha com nN volumes em n processos.

Um poço de petróleo típico tem, por exemplo, 4000 m de profundidade na fase de $8\frac{1}{2}''$, simulada neste trabalho. O diâmetro externo do poço revestido é levemente maior, mas a malha provavelmente poderia ter o mesmo número de volumes. Em poços submarinos, entretanto, o *riser* de perfuração tem tipicamente um diâmetro de cerca de $19\frac{1}{4}''$, de modo que o volume da malha por metro de *riser* seria cerca de 5 vezes o volume da malha por metro da fase de $8\frac{1}{2}''$. O comprimento deste trecho depende da lâmina d'água da região em que é perfurado o poço.

Como para simular a condição de contorno externa ao *riser* seria necessário incluir a convecção natural ao *coupledMRNINNF*, o que ainda não foi feito, será considerado, para comparação, um poço terrestre.

Então o poço típico de 4000 m teria uma malha em cunha com 0,57 vezes o número de volumes do trecho de 700 m analisado neste trabalho. Sendo assim, mantendo-se o mesmo número de volumes por processo utilizado nas simulações realizadas neste trabalho (seção 4.2), pode-se estimar de modo grosseiro que para simular o poço de 4000 m seriam necessários 2 processos durante cerca de 13 dias para a malha grosseira inicial, e mais 6 processos durante cerca de 15 dias para a malha refinada. Outra estimativa, considerando o tempo de rodada proporcional

a uma potência de 1,5 do número de volumes, conduz à conclusão de que seriam necessários 4 processos durante cerca de 6 dias para a malha grosseira e mais 12 processos durante cerca de 6 dias para a malha refinada.

Nas fases iniciais dos poços, os diâmetros são maiores (portanto as malhas têm mais divisões na direção radial), mas os comprimentos menores (portanto menos divisões na direção axial).

O tempo de simulação de um poço inteiro pode ser maior que o estimado acima, por um efeito não levado em consideração: devido ao poço completo ser mais longo que o trecho de 700 *m*, o tempo de residência é maior, o que pode fazer com que o estado estacionário fique mais distante.

Capítulo 5

Conclusões

5.1 Sobre o *coupledMRNINNF* e o *NINNF*

Os testes realizados com casos simplificados em comparação com os resultados de outros *solvers* do *OpenFOAM*® deram os mesmos resultados que estes outros *solvers*. Os testes realizados com sólidos, para averiguar o correto funcionamento do acoplamento multi-domínio da transferência de calor, resultaram exatamente a solução analítica do problema (seção 4.1). As simulações de perda de carga no escoamento isotérmico e sem rotação de fluidos de potência resultaram o esperado, conforme cálculos realizados com as recomendações de API (2009). Pelos resultados apresentados, conclui-se que ambos os *solvers* desenvolvidos, *coupledMRNINNF* e *NINNF*, estão funcionando bem, apresentando resultados coerentes.

O maior tempo de simulação foi resolvendo a equação da pressão, que apresentou difícil convergência. Foram inclusive implementadas algumas correções apenas para garantir a convergência da equação da pressão. Essa dificuldade de convergência é devido ao mau condicionamento do problema, pelo fato de um poço de petróleo ter tipicamente um comprimento quatro ordens de grandeza superior ao seu diâmetro, resultando em malhas muito grandes, ou com má razão de aspecto.

Foi observado que reduzindo a razão de aspecto da malha através de um refinamento na direção axial, os problemas de convergência da equação da pressão não são mais observados, a ponto de se poder eliminar o laço externo de convergência do tipo *PIMPLE*, bem como a avaliação da variação da pressão. Inconvenientemente, o refinamento adicional da malha faz com que os cálculos fiquem mais lentos, devido ao maior número de volumes.

Otimizando essas malhas, entretanto, pode ser possível melhorar bastante a convergência, a ponto do maior número de volumes ser compensado pela melhora da convergência, reduzindo o tempo global de simulação.

5.2 Sobre os exemplos simulados

Através dos exemplos simulados, tiraram-se algumas conclusões:

1. a simulação do trecho de $700m$ da fase de $8\ 1/2''$ acarreta em pouco aquecimento do fluido no interior da coluna para vazões acima dos $300gpm$ simulados, resultando uma variação de menos de $0,5K$ na parede interna do anular ao longo dos $700m$;
2. a observação do item 1 torna possível executar a simulação somente do anular, sem realizar o acoplamento com a coluna, desde que se tenha ideia do perfil de temperatura a definir como condição de contorno na parede interna;
3. observou-se que desde que o escoamento permaneça laminar, as vazões maiores que $300gpm$ resultarão em ainda menos aquecimento, de modo que a utilização do perfil que resultou da simulação com $300gpm$ não erra em mais de $0,5K$;
4. para tornar a simplificação mais versátil, pode ser desenvolvido um modelo simplificado para realizar o acoplamento, conforme sugerido no Apêndice B;
5. nos exemplos simulados, observou-se que o perfil de temperatura não sofre grande influência da rotação, e que o efeito é menor nas vazões mais elevadas;
6. o perfil da componente axial da velocidade é achatado em comparação com o perfil parabólico de um fluido Newtoniano, e fica levemente menos achatado nas rotações maiores, devido à redução da viscosidade aparente pelo aumento da taxa de cisalhamento, devido à rotação;
7. esse efeito do perfil de velocidade menos achatado nas rotações maiores parece pequeno, mas é o responsável pela perda de carga menor nas rotações maiores;
8. o perfil da componente tangencial da velocidade se apresenta achatado no centro e bastante inclinado próximo às paredes, devido à menor viscosidade aparente nessa região. O efeito da vazão nesses perfis é pequeno;
9. na análise do transporte de sólidos, observou-se que considerando apenas a força de arrasto pode-se superestimar a velocidade de transporte de sólidos em mais de 30% da área ao ignorar o gradiente radial de temperatura;
10. observa-se também que há sedimentação das partículas em 4,3% da área na vazão de $300gpm$ ou 2,5% da área na vazão de $500gpm$, considerando apenas a força de arrasto;

11. ao calcular a força de sustentação, entretanto, nota-se que ela é direcionada para o seio do anular, onde a velocidade de carregamento é maior do que a estimada pelas propriedades médias;
12. apesar da força inercial centrífuga ser direcionada para a parede externa do anular, a resultante entre ela e a força de sustentação ainda é direcionada para o seio do anular em todas as simulações realizadas, embora a posição radial em que esta resultante se anula seja mais próxima da parede externa nas rotações maiores;
13. a aceleração resultante das forças de sustentação e centrífuga é bastante grande, da ordem de grandeza da aceleração da gravidade, movendo rapidamente as partículas em direção ao seio do anular, onde o carregamento é mais eficiente;
14. essa análise da partícula isolada considerando as forças de sustentação e centrífuga leva à conclusão de que o cálculo do carregamento pela velocidade e temperatura médias do fluido é conservador, pois resulta velocidades de carregamento em torno de 20% menores que as calculadas considerando os campos de velocidade e temperatura. Foi comentado, no entanto, que no caso real de uma população de partículas, o efeito de população pode impedir que as partículas se movam em direção ao seio do anular;
15. a análise da perda de carga mostrou que nos casos isotérmicos e sem rotação, a correlação usual da indústria é bastante boa, superestimando levemente a perda de carga. Nos exemplos não isotérmicos estudados, entretanto, a correlação recomendada por API (2009) superestima bastante a perda de carga;
16. o aumento da rotação da coluna implica em uma redução da perda de carga, e esse efeito é maior nas vazões menores. Nas rotações elevadas, o erro da correlação recomendada por API (2009) se torna ainda maior, principalmente nas vazões pequenas.

5.3 Desenvolvimentos Futuros

Com algumas modificações nos *solvers* desenvolvidos neste trabalho, sua aplicabilidade poderia ser muito estendida. A seguir, são apresentadas algumas sugestões de modificações ou extensão dos códigos.

1. Já é possível simular o escoamento de pastas de cimento, desde que se despreze o calor de hidratação das mesmas. Incluindo-se o calor de hidratação como um termo fonte na equação da energia, entretanto, seria possível simular

inclusive a transferência de calor durante a cura do cimento, após o mesmo posicionado na região a ser cimentada.

