

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UMA CÉLULA DE COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Diogo Batista Coelho

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Rio de Janeiro Junho de 2014

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UMA CÉLULA DE COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Diogo Batista Coelho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Examinada por:

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Prof. Juliana Braga Rodrigues Loureiro, D.Sc.

Prof. Átila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

Prof. João Felipe Mitre de Araujo, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL JUNHO DE 2014 Coelho, Diogo Batista

Projeto e Construção de uma célula de coalescência de bolhas/Diogo Batista Coelho. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XIX, 128 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Química, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 114 – 119.

 Célula de coalescência de bolhas.
 Caracterização de escoamento.
 PIV.
 LDA.
 Lage, Paulo Laranjeira da Cunha *et al.* Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Química.
 III.
 Título.

Aos meus pais Rose e Raimundo.

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer meus pais Raimundo e Rose, que sempre apoiam e incentivam os meus estudos. Vocês são o meu alicerce. Agradeço muito pelo que vocês fazem por mim. À minha grande irmã Priscila que está sempre do meu lado.

Aos meus orientadores Paulo e Juliana por toda a contribuição para a realização desse trabalho. Admiro muito o trabalho realizado por ambos, que contribuiu muito pela minha formação pessoal e profissional.

Gostaria de agradecer aos amigos do LTFD Amanda, Gabriel, Thaina, Luiz Felipe, Lívia, Thais, Tatiana, Juliana, Samel, Yuri, Jovani e Fabio, o quais contribuíram significativamente para a conclusão desse trabalho. Em especial ao ilustre vascaíno Antonio pela ajuda essencial na montagem do sistema experimental, além das conversas e dos cafés diários.

À todos aqueles que contribuem por tornar o NIDF referência em pesquisa de dinâmica de fluidos. Ao Daniel Rodrigues, Gustavo Oviedo, Jarmeson, Eric pelo auxílio na utilização do PIV e LDA. Ao Felipe Marins (Petrobras/Cenpes) por disponibilizar o equipamento PIV para realização dos experimentos realizados no NIDF.

Aos amigos da turma de mestrado 2012 do PEQ/COPPE que fizeram parte dessa caminhada, Líniker, Thaissa, Rafael, Ana Paola, Sandra, Paola, Gilliani, Tiago, Alana, Virgílio, Maria Clara. Obrigado por esses dois anos de convívio, pelos momentos de angustia e alegria. Torço muito pelo sucesso profissional de vocês.

Aos amigos da dança (forró, zouk e samba), Fabio, Luiz Peruano, Jana, Katia, Tatiana, Daniel e Thaissa pelos bons momentos de distração nos finais de semana. À Pâmella por toda força, carinho, amizade e apoio, apesar da longa distância, principalmente na fase final desse trabalho.

À Capes pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UMA CÉLULA DE COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Diogo Batista Coelho

Junho/2014

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Programa: Engenharia Química

A coalescência de bolhas é um processo muito comum em diversos equipamentos na área de engenharia química. Existem na literatura muitos modelos para esse processo, porém os dados experimentais são limitados para a estimativa de seus parâmetros. O presente trabalho teve como objetivo construir e caracterizar o escoamento de água em uma célula de coalescência. Usando as velocidades terminais de bolhas, simulações fluidodinâmicas usando o OpenFOAM permitiram definir a geometria da célula e as faixas de vazões operacionais. Para caracterizar o escoamento foi utilizado duas técnicas de medição de velocidade, anemometria a laser por efeito Doppler (LDA) e a velocimetria por imagem de partícula (PIV). Os dados do PIV foram necessários para caracterizar o escoamento na célula. A partir dos dados do LDA utilizou-se a técnica de correlação por blocos com ajuste de modelo para determinar as escalas de turbulência e estimar a taxa de dissipação de energia para as condições operacionais pré-selecionadas. Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DESIGN AND CONSTRUCTION OF A CELL COALESCENCE OF BUBBLES

Diogo Batista Coelho

June/2014

Advisors: Paulo Laranjeira da Cunha Lage Juliana Braga Rodrigues Loureiro Department: Chemical Engineering

The coalescence of bubbles is a very common process in various equipment in chemical engineering. There are many models in the literature for this process, but the experimental data are limited to estimate their parameters. This work aimed to build a coalescence cell and to characterize the flow of water through it. Using the terminal velocity of bubbles, computational fluid dynamics simulations with Open-FOAM were used to definy the cell geometry and to establish the operational flow rates. In order to characterize the flow two measurement techniques were used: the Laser Doppler Anemometry (LDA) and Particle Image Velocimetry (PIV). The PIV data allowed the visualization of the entire field in the cell. The slotting correlation technique with model correlation was applied to the LDA data to calculate the scales of turbulence and to estimate the rate dissipation of turbulent energy.

Sumário

Li	Lista de Figuras x Lista de Tabelas xiv						x		
Li									
N	omer	nclatur	a						xvi
1	Inti	oduçã	0						1
	1.1	Motiva	ação						1
	1.2	Objeti	vo						2
	1.3	Organ	ização do trabalho	•	•	•	•	•	2
2	Rev	visão B	ibliográfica						4
	2.1	Escoar	mento Multifásico				•		4
		2.1.1	Velocidade Terminal de bolhas			•	•	•	5
	2.2	Balan	ço Populacional			•	•	•	10
		2.2.1	Modelos de coalescência			•	•		12
		2.2.2	Modelos de frequência de colisão			•	•	•	13
		2.2.3	Modelos de eficiência de coalescência			•	•	•	14
	2.3	Trabal	lhos experimentais de coalescência			•	•	•	17
	2.4	Caract	terísticas Estatísticas do Escoamento				•		20
	2.5	Funçã	o de Autocorrelação e Espectro de Energia		•		•		22
	2.6	Fluido	odinâmica Computacional	•	•	•	•	•	26
3	Téc	nicas c	le Medição de Escoamento						30
	3.1	Introd	lução				•		30
	3.2	Aneme	ometria Laser-Doppler				•		32
		3.2.1	Fonte de luz			•	•		34
		3.2.2	Efeito Doppler				•		35
		3.2.3	Franjas de interferência			•	•	•	37
		3.2.4	Partículas						39
		3.2.5	Fotodetector				•		40
		3.2.6	Características do sinal						41

	3.3	Velocimetria por Imagem de Partícula	42
		3.3.1 Partículas Traçadoras	44
		3.3.2 Iluminação	45
		3.3.3 Aquisição de imagens	46
		3.3.4 Correlação das Imagens	48
4	Ma	teriais e Métodos	50
	4.1	Projeto da célula	50
		4.1.1 Simulação Computacional	51
		4.1.2 Construção da célula de coalescência	57
	4.2	Construção e Operação do sistema	59
	4.3	Configurações do PIV	65
	4.4	Configurações do LDA	68
	4.5	Técnica de correlação por blocos	73
5	Res	ultados e Discussões	78
	5.1	Visualização escoamento	78
	$5.1 \\ 5.2$	Visualização escoamentoPerfil de Velocidade Média	78 81
	$5.1 \\ 5.2 \\ 5.3$	Visualização escoamento Perfil de Velocidade Média Momentos de Terceira e Quarta Ordem	78 81 84
	5.1 5.2 5.3 5.4	Visualização escoamento	78 81 84 91
	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5	Visualização escoamento	78 81 84 91 98
6	 5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 Con 	Visualização escoamento	78 81 84 91 98 112
6 R.	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 Cor eferê	Visualização escoamento	78 81 84 91 98 112 114
6 Ra A	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 Cor eferê Exe	Visualização escoamento	78 81 84 91 98 112 114 120
6 R A B	5.1 5.2 5.3 5.4 5.5 Cor eferê Exe Tab	Visualização escoamento	78 81 84 91 98 112 114 120 122

Lista de Figuras

2.1	Padrões de escoamento de um sistema gás-líquido. Adaptado de	
	SHAIKH e AL-DAHHAN (2007)	5
2.2	Velocidade terminal de bolhas em água pura ou contaminada em	
	$20^{\circ}C$. Adaptado de CLIFT <i>et al.</i> (1978)	7
2.3	Comparação das curvas de coeficiente de arraste de bolhas e esferas	
	sólidas. Adaptado de KARAMANEV (1994)	9
2.4	Estudo experimental da coalescência de LEHR et al. (2002). (a) Es-	
	quema do sistema experimental. (b) Sequência de imagens proces-	
	sadas do momento de choque entre as bolhas. Adaptado de LEHR	
	$et \ al. \ (2002)$	18
2.5	Sistema experimental utilizado por RIBEIRO JR e MEWES (2006):	
	(1) tanque de alimentação, (2) bomba, (3) célula de coalescência, (4)	
	câmera de alta velocidade, (5) sistema para controle de temperatura.	
	Adaptado de RIBEIRO JR e MEWES (2006)	19
2.6	Função coeficiente de correlação	23
2.7	Representação das escalas em um espectro de energia	26
2.8	Estrutura de diretórios necessários para simulação no OpenFOAM	29
3.1	Esquema de funcionamento de um sistema LDA. Adaptado de JEN-	
	SEN (2004)	33
3.2	Distribuição gaussiana de intensidade do feixe de laser. Adaptado de	
	LOUREIRO e PINHO (2006)	34
3.3	Exemplo da luz espalhada por uma partícula ao cruzar o volume de	
	controle. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006)	37
3.4	Frequência de desvio na célula de Bragg	37
3.5	Formação das franjas de interferência através do cruzamento de dois	
	feixes de laser. Adaptado de MONTEIRO (2007)	38
3.6	Dimensão de um volume de controle. Retirado de LOUREIRO e	
	PINHO (2006)	38
3.7	Espalhamento da luz por partículas de diferentes tamanhos. Retirado	
	de MONTEIRO (2007)	39

3.8	Configurações do fotodetector: (a)Forward scatter. (b) Backward	
	scatter. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006)	40
3.9	Exemplo de sinal gerado no LDA (LOUREIRO e PINHO, 2006)	41
3.10~Relação da amplitude do sinal com a posição da partícula no volu		
	de controle. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006)	41
3.11	Exemplo de um sistema PIV 2D. Retirado de MATAMOROS (2013).	42
3.12	Concentração de partículas traçadoras: (a) baixa, (b) média, (c) alta	
	concentração. Retirado de RAFFEL <i>et al.</i> (1998)	43
3.13	Exemplo de espalhamento de luz para partículas com diâmetro: (a)	
	1 $\mu{\rm m}$, (b) 10 $\mu{\rm m}$, (c) 30 $\mu{\rm m}.$ Retirado de RAFFEL et al. (1998)	45
3.14	Componentes de um sistema de iluminação do laser tipo Nd:YAG	
	(RAFFEL <i>et al.</i> , 1998)	46
3.15	Esquema da conversão do fóton em carga elétrica (RAFFEL et al.,	
	1998).	47
3.16	Formação e projeção da imagem. Adaptado de RAFFEL et al. (1998).	48
3.17	Esquema do método de autocorrelação. Adaptado de LAVISION	
	$(2010). \ldots \ldots$	49
3.18	Esquema do método de Correlação cruzada. Adaptado de LAVISION	
	$(2010). \ldots \ldots$	49
4 1	Dimonsãos da geometria	59
4.1	Dimensões da geometria	52 52
4.1 4.2	Dimensões da geometria	52 52 53
4.1 4.2 4.3	Dimensões da geometria	52 52 53
$ \begin{array}{r} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \end{array} $	Dimensões da geometria	52 52 53
 4.1 4.2 4.3 4.4 	Dimensões da geometria	52 52 53 57
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 58
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 58 59 60
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.0 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 58 59 60
$\begin{array}{c} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \\ 4.5 \\ 4.6 \\ 4.7 \\ 4.8 \\ 4.9 \end{array}$	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 58 59 60
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 	Dimensões da geometria	 52 52 53 57 58 58 59 60 61
$\begin{array}{c} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \\ 4.5 \\ 4.6 \\ 4.7 \\ 4.8 \\ 4.9 \\ 4.10 \end{array}$	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 58 59 60 61
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 	Dimensões da geometria	 52 52 53 57 58 58 59 60 61 62 62 62
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11 4.12 	Dimensões da geometria	 52 52 53 57 58 59 60 61 62 63 63
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11 4.12 4.12 	Dimensões da geometria	 52 52 53 57 58 59 60 61 62 63 63 64
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11 4.12 4.13 4.14 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 59 60 61 62 63 63 64 65
$\begin{array}{c} 4.1 \\ 4.2 \\ 4.3 \\ 4.4 \\ 4.5 \\ 4.6 \\ 4.7 \\ 4.8 \\ 4.9 \\ 4.10 \\ 4.11 \\ 4.12 \\ 4.13 \\ 4.14 \\ 4.15 \end{array}$	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 59 60 61 62 63 63 63 64 65 67
 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11 4.12 4.13 4.14 4.15 4.10 	Dimensões da geometria	52 52 53 57 58 58 59 60 61 62 63 63 63 64 65 67

4.17	Aquisição das imagens do escoamento através do PIV: (a) Momento	
	de pulso do laser, (b) Visualização da imagem e concentração de par-	
	tículas	69
4.18	Sistema LDA da Dantec	70
4.19	Sonda LDA de dois canais 488 e 514,5 nm	71
4.20	Fotodetector.	72
4.21	Calibração do fotodetector. (a) Imagem visualizada no fotodetector.	
	(b) Esquema do posicionamento do volume de controle	72
4.22	Locais onde foram medidos os perfis de velocidade.	74
4.23	Representação da técnica LTE para correção da estimativa da corre-	
	lação. Retirado de NOBACH (2002)	76
5.1	Campo vetorial da velocidade média escoamento: (a) Primeira seção,	
	(b) Segunda seção.	79
5.2	Campo vetorial da velocidade média escoamento: (a) Terceira seção,	
	(b) Quarta seção	80
5.3	Velocidade média para quatro vazões de operação em y = 30 mm. $$.	82
5.4	Velocidade média para quatro vazões de operação em y $=153~{\rm mm.}$	82
5.5	Velocidade média para quatro vazões de operação em y $= 325~{\rm mm.}$	83
5.6	Velocidade média para quatro vazões de operação em y $=411~{\rm mm.}$	83
5.7	Intensidade turbulenta: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm	85
5.8	Intensidade turbulenta: (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm	86
5.9	Perfil de velocidade turbulenta u_{RMS} ao longo da célula com a vazão:	
	(a) $Q = 1,5 \ m^3/h$, (b) $Q = 2,0 \ m^3/h$.	87
5.10	Perfil de velocidade turbulenta u_{RMS} ao longo da célula com a vazão:	
	(a) $Q = 2.5 \ m^3/h$, (b) $Q = 3.0 \ m^3/h$.	88
5.11	Coeficiente de assimetria para velocidade vertical em: (a) y = 30 mm ,	
	(b) $y = 153 \text{ mm}$, (c) $y = 325 \text{ mm}$, (d) $y = 411 \text{ mm}$	89
5.12	Coeficiente de achatamento para velocidade vertical em: (a) y = 30	
	mm, (b) $y = 153 \text{ mm}$, (c) $y = 325 \text{ mm}$, (d) $y = 411 \text{ mm}$	90
5.13	Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão	
	Q = 1,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm	92
5.14	Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão	
	Q = 1,5 m^3/h : (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm	93
5.15	Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão	
	Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm	94
5.16	Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão	
	Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 325mm, (b) y = 411mm	95

5.17	Comparativo do perfil de velocidade turbulenta entre PIV e LDA na	
	vazão Q = 1,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325	
	mm, (d) $y = 411 \text{ mm}$.	. 96
5.18	Comparativo do perfil de velocidade turbulenta entre PIV e LDA na	
	vazão Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325	
	mm, (d) $y = 411 \text{ mm}$.	. 97
5.19	Taxa de dissipação turbulenta pela hipótese de simetria em: (a) y =	
	30 mm, (b) $y = 153$ mm	. 103
5.20	Taxa de dissipação turbulenta pela hipótese de simetria em: (a) y =	
	325 mm, (b) y = 411 mm	. 104
5.21	Comparação da taxa de dissipação turbulenta ao longo da célula entre	
	resultado experimental e simulado: (a) $Q = 1,5 m^3/h$, (b) $Q = 2,0$	
	m^3/h	. 105
5.22	Comparação da taxa de dissipação turbulenta ao longo da célula entre	
	resultado experimental e simulado: (a) $Q = 2,5 m^3/h$, (b) $Q = 3,0$	
	m^3/h	. 106
5.23	Microescala de comprimento de Kolmogorov em: (a) y = 30 mm, (b)	
	y = 153 mm.	. 107
5.24	Microescala de comprimento de Kolmogorov em: (a) y = 325 mm,	
	(b) $y = 411 \text{ mm.} \dots \dots$. 108
5.25	Espectro de frequência em $x = 0mm$: (a) $Q = 1,5 m^3/h$, (b) $Q = 2,0$	
	m^3/h	. 110
5.26	Espectro de frequência em $x = 0 mm$:(a) $Q = 2,5 m^3/h$, (b) $Q = 3,0$	
	m^3/h	. 111
C_{1}	Sequência de imagens das bolhas dentro da célula obtidas por uma	
0.1	câmera Sony Handycam DCB-DVD508. Vazão de $2.5 m^3/h$	127
C_2	Sequência de imagens das bolhas dentro da célula obtidas por uma	
0.2	câmera Sonv Handycam DCR-DVD508. Vazão de $3.0 m^3/h$. 128