2. Criando-se outro tipo de região fluida, é possível implementar a convecção natural, podendo-se simular a transferência de calor para a água do mar. Para isso, é necessário implementar, para esse outro tipo de região fluida, a massa específica como uma função da temperatura e da pressão, e implementar um modelo de convecção natural, como o de Boussinesq, na resolução das equações. De fato, algo assim já está implementado no *solver chtMultiRegionFoam*, já disponível no *OpenFOAM*® versão *1.6-ext*, em que as regiões fluidas são definidas como Newtonianas e compressíveis, e a transferência de calor leva em consideração a convecção natural. É também possível levar em consideração a convecção natural através da condição de contorno para a parede externa do *riser*, utilizando-se de alguma correlação, evitando o custo computacional de resolver uma região fluida a mais.
3. Implementando um modelo de turbulência, o uso dos *solvers* não estaria mais restrito ao regime laminar. É necessário utilizar algum modelo aplicável a fluidos não Newtonianos, como aqueles citados na seção 2.6.4.
4. Tanto as malhas quanto os códigos podem ser otimizados para redução do tempo de *CPU* das simulações.
5. Os casos em que a transferência de calor para o interior da coluna é pequena poderiam ser simulados de maneira muito mais rápida considerando-se apenas o anular, com uma malha em cunha, se houvesse uma maneira aproximada de realizar, mesmo que de maneira simplificada, o acoplamento com o interior da coluna. O desenvolvimento de um modelo e um código computacional para realizar tal acoplamento simplificado é discutido no Apêndice B.
6. Outra possibilidade de simplificação das simulações seria convergir inicialmente os campos de velocidade e pressão, e posteriormente passar a resolver apenas as equações de energia, atualizando a resolução dos campos de velocidade e pressão a cada N passos de tempo. A motivação vem dos fatos de que nos problemas simulados a maior parte do tempo computacional foi resolvendo a equação da pressão, mas o tempo característico da transferência de momento é muito menor do que da transferência de energia. Nas simulações realizadas, observou-se que após poucos segundos os campos de velocidade e pressão passavam a variar muito pouco, passando a se corrigir apenas pela variação do campo de viscosidade devido à variação do campo de temperatura. Alguns testes preliminares desta metodologia foram realizados para o caso do poço

horizontal apresentado (seção 4.4), observando-se grande redução do custo computacional, a partir do momento em que os campos de pressão e velocidade estavam “pseudo-estacionários”.

7. Como as simulações com o *coupledMRNINNF* ainda são bastante demoradas para serem executadas no dia-a-dia da indústria, seria interessante utilizá-las para desenvolver correlações melhores que possam ser utilizadas corriqueiramente. Podem ser desenvolvidas, por exemplo, correlações para a perda de carga de fluidos não Newtonianos levando em conta a rotação e o gradiente geotérmico, além de vazão e propriedades do fluido.
8. Realizar simulações com as formações rochosas representadas através de um domínio sólido a mais. Neste caso, não se teria o perfil geotérmico como condição de contorno para a temperatura na parede externa do anular, mas sim o acoplamento com a rocha, que seria resfriada pelo fluido.
9. Fazer versão dos códigos com massa específica variável com a pressão e a temperatura. É importante levar em conta ambos os fatores (compressibilidade e dilatação), pois há uma compensação de erros que faz com que, na maioria das situações da engenharia de poços de petróleo, desprezar tanto a compressão quanto a dilatação seja melhor do que considerar apenas um dos efeitos.

Referências Bibliográficas

- ANGELI, D., BAROZZI, G. S., COLLINS, M. W., et al., 2010, “A critical review of buoyancy-induced flow transitions in horizontal annuli”, *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, pp. 2231–2241.
- API, 2009, *API Recommended Practice 13D – Rheology and hydraulics of oil-well drilling fluids*. In: Report SC 13/WG 7, American Petroleum Institute, Washington, D.C., USA.
- ARANHA, P. E., GANDELMAN, R. A., WALDMANN, A., et al., 2008, “Avaliação do efeito de temperatura nos parâmetros reológicos dos fluidos Petrobras”. In: *III Seminário de Fluidos de Perfuração e Completação – Acesso Restrito*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ARANHA, P. E., MARTINS, A. L., GANDELMAN, R. A., 2010, “Prediction of rheological behavior with pressure and temperature for synthetic fluid”. In: *V Brazilian Conference on Rheology*, Rio de Janeiro, jul.
- ARANHA, P. E., MARTINS, A. L., MIRANDA, C. R., et al., 2011, *SIMENTAR 1.0 - Simulador Integrado de Cimentação - inclusão dos módulos térmico e de circulações intermediárias*. Relatório Parcial – Acesso Restrito – RT PCP 001 /11, CENPES - Petróleo Brasileiro S. A., Rio de Janeiro.
- ARIS, R., 1962, *Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics*. 1 ed. New York, Dover Publications, Inc.
- BAILEY, W. J., PEDEN, J. M., 2000, “A Generalized and Consistent Pressure Drop and Flow Regime Transition Model for Drilling Hydraulics”, *Society of Petroleum Engineers – Drilling and Completion*, v. 15, n. 1 (maio), pp. 44–56.
- BALLAL, B. Y., RIVLIN, R. S., 1976, “Flow of a Viscoelastic Fluid Between Eccentric Rotating Cylinders”, *Transactions of the Society of Rheology*, v. 20, n. 1, pp. 65–101.

- BARNES, H. A., HUTTON, J. F., S., K. W. F. R., 1989, *Rheology Series - Vol.3 - An Introduction to Rheology*. 1 ed. Amsterdam, Elsevier.
- BEIRUTE, R. M., 1991, “A Circulating and Shut-In Well Temperature Profile Simulator”, *Journal of Petroleum Technology*, (set.), pp. 1140–1146.
- BERIS, A. N., ARMSTRONG, R. C., BROWN, R. A., 1987, “Spectral/finite-element calculations of the flow of a Maxwell fluid between eccentric rotating cylinders”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 22, pp. 129–167.
- BINGHAM, E. C., 1922, *Fluidity and Plasticity*. 1 ed. New York, McGraw-Hill.
- BIRD, R. B., DOTSON, P. J., JOHNSON, N. L., 1980, “Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead–spring chain model”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 7, n. 2–3, pp. 213–235.
- BIRD, R. B., ARMSTRONG, R. C., HASSAGER, O., 1987a, *Dynamics of Polymeric Liquids - Vol. 1 - Fluid Mechanics*. 2 ed. New York, John-Wiley & Sons Inc.
- BIRD, R. B., CURTISS, C. F., ARMSTRONG, R. C., et al., 1987b, *Dynamics of Polymeric Liquids - Vol. 2 - Kinetic Theory*. 2 ed. New York, John-Wiley & Sons Inc.
- BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N., 2002, *Transport Phenomena*. 2 ed. New York, John-Wiley & Sons Inc.
- BRINSON, H. F., BRINSON, L. C., 2008, *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity - An Introduction*. 3 ed. Houston, Texas, USA, Springer.
- BRONDANI, W. M., CORADIN, H. T., MATTIUSI, E. M., et al., 2006, “Simulação Numérica do escoamento laminar de fluidos Não-Newtonianos em um Duto de Seção Elíptica”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- CARNEIRO, F. L., 1996, *Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos*. 1 ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora UFRJ.
- CARRASCO-TEJA, M., FRIGAARD, I. A., 2009, “Displacement flows in horizontal, narrow, eccentric annuli with a moving inner cylinder”, *Physics of Fluids*, v. 21.