Lista de Tabelas

0.1	Madalas da eficiência da contacióncia procesta non CHECTERS
2.1	(1991) para partículas menores que a escala de Kolmogorov $(d < \eta)$.
	Retirado de ARAUJO (2010). \ldots 16
2.2	Modelos de eficiência de coalescência proposto por CHESTERS
	(1991) para partículas entre a escala de Kolmogorov e a escala in-
	tegral $(n < d < L)$. Retirado de ARAUJO (2010)
2.3	Outros modelos de eficiência de coalescência para partículas entre a
	escala de Kolmogorov e a escala integral $(n < d < L)$. Retirado de
	ARAUJO (2010)
3.1	Diferenças entre as técnicas de medição (SATHE <i>et al.</i> , 2009) 32
3.2	Tipos de partículas para aplicações em água (LOUREIRO e PINHO,
	2006)
3.3	Tipos de partículas traçadoras para escoamento em líquidos (MA-
	RINS, 2007)
3.4	Tipos de laser (MATAMOROS, 2013)
4.1	Condições iniciais e de contorno
4.2	Propriedades do acrílico utilizado na construção da célula (INCOM-
	PLAST)
4.3	Especificações do sistema PIV
4.4	Especificações do sistema LDA
5.1	Valores da intensidade turbulenta em $x = 0.$
5.2	Comparativo entre a velocidade média do PIV e LDA em $x = 0mm$. 91
5.3	Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 30 mm 99
5.4	Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 153 mm 99
5.5	Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 325 mm 100
5.6	Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 411 mm 101
A.1	Dados médios obtidos pelo LDA no ponto em x=0 mm e y=30mm. $% = 10^{-10}$. 120
A.2	Valores calculados pela técnica MBV e LTE em x=0 mm e y=30mm. 121

A.3	Dados médios obtidos pelo LDA no ponto em x=12 mm e y=30mm	121
A.4	Valores calculados pela técnica MBV e LTE em x=12 mm e y=30mm	121
B.1	Escala de comprimento de Taylor na posição y = 30 mm	122
B.2	Escala de comprimento de Taylor na posição y $=153$ mm. $\hfill \dots \dots \dots$	122
B.3	Escala de comprimento de Taylor na posição y = 325 mm. \hdots	123
B.4	Escala de comprimento de Taylor na posição y = 411 mm. \hdots	123
B.5	Taxa de dissipação turbulenta na posição y = 30 mm	123
B.6	Taxa de dissipação turbulenta na posição y $=153~{\rm mm.}$	124
B.7	Taxa de dissipação turbulenta na posição y = 325 mm. 	124
B.8	Taxa de dissipação turbulenta na posição y = 411 mm. 	124
B.9	Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 30 mm	125
B.10	Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 153 mm. $\ .$.	125
B.11	Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y $=325~\mathrm{mm.}$	125
B.12	Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 411 mm. $\ .$.	126

Nomenclatura

- A Parâmetro da técnica MVB Eq. (4.18)
- a Frequência de agregação
- b Frequência de quebra
- Ca Número capilar
- C_D Coeficiente de arraste
- d_{diff} Diâmetro mínimo da partícula limitado por efeito de difração
- d_{cr} Diâmetro da cintura do feixe de laser
- d_p Diâmetro da partícula
- d_{τ} Diâmetro da imagem da partícula
- Eo Número de Eötvös
- F Comprimento focal da lente da sonda
- f Distância focal (PIV)
- f_D Frequência de luz espalhada
- **g** Força de campo gravitacional
- k Número de onda
- \hat{k} Número de blocos para correlação
- M Fator de magnificação da imagem do PIV
- Mo Número de Morton
- N_f Número de franjas

- n_1 Parâmetro da técnica MVB Eq. (4.18)
- n_2 Parâmetro da técnica MVB Eq. (4.18)
- p Pressão
- R Raio de frente de onda
- R₁₁ Função de autocorrelação
- Re Número de Reynolds
- \hat{R}_k Função de autocorrelação estimado pela técnica de correlação por blocos
- S Área característica de choque
- **S** Tensor taxa de deformação
- Ta Número de Tadaki
- Tu Intensidade Turbulenta
- T_i Escala de tempo integral
- U_t Velocidade terminal
- u Velocidade instantânea
- u' Flutuação de velocidade
- u_k Microescala de velocidade de Kolmogorov
- u_{rel} Velocidade relativa entre as partículas
- u_{rms} Velocidade Turbulenta
- \bar{u} Velocidade média
- $(u')^2$ Variância ou momento de segunda ordem
- $(u')^3$ Coeficiente de Assimetria ou Momento de terceira ordem
- $\overline{(u')^4}$ Coeficiente de Achatamento ou Momento de quarta ordem
- Z_0 Distância entre a lente e o plano do objeto
- z_0 Distância entre o plano da imagem e a lente
- $W_{\hat{K}}$ Fator de ponderação da técnica MVBE

We Número de Weber

w Fator de ponderação (correlação por blocos)

Letras Gregas

- α Ângulo de divergência do feixe de laser
- β Ângulo entre o vetor velocidade e a direção da medida
- δ_f Distância entre as franjas de interferência
- ε Taxa de dissipação de energia turbulenta
- η Microescala de comprimento de Kolmogorov
- θ Ângulo entre os feixes incidentes
- λ Comprimento de onda
- λ_f Microescala espacial longitudinal de Taylor
- λ_g Microescala espacial transversal de Taylor
- μ Viscosidade dinâmica
- ν Viscosidade cinemática
- ξ Função objetivo
- ρ Densidade da fase contínua
- ρ_p Densidade da partícula
- $\hat{\sigma}_u^2$ Estimativa da variância da velocidade
- au Tempo de defasagem
- τ_k Microescala de tempo de Kolmogorov
- $\tau_{\mathbf{v}}$ Tensor tensão
- $\hat{\tau}_{\hat{k}}$ Tempo de defasagem pela técnica LTE
- χ Microescala temporal de Taylor
- Γ Eficiência de coalescência
- Θ Frequência de colisão

Siglas

- AFQ Anemometria a Fio-Quente
- Nd:YAG Neodímio-dopado Ítrio Alumínio Garneto
- CAD Computer Aided Design
- CCD Charge-Coupled Device
- CFD Computational Fluid Dynamics
- CMOS Complementary Metal-Oxide-Semiconductor
- EBP Equação de Balanço Populacional
- LDA Laser Doppler Anemometry
- Nd:YLF Neodímio: Ítrio Fluoreto de Lítio
- Laser Light amplification by stimulated emission of radiation
- LTE Local Time Estimation
- MBV Model-based variance estimation
- NIDF Núcleo Interdisciplinar de Dinâmica de Fluidos
- **OpenFOAM** Open Field Operation and Manipulation
- PIV Particle Image Velocimetry
- PTV Particle Tracking Velocimetry
- LTFD Laboratório de Termofluidodinâmica

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A ocorrência de escoamentos multifásicos na indústria pode ser observada em diversas áreas, como em processos químicos, bioquímicos e petroquímicos. Nesses processos, podem-se destacar equipamentos como colunas de bolhas, flotadores, reatores químicos, sedimentadores, separadores ciclônicos, escoamento de petróleo, sistemas de extração (SILVA, 2011). Entende-se por escoamento multifásico um sistema onde existem, no mínimo, duas fases com a presença de uma interface entre as mesmas. Esse sistema pode ser bifásico, ou seja, líquido-gás, líquido-líquido, líquido-sólido ou gás-sólido, podendo ser também trifásico líquido-líquido-gás, líquido-sólido-gás.

Em sistemas multifásicos, a previsão da quebra e coalescência de partículas fluidas dispersas dentro de um fluido contínuo é de grande importância para uma série de processos industriais. Os sistemas de dispersão aumentam a área interfacial e favorecerem as taxas de transferência de massa e de calor entre uma ou mais fases. Um dos parâmetros de maior interesse é a área interfacial entre as duas fases que depende dos fenômenos de quebra e de coalescência. Em alguns equipamentos como separadores é necessário caracterizar o perfil de escoamento da fase contínua e determinar a formação e distribuição de tamanhos da fase dispersa (DAMIAN, 2007) que produzem uma grande área interfacial. Prever o comportamento desse tipo de escoamento ainda é um desafio. Existem poucos dados experimentais para validar as simulações.

Por essa razão, muitos estudos são realizados com intuito de estudar o comportamento da fase dispersa em diferentes condições experimentais. Geralmente, os experimentos realizados para estudar o fenômeno da coalescência de bolhas utilizam um equipamento especialmente construído para visualizar o fenômeno, chamado de célula de coalescência. Esse equipamento promove as colisões entre as bolhas e através da captura de imagens com câmera de alta velocidade é possível visualizar o momento que as bolhas coalescem, além de dados experimentais desse processo. Porém, ainda são poucos os trabalhos existentes na literatura em a que coalescência de bolhas foi estudada e quantificada.

1.2 Objetivo

O objetivo geral desse trabalho foi construir uma unidade de bancada com uma célula de coalescência, onde seja possível obter dados experimentais da eficiência de coalescência de bolhas. Através de técnicas ópticas como o PIV (*Particle Image Velocimetry*) e o LDA (*Laser Doppler Anemometry*) foram obtidos dados de velocidade e estatísticas de turbulência para o escoamento de água na célula de coalescência.

Dentre os objetivos específicos destacam-se:

- Projeto básico em CFD do escoamento monofásico da célula de coalescência.
- Dimensionamento do sistema (tubulações, bomba e medidor de vazão).
- Construção e montagem do sistema.
- Caracterização experimental do escoamento.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado em 6 capítulos. No capítulo seguinte é apresentada uma revisão bibliográfica e os fundamentos teóricos da modelagem usando Balanço Populacional, seu equacionamento para escoamentos multifásicos polidispersos e os principais modelos de coalescência. Além disso, é apresentada uma revisão sobre os experimentos com células de coalescência. As características intrínsecas ao escoamento também é apresentado. O Capítulo 3 detalha as técnicas de medição de escoamento utilizadas neste trabalho, o PIV e o LDA, explicando os princípios físicos para a medição da velocidade, os equipamentos necessários e as vantagens e desvantagens de cada técnica.

O Capítulo 4 refere-se aos métodos utilizados para a concepção do projeto da célula de coalescência. A definição da geometria, a configuração da simulação em CFD, a construção e operação do sistema experimental são descristas. As configurações usadas nas medidas usando PIV e LDA também são descritas em detalhes.

O Capítulo 5 apresenta os resultados da caracterização do escoamento, os perfis de velocidade, intensidade turbulenta, e outras propriedades, obtidas através das técnicas PIV e LDA.

O Capítulo 6 lista as conclusões obtidas e fornece algumas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Escoamento Multifásico

Um escoamento multifásico pode ser definido como um sistema que consiste, pelo menos, duas fases separadas por uma interface. De acordos com o número de fases presentes, pode-se classificar os sistemas como bifásico, ou seja, há a presença de duas fases que podem ser líquido-líquido, líquido-sólido, líquido-gás e sólido-gás. A disposição dessas fases ao longo de um escoamento depende de fatores como velocidade do escoamento, temperatura, pressão, teor de cada fase, tamanho e orientação (vertical ou horizontal) do escoamento, entre outros fatores físicos. A influência desses fatores definem os regimes ou padrões de escoamento que, para um sistema líquido-gás podem ser comumente classificados como (Figura 2.1):

- Disperso: quando a fase gasosa está dispersa na forma de bolhas na fase líquida, ou a fase líquida está dispersa na forma de gotas da fase gasosa. Essas bolhas ou gotas podem ter características iguais entre si (uniformemente disperso) ou podem ter características variadas (polidisperso).
- Pistonado: um aumento da vazão da fase gasosa provoca a coalescência das bolhas, formando grandes bolhas que ocupam boa parte da seção reta do escoamento.
- Agitado: um aumento maior da velocidade da fase gasosa leva a quebra das bolhas, gerando um sistema fortemente agitado, com características caóticas.
- Anular: um aumento adicional na vazão de gás leva à existência de uma camada líquida na parede da tubulação, com a fase gasosa escoando na



Figura 2.1: Padrões de escoamento de um sistema gás-líquido. Adaptado de SHAIKH e AL-DAHHAN (2007).

região central. Nesse caso, em ambas as regiões existem dispersão de uma fase na outra.

Nota-se então, que a coalescência de bolhas controla algumas destas transições de regime de escoamento. Na indústria química é comum a presença de escoamento polidisperso, principalmente em equipamentos como sedimentadores, flotadores, colunas de borbulhamento, reatores químicos, leitos fluidizados e separadores ciclônicos. Portanto, o conhecimento do fenômeno da coalescência se faz necessário para um melhor entendimento do escoamento gás-líquido em um equipamento ou processo.

2.1.1 Velocidade Terminal de bolhas

O comportamento de bolhas em líquidos é um assunto bastante discutido na literatura. No contexto desses estudos, a velocidade de ascensão de bolhas tem importância nos processos de engenharia que envolvem sistemas com escoamento gás-líquido (MELO, 2007). Os trabalhos sobre o comportamento de bolhas visam, em sua maioria, quantificar os parâmetros que influenciam a formação de bolhas e sua movimentação na fase liquida, utilizando as propriedades físicas dos fluidos do sistema bifásico e as características das bolhas.

A velocidade terminal de uma bolha, U_t , pode ser observada quando ocorre um equilíbrio entre o seu peso, o empuxo e as forças de arraste. O coeficiente de arraste C_D , é utilizado para modelar as forças de arraste que atuam sobre uma partícula. Existem diversas correlações na literatura para velocidade terminal de bolhas e para o coeficiente de arraste, que se adequam para situações específicas. Essas situações estão relacionadas com as forças viscosas, inerciais, gravitacionais e superficiais atuando sobre as bolhas, as quais são representadas pelos números adimensionais apresentados nas Equações 2.1 a 2.6. Segundo BOZZANO e DENTE (2001); CLIFT *et al.* (1978); KULKARNI e JOSHI (2005), esses números adimensionais influenciam o comportamento de bolhas.

• Reynolds: razão entre forças inerciais e viscosas.

$$Re = \frac{\rho U d_p}{\mu} \tag{2.1}$$

 Morton: junto com o número de Eötvös, caracteriza o formato de bolhas em ascensão.

$$Mo = \frac{g\mu^4 \Delta \rho}{\rho \sigma^3} \tag{2.2}$$

• Eötvös: relação entre as forças gravitacionais e superficiais.

$$Eo = \frac{\Delta \rho g d_p^2}{\sigma} \tag{2.3}$$

• Weber: relação entre forças inerciais e superficiais.

$$We = \frac{\rho U^2 d_p}{\sigma} \tag{2.4}$$

• Capilar: relação entre as forças viscosas e superficiais.

$$Ca = \frac{\mu U}{\sigma} \tag{2.5}$$

• Arquimedes: razão entre as forças gravitacionais e viscosas.

$$Ar = \frac{gd_p^3\rho\Delta\rho}{\mu^2} \tag{2.6}$$

onde ρ é densidade da fase contínua; σ é a tensão superficial, U é a velocidade da partícula em relação ao fluido, g é a aceleração gravitacional, d_p é o diâmetro equivalente da partícula, μ é a viscosidade da fase contínua, e $\Delta \rho$ diferença entra as densidades da fase contínua e discreta.



Figura 2.2: Velocidade terminal de bolhas em água pura ou contaminada em $20^{\circ}C$. Adaptado de CLIFT *et al.* (1978).

Uma referência clássica e essencial para o estudo do comportamento de bolhas até os dias atuais é o livro de CLIFT *et al.* (1978). Os autores apresentam uma ampla revisão da literatura das equações e correlações que governam o comportamento de bolhas, gotas e partículas sólidas em líquidos newtonianos. Os autores utilizaram os dados existentes na literatura para um sistema de bolhas de ar em água pura e contaminada (não purificada) para estabelecer uma relação do tamanho, formato e velocidade terminal das bolhas. A Figura 2.2 mostra que para uma faixa de tamanho de bolha de 0,5a 20 mm, há um efeito da presença de contaminante na velocidade terminal. Também é possível observar a relação dos números adimensionais Eötvös e Reynolds com o formato das bolhas.

Recentemente, KULKARNI e JOSHI (2005) apresentaram uma revisão detalhada dos principais teorias sobre a formação e o comportamento de bolhas, além dos modelos de velocidade de ascensão e coeficiente de arraste de bolhas de gás em líquidos newtonianos e não newtonianos.

As forças que atuam durante a movimentação das bolhas em uma fase líquida modificam o formato das mesmas, tornando mais complexo o estudo do comportamento dinâmico da bolhas. Por esse motivo, muitos estudos assumem a forma esférica para as bolhas (MELO, 2007). KARAMANEV (1994) realizou um estudo experimental para investigar a similaridade do comportamento de esferas e bolhas de gás em água com formatos semelhantes. O autor observou uma proximidade entre as curvas de coeficiente de arraste de bolhas e esferas sólidas em ascensão até Reynolds igual a 500, valor que corresponde a faixa de transição da bolha esférica para elipsoidal. Acima deste valor de Reynolds, o coeficiente de arrasto fica estável, para bolhas de ar aumentando com a mudança do formato para calota esférica, que ocorre para Re > 4500 (Figura 2.3). Considerando os três formatos de bolhas em estudo, KARAMANEV (1994) apresentou a seguinte equação para o cálculo da velocidade terminal:

$$U_t = \sqrt{\frac{8g}{6^{2/3}\pi^{1/3}C_D}} V^{1/6}cTa^b$$
(2.7)

onde V é o volume da bolha ($V = \pi d_p^3/6$), Ta é o número de Tadaki ($Ta = ReMo^{0,23}$) e as constantes c e b dependem de Ta:

- c = 1, b = 0 quando Ta ≤ 2 (bolha esférica);
- c = 1, 14, b = -0, 176 quando $2 \le \text{Ta} \le 6$ (bolha elipsoidal);
- c = 1, 36, b = -0, 28 quando $6 \le \text{Ta} \le 16, 5$ (bolha elipsoidal);
- c = 0, 62, b = 0 quando Ta > 16,5 (bolha calota esférica);

O coeficiente de arraste C_D pode ser calculado através da seguinte correlação:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24(1+0,173Re^{0,657})}{Re} + \frac{0,413}{1+16300Re^{-1,09}}; & \text{para } Re < 130\\ 0,95; & \text{para } Re > 130. \end{cases}$$
(2.8)

KARAMANEV (1996) analisou dados experimentais presentes na literatura e as correlações para velocidade terminal de partículas esféricas e bolhas, com objetivo de propor uma melhor descrição para os modelos de velocidade terminal e coeficiente de arraste. O autor chegou a conclusão de que a melhor maneira de calcular o coeficiente de arraste e a velocidade terminal é descrever essas correlações em função do número adimensional de Arquimedes. De acordo com KARAMANEV (1996), utilizando a Equação 2.7, o coeficiente de arraste para bolhas em ascensão pode ser calculado como:

$$C_D = \frac{432}{Ar} (1+0,0470Ar^{2/3}) + \frac{0,517}{1+154Ar^{-1/3}}$$
(2.9)



Figura 2.3: Comparação das curvas de coeficiente de arraste de bolhas e esferas sólidas. Adaptado de KARAMANEV (1994).

para Ar < 13000 e $C_D = 0,95$ para Ar > 13000. No caso de partículas esféricas em ascensão, Ar < $1,18 \times 10^6 d_p^2$ e $C_D = 0,95$ para Ar > $1,18 \times 10^6 d_p^2$.

TOMIYAMA (2002) fizeram um estudo teórico e experimental sobre a ascensão de bolhas de ar em água destilada e contaminada com surfactantes, para determinar a trajetória, o formato e a velocidade terminal. Foi observado que os surfactantes causam uma deformação menor no formato da bolha em ascensão. Os autores também observaram uma correlação alta entre a velocidade terminal e a razão de aspecto E, definido como uma razão entre altura e largura da bolha ($E = (b + \beta b)/2a$), e propuseram a seguinte expressão:

$$U_t = \frac{\sin^{-1}\sqrt{1-E^2} - E\sqrt{1-E^2}}{1-E^2} \times \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho d}E^{4/3} + \frac{\Delta\rho g d}{2\rho}\frac{E^{2/3}}{1-E^2}} \qquad (2.10)$$

ALVES *et al.* (2005) montaram um sistema experimental para o estudo de bolhas de ar com tamanhos de 1 a 5 mm em fluxo contracorrente de água, com intuito de monitorar por um tempo maior a ascensão das bolhas. Os autores investigaram a velocidade terminal, o coeficiente de arraste e a transferência de massa gás-líquido. Para a velocidade terminal, os autores obtiveram resultados equivalentes ao apresentado por CLIFT *et al.* (1978) para bolhas com diâmetros equivalentes de 1,3 a 4,6 mm tanto em água destilada quanto em contaminada.

2.2 Balanço Populacional

A metodologia de Balanço Populacional surgiu com a necessidade de modelar os fenômenos que afetam as propriedades das partículas de um sistema particulado. RAMKRISHNA (2000) apresentou uma modelagem matemática da distribuição de densidade numérica de partículas, sendo uma das principais referências nesse assunto.

Primeiro, define-se dois grupos de variáveis que podem afetar uma distribuição de partículas, as variáveis externas e internas. São chamadas de variáveis externas, \mathbf{x} , aquelas que são referentes à localização espacial das partículas. Já as variáveis internas, \mathbf{r} , são referentes às propriedades intrínsecas à partícula, como tamanho, composição, temperatura, idade, etc. O número médio de partículas por unidade de volume com propriedades \mathbf{r} , em um ponto \mathbf{x} , instante t e é definido como função de distribuição de densidade numérica de partícula, $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t)$. O vetor $\mathbf{Y} = {\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_c}$ representa todas as c variáveis da fase contínua que interferem no comportamento das partículas.

RAMKRISHNA (2000) propôs uma formulação geral para a equação de balanço populacional (EBP), representado pela Equação 2.11.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = - \nabla_{\mathbf{x}} \cdot [\dot{\mathbf{X}}f] + \nabla_{\mathbf{x}} \cdot [\mathbf{D}_{\mathbf{x}} \cdot (\nabla_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{x}}^{T}f)] - \nabla_{\mathbf{r}} \cdot [\dot{\mathbf{R}}f] + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot [\mathbf{D}_{\mathbf{r}} \cdot (\nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{r}}^{T}f)] + H$$
(2.11)

O termo transiente $\partial f/\partial t$ representa a variação temporal da função de distribuição de tamanho de partículas. Já os termos:

$$\underbrace{-\bigtriangledown_{\mathbf{x}} \cdot [\dot{\mathbf{X}}f]}_{\text{movimentos determinísticos}} + \underbrace{\bigtriangledown_{\mathbf{x}} \cdot [\mathbf{D}_{\mathbf{x}} \cdot (\bigtriangledown_{\mathbf{x}} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{x}}^{T}f)]}_{\text{movimentos randômicos}}$$

representam o deslocamento das partículas no espaço das variáveis externas, onde $\dot{\mathbf{X}}$ é a taxa de variação da variável externa ou velocidade, e $\mathbf{D}_{\mathbf{x}}$ é o coeficiente de difusão anisotrópico. Os termos seguintes:

 $\underbrace{-\bigtriangledown_{\mathbf{r}} \cdot [\dot{\mathbf{R}}f]}_{\text{movimentos deterministicos}} + \underbrace{\bigtriangledown_{\mathbf{r}} \cdot [\mathbf{D}_{\mathbf{r}} \cdot (\bigtriangledown_{r} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{r}}^{T}f)]}_{\text{movimentos randômicos}}$

representam o movimento no espaço das variáveis internas no sistema, onde $\dot{\mathbf{R}}$ é a taxa de variação das propriedades das partículas, e $\mathbf{D_r}$ é o coeficiente de difusão anisotrópico no espaço das variáveis internas.

O último termo da Equação 2.11, H, é denominado de termo fonte. Este é responsável por modelar os efeitos de quebra e agregação de partículas. Podemos representá-lo da seguinte forma:

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{Y}, t) = B_B - D_B + B_C - D_C$$
(2.12)

Na equação acima, $B_B \in B_C$ representam o nascimento (*birth*) de partículas, enquanto que $D_B \in D_C$ modelam a sua a morte (*death*), por quebra e agregação, respectivamente. Devido à dificuldade de modelar os termos da EBP, algumas simplificações são feitas (DAMIAN, 2007). Considerando um problema monovariado, onde a variável interna possua propriedade aditiva, por exemplo a massa ($\mathbf{r} = [m]$), os termos fontes são expressos como:

$$D_B(m, \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) = b(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) f(m, \mathbf{x}, t)$$
(2.13)

$$B_B(m, \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) = \int_m^\infty \varsigma(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) P(m|m', \mathbf{x}, t) b(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) f(m', \mathbf{x}, t) dm'$$
(2.14)

$$B_C(m, \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) = \frac{1}{2} \int_0^m f(m', \mathbf{x}, t) f(m - m', \mathbf{x}, t) a(m', m - m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) dm'$$
(2.15)

$$D_C(m, \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) = \int_0^\infty f(m, \mathbf{x}, t) f(m', \mathbf{x}, t) a(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) dm' \qquad (2.16)$$

onde $b(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$ é a frequência de quebra da partícula de propriedade m', $\varsigma(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$ é o número de filhas produzidas na quebra da partícula de propriedade m' ($\varsigma \ge 2$), $P(m|m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$ é a densidade de probabilidade de uma partícula de propriedade m ser formada a partir da quebra de uma partícula de propriedade m', e $a(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$ é a frequência de agregação das partículas de propriedades m e m'.

A EBP é uma equação integro-diferencial com dependências temporal e espacial e não linear. Assim, sua solução analítica é restrita a casos simples (ARAUJO, 2010; DAMIAN, 2007). Para casos mais complexos são utilizados métodos numéricos, como métodos estocásticos, métodos de resíduos ponderados, métodos de classes e métodos de momentos. Este trabalho não descreverá os métodos numéricos citados, entretanto, um boa descrição dessas metodologias numéricas podem ser encontrados em ARAUJO (2010); DAMIAN (2007); FAVERO (2014); RAMKRISHNA (2000); SILVA (2008) e SANTOS (2014).

Para representar o processo de quebra das partículas é necessário modelar os termos $b(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$, $\varsigma(m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$ e $P(m|m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$. De modo geral, a quebra pode ocorrer quando partículas colidem com superfícies sólidas, quando há uma força cisalhante interagindo com a partícula, ou pela turbulência da fase contínua. ARAUJO (2010), LIAO e LUCAS (2009) apresentam uma revisão abrangente sobre os modelos de quebra.

A agregação de partículas depende somente do termo frequência de agregação, $a(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$, que é a probabilidade de partículas com propriedade $m \in m'$ se agregarem em um instante de tempo t. Segundo CHESTERS (1991), a coalescência envolve mecanismos mais complexos que a quebra de partículas, pois, inclui não somente as relações das partículas com a fase contínua, mas também as interações partícula-partícula. Em síntese, esse processo de agregação de partículas acontece em três etapas: (i) é necessário que ocorra o choque entre as partículas formando um filme líquido entre as mesmas; (ii) enquanto permanecem juntas, o filme é drenado até chegar em uma espessura crítica e (iii) forças intermoleculares agem sobre as moléculas nas duas interfaces, rompendo o filme líquido e, assim, coalescendo as partículas. É interessante mencionar que somente o choque não garante a coalescência, sendo os tempos de colisão e de drenagem os fatores controladores deste processo.

2.2.1 Modelos de coalescência

A modelagem da frequência de coalescência é realizada separando-a em dois termos, a frequência de colisão, Θ , e a eficiência de coalescência, Γ , conforme a Equação 2.17. O primeiro termo relaciona a ocorrência das colisões e o segundo a probabilidade condicional de ocorrer a coalescência. Este último depende das propriedades da partícula, da característica do escoamento, da intensidade e do tempo da colisão.

$$a(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) = \Theta(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t) \Gamma(m, m', \mathbf{x}, \mathbf{Y}, t)$$
(2.17)

Devido ao grande interesse nas últimas décadas de se entender melhor os mecanismos tanto de quebra quanto de coalescência, muitos modelos foram publicados na literatura. Esses modelos não são gerais e vão depender do tipo de sistema. O primeiro a fazer uma revisão dos modelos existentes foi CHESTERS (1991), que também apresentou alguns modelos por ele desenvolvidos. ARAUJO (2006) fez uma revisão bem completa e crítica dos modelos existentes, além de estimar parâmetros dos modelos em seus dados experimentais de coluna de borbulhamento. Com relação aos modelos de coalescência, ARAUJO (2006) concluiu que os modelos de PRINCE e BLANCH (1990) e LUO (1993) apesar de serem os mais utilizados apresentam inconsistência em suas formulações. O modelo de KAMP *et al.* (2001) foi que se mostrou mais consistente.

LIAO e LUCAS (2010) fizeram uma revisão bem abrangente dos modelos e mecanismos de coalescência que existem na literatura. É um artigo importante por apresentar de maneira concisa os principais modelos.

2.2.2 Modelos de frequência de colisão

Os modelos de frequência de colisão podem ser generalizados como sendo o produto de uma área característica de choque, $S_{i,j}$, por uma velocidade relativa entre as partículas, u_{rel} , além de um fator multiplicativo C, como pode ser visto na Equação 2.18.

$$\Theta_{ij} = CS_{ij}u_{rel} \tag{2.18}$$

No geral, a área característica de choque entre as partículas é definida como:

$$S_{ij} = \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 = \pi (r_i + r_j)^2$$
(2.19)

É interessante destacar que a velocidade relativa u_{rel} é definida de acordo com o tipo de mecanismo de frequência de colisão, que é a principal diferença entre os modelos. ARAUJO (2010) apresenta os principais modelos de frequência de colisão, os quais podem estar associados à :

• Hidrodinâmica do escoamento.

- Interação partícula-partícula.
- Ação de forças de campo.
- Turbulência.

Existem poucos modelos de frequência de colisão devido à hidrodinâmica do escoamento, à interação partícula-partícula e à ação de forças de campo, e eles não apresentam formulações totalmente confiáveis. A turbulência do meio contínuo é o mecanismo mais utilizado nos modelos de frequência de colisão, devido à sua importância. Em escoamentos turbulentos, existe o conceito de que a energia dos vórtices é transferida das maiores escalas para as menores até a sua conversão em energia térmica. Duas dessas escalas são conhecidas como escala integral e escala de Kolmogorov.

A escala integral, L, é um comprimento característico dos maiores vórtices do escoamento, geralmente relacionado com a geometria do equipamento. Já a escala de Kolmogorov, η , está relacionada ao pequenos tamanhos dos vórtices, sendo definida como:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \tag{2.20}$$

onde ν é a viscosidade cinemática e ε é a taxa de dissipação turbulenta.

Os modelos de frequência de colisão devido à turbulência são baseados em três condições (ARAUJO, 2010): (i) se a partícula for menor que a escala de Kolmogorov ($d < \eta$), os vórtices de menor escala promovem a colisão; (ii) se o tamanho da partícula estiver entre a menor escala e a escala integral ($\eta < d < L$), somente os vórtices na mesma faixa de tamanho afetam a colisão; (iii) se a partícula for maior que a escala integral (d > L), os maiores vórtices associados ao escoamento médio, promovem a colisão. Essas condições estão relacionadas com a hipótese que velocidade vem das escalas de turbulência associadas ao tamanho da partícula.

2.2.3 Modelos de eficiência de coalescência

Três abordagens são usadas para derivar modelos de eficiência de coalescência (LIAO e LUCAS, 2010):

• balanço entre as energias cinética e interfacial,

- a definição de um velocidade crítica de aproximação das partículas, e
- o cálculo do tempo de drenagem do filme líquido.

As duas primeiras modelagens não são muito utilizadas na literatura. O modelo proposto por HOWARTH (1964) baseia-se em uma razão entre a energia interfacial das partículas e a energia cinética de colisão, quanto menor essa razão, maior a probabilidade das partículas coalescerem. O modelo de velocidade crítica proposto por LEHR e MEWES (2001) afirma que a probabilidade das partículas coalescerem é maior quando a velocidade de aproximação for inferior à velocidade crítica no instante da colisão. Esta velocidade crítica estaria, por sua vez, associada à drenagem do filme líquido.

A abordagem mais aceita e utilizada na literatura é baseada na drenagem do filme líquido. Esse modelo define a eficiência de coalescência como função de dois fatores: o tempo de interação, t_{int} , e o tempo drenagem, t_{dren} . O tempo de interação ou tempo de contato inicia-se quando as partículas se chocam, formando o filme líquido, até elas coalescerem ou se afastarem. O tempo de drenagem ou tempo de coalescência está relacionado com a duração da drenagem do filme até seu rompimento, ocorrendo, então, a coalescência. Note que se o tempo de interação for muito pequeno, prejudica a drenagem do filme e consequentemente, a coalescência não acontece.

Portanto, os modelos de drenagem do filme líquido baseiam-se na modelagem dos tempos de interação e de drenagem. Uma forma simplificada da eficiência de coalescência (COULALOGLOU e TAVLARIDES, 1977; ROSS, 1971) pode ser observada na Equação 2.21.

$$\Gamma(d_i, d_j) = \exp\left(-\frac{t_{dren}}{t_{int}}\right)$$
(2.21)

Os modelos de eficiência de coalescência de CHESTERS (1991) são as principais referências na literatura, devido à versatilidade de tamanhos, tipos de superfície (rígidas ou deformáveis) e mobilidade da interface da partícula (imóveis, parcialmente ou completamente móveis)(ARAUJO, 2010). As Tabelas 2.1 e 2.2 mostram os modelos de CHESTERS (1991) para partículas menores que a escala de Kolmogorov e para partículas entre a escala de Kolmogorov e a escala integral respectivamente. Nesses modelos, partículas com tamanhos diferentes são generalizadas para um tamanho equivalente $(r_{eq} = 2(1/r_i + 1/r_j)^{-1})$. A espessura do filme líquido inicial e final formado

Tabela 2.1: Modelos de eficiência de coalescência proposto por CHESTERS (1991) para partículas menores que a escala de Kolmogorov ($d < \eta$). Retirado de ARAUJO (2010).

Característica da Interface	Eficiência de coalescência
Rígida	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{1}{4}\ln\left(\frac{h_i}{h_f}\right)\right]$
Deformável e imóvel	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{8}{9}Ca^2r^2\left(\frac{1}{h_f^2} - \frac{1}{h_i^2}\right)\right]$
Deformável e parcialmente móvel	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{\mu_d}{\mu})Ca^{3/2}r\left(\frac{1}{h_f} - \frac{1}{h_i}\right)\right]$
Deformável e móvel	$\Gamma = \exp\left[-CCa\frac{3}{2}\ln\left(\frac{h_i}{h_f}\right)\right]$

Tabela 2.2: Modelos de eficiência de coalescência proposto por CHESTERS (1991) para partículas entre a escala de Kolmogorov e a escala integral ($\eta < d < L$). Retirado de ARAUJO (2010).