- CARREAU, P. J., 1968. Tese de Ph.D., University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, EUA.
- CEYLAN, K., HERDEM, S., ABBASOV, T., 1999, “A Theoretical Model for Estimation of Drag Force in the Flow of Non-Newtonian Fluids Around Spherical Solid Particles”, *Powder Technology*, v. 103, pp. 286–291.
- CHANG, M. H., CHEN, C. K., 2002, “The stability of the narrow-gap Taylor-Couette system with an axial flow”, *Acta Mechanica*, v. 156, pp. 131–143.
- CHEREMISINOFF, N. P., 1998, *Advanced Polymer Processing Operations*. 1 ed. Westwood, New Jersey, EUA, Noyes Publications.
- CHHABRA, R. P., PERI, S. S., 1991, “Simple Method for the Estimation of Free-Fall Velocity of Spherical particles in Power Law Liquids”, *Powder Technology*, v. 67, pp. 287–290.
- CHHABRA, R. P., RICHARDSON, J. F., 2008, *Non-newtonian Flow and Applied Rheology*. 2 ed. Hoboken, New Jersey, IChemE.
- CHHABRA, R. P., UHLHERR, P. H. T., 1980a, “Creeping Motion of Spheres Through Shear-Thinning Elastic Fluids Described by the Carreau Viscosity Equation”, *Rheology Acta*, v. 19, pp. 187–195.
- CHHABRA, R. P., UHLHERR, P. H. T., 1980b, “Sphere Motion Through Non-Newtonian Fluids at High Reynolds Number”, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 58, pp. 124–128.
- CHHABRA, R. P., TIU, C., UHLHERR, P. H. T., 1981, “Creeping Motion of Spheres Through Ellis Model Fluids”, *Rheology Acta*, v. 20, pp. 346–351.
- CHILCOTT, M. D., RALLISON, J. M., 1988, “Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 29, pp. 381–432.
- CHO, H., SHAH, S. N., OSISANYA, S. O., 2000, “A Three Layer Modeling for Cuttings Transport with Coil Tubing Horizontal Drilling – SPE 63269”. In: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas, EUA.
- CHURCHILL, S. W., 1982, “The Development of Theoretically Based Correlations for Heat and Mass Transfer”. In: *Proceedings of the International Symposium on Continuum Mechanics and Partial Differential Equations: Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations*, pp. 207–229, La Plata, Argentina, nov.

- CORRE, B., EYMARD, R., GUENOT, A., 1984, “Numerical Computation of Temperature Distribution in a Wellbore While Drilling”. In: *Proceedings of the SPE 59th Annual Technical Conference and Exhibition*, pp. 1–24, Houston, Texas, EUA, set.
- COSTA, S. S., 2006, *Modelagem para o Escoamento Transiente Horizontal e Quase Horizontal na Perfuração de Poços de Petróleo*. Tese de D.Sc., Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CROWE, C., SOMMERFELD, M., TSUJI, Y., 2011, *Multiphase Flow with Droplets and Particles*. 2 ed. , CRC Press.
- CRUZ, D. O. A., PINHO, F. T., 2003, “Turbulent pipe flow predictions with a low Reynolds number $k-\epsilon$ model for drag reducing fluids”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, , n. 114, pp. 109–148.
- CUI, H.-Q., LIU, X.-S., 1995, “Research on helical flow of Non-Newtonian Fluids in Eccentric Annuli”, *Society of Petroleum Engineers*, (nov.), pp. 543–551.
- DANDY, D. S., DWYER, H. A., 1990, “A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag and heat transfer”, *J. Fluid Mechanics*, v. 216, pp. 381–410.
- DE OLIVEIRA, A. C., ZANONI, A. P., NEGRÃO, C. O. R., et al., 2006, “Modelo Numérico para a Simulação da Inicialização do Escoamento Incompressível de um Fluido Gelificado”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- DE SOUZA MENDES, P. R., DUTRA, E. S. S., 2004, “Viscosity function for yield-stress liquids”, *Applied Rheology*, v. 14, n. 6, pp. 296–302.
- DE WAELE, A., 1923, *Oil Color Chem. Assoc. Journal*, , n. 6, pp. 33–88.
- DOAN, Q. T., OGUZTORELLI, M., MASUDA, Y., et al., 2000, “Modeling of Transient Cuttings Transport in Underbalanced Drilling – SPE 62742”. In: *IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology*, Kuala Lumpur, Malásia.
- DORON, P., GRANICA, P., BARNEA, D., 1993, “A Three-Layer Model for Solid-Liquid Flow in Horizontal Pipes”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 19, n. 6, pp. 1029.

- ESCUDIER, M. P., OLIVEIRA, P. J., PINHO, F. T., 2002, “Fully developed laminar flow of purely viscous non-Newtonian liquids through annuli, including the effects of eccentricity and inner-cylinder rotation”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 23 (ago.), pp. 52–73.
- EXPOTECHUSA, 2011, *Model 35 Viscometer Instruction Manual*. Relatório Técnico 354960001EA.
- EYRING, H., KINCAID, J. F., STEARN, A. E., 1941, *Chem. Rev.*, v. 28, pp. 301–365.
- FANG, P., MANGLIK, R. M., JOG, M. A., 1999, “Characteristics of laminar viscous shear-thinning fluid flows in eccentric annular channels”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 84 (dez.), pp. 1–17.
- FAVERO, J. L., 2009, *Simulação de escoamentos Viscoelásticos: Desenvolvimento de uma Metodologia de Análise Utilizando o Software OpenFOAM e Equações Constitutivas Diferenciais*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- FAVERO, J. L., SECCHI, A. R., CARDOZO, N. S. M., et al., 2010a, “Viscoelastic flow analysis using the software OpenFOAM and differential constitutive equations”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 165, pp. 1625–1636.
- FAVERO, J. L., SECCHI, A. R., CARDOZO, N. S. M., et al., 2010b, “Viscoelastic fluid analysis in internal and in free surface flows using the software OpenFOAM”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 34, pp. 1984–1993.
- FERRY, J. D., 1980, *Viscoelastic Properties of Polymers*. 3 ed. New York, John-Wiley & Sons Inc.
- FILIP, P., DAVID, J., 2003, “Axial Couette–Poiseuille flow of power-law viscoplastic fluids in concentric annuli”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 40 (maio), pp. 111–119.
- FOUNARGIOTAKIS, K., KELESSIDIS, V. C., MAGLIONE, R., 2008, “Laminar, Transitional and Turbulent Flow of Herschel–Bulkley Fluids in Concentric Annulus”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 86 (ago.), pp. 676–683.
- GARCIA, A., HERNANDEZ, I., ESPINOSA, G., et al., 1998, “TEMLOPI: a Thermal Simulator for Estimation of Drilling Mud and Formation Temperatures

- During Drilling of Geothermal Wells”, *Computers and Geosciences*, v. 24, n. 5, pp. 465–477.
- GIESEKUS, H., 1982, “A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 11, n. 1–2, pp. 69–109.
- GORI, F., BOGHI, A., 2011, “Two new differential equations of turbulent dissipation rate and apparent viscosity for non-newtonian fluids”, *International Communications on Heat and Mass Transfer*, , n. 38, pp. 696–703.
- GOVIER, G. W., AZIZ, K., 1972, *The Flow of Complex Mixtures in Pipes*. 1 ed. New York, USA, Litton Educational Publishing Inc.
- HALL, H. N., THOMPSON, H., NUSS, F., 1950, “Ability of Drilling Mud to Lift Bit Cuttings”, *Trans. A. I. M. E.*, v. 189, pp. 35–46.
- HAUKE, G., 2008, *An Introduction to Fluid Mechanics and Transport Phenomena*. 1 ed. Zaragoza, Springer.
- HOANG, V. T., SOMERTON, W. H., 1981, “Effect of Variable Thermal Conductivity of the Formations on the Fluid Temperature Distribution in the Wellbore”. In: *Proceedings of the SPWLA TWENTY-SECOND ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM*, pp. 1–24, jun.
- HOLMES, C. S., SWIFT, S. C., 1970, “Calculation of Circulating Mud Temperatures”, *Journal of Petroleum Technology*, (jun.), pp. 670–674.
- HOOKE, R., 1678, *Lectures de Potentia Restitutiva*. 1 ed. .
- HOPKIN, E. A., 1967, “Factors Affecting Cuttings Removed During Rotary Drilling”, *Trans. A. I. M. E.*, v. 240, pp. 807.
- HUANG, X., PHAN-THIEN, N., TANNER, R. I., 1995, “Viscoelastic Flow Between Eccentric Rotating Cylinders by Unstructured Control Volume Method”. In: *Twelfth Australasian Fluid Mechanics Conference*, pp. 859–862, University of Sydney, Australia.
- HUANG, X., PHAN-THIEN, N., TANNER, R. I., 1996, “Viscoelastic Flow Between Eccentric Rotating Cylinders: Unstructured Control Volume Method”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 64, pp. 71–92.
- HUSSAIN, Q. E., SHARIF, M. A. R., 2000, “Numerical Modeling of Helical Flow of Viscoplastic Fluids in Eccentric Annuli”, *AIChE Journal*, v. 46, n. 10 (out.), pp. 1937–1946.