Característica da Interface	Eficiência de coalescência
Deformável e imóvel	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{3}{8}\mathcal{O}hW_e^{1/2}r^2\left(\frac{1}{h_f^2} - \frac{1}{h_i^2}\right)\right]$
Deformável e parcialmente móvel	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\mu_d}{\mu}\right)\mathcal{O}h\left(\frac{W_e}{2F_{mc}}\right)^{1/4}\left(\frac{1}{h_f} - \frac{1}{h_i}\right)\right]$
Deformável e móvel	$\Gamma = \exp\left[-C\left(\frac{W_e}{2F_{mc}}\right)^{1/2}\right]$
onde:	

$$F_{mc} = \frac{4\rho_d}{3\rho} + C_{mv} \text{ com } C_{mv} = 1$$
$$\mathcal{O}h = \mu/(\sigma\rho r)^{1/2}$$

entre duas partículas durante a colisão são representados respectivamente por h_i e h_f . A Tabela 2.3 mostra os demais modelos existentes.

Tabela 2.3: Outros modelos de eficiência de coalescência para partículas entre a escala de Kolmogorov e a escala integral ($\eta < d < L$). Retirado de ARAUJO (2010).

Característica da Interface	Eficiência de coalescência
Deformável e imóvel Coulaloglou e Tavlarides COU- LALOGLOU e TAVLARIDES (1977)	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{2W_e\mu d^2}{\sigma(1+\phi)}\right]$
Deformável e móvel Prince e Blanch PRINCE e BLANCH (1990)	$\Gamma = \exp\left[-C\frac{\ln(h_i/h_f)}{3,5636} \left(\frac{W_e}{2}\right)^{1/2}\right]$
Kamp et al.KAMP et al. (2001)	$\begin{split} \Gamma &= \exp\left[-C\left(\frac{W_e}{C_{mv}}\right)^{1/2}\right]\\ \text{com: } W_e &= \rho u_r^2 d/2\sigma,\\ u_r &= (C_t/\sqrt{1,6})[\varepsilon(d_i+d_j)/2]^{1/3} \end{split}$

2.3 Trabalhos experimentais de coalescência

Apesar da existência de vários modelos para o processo de coalescência, muito deles carecem de dados experimentais para validá-los. Por esse motivo, a investigação experimental mostra-se extremamente necessária. Como mencionado anteriormente, o tempo de contato entre as partículas e a formação e drenagem do filme líquido são elementos cruciais para o processo de coalescência. Além da tensão interfacial, as propriedades das partículas como por exemplo, tamanho, velocidade, densidade e da fase contínua (viscosidade, densidade, temperatura, turbulência) afetam esse processo. Portanto, esses são os principais fatores estudados em experimentos que envolvem o processo de coalescência.

TSE et al. (1998) utilizaram uma célula de coalescência com geometria de $(277 \times 110 \times 71mm)$. O equipamento controlava o choque horizontal de um par de bolhas que eram formadas através de dois bicos injetores de 2 mm de diâmetro, espaçados em 5 mm. Para análise da coalescência, foram utilizadas água destilada e solução de sulfato de sódio (0,08 M) como fase contínua, além uma câmera de alta velocidade com aquisição de até 2000 quadros por segundo. Eles usaram a mesma configuração para também analisar a


Figura 2.4: Estudo experimental da coalescência de LEHR *et al.* (2002). (a) Esquema do sistema experimental. (b) Sequência de imagens processadas do momento de choque entre as bolhas. Adaptado de LEHR *et al.* (2002).

coalescência em um tanque agitado cilíndrico com diâmetro de 0,56 m e uma coluna de bolhas com diâmetro de 46 mm. Chegaram a conclusão que o tempo para quebra do filme líquido entre as bolhas em solução de eletrólitos foi semelhante ao em água destilada.

LEHR et al. (2002) investigaram as condições de choque necessárias para ocorrer a coalescência de duas bolhas em uma célula trapezoidal de 0,225 m de comprimento e seção retangular (0,028 $m \times 0,028$ m na entrada e $0,060 \ m \times 0,060 \ m$ na parte inferior). A Figura 2.4(a) mostra o sistema utilizado, onde o fluido escoava verticalmente para baixo, de forma que o aumento da área de saída em relação da entrada da célula provocasse uma diminuição da velocidade média. As bolhas eram injetadas através de um capilar localizado na parte inferior da célula (Figura 2.4), as quais, consequentemente, subiam até uma região onde a velocidade média do líquido igualava-se à velocidade de ascensão da bolha. Esse experimento permitiu verificar que o processo de colisão depende apenas da velocidade relativa de aproximação perpendicular à superfície de contato. Para um sistema de água destilada e ar, os autores obtiveram um valor de 0.08 m/s de velocidade crítica (velocidade acima da qual não há coalescência), que é independente do tamanho da bolha. Os resultados obtidos no experimento foram aplicados com êxito na formulação de um modelo de coalescência que foi utilizado na simulação de uma coluna de bolhas através do modelo de balanço populacional.

BRÖDER e SOMMERFELD (2002) utilizaram um sistema combinado de PIV e PTV (*Particle Tracking Velocimetry*) para analisar a interação de bolhas de tamanhos de 2 a 4 mm, e o processo de coalescência em escoamento turbulento. O equipamento em acrílico (2,3 $m \times 0,3 m \times 0,1 m$) possuía



Figura 2.5: Sistema experimental utilizado por RIBEIRO JR e MEWES (2006): (1) tanque de alimentação, (2) bomba, (3) célula de coalescência, (4) câmera de alta velocidade, (5) sistema para controle de temperatura. Adaptado de RIBEIRO JR e MEWES (2006).

na parte inferior um aerador com 50 capilares com diâmetros de 0,6 e 0,4mm. O PVT foi utilizado para determinar a velocidade das bolhas e o PIV para determinar a velocidade da fase contínua. Através da captura e análise das imagens os autores determinaram a distribuição do tamanho de bolhas e calcularam a taxa de coalescência para frações de vazio de 0,73%, 1,33% e 1,75%.

RIBEIRO JR e MEWES (2006) realizaram experimentos em um sistema com uma célula de coalescência com comprimento de 0,21 m e área de seção transversal de 0,024 $m \times 0,005 m$ na entrada e 0,060 $m \times 0,005 m$ na saída, para determinar a influência da variação da temperatura (10 a 40°C) na coalescência de bolhas em dois diferentes líquidos (água e etanol). A unidade experimental utilizada foi baseada no trabalho de LEHR *et al.* (2002). Foi utilizada uma câmera de alta velocidade usando 529 quadros por segundo e com resolução de 256 \times 256 pixels para análise da interação entres as bolhas. Observou-se que, para todas as condições analisadas, a velocidade crítica não depende do diâmetro das bolhas e sim das propriedades físicas das fases. Além disso, verificaram um aumento linear da velocidade crítica com a temperatura, ou seja, a eficiência de coalescência de bolhas aumenta com a temperatura. RIBEIRO JR e MEWES (2007) estudaram a influência de eletrólitos na velocidade crítica para coalescência de bolhas, utilizando o mesmo sistema experimental apresentado em RIBEIRO JR e MEWES (2006). A colisão de bolhas foi analisada em água e em solução de NaCl (0,1 e 0,3 % p/p) com temperatura variando de 10 a 40°C. Tanto para a água quanto para as soluções de NaCl, a coalescência de bolhas foi intensificada com aumento da temperatura do líquido e os valores de velocidade crítica também aumentaram. Porém, a velocidade crítica diminui com a adição de NaCl em água, independente do diâmetro da bolha. Os autores ressaltam que os fatos observados com o a solução de NaCl podem ser extrapolados para outros eletrólitos que são conhecidos por inibirem a coalescência de bolhas.

DUERR-AUSTER *et al.* (2009) estudaram o comportamento e o tempo de coalescência de duas bolhas na presença de uma solução aquosa de um tensoativo não iônico (ácido graxo de poliglicerol). A técnica experimental utilizou uma célula de coalescência composta por dois injetores capilares verticais opostos, e uma câmera CCD para observação do processo operando com 20 quadros por segundo. Os autores analisaram a influência da força iônica da solução e o tempo de adsorção na coalescência binária. Os resultados obtidos mostraram que um aumento na força iônica da solução, diminui significativamente o tempo de coalescência.

2.4 Características Estatísticas do Escoamento

A velocidade é uma das principais variáveis para a avaliação do comportamento de um escoamento, seja ele turbulento ou não. Entretanto, em escoamentos turbulentos as variáveis instantâneas flutuam com uma certa frequência em torno de um valor médio. Para alguns casos, o conhecimento do comportamento médio do escoamento é suficiente. Porém, para análises mais detalhadas, o caráter flutuante é desejável. Portanto, defini-se flutuação instantânea de velocidade, u', como a diferença da velocidade instantânea, u, pela velocidade média, \bar{u} , ou seja:

$$u' = u - \bar{u} \tag{2.22}$$

A velocidade média (Equação 2.23) é a média aritmética de um número N de amostras de velocidades instantâneas obtidas através de técnica de ópticas,

por exemplo.

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \tag{2.23}$$

Note que, das Equações 2.22 e 2.23 a média da flutuações instantâneas é igual a zero ($\overline{u'} = 0$). Por esse motivo, outra propriedade estatística analisada é a variância ou momento de segunda ordem, σ_u^2 ou $\overline{(u')^2}$, que define o quanto a velocidade instantânea medida em um determinado ponto está próximo do valor médio. O momento de segunda ordem é definido como:

$$\overline{(u')^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u'_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u_i - \bar{u}]^2$$
(2.24)

A intensidade turbulenta, Tu, é definida como a relação entre a raiz quadrada do momento de segunda ordem e a velocidade média:

$$Tu = \frac{\sqrt{(u')^2}}{\bar{u}} \tag{2.25}$$

onde $\sqrt{(u')^2}$ é a velocidade turbulenta, u_{rms} . A intensidade turbulenta é considerada baixa para valores abaixo de 0,01 (1%), média até 0,1 (10%), e alta para valores acima de 0,2 (20%).

Existem outros dois parâmetros para analisar a distribuição de velocidade, que são os momentos de terceira e quarta ordem. O momento de terceira ordem pode ser calculado de maneira equivalente ao momento de segunda ordem (Equação 2.26), podendo ser normalizado por $[\overline{(u')^2}]^{3/2}$ para gerar o coeficiente de assimetria ou *skewness*. Este parâmetro determina o quanto a distribuição dos dados de velocidade instantânea são simétricos em relação à velocidade média, isto é, valores menores de $\overline{(u')^3}/[\overline{(u')^2}]^{3/2}$ indicam maior simetria em relação à média.

$$\overline{(u')^3} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} [u_i - \bar{u}]^3$$
(2.26)

Seguindo a mesma concepção anterior, o momento de quarta ordem é obtido pela Equação 2.27, que pode ser usado para definir o coeficiente de achatamento ou *flatness*, quando normalizado por $[\overline{(u')^2}]^2$. Este parâmetro determina o quanto a distribuição dos dados de velocidade instantânea é mais estreita ou longa que uma distribuição Gaussiana para a qual $\overline{(u')^4}/[\overline{(u')^2}]^2 = 3$. Definindo, $j = \overline{(u')^4}/[\overline{(u')^2}]^2 - 3$, se j > 0, significa que a distribuição é menos achatada que a Gaussiana, e será mais achatada se j < 0.

$$\overline{(u')^4} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [u_i - \bar{u}]^4$$
(2.27)

2.5 Função de Autocorrelação e Espectro de Energia

A fim de obter as características físicas que são inerentes a cada tipo de escoamento turbulento, ou seja, as escalas de turbulência, é necessário uma análise estatística mais detalhada do conjunto de dados de velocidade. Esta, pode ser realizada espacialmente, isto é, quando um conjunto de dados em dois pontos são analisados entre si, ou de maneira temporal, quando a análise é realizada em um único ponto ao longo de um intervalo de tempo.

Tendo em mente que a maioria das técnicas experimentais de análise do escoamento obtêm dados temporais em um dado ponto e que as formulações teóricas de escalas de turbulência são espaciais, é usual a aplicação da hipótese da "turbulência congelada" de Taylor (HINZE, 1975; POPE, 2003). Essa hipótese surege que a estrutura turbulenta ao passar no ponto de medição de velocidade encontra-se "congelada", sendo convectada pela velocidade média do escoamento (BRASIL, 2004). Portanto, essa hipótese permite relacionar a variação espacial com a variação temporal no ponto onde a medida de velocidade foi realizada (Equação 2.28). Para um escoamento homogêneo e com velocidade média constante, essa hipótese é uma boa consideração para escoamentos com baixo índice de intensidade turbulenta ($\sqrt{(u')^2}/\bar{u} \ll 1$).

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{x_0} + \mathbf{r}) = \mathbf{u}(t - \tau, \mathbf{x_0}), \quad \mathbf{r} = \mathbf{u}\tau$$
(2.28)

Defini-se a função de autocorrelação, R_{11} , como o valor médio do produto da velocidade no tempo t, com ela mesma a um tempo $t + \tau$, onde τ é o tempo de defasagem. Considerando um campo turbulento homogêneo e isotrópico,



Figura 2.6: Função coeficiente de correlação.

a função de autocorrelação é definida espacialmente como:

$$R_{11}(r) = \overline{u_1(t, \mathbf{x_0})u_1(t, \mathbf{x_0} + \mathbf{r})}$$
(2.29)

Para um tempo de observação T e através da hipose de Taylor, ou seja, $R_{11}(r) = R_{11}(\tau)$, a função de autocorrelação temporal pode ser definida como:

$$R_{11}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_1(t) u_1(t+\tau) dt$$
 (2.30)

ou

$$R_{11}(\tau) = \overline{u_1(t)u_1(t+\tau)}$$
(2.31)

A função de autocorrelação pode ser normalizada, definindo-se então o coeficiente de autocorrelação $f(\tau)$ pela Equação 2.32. Observando a Figura 2.6, note que esse coeficiente quantifica o grau de correlação entre o conjunto de dados ao longo do tempo, ou seja, para valores pequenos de τ os dados são correlatos, o que vai diminuindo com o aumento do tempo de defasagem.

$$f(\tau) = \frac{R_{11}(\tau)}{R_{11}(0)} \tag{2.32}$$

Através do gráfico de coeficiente de autocorrelação é possível obter duas escalas características do escoamento. A primeira é a escala de tempo integral T_i , que fornece o tempo que a velocidade está correlacionada consigo mesma (TENNEKES e LUMLEY, 1972).

$$T_i = \int_0^\infty f(\tau) d\tau \tag{2.33}$$

A segunda escala, é a microescala temporal de Taylor para velocidade longitudinal, χ_f , a qual é relacionada com a curvatura da função coeficiente de autocorrelação na origem (parábola osculante). Esta é uma escala acima da qual o efeito de viscosidade do fluido não afetará mais a dinâmica dos vórtices. Além disso, é utilizada para estimar a taxa de dissipação de energia, ε , e as escalas de Kolmogorov.

$$\left(\frac{d^2 f(\tau)}{d\tau^2}\right)_{\tau=0} = -\frac{2}{\chi_f^2} \tag{2.34}$$

Através da hipótese de Taylor (Equação 2.28), tem-se que:

$$\left(\frac{d^2 f(r)}{dr^2}\right)_{r=0} = -\frac{2\bar{u}^2}{\lambda_f^2} \tag{2.35}$$

onde λ_f é microescala espacial longitudinal de Taylor ($\lambda_f = \bar{u}\chi_f$).

POPE (2003) faz uma manipulação matemática do termo $[d^2 f(r)/dr^2]_{r=0}$, e chega a seguinte relação:

$$\overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2} = \frac{2\overline{u'^2}}{\lambda_f^2} \tag{2.36}$$

Considerando o escoamento homogêneo e isotrópico, a taxa de dissipação turbulenta, ε , pode ser definida como (HINZE, 1975; POPE, 2003; TENNEKES e LUMLEY, 1972):

$$\varepsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2} \tag{2.37}$$

Portanto, através da microescala de Taylor e substituindo a Equação 2.36 na Equação 2.37, a estimativa da taxa de dissipação turbulenta pode ser realizada da seguinte forma:

$$\varepsilon = 30\nu \overline{\frac{(u')^2}{\lambda_f^2}}, \quad ou \quad \varepsilon = 15\nu \overline{\frac{(u')^2}{\lambda_g^2}}$$
 (2.38)

onde λ_g^2 é a microescala transversal de Taylor, que para um sistema isotrópico é igual a $\lambda_g^2 = \lambda_f^2/\sqrt{2}$, e ν é a viscosidade cinemática.

Segundo Kolmogorov, as menores escalas que caracterizam a turbulência de escoamento, dependem somente de $\varepsilon \in \nu$. As microescalas são de comprimento

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \tag{2.39}$$

a escala de tempo

$$\tau_k = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2} \tag{2.40}$$

e a escala de velocidade

$$u_k = (\nu \varepsilon)^{1/4} \tag{2.41}$$

Em escoamentos turbulentos, as flutuações de velocidade são ocasionadas pela passagem de vórtices de tamanhos diferentes, e cada tamanho é responsável por uma frequência no espectro (MÖLLER e SILVESTRINI, 2004). Devido ao fato dos dados experimentais quantificarem na maioria das vezes uma componente de velocidade, pode-se generalizar o espectro de energia unidimensional, E_{11} , como:

$$E_{11}(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}(r) e^{-ikr} dr \qquad (2.42)$$

onde k é o número de onda definido como $k = 2\pi f/\bar{u}$.

A Figura 2.7 ilustra as regiões típicas de um espectro. Na região com baixo número de onda (ou frequência) identifica-se os grandes vórtices que estão relacionados com a escala integral. A energia presente nos grandes vórtices é transferida para os vórtices menores até a escalar molecular. Tal processo é denominado cascata de Kolmogorov. Na zona inercial, de acordo com a segunda hipótese de similaridade de Kolmogorov, a equação do espectro de energia apresenta-se da seguinte forma (POPE, 2003):

$$E = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3} \tag{2.43}$$

onde C é uma constante medida experimentalmente.

Existem vários métodos na literatura para o tratamento dos dados obtidos



Figura 2.7: Representação das escalas em um espectro de energia.

através das técnicas de medição de escoamento, com objetivo de estimar a função autocorrelação e o espectro de energia. Segundo LOUREIRO e PINHO (2006), os três métodos mais utilizados para tais cálculos são: (i) transformação direta do sinal, (ii) correlação por blocos (*slotting technique*) e (iii) reconstrução do sinal com reamostragem equidistante e aplicação da transformada rápida de Fourier (FFT). Neste trabalho foi usado a correlação por blocos seguida de ajuste de modelo e seu procedimento está descrito na Seção 4.5.

2.6 Fluidodinâmica Computacional

A Fluidodinâmica Computacional (CFD, do inglês *Computional Fluid Dynamics*) é uma ferramenta matemática que é capaz de simular os processos físicos e físico-químicos de problemas que envolvem os fenômenos de transporte. A técnica CFD aplica a discretização das equações de transporte (momento, massa e energia) em um domínio, para auxiliar a compreensão do fenômeno em estudo.

Atualmente, o uso da técnica CFD está indo além do ambiente acadêmico, e ganhando cada vez mais espaço no ambiente industrial em projetos de engenharia. Isso se deve à evolução computacional de alto desempenho que permite simulações numéricas mais robustas, rápidas e precisas (SANTOS, 2014). A utilização de CFD apresenta algumas vantagens técnicas, como a redução do tempo e do custo para obtenção de resultados e possibilidade de analisar sistemas com dificuldade ou impossibilidade de execução experimental. Entretanto, deve-se ter em mente que as simulações numéricas são passíveis de erros, dentre os quais podemos citar os erros de modelagem, de discretização e de convergência numérica. Por tal motivo, é importante o uso de CFD em paralelo com a parte experimental para que os dados sejam validados e diminuindo, assim, os erros de predição das simulações.

Uma simulação em CFD é estruturada em três etapas de modo geral: o pré-processamento, solução numérica do problema e o pós-processamento. O pré-processamento é a etapa da simulação onde é definida a geometria de interesse, além das condições de contorno, das propriedades do fluido e dos modelos físicos e químicos. Nessa etapa também é realizada a discretização do domínio em pequenos regiões denominada de volume de controle. Discretizar um domínio é transformar as equações diferenciais em um sistema de equações algébricas. Em CFD, existem três métodos para a discretização de um domínio: o método de elementos finitos, método de diferenças finitas e método de volumes finitos. Um dos métodos mais utilizado é o de volumes finitos, pois as equações diferenciais são integradas no centroide de cada volume de controle. Isto permite a aplicação em malhas mais complexas. FERZIGER e PERIC (2004); MALISKA (2004); PINTO e LAGE (2001) e VERSTEEG e MALALASEKERA (2007) apresentam maiores detalhes sobre as técnicas de discretização.

A etapa seguinte consiste na resolução do modelo estabelecido na etapa anterior, até que se atinja uma convergência estipulada ou o número de iterações definidas. Durante a resolução é possível acompanhar os dados ou gráficos dos resíduos do sistema, fechamento dos balanços das equações, além de outros parâmetros definidos pelo usuário.

A etapa de pós-processamento consiste na visualização dos resultados gerados, que podem ser analisados através de campos escalares, gráficos vetoriais, linhas de corrente e animações. A análise rigorosa dos resultados é importante para verificar se a simulação obtida foi satisfatória, e se as condições de contorno, modelo e malha precisam de ajustes.

Dos softwares existentes atualmente, os comerciais são os que mais recebem

investimentos e desenvolvimento em seus códigos, como exemplo o CFX e FLUENT da ANSYS. Apesar de serem mais utilizados, os softwares comerciais não disponibilizam detalhadamente os códigos implementados em seus pacotes, o que restrige ao usuário um controle maior sobre a simulação e uma possível diminuição dos erros de simulação. Além disso, os softwares comerciais necessitam de licença para a utilização, aumentando o custo da pesquisa ou projeto (SILVA, 2008).

Por outro lado, existem também os software livres, que ao contrário dos comerciais são distribuídos gratuitamente e permite ao usuário acesso livre ao código fonte. Isto possibilita o desenvolvimento de novos modelos, correções e melhorias de modelos já existentes. Dentre os softwares livres, o OpenFOAM vem conquistando um número maior de usuários pelos seguintes motivos:

- Código aberto, possibilidade de verificar e incrementar o código de acordo com a sua necessidade.
- Linguagem em C + +, devido à orientação a objetos facilitar a criação de novos códigos.
- Possibilidade de importar e exportar dados. O software permite importar malhas (estruturadas ou não-estruturadas) de outros softwares livres ou comerciais, além de exportar os resultados simulados para visualização em outros softwares.
- Possibilidade de simulação em paralelo.

O OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*) surgiu no início da década de 1990, mas somente teve seu código liberado em 2004. O software já possui vários *solvers* (soluções matemáticas) para problemas comuns como escoamentos compressíveis e incompressíveis, escoamentos laminar e turbulento, escoamento multifásico, transferência de calor, combustão, entre outros. Além disso, é possível adicionar *solvers* específicos ao software de acordo com o problema de interesse. A resolução de um caso no OpenFOAM está estruturada em diretórios que armazenam informações necessárias para as simulações (Figura 2.8).

O diretório principal geralmente nomeado **<Nome do Caso>** contém outros três diretórios (**Diretório de Tempo**, **constant** e **system**) com informações sobre o caso. O Diretório de Tempo contém os arquivos de dados



Figura 2.8: Estrutura de diretórios necessários para simulação no OpenFOAM.

das variáveis do caso, por exemplo, no tempo 0 estão as condições iniciais e de contorno. Ao decorrer da simulação outros diretórios são criados contendo as informações em casa instante de tempo. O diretório **constant** contém o arquivo referente à propriedade física do fluido do caso (transportProperties), além dos arquivos referentes à geometria e malha (blockMesh e boundary) localizados na subpasta *polyMesh*. A geometria e malha no OpenFOAM é realizada no arquivo blockMesh através de uma estrutura de pontos, faces e células, mas o software também permite importar geometria e malha de outros editores CAD como ICEM, SALOME e GAMBIT. O diretório system contém pelo três arquivos responsáveis pela solução do caso (controlDict, fvSchemes e fvSolution.) O arquivo controlDict é responsável por controlar o tempo de simulação e passo de tempo, o arquivo fvSchemes é responsável pela discretização das equações, e o arquivo fvSolution define os métodos de solução do sistema de equações lineares e as tolerâncias. Caso seja necessário utilizar simulações em paralelo, é necessário adicionar o arquivo decomposeParDict no diretório system.

Diante do exposto acima, foi utilizado nesse trabalho o software OpenFOAM para o projeto inicial da célula, o qual está descrito na Seção 4.1.1.

Capítulo 3

Técnicas de Medição de Escoamento

Neste capítulo, um breve histórico sobre as principais técnicas de medição de escoamento utilizadas atualmente serão descritas, explicando a física do princípio de funcionamento. Além disso, alguns comparativos entre as técnicas serão feitas, de modo que fiquem claras as suas vantagens e desvantagens.

3.1 Introdução

Uma das primeiras técnicas desenvolvidas para fazer medições do comportamento do escoamento foi a Anemometria a Fio-Quente (AFQ). O responsável por desenvolver essa técnica foi o pesquisador do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) Arthur Edwin Kennedy (1861 - 1939), com o intuito de medir velocidade do vento (VANNVAR, 1940). A técnica baseia-se em aquecer um filamento exposto ao escoamento e pouco intrusivo ao mesmo. Esse filamento é conectado a um circuito eletrônico que percebe a variação de resistência elétrica devido ao escoamento naquele ponto. Portanto, pode-se estabelecer uma relação entre a resistência e a velocidade do fluido.

No início da década de 1960, os estudos na área da óptica tiveram um grande avanço com a invenção do laser. O laser (*Light amplification by stimulated emission of radiation*) é uma fonte de luz de radiação eletromagnética monocromática com comprimento de onda definido e colimada, isto é, possui a propriedade de propagar-se como um feixe de ondas praticamente paralelas. Os primeiros a perceberem que essa nova invenção poderia ser utilizada para medir velocidade de um fluido foram Yeh e Cummins em 1964 (LOUREIRO e PINHO, 2006). Os dois foram responsáveis por criar a técnica *Laser Doppler Anemometry* (LDA), ou Anemometria laser-Doppler, que se baseia no efeito Doppler para medir a velocidade em um ponto do escoamento. De modo geral, essa técnica utiliza o laser como fonte de luz gerando dois raios que se cruzam em um determinado ponto. Nesse ponto de cruzamento, o qual é denominado volume de controle, são gerados franjas de interferência com distância entre as mesmas conhecida. Quando partículas presentes no escoamento passam no volume de controle, a luz é espalhada e detectada pelo sistema óptico. Com uma relação entre a frequência de luz espalhada e a distância entre as franjas é possível obter a velocidade do fluido na direção perpendicular às franjas.

Com a evolução tecnológica dos instrumentos ópticos como as câmeras, lasers, e sensores, houve um desenvolvimento de técnicas que investigassem não somente um único ponto por vez, mas, uma área maior do escoamento simultaneamente. Então foi desenvolvido uma nova técnica de medição, *Particle Image Velocimetry (PIV)* ou velocimetria por imagem de partículas, a qual é capaz de medir, simultaneamente, as duas componentes de um campo de velocidade. Por isso, o PIV se tornou um instrumento importante para estudo e análise do escoamento. A técnica funciona utilizando uma fonte de luz (um laser pulsátil) para iluminar uma região do escoamento. Uma câmera posicionada perpendicularmente ao plano do laser grava imagens das partículas traçadoras presente no fluido. As imagens gravadas são divididas em pequenas janelas para investigar através de correlações estatísticas qual foi o deslocamento das partículas. Com o intervalo de tempo entre duas imagens consecutivas e o deslocamento das partículas, é possível obter o campo de velocidade do escoamento.

As três técnicas apresentadas acima são as mais utilizadas para análise do escoamento e medição da velocidade (JENSEN, 2004). A Tabela 3.1 mostra de maneira resumida as diferenças e limitações dessas técnicas. Com relação a resolução espacial, os sensores utilizados na AFQ possuem diâmetro da ordem de 2 a 5 μ m e comprimento de 1 mm, garantindo alta resolução espacial à técnica. No laser doppler, a análise pontual é definida pelo cruzamento dos raios que gera uma região da ordem de 100 μ m de largura e 1 mm de comprimento. No PIV, a janela de interrogação determina a menor

região de medida, que geralmente é da ordem de milímetros. Uma das grande vantagens da AFQ é a alta resolução temporal, que é da ordem de centenas de kHz, o que a torna a técnica mais adequada para análise espectral de escoamentos. O sistema LDA também possui alta resolução temporal, mas torna-se dependente de variáveis como concentração de partículas e tamanho do volume de controle, resultando em diminuição desta resolução. O PIV, devido às limitações de tratamento e armazenamento de imagens, adquire dados à taxas baixas, em torno de 15 Hz. Alguns sistemas conseguem adquirir dados na faixa de kHz, mas são extremamente caros.

Tabela 3.1: I	Diferenças e	entre as	técnicas	de medi	ção (SATHE	et al.,	2009).
---------------	--------------	----------	----------	---------	-------	-------	---------	------	----

Técnica	Vantagens	Limitações
AFQ	1. Alta taxa de aquisição	1. Técnica intrusiva
	2. Dados adquiridos equidistantes	2. Variação de temperatura
	3. Avaliação de todo espectro	3. Velocidade negativa não
	de energia	pode ser medida
LDA	1. Técnica não intrusiva	1. Dados adquiridos não equidistantes
	2. Não necessita de calibração	2. Viés de velocidade
	3. Volume de controle micrométrico	
PIV	1. Medição do campo de velocidade	1. Baixa taxa de aquisição
	2. Dados adquiridos equidistantes	2. Janela de interrogação
		limita resolução espacial

A seguir, as técnicas LDA e PIV serão explicadas mais profundamente para entendimento do leitor, pois, foram as técnicas utilizadas no presente trabalho.

3.2 Anemometria Laser-Doppler

A anemometria Laser-Doppler é uma técnica robusta, muito utilizada para análise de escoamentos turbulentos e consolidada na mecânica dos fluidos. O sistema basicamente utiliza uma fonte de luz para gerar dois feixes de laser que se cruzam em um ponto denominado de volume de controle, o qual é a região de medição. O cruzamento dos feixes geram franjas de interferências, que tem sua configuração dependente da diferença de fase entre os feixes, isto é, fenômeno de superposição ou anulação das ondas eletromagnéticas. As pequenas partículas presente no escoamento passam pelo volume de controle e espalham a luz do laser, que é recebida pelo foto detector que transforma o



Figura 3.1: Esquema de funcionamento de um sistema LDA. Adaptado de JENSEN (2004).

sinal ótico em elétrico. Como a frequência de luz espalhada (f_D) e a distância entre as franjas (δ_f) são conhecidas é possível avaliar a componente da velocidade transversal às franjas, $U_{\perp} = f_D \delta_f$. Na Figura 3.1 é possível ilustrar o esquema de funcionamento da técnica.

É importante ressaltar algumas vantagens que se destacam na utilização da técnica LDA:

- Ausência de calibração. Em um anemômetro a laser-Doppler a resposta é obtida de forma linear à velocidade do fluido. Como o funcionamento é baseado na estabilidade das ondas eletromagnéticas, a variação de parâmetros físicos como temperatura e pressão não alteram a resposta.
- Medição não intrusiva. A medição da velocidade ocorre no cruzamento dos raios, portanto, não existe uma perturbação ao escoamento. As condições necessárias são que exista um meio transparente para a análise do escoamento, e que o fluido possua um número apropriado de partículas traçadoras que acompanhem a velocidade do fluido.
- Sensibilidade direcional. O sistema LDA mede a projeção do vetor velocidade na direção perpendicular às franjas de interferência. Um



Figura 3.2: Distribuição gaussiana de intensidade do feixe de laser. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006).

pequeno desvio de frequência em um dos raios permite a resolução do sentido da componente da velocidade medida.

 Alta resolução espacial e temporal. Devido aos processadores com tempo de resposta curto e ao pequeno volume de controle o sistema LDA consegue fornecer uma ótima resolução espacial e temporal da ordem de dezenas de kHz.

Um sistema LDA é basicamente composto por uma fonte de luz monocromática, conjuntos ópticos para a transmissão do laser e para detecção da luz espalhada, processador de sinal e um sistema para tratar os dados.

3.2.1 Fonte de luz

Uma característica fundamental para a utilização do laser é a coerência da luz, ou seja, a diferença de fase dos feixes de luz tem independência temporal e isso permite que a localização das franjas de interferência sejam constantes. A intensidade da luz em qualquer seção transversal tem distribuição do tipo gaussiana e o diâmetro do raio, d(z) é definido no ponto onde a intensidade tem decaimento de $1/e^2 = 13\%$ da intensidade máxima no centro do feixe, como apresentado na Figura 3.2. Para um determinado comprimento de onda λ , o feixe do laser pode ser descrito pelo diâmetro da cintura, d_{cr} , e pela posição ao longo da coordenada z como apresentado nas Equações 3.1 a 3.4.

$$d_{cr} = \frac{4F\lambda}{d(z)\pi} \tag{3.1}$$

$$\alpha = \frac{4\lambda}{d_{cr}\pi} \tag{3.2}$$

$$d(z) = d_{cr}\sqrt{1 + \left(\frac{4z\lambda}{(d_{cr})^2\pi}\right)^2}$$
(3.3)

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{(d_{cr})^2 \pi}{4z\lambda} \right)^2 \right]$$
(3.4)

onde F é o comprimento focal da lente da sonda, α é o ângulo de divergência do feixe de laser, d(z) é o diâmetro do feixe e R(z) é o raio de frente de onda.

Para obter boas medições com o laser-Doppler é desejável que o volume de controle esteja alinhado na cintura dos raios. Isso se deve ao fato de que nessa região a frente de onda eletromagnética pode ser considerado plana, simplificando a utilização da teoria e dos cálculos realizados. Caso contrário, o espaçamento das franjas deixa de ser constante passando a depender da posição do volume de controle. Além disso, a frequência doppler medida deixa de ser linearmente proporcional à velocidade do fluido.

3.2.2 Efeito Doppler

O efeito Doppler é um fenômeno físico que descreve a variação de frequência quando há um movimento relativo de afastamento ou aproximação entre a fonte de ondas eletromagnéticas e o observador. No sistema LDA, o efeito Doppler é notado quando as partículas que passam pelo volume de controle espalham uma frequência de luz diferente do raio incidente.