- IYOHO, A. W., II, J. M. H., VEENKANT, R. L., 1988, “A Computer Model for Hole-Cleaning Analysis”, *Journal of Petroleum Technology*, (set.), pp. 1183–1192.
- JASAK, H., 1996, *Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows*. Tese de Ph.D., University of London – Imperial College, Londres, UK.
- JOHNSON, M. D., 1960, “Some Variational Theorems for Non-Newtonian Flow”, *Phys. Fluids*, v. 3, pp. 871–878.
- JOHNSON, M. D., 1961, “On Variational Principles for Non-Newtonian Fluids”, *Trans. Soc. Rheology*, v. 5, pp. 9–21.
- JR., C. E. W., BRUCE, G. H., 1951, “Carrying Capacity of Drilling Muds”, *Petroleum Trans. A. I. M. E.*, v. 192, pp. 111–120.
- KELESSIDIS, V. C., MAGLIONE, R., TSAMANTAKI, C., et al., 2006, “Optimal determination of rheological parameters for Herschel–Bulkley drilling fluids and impact on pressure drop, velocity profiles and penetration rates during drilling”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 53, pp. 203–224.
- KELLER, H. H., COUCH, E. J., BERRY, P. M., 1973, “Temperature Distribution in Circulating Mud Columns”, *Society of Petroleum Engineers Journal*, (fev.), pp. 23–30.
- KFURI, S. L. D., SILVA, J. Q., SOARES, E. J., et al., 2011, “Friction losses for power-law and viscoplastic materials in an entrance of a tube and an abrupt contraction”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 76, pp. 224–235.
- KIMURA, H. F., NEGRÃO, C. O. R., ROSSI, L. F. S., 2006, “Comparação de modelos matemáticos para prever pressões de surge e swab”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- KÄRRHOLM, F. P., 2008, *Numerical Modelling of Diesel Spray Injection, Turbulence Interaction and Combustion*. Tese de Ph.D., Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- LARSON, R. G., 1988, *Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions*. 1 ed. Boston, EUA, Butterworths.

- LARUCCIA, M. B., 1990, *Velocidade de Sedimentação em Fluidos Não-Newtonianos: Efeito da Forma e da Concentração de Partículas*. Dissertação de M.Sc., UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil.
- LEONARD, B. P., 1988, “Simple high-accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities”, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, v. 8, pp. 1291–1318.
- LIN, Y. H., 2003, *Polymer Viscoelasticity - Basics, Molecular Theory and Experiments*. 1 ed. Singapore, World Scientific Publishing Co.
- LIU, N.-S., LU, X.-Y., 2005, “Large eddy simulation of turbulent flows in a rotating concentric annular channel”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 26, pp. 378–392.
- LIU, Y.-Q., ZHU, K.-Q., 2010, “Axial Couette–Poiseuille flow of Bingham fluids through concentric annuli”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 165, pp. 1494–1504.
- LOUREIRO, B. V., 2004, *Escoamento secundário em um anular parcialmente obstruído com rotação do cilindro interno*. Tese de D.Sc., PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- LOUREIRO, B. V., SIQUEIRA, R. N., 2006, “Determinação da Tensão de Cisalhamento Mínima para Arraste de Partículas em um Leito Sedimentado”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- LUEPTOW, R. M., DOCTER, A., MIN, K., 1992, “Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder”, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, v. 4, n. 11 (nov.), pp. 2446–2455.
- MACHAC, I., ULBRICHOVA, I., ELSON, T. P., et al., 1995, “Fall of Spherical Particles Through Non Newtonian Suspensions”, *Chemical Engineering Science*, v. 50, n. 20, pp. 3323–3327.
- MACHADO, J. C. V., 2002, *Reologia e Escoamento de Fluidos - Ênfase na Indústria do Petróleo*. 1 ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora Interciência Ltda.
- MAGLIONE, R., 1995, “New method determines flow regime and pressure losses during drilling and cementing”, *Oil and Gas Journal*, v. 93, n. 36, pp. 94–101.

- MALIN, M., 1997, “Turbulent Pipe Flow of Power-Law Fluids”, *International Communications on Heat and Mass Transfer*, v. 24, n. 7, pp. 977–988.
- MALISKA, C. R., 2004, *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. 2 ed. Rio de Janeiro, RJ, LTC.
- MARCHESINI, F. H., DE MIRANDA, C. R., MARTINS, A. L., et al., 2006, “Numerical Analysis of Liquid Displacement across the Tube-annular Region inside Oil Wells”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- MARSHALL, D. W., BENTSEN, R. G., 1982, “A Computer Model to Determine the Temperature Distributions in a Wellbore”, *The Journal of Canadian Petroleum*, (jan.), pp. 63–75.
- MARTINS, A. L., 1990, *Modelagem e Simulação do Escoamento Axial Anular de Mistura Sólido-Fluido Não-Newtoniano em Dutos Horizontais e Inclina-dos*. Dissertação de M.Sc., UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil.
- MARTINS, A. L., SANTANA, M., GASPARI, E., et al., 1998, “Evaluating the Transport of Solids Generated by Shale Instabilities in ERW Drilling”, *Society of Petroleum Engineers*, , n. 50380.
- MARTINS, A. L., SILVA, R. A., COSTA, F. G., 2003, “Effect of Non-Newtonian Behavior of Fluids in the Re-Suspension of a Drilled Cuttings Bed”, *Annual Transactions of the Nordic Rheology Society*, v. 11.
- MARTINS, E. L. M. P. A. L., SILVEIRA-NETO, A., 2010, “The Immersed Boundary Method Applied to Simplified Drilling Problems With Non-Newtonian Fluids”. In: *V European Conference on Computational Fluid Dynamics – ECCOMAS CFD 2010*, Lisbon, Portugal, jun.
- MASSARANI, G., 1986, *Tópicos Especiais em Sistemas Particulados - Vol. 2 - Cap. 1*. 1 ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora da Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- MASSARANI, G., 2002, *Fluidodinâmica em Sistemas Particulados*. 2 ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora e-Papers.
- MASSARANI, G., TELLES, A. S., 1977, “Escoamento de Fluidos Não-Newtonianos na Vizinhança de Partículas Sólidas”, *Revista Brasileira de Física*, v. 8, n. 3 (out.), pp. 550–561.

- MATUTTI, O. C., 2002, *Instabilidade de Taylor-Couette em Escoamentos de Fluidos Viscoplásticos*. Tese de D.Sc., PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- MAXWELL, J. C., 1867, *Phil. Trans. Royal Society*, v. A157, pp. 49–88.
- MCLAUGHLIN, J. B., 1991, “Inertial migration of a small sphere in linear shear flows”, *J. Fluid Mechanics*, v. 224, pp. 261–274.
- MCLEISH, T. C., LARSON, R. G., 1998, “Molecular constitutive equations for a class of branched polymers: The pom-pom polymer”, *Journal of Rheology*, v. 42, n. 1, pp. 81–110.
- MEENA, S., KANDASWAMY, P., DEBNATH, L., 2001, “Hydrodynamic Flow Between Rotating Eccentric Cylinders with Suction at the Porous Walls”, *IJMMS*, v. 25, n. 2, pp. 93–113.
- MEI, R., 1992, “An approximate expression for the shear lift force on a spherical particle at finite Reynolds number”, *Int. J. Multiphase Flow*, v. 18, pp. 145–147.
- MEYER, B. R., 1986, “Generalized Drag Coefficient Applicable for All Flow Regimes”, *Technology, Oil and Gas Journal*, (maio), pp. 71–77.
- MIURA, H., TAKAHASI, T., ICHIKAWA, J., et al., 2001, “Bed Expansion in Liquid-Solid Two-Phase Fluidized Beds with Newtonian and Non-Newtonian Fluids over the Wide Range of Reynolds Numbers”, *Powder Technology*, v. 117, pp. 239–246.
- NGUYEN, D. E., RATHMAN, S. S., 1998, “A Three-Layer Hydraulic Program for Effective Cuttings Transport and Hole Cleaning in Highly Deviated and Horizontal Wells”, *SPE Drilling & Completion*, v. 13, n. 3, pp. 182–189.
- OLDROYD, J., 1950, *Proc. Royal Society*, v. A200, pp. 523–554.
- OPENFOAM® FOUNDATION, T., 2011a, *OpenFOAM – The Open Source CFD Toolbox – Programmer’s Guide*. Manual, OpenCFD Ltd., a.
- OPENFOAM® FOUNDATION, T., 2011b, *OpenFOAM – The Open Source CFD Toolbox – User Guide*. Manual, OpenCFD Ltd., b.
- OSEEN, C. W., 1927, *Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik*. 1 ed. Leipzig, Deutschland, Akademische Verlagsgesellschaft.
- OSSWALD, T. A., HERNÁNDEZ-ORTIZ, J. P., 2006, *Polymer Processing - Modeling and Simulation*. Munich, Hanser.

- OSTWALD, W., 1925, *Kolloid-Z*, , n. 36, pp. 99–117.
- PAIXÃO, A. E. A., 1990, *Escoamento Anular de Fluidos Não-Newtonianos Utilizando Modelo Reológico a Três Parâmetros*. Dissertação de M.Sc., Unicamp, Campinas, SP, Brasil.
- PAPANASTASIOU, T. C., 1987, “Flow of Materials With Yield”, *J. Rheology*, v. 31, pp. 385–404.
- PATANKAR, S. V., 1980, *Numerical heat transfer and fluid flow*. 1 ed. , Hemisphere Publishing Corporation.
- PELIPENKO, S., FRIGAARD, I. A., 2004, “Visco-plastic fluid displacements in near-vertical narrow eccentric annuli: prediction of travelling-wave solutions and interfacial instability”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 000 (ago.), pp. 1–35.
- PEREIRA, F. A. R., 2006, *Escoamento Laminar de Líquidos Não-Newtonianos em Seções Anulares: Estudos de CFD e Abordagem Experimental*. Tese de D.Sc., UFU, Uberlândia, MG, Brasil.
- PEREIRA, F. A. R., BARROZO, M. A. S., ATAÍDE, C. H., 2007, “CFD Predictions of Drilling Fluid Velocity and Pressure Profiles in Laminar Helical Flow”, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, v. 24, n. 4 (dez.), pp. 587–595.
- PETTYJOHN, E. S., CHRISTIANSEN, E. B., 1948, “Effect of Particle Shape on Free Settling Rates of Isometric Particles”, *Chemical Engineering Progress*, v. 44, n. 156.
- PHAN-THIEN, N., TANNER, R. I., 1977, “A new constitutive equation derived from network theory”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 2, n. 4, pp. 353–365.
- PINHO, F. T., 2003, “A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a $k-\epsilon$ type closure”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, , n. 114, pp. 149–184.
- PINHO, F. T., RESENDE, P. R., CRUZ, D. O., 2004, “A non-linear low-Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model for drag reducing viscoelastic pipe flow”. In: *Proceedings of the XIV International Congress on Rheology*, Seoul, Korea, ago.
- PINTO, J. C. C. S., LAGE, P. L. C., 2001, *Métodos Numéricos em Problemas de Engenharia Química*. 1 ed. Rio de Janeiro, RJ, e-Papers.

- POWELL, R. E., EYRING, H., 1944, *Nature*, v. 154, pp. 427–428.
- PRIEVE, D. C., 2000, *A Course in Fluid Mechanics with Vector Field Theory*. Pittsburgh, Pensilvânia, EUA, Carnegie Mellon University.
- RAYMOND, L. R., 1969, “Temperature Distribution in a Circulating Drilling Fluid”, *Transactions*, v. 246 (mar.), pp. 333–341.
- RESENDE, P. M. R., 2005, *Novos desenvolvimentos na modelação de turbulência para fluidos viscoelásticos*. Dissertação de M.Sc., Universidade do Porto, Porto, Portugal.
- RESENDE, P. R., CRUZ, D. O., PINHO, F. T., 2004, “A New $k-\epsilon$ Model for Viscoelastic Drag Reducing Pipe Flow”. In: *Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering – ENCIT 2004*, Rio de Janeiro, Brasil, nov.
- RESENDE, P. R., PINHO, F. T., CRUZ, D. O., 2006, “Performance of the $k-\epsilon$ and Reynolds Stress Models in Turbulent Flows with Viscoelastic Fluids”. In: *Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering – ENCIT 2006*, Curitiba, Brasil, dez.
- RESENDE, P. R., KIM, K., YOUNIS, B. A., et al., 2011, “A FENE-P $k-\epsilon$ turbulence model for low and intermediate regimes of polymer-induced drag reduction”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, , n. 166, pp. 639–660.
- RUDMAN, M., BLACKBURN, H. M., 2006, “Direct numerical simulation of turbulent non-Newtonian flow using a spectral element method”, *Applied Mathematical Modelling*, , n. 30, pp. 1229–1248.
- SAFFMAN, P. G., 1965, “The lift on a small sphere in a slow shear flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 22, n. 2 (jun.), pp. 385–400.
- SAFFMAN, P. G., 1968, “Corrigendum to: ‘The lift on a small sphere in a slow shear flow’”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 31, pp. 624.
- SANSONI, U. J., 2005, *Avaliação por Simulação Computacional da Circulação Reversa na Perfuração de Poços de Petróleo*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SCHWAAB, M., PINTO, J. C., 2007, *Análise de Dados Experimentais - Vol. 1 - Fundamentos de Estatística e Estimação de Parâmetros*. 1 ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Editora e-Papers.

- SHAW, M. T., MACKNIGHT, W. J., 2005, *Introduction to Polymer Viscoelasticity*. 3 ed. Hoboken, New Jersey, John-Wiley & Sons Inc.
- SIFFERMAN, T. R., MEYERS, G. M., HADEN, E. L., et al., 1974, “Drill-Cutting Transport in Full-Scale Vertical Annuli”, *Journal of Petroleum Technology*, (nov.), pp. 1295–1302.
- SIGINER, D. A., BAKHTIYAROV, S. I., 1998, “Flow of drilling fluids in eccentric annuli”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 78, pp. 1–17.
- SLATTERY, J. C., 1962, “Approximations to the Drag Force on a Sphere Moving Slowly Through either an Ostwald-de Waele or a Sisko Fluid”, *A. I. Ch. E. Journal*, v. 8, n. 5 (nov.), pp. 663–667.
- SON, S. M., SINGH, R. K., 2002, “Turbulence modeling and verification for aseptically processed soybean milk under turbulent flow conditions”, *Journal of Food Engineering*, , n. 52, pp. 177–184.
- STOKES, G. G., 1851, “On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulumms”, *Transactions of the Cambridge Philosophy Society*, v. 9, pp. 8–27.
- SUTTERBY, J. L., 1965, *Trans. Soc. Rheol.*, v. 9, pp. 227–241.
- SWEBY, P. K., 1984, “High Resolution Schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws”, *SIAM Journal of Numerical Analysis*, , n. 21, pp. 995–1011.
- SZABO, P., HASSAGER, O., 1992, “Flow of viscoplastic fluids in eccentric annular geometries”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 45, pp. 149–169.
- TANNER, R. I., 2000, *Engineering Rheology*. 1 ed. Oxford, Oxford University Press.
- TARAZONA, V. M. C., CARVALHO, M. S., 2006, “Flow of pseudoplastic liquid in annular space with variable eccentricity”. In: *ENAHPE 2006 – Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás*, Pedra Azul, Domingos Martins, ago.
- TURIAN, R. M., 1964. Tese de Ph.D., University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, EUA.

- WALDMANN, A., GANDELMAN, R. A., ARANHA, P. E., et al., 2009, *SIMCARR 2009*. Relatório Parcial – Acesso Restrito – RT TEP 002-09, CENPES - Petróleo Brasileiro S. A., Rio de Janeiro.
- WALKER, R. E., MAYES, T. M., 1975, “Design of Muds for Carrying Capacity”, *Journal of Petroleum Technology*, (jul.).
- WAN, S., MORRISON, D., BRYDEN, I. G., 2000, “The Flow of Newtonian and Inelastic Non-Newtonian Fluids in Eccentric Annuli with Inner-Cylinder Rotation”, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, v. 13, pp. 349–359.
- WARNER, H., 1972, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, v. 11, pp. 379–387.
- WASSERMAN, M. L., SLATTERY, J. C., 1964, “Upper and Lower Bounds on the Drag Coefficient of Sphere in a Power-Model Fluid”, *A. I. Ch. E. Journal*, v. 10, n. 3 (maio), pp. 383–388.
- WOOLEY, G. R., 1980, “Computing Downhole Temperatures in Circulation, Injection and Production Wells”, *Journal of Petroleum Technology*, (set.), pp. 1509–1522.
- WU, B., 2011, “CFD investigation of turbulence models for mechanical agitation of non-Newtonian fluids in anaerobic digesters”, *Water Research*, , n. 45 (dez.), pp. 2082–2094.
- WÓJS, K., 1993, “Laminar and turbulent flow of dilute polymer in smooth and rough pipes”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, , n. 48 (dez.), pp. 337–355.
- YASUDA, K., 1979. Tese de Ph.D., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- ZHANG, H.-Q., WU, J.-Z., 1994, “Analytical solutions of the helical flow of non-Newtonian fluid in eccentric annular space”, *Applied Mathematics and Mechanics*, v. 15, n. 7 (jul.), pp. 657–670.