Pela teoria de Lorenz-Mie, a luz é espalhada em todas as direções, mas para melhor compreensão, considera-se apenas a direção do receptor. O feixe é emitido com uma frequência f_i e velocidade c, mas quando uma partícula passa pelo volume de controle com velocidade \mathbf{U} , a luz espalhada tem a frequência alterada f_s . Para o receptor que está em repouso, as partículas agem como se fossem transmissores em movimento, e isso causa uma adição da frequência Doppler na luz espalhada captada pelo receptor. Portanto, pela teoria do efeito Doppler, a frequência captada pelo receptor pode ser calculada através da Equação 3.5.

$$f_s = f_i \frac{1 - \mathbf{e_i} \cdot (\mathbf{U}/c)}{1 - \mathbf{k_i} \cdot (\mathbf{U}/c)}$$
(3.5)

onde $\mathbf{e_i}$ é o vetor unitário na direção do feixe incidente, $\mathbf{k_i}$ é o vetor unitário do feixe na direção do transmissor para o receptor. Como a velocidade da partícula é muito menor do que a velocidade da luz $|\mathbf{U} - c| \ll 1$, e através de uma linearização, a expressão anterior pode ser simplificada para Equação

$$f_s \cong f_i \left[1 + \frac{\mathbf{U}}{c} \cdot (\mathbf{k_i} - \mathbf{e_i}) \right] = f_i + \frac{f_i}{c} \mathbf{U} \cdot (\mathbf{k_i} - \mathbf{e_i}) = f_i + \Delta f \qquad (3.6)$$

A princípio, a velocidade da partícula **U** pode ser determinada através do desvio da frequência Doppler, $\Delta f = \mathbf{U} \cdot (\mathbf{k_i} - \mathbf{e_i})/\lambda$.

A Figura 3.3 mostra a configuração dos vetores dos feixes incidentes e na direção do receptor no volume de controle para a determinação da frequência Doppler f_D . Como os feixes incidentes tem a origem do mesmo laser, eles possuem a mesma frequência, $f_1 = f_2 = f_I$. Portanto, o seguinte equacionamento pode ser feito:

$$f_{D} = f_{s,2} - f_{s,1}$$

$$= f_{2} \left[1 + \frac{\mathbf{U}}{c} \cdot (\mathbf{k_{i}} - \mathbf{e_{2i}}) \right] - f_{1} \left[1 + \frac{\mathbf{U}}{c} \cdot (\mathbf{k_{i}} - \mathbf{e_{1i}}) \right]$$

$$= f_{I} \left[\frac{\mathbf{U}}{c} \cdot (\mathbf{e_{1i}} - \mathbf{e_{2i}}) \right]$$

$$= \frac{f_{I}}{c} \left[|(\mathbf{e_{1i}} - \mathbf{e_{2i}})| |\mathbf{U}| \cos(\beta) \right]$$

$$f_{D} = \frac{1}{\lambda} 2 \sin(\theta/2) U_{x} = \frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda} U_{x} \qquad (3.7)$$

onde θ é o ângulo entre os feixes incidentes e β é o ângulo entre o vetor velocidade **U** e a direção da medida. Note que o vetor **k**_i não aparece no final do equacionamento, portanto, a posição do receptor não tem influência na frequência Doppler medida. Rearranjando a Equação 3.7, nota-se uma linearidade entre a frequência Doppler e a velocidade calculada (Equação 3.8).

$$U_x = \frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)} f_D \tag{3.8}$$

Uma ressalva sobre a Equação 3.8 é que a frequência não depende do sentido da velocidade, isto é, uma velocidade de mesma magnitude sendo positiva ou negativa resultará na mesma frequência observada pelo receptor. Sendo assim, foi necessário introduzir no sistema laser Doppler um dispositivo que provocasse um deslocamento de frequência de um dos feixes com relação ao outro, para que ocorresse movimento das franjas e assim obter a direção do escoamento. O nome desse dispositivo é a célula de Bragg, que altera a frequência do feixe incidente como observado na Figura 3.4. Portanto, com a introdução de uma frequência de desvio f_{des} , a modulação de frequência

3.6.



Figura 3.3: Exemplo da luz espalhada por uma partícula ao cruzar o volume de controle. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006).



Figura 3.4: Frequência de desvio na célula de Bragg.

capturada pelo detector f_d pode ser obtida pela Equação 3.9.

$$f_d = f_{des} + \frac{2\sin(\theta/2)}{\lambda}U_x = f_{des} + f_D \tag{3.9}$$

Uma partícula no sentido oposto aos movimentos das franjas resulta em uma frequência Doppler inferior à frequência de desvio, por outro lado, se a mesma for no mesmo sentido das franjas resultará em sinais de frequência maior que o desvio.

3.2.3 Franjas de interferência

O modelo de franjas permite uma visualização mais simples da física presente em um sistema LDA. Na Figura 3.5 é possível observar claramente como é formado as franjas de interferência. Dois feixes de laser quando se cruzam formam uma região denominada volume de controle, onde as franjas surgem em razão dos princípios de interferências construtivas e destrutivas. Como já dito anteriormente, é importante que o volume de controle esteja localizado na cintura dos raios devido as frentes de ondas serem consideradas planas. Caso contrário, haverá diferença entre os planos das franjas e partículas de mesma velocidade produzirão frequências Doppler diferentes, gerando um erro



Figura 3.5: Formação das franjas de interferência através do cruzamento de dois feixes de laser. Adaptado de MONTEIRO (2007).



Figura 3.6: Dimensão de um volume de controle. Retirado de LOUREIRO e PINHO (2006).

no cálculo da velocidade.

O espaçamento entre as franjas δ_f depende somente do comprimento de onda λ e do ângulo entre os feixes incidentes θ conforme a Equação 3.10.

$$\delta_f = \frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)} \tag{3.10}$$

Tendo como referência a orientação dos eixos na Figura 3.5, observa-se que as franjas formadas são perpendiculares ao eixo x. Quando uma partícula passa pelo volume de controle ela reflete a luz em uma frequência f_D proporcional a velocidade na componente x.

$$f_D = \frac{U_x}{\delta_f} = \frac{2\sin(\theta/2)}{\lambda} U_x \tag{3.11}$$

O volume de controle pode ser mensurado com base no diâmetro da cintura do raio d_{cr} e no ângulo de incidência dos feixes conforme a Figura 3.6 e a Equação 3.12:

$$d_y = \frac{d_{cr}}{\cos(\theta/2)}, \quad d_x = d_{cr}, \quad e \quad d_z = \frac{d_{cr}}{\sin(\theta/2)}$$
 (3.12)

Com as definições anteriores é possível chegar a uma relação do número de



Figura 3.7: Espalhamento da luz por partículas de diferentes tamanhos. Retirado de MONTEIRO (2007).

franjas N_f em um volume de controle, $N_f = d_x/\delta_f$. O número de franjas está relacionado com o sinal recebido pelo fotodetector. Por exemplo, se uma partícula passa na extremidade do volume de controle, ela atravessa poucas franjas emitindo assim menos períodos de sinal.

3.2.4 Partículas

Alguns fluidos possuem naturalmente pequenas partículas, mas deve-se assegurar que as mesmas sejam pequenas o suficiente para que possa seguir o escoamento e espalhar a luz do laser com eficiência. Além disso, é importante que as partículas sejam quimicamente inativas, não tóxicas, não corrosivas, não abrasivas, e se possível devem ser produzidas com facilidade e baixo custo. A Tabela 3.2 mostra alguns dos tipos de partículas geralmente utilizados em escoamento com água.

Tabela 3.2: Tipos de partículas para aplicações em água (LOUREIRO e PINHO, 2006).

Material	Diâmetro (μm)	Características
Pó de alumínio	< 10	Preserva a polarização da luz.
Bolhas	0.1 - 5	Gerado por atomização.
Vidro	10 - 150	Custo baixo, mas com variação no
		diâmetro nominal.
Látex	1 - 5	Distribuição de tamanho homogêneo.
Leite em pó	0.3 - 3	Eficiente e com baixo custo.

A teoria de Lorentz-Mie para o espalhamento de luz considera que as partículas são esféricas, homogêneas e isotrópicas, o que é difícil de acontecer em condições reais, mas trata-se de uma simplificação aceitável no processo de reflexão de luz. A Figura 3.7 mostra como diferentes tamanhos em relação ao comprimento de onda do laser afetam o espalhamento de luz.



Figura 3.8: Configurações do fotodetector: (a) Forward scatter. (b) Backward scatter. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006).

3.2.5 Fotodetector

Fotodetector é o aparelho óptico responsável por detectar a luz espalhada pelas partículas. A sua localização em um sistema LDA pode ser encontrada mais comumente de duas formas; situado à frente do volume de controle (forward scatter), ou situado posteriormente (backward scatter), ambos no sentido de emissão dos raios. A Figura 3.8 ilustra claramente a posição do localizador nas duas configurações.

Na configuração forward scatter o fotodetector fica localizado do lado oposto à sonda que emite os feixes de laser. Por essa razão, é mais fácil detectar o sinal de espalhamento de luz das partículas (ângulo 0° na Figura 3.7). O resultado dessa configuração é a obtenção de alta taxa de sinal-ruído, mesmo que se utilize laseres com potência baixa. Para casos onde é extremamente necessário se obter alta taxa de aquisição, como por exemplo, escoamentos com velocidades altas e fenômenos transientes, esta configuração é mais adequada. A configuração forward scatter exige que as sondas de emissão e recebimento estejam muito bem alinhadas para que se obtenha uma alta frequência de aquisição.

A evolução das tecnologias aplicadas nos sistemas ópticos permitiu que a configuração *backward scatter* fosse compactada, com a utilização de uma única sonda que emita os feixes de laser e que detecta o espalhamento de luz. Essa configuração que integra o sistema de emissão e recebimento, elimina a necessidade de alinhamento, devendo somente se ter o cuidado de posicionar a sonda perpendicular ao sentido do escoamento. Apesar da baixa taxa de sinal-ruído (Figura 3.7), o que é compensado usando amplificadores para detecção do efeito doppler, essa configuração tem ganho espaço nos sistemas de LDA



Figura 3.9: Exemplo de sinal gerado no LDA (LOUREIRO e PINHO, 2006).



Figura 3.10: Relação da amplitude do sinal com a posição da partícula no volume de controle. Adaptado de LOUREIRO e PINHO (2006).

devido ao menor porte e a possibilidade de analisar locais de acesso mais restrito.

3.2.6 Características do sinal

O fotodetector é o dispositivo responsável por converter os sinais ópticos gerados pelo laser em sinal eletrônico, ou seja, um fluxo de fótons do sinal óptico excita um fluxo de elétrons gerando uma corrente que contém a informação da frequência relacionada com a velocidade. A Figura 3.9 mostra o sinal típico da técnica LDA, que geralmente apresenta parcela de baixa e alta frequência. A baixa frequência é resultado da distribuição Gaussiana dos feixes de laser, enquanto que a parcela de alta frequência contém a informação da velocidade da partícula.

A amplitude do sinal está relacionada com o tamanho da partícula e a posição que a mesma atravessa o volume de controle, conforme pode ser visualizado na Figura 3.10. No caso em que a partícula atravessa as regiões mais periféricas do volume de controle, a amplitude do sinal tende a ser menor. A amplitude será máxima quando a partícula atravessar a região central do volume.

3.3 Velocimetria por Imagem de Partícula

A Velocimetria por Imagem de Partícula, ou Particle Image Velocimetry (PIV), é uma técnica de medição que utiliza instrumentos ópticos para obter um campo de vetores de velocidade, caracterizando o escoamento. A Figura 3.3 apresenta de maneira geral o esquema de funcionamento de um sistema PIV 2D. Partículas traçadoras são adicionadas ao escoamento que o acompanham o maneira uniforme. Um feixe de laser pulsado, o qual é gerado por meio de uma disposição óptica incluindo lentes cilíndricas, ilumina as partículas na região de análise do fluxo duas vezes com um pequeno intervalo de tempo de separação. Uma câmera com sensores que captam a luz e a transforma em sinais elétricos é posicionada perpendicularmente ao plano do laser para capturar o espalhamento de luz gerada pelas partículas. Para a avaliação do deslocamento das partículas, as imagens gravadas são divididas em pequenos domínios chamados de janela de interrogação. Através de técnicas de correlação estatística é calculado um vetor de deslocamento para cada janela, logo, o tamanho da janela é escolhido de forma que todas as partículas dentro desta área tenham se movido da mesma direção e distância homogeneamente. Portanto, tendo conhecimento do tempo entre cada pulso e o deslocamento das partículas, a velocidade é determinada pela simples razão entre deslocamento e o tempo como na Equações 3.13 e 3.14.



Figura 3.11: Exemplo de um sistema PIV 2D. Retirado de MATAMOROS (2013).

$$U_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x/M}{\Delta t}$$
(3.13)

$$U_y = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y/M}{\Delta t} \tag{3.14}$$

onde U_x , U_y , $\Delta x \in \Delta y$ são as componentes da velocidade e os deslocamentos nas direções $x \in y$, Δt o intervalo de tempo entre os pulsos, e M é o fator de magnificação da imagem.



Figura 3.12: Concentração de partículas traçadoras: (a) baixa, (b) média, (c)alta concentração. Retirado de RAFFEL *et al.* (1998).

É interessante ressaltar alguns pontos importantes da técnica PIV:

- Medição não intrusiva. Por se tratar de uma técnica óptica, o PIV possibilita uma análise do escoamento sem a pertubação da região de interesse. Portanto é bastante viável principalmente para equipamentos com dimensões pequenas, onde a introdução de uma sonda física poderia alterar o escoamento.
- Perfil do campo de velocidade. Ao contrário de outras técnicas que permitem a medição da velocidade somente em um ponto e com alta resolução temporal, o PIV permite a visualização de uma área maior do escoamento. Entretanto, a técnica opera com baixa resolução temporal, com taxas de aquisição de cerca de 15 Hz. Existem sistemas com taxas de aquisição na faixa de kHz, porém ainda são bastante caros.
- Concentração das partículas. É importante que a distribuição das partículas seja homogênea para se garantir bons resultados no processamento das imagens. Na Figura 3.12 é possível observar uma mesma região com baixa, média e alta concentração. No momento em que a imagem é divida nas janelas de interrogação, se a concentração é baixa poderá haver espaços sem partículas, dificultando a obtenção do vetor velocidade. Se existe uma concentração alta, as partículas podem se sobrepor e com isso os vetores velocidade são calculados errados. Portanto, o ideal é manter uma concentração média de 10 partículas por janela de interrogação.

 Obtenção das imagens. A avaliação das imagens obtidas depende da maneira de como a câmera as obteve. Existe a possibilidade de gravar os dois pulsos de laser no mesmo quadro (modo single frame/double exposure), que posteriormente é utilizado o método de autocorrelação para cálculo dos vetores de velocidade. A outra maneira é gravar os pulsos de laser em quadros diferentes (modo double frame/double exposure), utilizado para o método de correlação cruzada. Ambos métodos serão explicados a posteriori.

Um sistema PIV é composto basicamente de um laser com fonte de luz, partículas traçadoras, câmeras de alta velocidade de captura, sincronizador e software para processamento das imagens. A seguir, alguns itens que são base de funcionamento do PIV serão mais detalhados.

3.3.1 Partículas Traçadoras

As partículas traçadoras são importantes na utilização da técnica PIV, pois a partir delas que a velocidade do escoamento é calculado de acordo com o deslocamento das mesmas. Portanto, é necessário saber das características do fluido para que se possa escolher uma partícula mais adequada, isto é, uma partícula que possa acompanhar o escoamento e que promova um espalhamento adequado da luz. Na Tabela 3.3 é possível observar os tipos de partículas existentes para escoamento em líquidos.

Tabela 3.3: Tipos de partículas traçadoras para escoamento em líquidos (MARINS, 2007).

Tipo	Material	Diâmetro médio (μm)
Sólido	Poliestireno	10 - 100
	Alumínio	2 - 7
	Esfera de vidro	10 - 100
	Grãos com cobertura sintética	10 - 500
Líquido	Gotas de óleo	50 - 500
Gás	Bolhas de oxigênio	50 - 1000

O espalhamento da luz é necessário para que as câmeras consigam capturar as imagens, e isso depende do diâmetro da partícula, do arranjo do experimento, da potência do laser, da sensibilidade da câmera. A Figura 3.13 mostra a intensidade da luz espalhada para partículas de vidro com diâmetros de 1, 10 e 30 μ m. O espalhamento de luz na superfície esférica da partícula é



Figura 3.13: Exemplo de espalhamento de luz para partículas com diâmetro: (a) 1 μ m, (b) 10 μ m, (c) 30 μ m. Retirado de RAFFEL *et al.* (1998).

proporcional ao seu diâmetro. Além disso, a intensidade espalhada depende do ângulo em relação a luz incidente.

3.3.2 Iluminação

O laser é a principal fonte de luz utilizada na técnica PIV, devido as propriedades físicas comentadas anteriormente. A Tabela 3.4 mostra os tipos de laser e seus respectivos comprimento de onda. O laser utilizado no PIV pode ser de onda contínua ou pulsátil. O tipo de onda contínua como o Íon-Argônio fornece baixa energia, que pode ser utilizado em algumas aplicações menos exigentes. O tipo pulsátil emite vários pulsos com intervalo de tempo de milissegundos ou nanosegundos, o que possibilita flexibilidade na medição de baixas ou altas velocidades.

Tabela 3.4: Tipos de laser (MATAMOROS, 2013).

	1	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Tipo	Material	Comprimento de onda (nm)
Gás	Hélio-Neon (He-Ne)	633
	Vapor de Cobre (Cu)	510 - 578
	Íon Argônio (Ar^+)	488 - 514
Sólido	Rubi (Cr^+)	694
	Nd:YAG	532 - 1064
	Neodímio: Ítrio Fluoreto de Lítio (Nd:YLF)	526 - 1053

O laser Nd:YAG (Neodímio-dopado Ítrio Alumínio Garneto) é mais frequente no uso do PIV devido a ser mais estável. A emissão primária é na faixa do infravermelho (1064 nm), sendo utilizado um filtro para isolar o harmônico de comprimento de onda 532 nm, que é visível a olho nu. A Figura 3.14



Figura 3.14: Componentes de um sistema de iluminação do laser tipo Nd:YAG (RAFFEL *et al.*, 1998).

mostra um sistema de iluminação formado principalmente por lentes, espelhos e polarizadores. A lente cilíndrica utilizada tem por objetivo formar um plano de luz e a lente esférica controla a espessura do plano, que é geralmente de 1 mm.