Apêndice A

Utilização do `coupledMRNINNF`

Devido à característica multi-domínio, o `coupledMRNINNF` deve ser utilizado de uma maneira um tanto diferente dos demais *solvers* do `OpenFOAM`®. A seguir, são comentados alguns detalhes de sua utilização.

A diferença dos *solvers* mono-domínio começa na geração de malha, que deve definir as diferentes regiões. Há mais de uma maneira de se fazer isso, mas provavelmente a mais conveniente para quem gera a malha utilizando o aplicativo `blockMesh` é definir as diferentes regiões no arquivo `blockMeshDict`, que contém as instruções sobre a geração de malha.

Para isso, basta que se criem os blocos que compõem todos os domínios e, na definição de cada bloco, define-se a região à qual o bloco pertencerá simplesmente nomeando-a entre o conjunto de vértices que forma o bloco e o número de divisões deste em cada direção (mais detalhes podem ser encontrados no guia do usuário do `OpenFOAM`®, OPENFOAM® FOUNDATION (2011b)).

Como exemplo, a geração de um bloco para uma simulação mono-domínio, sem definir região, teria as seguintes instruções:

```
hex (0 1 51 50 8 9 59 58) (18 5 1400) simpleGrading (0.25 1 1)
```

Para definir que o bloco acima fará parte da região “anular”, basta alterar para:

```
hex (0 1 51 50 8 9 59 58) anular (18 5 1400) simpleGrading (0.25 1 1)
```

Todos os blocos devem ser definidos dessa maneira, de modo a especificar a qual região eles pertencerão. Todos os contornos também devem pertencer a somente uma região, de modo que se há uma face contínua que será dividida em duas regiões, ela deve ser definida como duas faces separadas.

Antes de seguir com a geração da malha, é importante salientar outras características que devem ser definidas para o caso multi-domínio.

Dentro do diretório `constant`, deve-se criar um arquivo chamado `regionProperties` com as informações acerca do tipo de cada região, ou seja, se é sólida ou fluida.

As únicas informações que este arquivo deve conter são os nomes das regiões fluidas, dentro de parênteses e separadas por simples espaços, após a palavra-chave “*fluidRegionNames*”, e os nomes das regiões sólidas, dentro de parênteses, após a palavra-chave “*solidRegionNames*”, da seguinte maneira:

```
fluidRegionNames ( interiorColuna anular );
solidRegionNames ( solido );
```

As duas linhas acima definem que há duas regiões fluidas, com os nomes “interiorColuna” e “anular”, e uma região sólida, com o nome “solido”.

Dentro do diretório *constant*, é importante ainda criar diretórios nomeados segundo cada região, que devem conter as informações sobre as propriedades constantes no tempo, nos arquivos nomeados *transportProperties* e *k*.

Para as regiões fluidas, o arquivo *transportProperties* deve conter informações sobre a massa específica, após a palavra-chave *rho*, o calor específico a pressão constante, por unidade de massa, após a palavra-chave *Cp*, o modelo reológico, após a palavra-chave *transportModel*, e os parâmetros deste modelo, entre chaves, após a palavra-chave *<modelo>Coeffs* (por exemplo, *CarreauYasudaCoeffs*). Um exemplo de arquivo *transportProperties* pode ser visto a seguir:

```
// ***** //
rho          rho [ 1 -3 0 0 0 0 0 ] 1150.33;
Cp           Cp [ 0 2 -2 -1 0 0 0 ] 2265.14843352012;
transportModel CarreauYasuda;
CarreauYasudaCoeffs
{
    nu0          nu0 [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 0.048029116;
    nuInf        nuInf [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 0.000139082;
    lambda       lambda [ 0 0 1 0 0 0 0 ] 3.676036;
    n            n [ 0 0 0 0 0 0 0 ] 0.1686;
    a            a [ 0 0 0 0 0 0 0 ] 0.838670;
    deltaH       deltaH [ 0 0 0 1 0 0 0 ] 34080.826459;
    T0           T0 [ 0 0 0 1 0 0 0 ] 261.925883;
}
// ***** //
```

Para as regiões sólidas, tudo que deve ser definido no arquivo *transportProperties* são a massa específica do sólido, após a palavra-chave *rho_s*, e o calor específico a pressão constante por unidade de massa, após a palavra-chave *Cp_s*.

O arquivo *k*, dentro do diretório de cada região em *constant*, deve conter a condutividade térmica de cada região, definida como um campo escalar. É importante

defini-la como um campo, desta maneira, e não como uma propriedade no arquivo *transportProperties*, devido à maneira como as condições de contorno de acoplamento, *solidWallHeatFluxTemperature* e *solidWallMixedTemperatureCoupled*, estão implementadas.

No diretório de tempo inicial, deve haver um arquivo nomeado segundo cada campo: “*p*”, “*T*” e “*U*”. Esses arquivos, entretanto, só devem existir para evitar que sejam acusados erros durante o pré-processamento, e os campos iniciais e condições de contorno especificadas aqui não serão utilizados. Recomenda-se utilizar a seguinte especificação para as condições de contorno:

```
boundaryField
{
    ".*"
    {
        type        calculated;
        value        uniform <valor de referência>;
    }
}
```

Dentro do diretório *system*, também deve haver um diretório nomeado segundo cada região, que deve conter os respectivos dicionários *fvSolution*, *fvSchemes*, *decomposeParDict*, além de um dicionário específico de casos multi-domínio, o *changeDictionaryDict* (entre outros possíveis, como *mapFieldsDict*, *sampleDict*, etc).

O *changeDictionaryDict* contém as reais condições de contorno e campos iniciais de cada região, e deve incluir as condições de contorno na interface entre cada região e suas vizinhas, nomeadas segundo “<região1>_to_<região2>”. É neste arquivo que devem constar as condições de contorno de acoplamento da transferência de calor, *solidWallHeatFluxTemperature* e *solidWallMixedTemperatureCoupled*, que devem indicar os campos a que se referem, bem como o campo que define os coeficientes das condições do tipo das equações 3.40 e 3.21 (o campo *k* definido no diretório de cada região no *constant*, neste caso).

O dicionário *fvSolution* das regiões fluidas deve conter o *solver* linear utilizado para resolver os campos de pressão, velocidade e temperatura, com os parâmetros de solução. Deve conter também o sub-dicionário *relaxationFactors*, com os fatores de relaxação para a pressão e velocidade, e o sub-dicionário *PIMPLE*.

No sub-dicionário *PIMPLE*, deve ser informado se é desejada a primeira solução da equação da velocidade (o passo conhecido como “preditor de momento”), sob a palavra-chave *momentumPredictor*. Devem ser informadas também as tolerâncias

absoluta e relativa do critério de tolerância mista para a pressão, após as palavras-chave *AbsTol* e *RelTol*. O número máximo de iterações do laço que resolve a equação da pressão caso não seja atingida a tolerância mista deve ser especificado após a palavra-chave *nCorrectors*.

O número de iterações do laço externo do tipo *PIMPLE*, que itera a solução de todas as equações de cada região fluida, deve ser especificado após a palavra-chave *nOuterCorrectors*. O número de correções de não-ortogonalidade das equações da pressão, temperatura e velocidade devem ser especificadas após as palavras-chave *nNonOrthogonalCorrectors*, *nNonOrthogonalCorrectorsT* e *nNonOrthogonalCorrectorsU*, respectivamente.

Caso se deseje utilizar um *solver* linear alternativo para a equação da pressão quando o resíduo inicial é grande, deve-se especificar o booleano *true* após a palavra-chave *switchSolver*. Do contrário, especifica-se *false*. O valor de resíduo inicial acima do qual é utilizado o *solver* linear alternativo é especificado após a palavra-chave *switchSolverTol*.

Além disso, como foi implementado o teste do resíduo inicial da pressão, deve-se informar, além dos *solvers* para *p*, *T* e *U*, também um *solver* linear para o teste do resíduo inicial, após a palavra-chave *pTeste*, e um *solver* linear alternativo a ser utilizado, após a palavra-chave *pAlt*.

O *solver* especificado após a palavra-chave *pTeste* pode ser qualquer um, pois ele não será efetivamente utilizado, mas é fundamental fixar o número máximo de iterações igual a zero, para que a equação não seja efetivamente resolvida nessa etapa, mas apenas se avalie o resíduo inicial.

Um exemplo de dicionário *fvSolution* para uma região fluida é especificado abaixo, com todas as características citadas.

```
// ***** //
solvers
{
    p
    {
        solver          amgSolver;
        cycle           W-cycle;
        policy          AAMG;
        nPreSweeps      0;
        nPostSweeps     2;
        groupSize       4;
        minCoarseEqns   30;
        nMaxLevels      100;
        scale           on;
    }
}
```

```

        smoother      GaussSeidel;
        tolerance     1e-08;
        relTol        1e-4;
        minIter       0;
        maxIter       1000;
    }
    pTeste
    {
        solver         PCG;
        preconditioner DIC;
        tolerance      1;
        relTol         1;
        minIter        0;
        maxIter        0;
    }
    pAlt
    {
        solver         PCG;
        preconditioner DIC;
        tolerance      1e-08;
        relTol         1e-4;
        minIter        0;
        maxIter        2000;
    }
    U
    {
        solver         PBiCG;
        preconditioner DILU;
        tolerance      1e-08;
        relTol         0;
    }
    T
    {
        solver         PBiCG;
        preconditioner DILU;
        tolerance      1e-08;
        relTol         0;
    }
}

```

```

PIMPLE
{
    momentumPredictor    on;
    nCorrectors           30;
    nNonOrthogonalCorrectors 2;
    nOuterCorrectors     4;
    nNonOrthogonalCorrectorsU 2;
    nNonOrthogonalCorrectorsT 2;
    AbsTol 1e-3;
    RelTol 1e-4;
    switchSolver true;
    switchSolverTol 1e-3;
}
relaxationFactors
{
    U            0.7;
    p            0.3;
}
// ***** //

```

Deve também existir os arquivos *fvSolution* e *fvSchemes* no diretório *system*, fora dos diretórios de cada região.

O *fvSchemes* deve conter o sub-dicionário referente a cada tipo de esquema, mas todos podem estar vazios, pois o arquivo não será efetivamente utilizado nas soluções, e só deve existir para que não seja acusado nenhum erro durante o pré-processamento.

O *fvSolution* deve conter apenas o número de iterações do laço de acoplamento entre todas as regiões, para convergir a transferência de calor nas interfaces entre os diversos domínios em cada passo de tempo. Esse número de iterações deve ser especificado dentro do sub-dicionário *COUPLING*, após a palavra-chave *nCoupling-Correctors*. Um valor recomendado são 3 iterações.

Isso conclui a especificação inicial de cada caso, e a seguir será explicada a geração de malha e início de simulação.

Uma vez construído o arquivo *blockMeshDict* definindo a região a que pertencem todos os blocos, basta executar o aplicativo *blockMesh*, executando o comando *blockMesh* no *shell*, para gerar a malha. Ao executar esse aplicativo, a malha é gerada, mas as regiões ainda não são definidas como tais, mas sim como diferentes *sets*, sendo criado um diretório nomeado *sets* no diretório *polyMesh*, que contém informações sobre quais células pertencem a cada *set*.

Não será abordada aqui a diferença entre *sets*, zonas e regiões, mas basta dizer que são diferentes elementos da estrutura de malhas do *OpenFOAM*®[®], e que, para a utilização do *coupledMRNINNF*, deve-se criar um conjunto de *sets* a partir do dicionário para criação de malhas, e posteriormente são criadas zonas a partir dos *sets*, e regiões a partir das zonas.

Deve-se então transformar os *sets* em zonas, ou *zones* no *OpenFOAM*®[®], com o comando “*setsToZones -noFlipMap*”. As regiões são criadas a partir das zonas com o comando “*splitMeshRegions -cellZones -overwrite*”.

Ao executar este comando, são criados diretórios *polyMesh* dentro do diretório referente a cada região no *constant*, com todas as informações sobre a malha de cada região criada, como as células, faces, pontos, contornos, etc. Além disso, são criados os diretórios referentes a cada malha dentro do passo de tempo inicial, em que estão os campos iniciais de pressão, temperatura e velocidade de cada região.

Nesta etapa, deve-se remover os arquivos dos campos específicos das regiões fluidas (*p* e *U*) das regiões sólidas no diretório do tempo inicial. Deve-se então substituir as condições iniciais e de contorno fictícias inseridas no passo de tempo inicial pelas condições reais inseridas nos arquivos *changeDictionaryDict* de cada região. Para fazer isso, executa-se o comando “*changeDictionary*” com a opção “*-region <nome da região>*”. Isso deve ser feito para cada domínio, o que pode ser facilitado por um comando do tipo:

```
for i in anular interiorColuna solido;
do changeDictionary -region $i > log.changeDictionary.$i; done
```

Caso a rodada seja em paralelo, o *decomposePar* também deve ser executado individualmente para cada região, com a opção “*-region <nome da região>*”. Isso também pode ser facilitado por um comando do tipo:

```
for i in anular interiorColuna solido;
do decomposePar -region $i > log.decomposePar.$i; done
```

A partir deste momento, o caso multi-domínio está configurado, e para realizar a simulação basta executar normalmente o *coupledMRNINNF*, conforme se executa outro *solver* qualquer do *OpenFOAM*®[®].

É importante salientar que diversos aplicativos de pós-processamento também devem ser executados separadamente para cada domínio, com a opção “*-region <nome da região>*”. Exemplos são os utilitários “*reconstructPar*”, para reconstruir malhas de casos rodados em paralelo, e o “*sample*”, para amostragem de campos.

O aplicativo “*mapFields*” também deve ser executado separadamente para cada domínio, com a opção “*-region <nome da região>*”, mas isto não pode ser realizado na versão *1.6-ext* do *OpenFOAM*®[®], pois a opção “*-region <nome da região>*”

só foi implementada para o aplicativo “*mapFields*” a partir da versão 2.0.0 do *OpenFOAM*®. Mas vale salientar que os casos simulados com a versão *1.6-ext* podem perfeitamente ter seus campos mapeados entre diferentes malhas na versão *2.0.0*.

Apêndice B

Modelo simplificado para a transferência de calor

Conforme observado nas seções 4.2 e 4.3, a transferência de calor para dentro do tubo é pequena para algumas condições de vazão, causando um aquecimento pequeno no fluido que escoar no interior da coluna, e o custo computacional de muitas simulações mono-domínio do anular com o *NINNF* é muito menor que as correspondentes simulações multi-domínio com o *coupledMRNINNF*.

Essa observação motivou a realização das simulações cujos resultados foram apresentados na seção 4.3. O problema de se realizar tais simplificações é que se desconhece o perfil de temperatura a especificar como condição de contorno na parede interna do anular. Nas simulações da seção 4.3, foi utilizado o perfil resultante da simulação multi-domínio na vazão de 300gpm , mas essa é uma simplificação que só foi possível porque se conhecia esse perfil e a variação de temperatura para os demais casos era muito pequena.

Em um caso geral, para poder fazer uma simulação simplificada mono-domínio, seria necessário conhecer o perfil a se especificar como condição de contorno. Para resolver este problema, pode-se propor um modelo unidimensional simplificado para o escoamento no interior da coluna, a ser utilizado em casos simplificados em que o aquecimento do fluido nessa região seja pequeno. Um modelo deste tipo será delineado a seguir.

Assume-se um perfil de temperatura na parede interna do anular dado por:

$$T_{par}(z) = T_{ent,an} + \frac{T_{par}(L) - T_{ent,an}}{L}z \quad (\text{B.1})$$

em que T_{par} é a temperatura na parede interna do anular, e $T_{ent,an}$ é a temperatura do fluido na entrada do anular, que se assume inicialmente conhecida.