3.3.3 Aquisição de imagens

A câmera é dos principais componentes do PIV, pois é responsável pela aquisição das imagens. O que tornou a técnica PIV mais ágil foi a introdução das câmeras digitais, que utilizam sensores eletrônicos que são capazes de converter luz (fótons) em carga elétrica. Os tipos de sensores mais utilizados são o CCD (*Charge-Coupled Device*) e o CMOS (*Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*). No sensor CCD a carga é captada de forma analógica e se desloca para a extremidade da placa para então ser lida. Um conversor transforma cada valor de pixel em valor digital. No sensor CMOS existem transistores em cada pixel que amplificam e movem a carga. Alguns sistemas PIV tem utilizado a tecnologia com sensor CCD pois tendem a ser usados para aquisição de imagens de alta qualidade, com muitos pixels, e excelente sensibilidade à luz. Os sensores CMOS tradicionalmente possuem menor qualidade, resolução inferior e menor sensibilidade, mas por seres mais baratos, também são bastante utilizados em algumas câmeras.

A Figura 3.15 mostra de maneira simplificada a conversão da luz em carga elétrica em um sensor CCD. Segundo RAFFEL *et al.* (1998), esses sensores são constituídos de um material semicondutor geralmente sílica, um metal condutor na superfície, uma camada isolante, um ânodo (camada-n) e um catodo (camada-p). O manuseio de uma câmera CCD deve ser realizada com



Figura 3.15: Esquema da conversão do fóton em carga elétrica (RAFFEL *et al.*, 1998).

cuidado, pois os sensores são muito sensíveis à uma quantidade excessiva de luz, podendo danificá-los.

As câmeras disponíveis atualmente podem operar com intervalos curtos de exposição, da ordem de 10 μ s. O primeiro pulso do laser expõe o primeiro quadro, que é transferido das células sensíveis a luz para as células de armazenamento, imediatamente após o pulso do laser. Com a exposição do laser ao segundo quadro, as células de armazenamento contêm informações sobre as posições iniciais das partículas. As células sensíveis a luz contêm o segundo quadro, possuem informação sobre as posições finais das partículas. Desse modo, os dois quadros são transferidos para as saídas da câmera para aquisição e processamento.

Na Figura 3.16 observamos como uma imagem é formada e projetada. Com a distância entre o plano da imagem e a lente (z_0) e a distância entre a lente e o plano do objeto (Z_0) , é definido a distância focal f (Equação 3.15). Além disso, introduzimos o conceito fator de magnificação da imagem, como uma razão das distância citadas acima, $M = z_0/Z_0$.

$$\frac{1}{z_0} = \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{f} \tag{3.15}$$

Pode-se relacionar as definições acima para obter uma expressão (Equação 3.16) para o diâmetro mínimo da partícula limitado por efeito de difração, d_{diff} :

$$d_{diff} = 2.44 f_{\#}(M+1)\lambda \tag{3.16}$$

onde $f_{\#}$ é a razão entre a distância focal e o diâmetro da abertura da lente



Figura 3.16: Formação e projeção da imagem. Adaptado de RAFFEL et al. (1998).

 $(f_{\#} = f/D_a) \in \lambda$ é o comprimento de onda do laser. De acordo com RAFFEL et al. (1998), o diâmetro da imagem da partícula d_{τ} pode ser estimado pela relação entre o fator de magnificação, $d_{diff} \in d_p$ (diâmetro da partícula), de acordo com a equação abaixo:

$$d_{\tau} = \sqrt{(Md_p)^2 + (d_{diff})^2} \tag{3.17}$$

3.3.4 Correlação das Imagens

Como já falado anteriormente, o modo single-frame/double exposure adquire as imagens através de uma dupla exposição ao laser, porém somente um quadro é gravado. Esse é o método utilizado na autocorrelação. O método consiste em correlacionar o deslocamento de todas as partículas dentro da janela de interrogação. O ponto de máxima intensidade da imagem é observado no centro, representando deslocamento nulo. Isso significa que a partícula está correlacionada com ela mesma. A função de autocorrelação é simétrica, de modo que os picos de deslocamento geralmente possuem amplitudes iguais, e em sentidos opostos. Na Figura 3.17 é possível observar esse comportamento, onde um pico corresponde à distância entre as primeira e segunda imagens das partículas, e o outro da segunda com a primeira. O método não é capaz de reconhecer qual pico é o correto, portanto é necessário ter conhecimento prévio da direção do escoamento, para evitar o cálculo do campo de velocidade no sentido contrário.

O outro modo de correlação muito utilizado nos softwares PIV é a correlação cruzada, que a princípio elimina alguns problemas do modo autocorrelação. Cada pulso de laser emitido captura as imagens das partículas em dois



Figura 3.17: Esquema do método de autocorrelação. Adaptado de LAVISION (2010).



Figura 3.18: Esquema do método de Correlação cruzada. Adaptado de LAVISION (2010).

quadros diferentes (*double-frame/double exposure*), necessitando então de uma sincronização entre câmera, laser e o computador. Assim, o software cruza os dados de correlação de deslocamento das partículas de um quadro com o outro, resultando em um único pico que detém as informações sem incerteza de sentido do escoamento, como é apresentado na Figura 3.18.

Capítulo 4

Materiais e Métodos

Neste capítulo será apresentado os materiais e métodos que foram utilizados para o projeto da célula de coalescência, assim como a montagem do sistema experimental e as configurações adotadas para a operação das técnicas ópticas. A unidade experimental foi primeiramente montada no Laboratório de Termofluidodinâmica (LTFD), o qual pertence ao Programa de Pós-Graduação de Engenharia Química/COPPE. Após verificação completa da unidade, a mesma foi transferida para o Núcleo Interdisciplinar de Dinâmica dos Fluidos (NIDF), pertencente ao Programa de Pós-Graduação de Engenharia Mecânica/COPPE. Ambos laboratórios estão localizados no Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

4.1 Projeto da célula

A célula de coalescência é um equipamento capaz de promover as colisões entres as bolhas e através da captura de imagens em alta velocidade, obter dados experimentais para entender melhor a física e os mecanismos desse processo. Para que isso aconteça, o equipamento deve funcionar com o sistema bifásico em contra corrente, ou seja, com a fase contínua escoando de forma descendente e as bolhas dispersas em ascensão. A velocidade de ascensão ou terminal de bolhas foi um parâmetro avaliado para tal projeto (BOZZANO e DENTE, 2001; CLIFT *et al.*, 1978; KARAMANEV, 1994, 1996; KULKARNI e JOSHI, 2005; TOMIYAMA, 2002). Para o sistema ar-água, CLIFT *et al.* (1978) apresentou um gráfico de velocidade terminal de bolhas em função do diâmetro e da contaminação da água, que pode ser observado na Figura 2.2. Com base nos dados apresentados por CLIFT *et al.* (1978), foi possível estimar as velocidades terminais de bolhas com tamanhos na faixa de 1 a 20 mm de diâmetro. Na região de análise da célula, o líquido precisa ter velocidade descendente correspondente a velocidade terminal do tamanho de bolha de interesse.

A geometria da célula foi baseada nos trabalhos de RIBEIRO JR e MEWES (2006) e LEHR *et al.* (2002). A ideia concebida nessa geometria é obter uma redução gradual da velocidade do fluido através de um alargamento da seção transversal no sentido do escoamento. Na parte inferior do equipamento, onde a velocidade do fluido é menor, bolhas são injetadas e tendem a subir em contra fluxo até um ponto em que a velocidade do líquido se iguala a velocidade de ascensão da bolha. Como, devido à turbulência, as bolhas ficam vagando nessa região, colisões entre elas ocorrem e podem levar à coalescência.

4.1.1 Simulação Computacional

Tendo em vista o que foi apresentado anteriormente, foram realizados simulações de CFD para uma análise prévia do escoamento da fase contínua do equipamento. As simulações foram realizadas no software OpenFOAM versão 2.2.0.

Geometria e Malha

A Figura 4.1 apresenta a geometria da célula e suas dimensões em metro, que foi realizada no software SolidWorks. Algumas simulações foram realizadas a princípio até chegar a essa configuração final.

Durante as primeiras simulações foi adotado uma angulação de 10° na área de expansão. Essa configuração foi utilizada para a construção da célula, mas o dados experimentais de perfis de velocidade não condiziam com as simulações, apresentando uma região de grande recirculação. Foi observado que o modelo de turbulência k- ε padrão não conseguiu prever as regiões de recirculação no equipamento, o que foi possível observar através do modelo k- ε realizável. A Figura 4.2 apresenta a diferença entre os dois modelos. Consequentemente, a angulação da expansão foi modificada e reajustada para um valor de 6°, eliminando a recirculação.



Figura 4.1: Dimensões da geometria.



Figura 4.2: Linhas de corrente obtidas nas simulações: (a) Modelo k- ε ; (b) Modelo k- ε realizável.

Para a geração da malha foi utilizado o software comercial ANSYS ICEM CFD, através da técnica de blocos para criar uma malha estruturada e com elementos hexaédricos. Foram realizados alguns testes e foi selecionado uma malha com 500000 elementos, com detalhes que podem ser observados na Figura 4.3.



Figura 4.3: Malha da geometria na simulação.

Foi utilizado o *solver simpleFOAM*, já implementado no OpenFOAM, o qual é utilizado para resolução de escoamentos turbulentos, incompressíveis e em estado estacionário. As principais equações implementadas no código são a equação da continuidade e a equação de conservação do momento (Equações 4.1 e 4.2).

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \tag{4.1}$$

$$\rho \nabla \cdot (\mathbf{U}\mathbf{U}) + \nabla \cdot \tau_{\mathbf{v}} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} \tag{4.2}$$

onde **U** é o campo de velocidade, p é a pressão hidrodinâmica, **g** é a força de campo gravitacional e $\tau_{\mathbf{v}}$ é o tensor tensão.

O modelo de turbulência k- ε realizável é um modelo de duas equações, ou seja, uma equação para a energia cinética turbulenta, k, e outra para a taxa de dissipação de energia, ε , conforme as Equações 4.3 e 4.4. Este modelo é uma variação do modelo $k - \varepsilon$ padrão, e foi criado com a finalidade de resolver problemas do modelo padrão como vórtices e outros padrões rotacionais do escoamento. A principal modificação está relacionada com a equação da taxa de dissipação de energia. A equação de energia cinética é a mesma para ambos modelos.
$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{U}k\right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\nabla k\right] + G_k - \rho\varepsilon + S_k \qquad (4.3)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \mathbf{U}\varepsilon\right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\nabla\varepsilon\right] + \rho C_1 S_{\varepsilon} - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} + S_{\varepsilon} \quad (4.4)$$

onde,

$$C_{1} = max \left[0,43, \frac{n}{n+5} \right]$$
$$n = S\frac{k}{\varepsilon}$$
$$S = \sqrt{2\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}$$
$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^{T} \right)$$

onde **S** é o tensor taxa de deformação, G_k é o termo de produção da energia cinética turbulenta, C_2 é uma constante do modelo, $\sigma_k \in \sigma_{\varepsilon}$ são o número de Prandtl turbulento de $k \in \varepsilon \in S_k \in S_{\varepsilon}$ são os termos fontes adicionais.

A viscosidade turbulenta μ_t é calculada da mesma maneira nos dois modelos:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4.5}$$

No modelo padrão, C_{μ} é considerado constante com valor igual a 0,09. No entanto, no modelo k- ε realizável, C_{μ} é calculado através de uma equação própria, levando em consideração os efeitos de curvatura das linhas de corrente (Equação 4.6). Essa modificação melhora o desempenho do modelo em escoamentos onde existem fortes gradientes de pressão ou separação, rotação e recirculação. Maiores detalhes sobre o modelo k- ε realizável são reportados por SHIH *et al.* (1995).

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{U_{\mu}k}{s}}$$
(4.6)

onde $A_0 = 4,04$, $A_s = \sqrt{6}\cos\phi$, $\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}\mathcal{W})$, $\mathcal{W} = \mathbf{S}/S$ e $U_{\mu} \equiv \sqrt{\mathbf{S} + \mathbf{\Omega}}$.

As condições de contorno foram definidas para as variáveis velocidade U,

pressão p, energia cinética k e taxa de dissipação de energia ε . A Tabela 4.1 sintetiza as condições de contorno das variáveis nas simulações. Para a velocidade foram definidos valores na entrada entre -0,5 e -1,0 m/s (negativo devido ao sentido do escoamento) com o intuito de obter perfis de velocidade na região de expansão da célula com valores próximos de velocidade terminal como apresentado na Figura 2.2. Para a região de parede, foi utilizado como condição de contorno de não deslizamento (no-slip), com todas as componentes nulas, e na saída gradiente nulo $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \mathbf{U} = 0)$.

Tabela 4.1: Condições iniciais e de contorno.

Variáveis	Entrada	Parede	Saída
U (m/s)	(-0,5 a -1,0)	$\mathbf{U}=0\;(\mathit{no-slip})$	$\mathbf{\hat{n}} \cdot \nabla \mathbf{U} = 0$
p (m^2/s^2)	$\mathbf{\hat{n}} \cdot \nabla p = 0$	$\mathbf{\hat{n}} \cdot \nabla p = 0$	p = 0
k (m^2/s^2)	$3(IU^{2})/2$	kqRWallFunction	$\mathbf{\hat{n}} \cdot \nabla k = 0$
$arepsilon~(m^2/s^3)$	$\varepsilon = C_{\mu} k^{3/2} / l$	epsilonWallFunction	$\mathbf{\hat{n}}\cdot\nabla\boldsymbol{\varepsilon}=0$

Para a pressão foi utilizada a condição de derivada direcional nula ($\mathbf{\hat{n}} \cdot \nabla p = 0$) na entrada e na parede, o que significa que o componente normal do gradiente de pressão é nula. Na saída foi estabelecido valor nulo para a pressão. Para a variável k foi utilizado na entrada a condição (*turbulentIntensityKineticEnergyInlet*), que calcula a energia cinética através da intensidade turbulenta, I, a partir da velocidade de entrada. Para a taxa de dissipação de energia foi utilizado na entrada a condição (*turbulentMixingLengthDissipationRateInlet*), que estima um valor inicial a partir da variável k, C_{μ} e da escala de comprimento turbulento l.

Para as regiões de parede foram utilizados as condições de contorno kqRWall-Function e epsilonWallFunction para as variáveis $k \in \varepsilon$, respectivamente. Essas funções de parede permitem calcular melhor essas variáveis em regiões próximas as paredes.

As funções de parede padrão são baseadas na proposta de LAUNDER e SPAL-DING (1972) onde a lei de parede para a velocidade média é dada por:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \tag{4.7}$$

onde κ é a constante de von Kármán (= 0,4187), E é uma constante empírica

(9,793) e:

$$U^* \equiv \frac{U_P C_{\mu}^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho}$$
(4.8)

onde U_P é a velocidade média do fluido na célula adjacente à parede, k_P é a energia cinética turbulenta no ponto P, y_P é a distância do ponto P à parede mais próxima, y^* é a distância da parede de forma simular a y^+ , ou seja, a primeira é baseada na normalização * e a segunda na normalização +. Essas grandezas são aproximadamente iguais para escoamento em equilíbrio. O y^* é calculado como sendo:

$$y^* \equiv \frac{\rho C_{\mu}^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \tag{4.9}$$

onde é a viscosidade dinâmica do fluido.

Nas funções de parede padrões a geração de k é calculada como:

$$\Psi = \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\rho u_\tau^4}{\kappa y_P u_k} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}$$
(4.10)

ou variações disso, como por exemplo, o OpenFOAM implementa a seguinte expressão:

$$\Psi = \frac{u_\tau^2 u_k}{\kappa y_P} \tag{4.11}$$

onde:

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_w$$

$$u_k = C_{\mu}^{1/4} \sqrt{k}$$

Já a taxa de dissipação de energia turbulenta ε na célula adjacente à parede é calculada por:

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{3/4}}{\kappa y_P} \tag{4.12}$$

As Figuras 4.4(a), 4.4(b) e 4.4(c) mostram o resultado da simulação para a velocidade vertical, taxa de dissipação turbulenta e energia cinética respectivamente. Os perfis de velocidade obtidos nas simulações apresentaram valores na área de expansão próximo ao desejado, ou seja, valores entre 0,1 e 0,4 m/s. O decaimento exponencial dos valores da taxa de dissipação foi verificado posteriormente também nos experimentos. A partir da análise dessas



Figura 4.4: Visualização do comportamento do escoamento simulado: (a) Velocidade vertical, (b) Taxa de dissipação turbulenta, (c) Energia cinética.

simulações, a próxima etapa foi a de construção da célula.

4.1.2 Construção da célula de coalescência

Após as simulações realizadas no OpenFOAM e a definição das dimensões, a célula de coalescência foi projetada em CAD (*Computer Aided Design*) através do software SolidWorks versão 2012. O projeto em CAD permitiu definir melhor maneira de construir o equipamento. A célula foi dividida em quatro partes (entrada, expansão, contração e saída), primeiro em virtude do comprimento de 1095 mm e segundo, evitar a troca de todo equipamento em caso de uma possível quebra do acrílico. As quatro partes foram unidas através de flanges com uma camada de borracha entre as mesmas para evitar vazamentos. A Figura 4.5 mostra o desenho da célula em CAD com as quatro partes juntas.