Seja $T_{col}(z)$ a temperatura média de mistura no interior da coluna. Conhece-se $T_{col}(L)$, a temperatura do fluido na entrada da coluna (lembrando que a origem,

$z = 0$, está no fundo do poço). Com uma estimativa de $T_{par}(L)$, tem-se uma estimativa do perfil de $T_{par}(z)$ com a equação B.1.

Com alguma correlação, calcula-se um número de Nusselt médio para o interior da coluna, e com ele se calcula, a partir de um balanço de energia unidimensional como a equação B.2, $T_{col}(0)$.

$$A_{col}\rho U_{col}C_p \frac{dT_{col}(z)}{dz} + 2\pi R_{col}h_{an-col} [T_{par}(z) - T_{col}(z)] = 0 \quad (\text{B.2})$$

em que A_{col} é a área da seção transversal da coluna, U_{col} é a velocidade média do fluido escoando na coluna e h_{an-col} é o coeficiente global de transferência de calor entre o anular e o interior da coluna, que deve incluir a resistência do sólido e do fluido no interior da coluna (calculado a partir do Nusselt), mas não do fluido no interior do anular.

A temperatura de entrada no anular, $T_{ent,an}$ deve ser igual à $T_{col}(0)$ mais o aquecimento na região da broca, ΔT_{br} (equação 3.27). Pode-se então resolver as equações B.1 e B.2 iterativamente, até convergir em um $T_{par}(L)$ que origine um perfil $T_{par}(z)$ que resulte na $T_{ent,an}$ esperada.

Para isso, assume-se inicialmente $T_{ent,an}$ e $T_{par}(L)$, e com o perfil da equação B.1 se resolve a equação B.2, que deve resultar $|T_{col}(0) + \Delta T_{br} - T_{ent,an}| < \epsilon_1$, em que ϵ_1 é a tolerância. A correção pode ser feita da seguinte maneira:

- se $T_{col}(0) + \Delta T_{br} > T_{ent,an}$, o fluido na coluna está aquecendo demais, e portanto a $T_{par}(L)$ estimada está muito alta. Pode-se reduzir $T_{par}(L)$ e resolver novamente a equação B.2 para $T_{col}(0)$, até convergir em $|T_{col}(0) + \Delta T_{br} - T_{ent,an}| < \epsilon_1$;
- se $T_{col}(0) + \Delta T_{br} < T_{ent,an}$, o fluido na coluna está aquecendo pouco, e portanto a $T_{par}(L)$ estimada está muito baixa. Pode-se então aumentar $T_{par}(L)$ e resolver novamente a equação B.2 para $T_{col}(0)$, até convergir em $|T_{col}(0) + \Delta T_{br} - T_{ent,an}| < \epsilon_1$.

A melhor maneira de se corrigir $T_{par}(L)$ deve ser avaliada. Uma correção simples poderia ser simplesmente proporcional à quantidade que falta para que $T_{col}(0) + \Delta T_{br}$ se iguale a $T_{ent,an}$, de acordo com a equação B.3:

$$[T_{par}(L)]_{nova} = [T_{par}(L)]_{anterior} + \alpha_1(T_{ent,an} - T_{col}(0) - \Delta T_{br}) \quad (\text{B.3})$$

em que α_1 é um fator de relaxação.

Uma boa estimativa inicial de $T_{par}(L)$ poderia vir de uma forma integrada da equação B.2, aproximando $T_{col}(z)$ e $T_{par}(z)$ pelos seus valores médios, conforme a equação B.4:

$$A_{col}\rho U_{col}C_p \frac{\Delta T_{col}}{L} + 2\pi R_{col}h_{an-col}(\bar{T}_{par} - \bar{T}_{col}) = 0 \quad (\text{B.4})$$

ou então:

$$A_{col}\rho U_{col}C_p \frac{T_{col}(L) - T_{col}(0)}{L} + \pi R_{col}h_{an-col} [T_{ent,an} + T_{par}(L) - T_{col}(0) - T_{col}(L)] = 0 \quad (\text{B.5})$$

resultando na estimativa inicial de $T_{par}(L)$:

$$T_{par}(L) = \left(\frac{A_{col}\rho U_{col}C_p}{\pi R_{col}h_{an-col}} \right) \left(\frac{T_{ent,an} - \Delta T_{br} - T_{col}(L)}{L} \right) + T_{col}(L) - \Delta T_{br} \quad (\text{B.6})$$

De posse de $T_{col}(0)$ e o perfil $T_{par}(z)$, simula-se o anular com o *NINNF* em uma malha bidimensional em cunha (o que torna a simulação rápida), até o estado estacionário. Com a solução de *CFD* do anular, calcula-se o calor transferido pelo fluido no anular para o interior da coluna, equação B.7.

$$q_{CFD} = \int_{A_{parede}} k_{f,an} \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T \Big|_{r \rightarrow R_2^+} dA \quad (\text{B.7})$$

Calcula-se também o calor recebido pelo fluido no interior da coluna conforme o modelo unidimensional simplificado, equação B.8.

$$q_{1D} = \dot{m}_{col}C_p(T_{col}(0) - T_{col}(L)) \quad (\text{B.8})$$

Quando a solução do problema for atingida, deve-se ter $|q_{CFD} - q_{1D}| < \epsilon_2$, em que ϵ_2 é a tolerância. Se $|q_{CFD} - q_{1D}| > \epsilon_2$, deve-se corrigir $T_{ent,an}$, $T_{col}(0)$ e o perfil de $T_{par}(z)$, e refazer a simulação do anular com o *NINNF*, iterativamente, até que se atinja a tolerância desejada.

Se $q_{CFD} > q_{1D}$, então as estimativas de $T_{col}(0)$ e $T_{ent,an}$ estão pequenas. Se $q_{CFD} < q_{1D}$, então as estimativas de $T_{col}(0)$ e $T_{ent,an}$ estão grandes. A correção de $T_{col}(0)$ pode ser feita utilizando o calor resultante da solução de *CFD*, q_{CFD} , para calcular o novo $T_{col}(0)$ que igualaria q_{1D} a q_{CFD} , com alguma possível relaxação, equação B.9.

$$T_{col}(0) = T_{col}(L) + \alpha \frac{q_{CFD}}{\dot{m}_{col}C_p} \quad (\text{B.9})$$

em que α é o fator de relaxação. Para evitar que uma escolha infeliz do fator de relaxação venha a causar divergência, uma forma melhor de implementar a correção é a equação B.10.

$$T_{col}(0) = T_{col}(L) + \frac{q_{1D}}{\dot{m}_{col}C_p} + \alpha \frac{q_{CFD} - q_{1D}}{\dot{m}_{col}C_p} \quad (\text{B.10})$$

Resumindo, o modelo consiste na seguinte sequência de passos, partindo-se de uma estimativa inicial de $T_{ent,an}$:

1. faz-se estimativa de $T_{par}(L)$ com a equação B.6, e com o perfil da equação B.1 resolve-se iterativamente a equação B.2 com a correção de $T_{par}(L)$ dada pela equação B.3, até convergir em $|T_{col}(0) + \Delta T_{br} - T_{ent,an}| < \epsilon_1$;
2. com o perfil $T_{par}(z)$ como condição de contorno na parede interna do anular, simula-se o anular com o *NINNF*, com uma malha em cunha, até o estado estacionário;
3. calcula-se q_{CFD} com a equação B.7 e q_{1D} com a equação B.8;
4. se $|q_{CFD} - q_{1D}| < \epsilon_2$, a simulação está convergida; senão, corrige-se $T_{col}(0)$ com a equação B.10, corrige-se $T_{ent,an} = T_{col}(0) + \Delta T_{br}$, e volta-se ao passo 1.

Com este modelo implementado conjuntamente com o *NINNF*, seria possível resolver um conjunto grande de casos em que o aquecimento do fluido no interior da coluna é pequeno e o erro em se utilizar uma correlação para calcular o número de Nusselt médio é pouco significativo.

Em casos em que o escoamento no interior da coluna é laminar, poderia ser utilizada a correlação de Sieder e Tate (equação 4.5, BIRD *et al.* (2002)), que geralmente funciona bastante bem. Com correlações adequadas para o regime turbulento, entretanto, seria possível utilizar um *solver* deste tipo para simular até mesmo casos em que o escoamento dentro da coluna é turbulento, desde que no anular permaneça laminar.

Isso estenderia muito a aplicação do *NINNF*, uma vez que na grande maioria das operações de perfuração se tem regime laminar de escoamento no anular.