Dois desses flanges tiveram mais atenção no projeto. O flange que une a entrada e a seção de expansão foi projetada para permitir a introdução de um promotor de turbulência, como exemplo telas, caso seja necessário. Foi então criado uma cavidade no flange para a introdução de telas o qual pode ser visualizado na Figura 4.6. O outro flange em questão foi o localizado no



Figura 4.5: Desenho da célula em CAD.



Figura 4.6: Detalhe do flange com cavidade para promotor de turbulência.

meio da célula. Na Figura 4.7 é possível observar os dois orifícios laterais com a finalidade de injetar gás na célula.

O projeto em CAD foi enviado para empresa Incomplast que usinou a célula em acrílico, também conhecido como Plexiglas. O acrílico é o polimetilmetacrilato (PMMA), é uma resina sintética transparente que tem resistência ao impacto superior a do vidro e redução do peso de até 75%. A Tabela 4.2 apresenta algumas propriedades do material utilizado na construção da célula de coalescência, as quais foram fornecidas pela empresa. As Figuras 4.8(a) e 4.8(b) mostram a célula em acrílico utilizada no experimento.



Figura 4.7: Detalhe do flange central para a introdução de injetor de gás.

Tabela 4.2: Propriedades do acrílico utilizado na construção da célula (INCOM-PLAST).

Propriedade	Valor		
Densidade	$1,17$ - $1,20~(g/cm^3)$		
Condutividade térmica	4 - 6 $(10^{-4} \ cal/s/cm/^{o}C)$		
Calor específico	$0,35~(cal/g^oC)$		
Dureza Rockwell	M80 - M100		
Módulo de flexão	$3,90$ - $4,75~(10^{-5}~{ m PSI}$)		
Módulo de tração	$3,5$ - $4,5~(10^{-5}~{ m PSI}$)		
Módulo de compressão	$3,9 - 4,75 (10^{-5} \text{ PSI})$		
Índice de refração	$1,\!49$		

4.2 Construção e Operação do sistema

Após o projeto da célula, a etapa seguinte foi a construção do sistema experimental. A ideia foi montar um sistema compacto que pudesse ser transportado facilmente, pois inicialmente o mesmo foi montado no LTFD e posteriormente foi levado ao NIDF para a utilização das técnicas ópticas. A estrutura principal foi construída com perfis de aço, pois além de garantir estabilidade permite facilidade na montagem, flexibilidade e adaptabilidade para o posicionamento dos equipamentos. O sistema experimental com dimensões de 0,80 m de comprimento, 0,56 m de largura e 2,00 m de altura é apresentado na Figura 4.9, o qual é composto por:

- um reservatório de material plástico com capacidade máxima de 100 litros.
- uma bomba centrífuga modelo BC-98 da marca Schneider de 1/3 cv de potência com vazão máxima de 4,5 m^3/h e pressão de 18 m.c.a., como



(a)



Figura 4.8: Célula de coalescência utilizada no experimento: (a) Separada em quatro partes; (b) Célula montada.

pode ser observado na Figura4.10(a).

- um medidor de vazão magnético modelo VMS Pro da marca Incontrol, com material do corpo em PVC apresentado na Figura 4.10(b).
- uma válvula globo da marca Mipel para o controle da vazão.
- cinco válvulas esferas.
- tubulação de PVC com diâmetros de 3/4 e 1 e 1/4 polegadas.
- uma célula em acrílico.

Na primeira configuração da montagem do sistema experimental aconteceram algumas particularidades. A primeira delas foi manter a célula totalmente



Figura 4.9: Esquema do sistema experimental. (a) Vista frontal. (b) Vista trimétrica.

preenchida com água com o sistema ligado. Mesmo com uma válvula esfera controlando o fluxo na saída da célula, não foi possível operar como o esperado. A solução para tal problema foi adicionar uma tubulação em formato "U" na saída da célula, para que funcionasse como sifão. Então, foi colocado uma bifurcação em "T" na saída da célula com uma válvula fechada de um lado e a tubulação em "U" do outro conforme pode ser visualizado na Figura 4.11. Desse modo, com o nível da tubulação em "U" maior que a entrada da célula, foi possível operar o sistema fechado normalmente.

Observou-se com o sistema ligado, que bolsões de ar ficavam presos dentro das tubulações, criando pequenas bolhas na seção de teste. Apesar do objetivo do equipamento de aprisionar bolhas na seção de teste, para a operação com as técnicas ópticas as mesmas não são desejadas. Portanto, foi necessário adicionar uma válvula para escape de ar (v) presente na tubulação como pode ser observado na Figura 4.9. Além disso, um teste de injeção de gás na parte central da célula, consolidou a adição dessa válvula, pois houve uma pressurização do equipamento ocasionando a quebra da célula. A Figura 4.12 destaca a região da célula quebrada.

O último detalhe operacional solucionado foi com relação à tubulação de retorno ao tanque. Durante vários testes, foi observado que para vazões



<image><image>

Figura 4.10: Equipamentos utilizados na unidade: (a) Bomba centrífuga Schneider. (b) Medidor de vazão magnético Incontrol.

acima de 3,0 m^3/h a bomba parava de impulsionar água e criava um vácuo na célula. Trocou-se a bomba por outro modelo um pouco mais potente (Dancor modelo CP-4C), mas o mesmo aconteceu e nas mesmas condições. Então, depois de várias observações e testes foi decidido alterar a tubulação de saída. O ar que antes era succionado para dentro da célula, é liberado pelo espaço anular, conforme a Figura 4.13 mostra em detalhe.

Após solucionar os problemas citados anteriormente, a unidade experimental pôde ser operada como o desejado. Para operá-la, primeiramente a válvula globo (iii) que permite a passagem para célula deve estar fechada e a válvula do *bypass* (ii) totalmente aberta. Isso garante que a bomba não trabalhe abaixo da sua vazão mínima que é de $0.5 m^3/h$. Antes de abrir a válvula (iii) para permitir a passagem do fluido para a célula, as válvulas localizadas na parte superior do sistema e antes da entrada da célula devem estar abertas



Figura 4.11: Detalhe da saída da célula em bifurcação "T".



Figura 4.12: Célula quebrada após injeção de gás.



Figura 4.13: Espaço anular adotado na tubulação de retorno ao reservatório.

(iv e v), e a válvula (vi) na saída da célula deve estar fechada. Feito isso, a válvula globo (iii) pode ser aberta aos poucos, controlando o fluxo através do medidor de vazão magnético localizado logo em seguida. Desse modo a célula vai enchendo aos poucos até a água voltar ao reservatório. O aumento da vazão deve ser realizado com cuidado, pois com a válvula para escape aberta (v), um aumento brusco da vazão pode fazer com que a água saia por ela. Portanto, recomenda-se que a válvula do *bypass* (ii) seja proporcionalmente fechada na medida que a válvula (iii) que controla a vazão é aberta. Uma mangueira transparente após a válvula para escape de ar permite visualizar o nível da água e o momento que a mesma deve ser fechada. A partir dessa configuração, é possível operar o sistema das vazões mais baixas até as mais altas, de acordo com a operacionalidade da bomba.

O modo de operação da unidade experimental foi a mesma para a aquisição de dados das duas técnicas PIV e LDA. Os dados foram adquiridos em quatro vazões diferentes, $1.5 m^3/h$, $2.0 m^3/h$, $2.5 m^3/h$ e $3.0 m^3/h$ no plano central da célula. O medidor de vazão magnético utilizado possui uma incerteza de medição da ordem de $\pm 0.5\%$ para a faixa de vazão de trabalho, segundo os dados do fabricante. A temperatura da água durante os experimentos variou entre 25 e $30^{\circ}C$.

Para ambas as técnicas ópticas, foram utilizadas partículas esféricas reflexivas compostas por vidro e recobertas por prata com tamanho de 14 μm e densidade de 1,02 g/cm^3 . A velocidade de sedimentação da partícula, U_g , calculada a partir da lei de Stokes (Equação 4.13), é igual a 2,14×10⁻⁶ m/s,

$$U_g = \frac{d_p^2(\rho_p - \rho)g}{18\mu}$$
(4.13)

As seções a seguir descrevem o procedimento adotado para aquisição de dados para as duas técnicas.

4.3 Configurações do PIV

Foi utilizado o sistema PIV 3D FlowMaster Stereoscopic System do fabricante LaVision para obtenção dos campos de velocidade do escoamento. Na Figura 4.14 é possível observar a montagem do sistema PIV, o posicionamento ortogonal da câmera em relação ao laser na unidade experimental. A Tabela 4.3 lista as principais especificações desse sistema.



Figura 4.14: Posicionamento do PIV na unidade experimental.

Para realizar as medições com a técnica PIV, a primeira etapa é fazer a calibração do sistema na área de interesse. Essa é uma etapa importante, pois os ajustes obtidos serão utilizados para o processamento das imagens posteriormente. Portanto, uma boa calibração deve ter uma imagem boa, sem distorções, para não comprometer os resultados finais.

Tabela 4.3: Especificações do sistema PIV.				
Laser Nd:YAG Laser	Fabricante BigSky			
	Potência 120 mJ			
	$\lambda = 532nm$			
	Pulso de 50 μs			
	Espessura do laser, 1mm			
Câmera CCD	Resolução 1376x1040 pixel			
Lente	AF Micro-Nikkor 60 mm f/2.8D			
Processamento de dados	Software Davis 7.1			
Partícula Traçadora	Vidro recoberto de prata, $\rho_p=1,02~g/cm^3,d_p=14~\mu m$			

O software da LaVision possui várias opções de configuração para calibração, mas devido a posição de 90° da câmera em relação a parede plana da célula, optou-se pelo método de uma câmera e sem distorções na projeção do plano. Esse método consiste em simplesmente definir dois pontos com distância conhecida, na imagem adquirida pelo sistema. Na Figura 4.15, observa-se o momento em que o alvo é posicionado na região superior dentro da célula para calibração com o fluido de trabalho. Para inserir o alvo, foi necessário desconectar a primeira parte da célula através do flange que une as partes. O alvo utilizado tem dimensão de 90 \times 15 mm, e pontos com distância lateral de 5 mm.

Após o posicionamento do alvo, garantindo que o mesmo esteja bem alinhado no plano central e paralelo à face frontal, a câmera pôde ser alinhada. Ela foi posicionada a uma distância de 400 mm do plano de medição como pode ser observado na Figura 4.14. O foco e a abertura da lente foram ajustados observando a imagem instantânea gerada pelo software. Em seguida foi realizado o alinhamento do plano do laser ao plano de medição. Foi ajustado a espessura do laser em 1 mm, de maneira que o plano do laser incidisse tangencialmente o plano do alvo, garantindo uma iluminação uniforme em toda região de visualização.

Devido a dimensão da célula, foi necessário realizar quatro calibrações em diferentes locais para obter o escoamento em toda a região de interesse da célula. O procedimento descrito acima foi realizado para as quatro calibrações.



Figura 4.15: Alvo de calibração posicionado na região de medição.

Após a calibração, as informações da imagem obtida são armazenadas no diretório do software, as quais serão utilizadas para o processamento das próximas imagens adquiridas. Para tal processamento foi utilizado o modo correlação cruzada, conforme explicado na Seção 3.3.4, que correlaciona o quadro obtido pelo primeiro pulso de laser com o quadro do segundo pulso em cada janela de interrogação.

Com a finalidade de diminuir os cálculos de correlação e processamento da imagens, foi utilizado o método de multipassos com redução do tamanho da janela. Esse método permite aumentar a acurácia dos cálculos e a resolução espacial do campo de vetores pois, o vetor calculado na janela inicial serve de referência para o próximo passo com janela reduzida, que apresentará um valor mais correto e confiável. Além disso, a sobreposição das janelas ou *ovelap* permite aumentar o número de vetores calculados como mostra a Figura 4.16. Configurou-se então, uma janela de interrogação inicial com tamanho de 64 pixel com sobreposição de 75% reduzindo o tamanho da janela para 32 pixel com sobreposição de 50%.

Para a aquisição de dados do PIV foram utilizadas 500 imagens para compor o campo médio do escoamento a uma taxa de aquisição de 4 Hz. O tempo entre os pulso do laser foi ajustado em 50 μs , para permitir que as partículas possam percorrer no mínimo 1/4 da janela de interrogação. A concentração das partículas de prata foi determinada através da visualização das imagens adquiridas. Algumas imagens foram adquiridas conforme pode ser visto na



Figura 4.16: Exemplo de uma sobreposição de janela em 50%.

Figura 4.17 até ser obtido uma imagem com concentração satisfatória de partículas, como pode ser observado na Figura 4.17(b).

4.4 Configurações do LDA

A Figura 4.18 mostra o equipamento LDA da Dantec Dynamics A/S utilizado nesse trabalho, disponível no NIDF. Tal equipamento pode ser configurado para gerar até três lasers de diferentes comprimentos de onda (476,5, 488 e 514,5 nm) com a finalidade de medir as três componentes de velocidade. Entretanto, para o presente trabalho, somente foi utilizado uma sonda com distância focal de 159 mm e laser com comprimento de 514,5 nm (Figura 4.19), além de um fotodetector da Dantec Dynamics Color Separator 55x35 que é acoplado a uma lente AF Micro Nikkor de 60 mm 1:2.8 D da marca Nikon (Figura 4.20). A Tabela 4.4 apresenta em detalhes a configuração usada no sistema.

Tabela 4.4: Especificações do sistema LDA.

Comprimento de onda	514,5 nm (verde)
Distância focal	159 mm
Espaçamento entre os feixes	28 mm
Diâmetro do feixe	2,2 mm
Número de franjas	21
Espaço entres as franjas	$2,182 \ \mu m$
Ângulo do feixe	$6,772^{o}$
Desvio de Frequência	40 MHz
Volume de controle (dx, dy, dz)	$0,04798\ mm;\ 0,04764\ mm;\ 0,404\ mm$

Devido a configuração *forward scatter* do sistema, foi necessário calibrar (posicionar) o fotodetector para detectar uma quantidade suficiente de luz que gerasse um bom sinal e com poucos ruídos. Para garantir o mesmo posicionamento entre a sonda e o fotodetector, foi utilizado posicionadores



(a)



Figura 4.17: Aquisição das imagens do escoamento através do PIV: (a) Momento de pulso do laser, (b) Visualização da imagem e concentração de partículas.

da marca Sigma Koki LTD modelo SGSP32-200 para a sonda e SGSP46-500 para o fotodetector. Os posicionadores foram conectados ao controlador Stage Control Shot-204MS Sigma Koki, o qual é capaz que controlar até quatro eixos através de um *joystick*. Como o interesse era obter apenas dados do plano central do escoamento, somente houve deslocamento na horizontal e na vertical. Então, um único controlador foi utilizado com as coordenadas x (horizontal) e y (vertical) para o fotodetector, e z (horizontal) e w (vertical) para a sonda. Conectou-se o controlador a computador para agilizar as medições em diferentes regiões da célula, além do posicionamento mais preciso, já que o modelo SGSP32-200 tem precisão de $\pm 0,0060 \ mm$ e o SGSP46-500 de $\pm 0,010 \ mm$. A Figura 4.21(a) mostra o que se pode



Figura 4.18: Sistema LDA da Dantec.

visualizar no visor da lente do fotodetector quando a calibração está correta. Pelo esquema da Figura 4.21(b) fica mais fácil observar que o ideal é que os raios se localizem no centro da menor circunferência, onde a sensibilidade à luz do equipamento é maior. É importante destacar que essa etapa de calibração foi realizada com o fotodetector desligado, pois o excesso de luz pode causar danos ao equipamento quando energizado.

Somente o posicionamento correto entre a sonda e o fotodetector não garante que bons sinais serão adquiridos. É necessário fazer ajustes em parâmetros no software do sistema para melhorar a qualidade da medição e diminuir os ruídos. O software permite fazer ajustes das faixas de velocidades a serem medidas, através do *center velocity* e do *span velocity*. Tal ajuste permite demarcar o valor médio de velocidade e as flutuações, que deve ser melhor observado com o histograma instantâneo gerado pelo software, garantindo que os valores escolhidos estão de acordo. Esse é um processo que deve ser realizado em cada ponto a ser medido.

Outro parâmetro de importante ajuste é a sensibilidade do fotodetector. Valores altos desse parâmetro aumenta a capacidade de detecção, ou seja, aumenta a frequência de aquisição mas diminui a validação, pois os ruídos dos sinais também aumenta. Portanto, é um parâmetro que deve ser ajustado com cuidado para não causar danos ao equipamento. Para as aquisições de dados foi ajustado um valor de 900 Volts.



Figura 4.19: Sonda LDA de dois canais 488 e 514,5 nm.

O software da Dantec permite ao usuário calcular as funções de espectro e autocorrelação aplicando a transformada rápida de Fourier (FFT) no conjunto de dados adquiridos (DANTEC, 2006). Como a FFT necessita de dados igualmente espaçados no tempo, o software faz uma reamostragem dos dados brutos antes de calcular a FFT. O manual do software (DANTEC, 2006) não menciona qual método é utilizado para a reamostragem dos dados. Para a configuração do espectro foi definido uma amostra espectral (spectral samples) de 512, ou seja, o número de frequências discretas para o cálculo da função espectral. Lembrando que a técnica FFT necessita que este número seja uma potência de 2 (32, 64, 128, 256, ...). Também foi definido o valor de 1024 Hz para a máxima frequência, que estabelece como maior valor de frequência para estimar a função espectral. A combinação dos dois parâmetros anteriores com o tempo de aquisição dos dados pode fornecer um espectro ruidoso, dificultando a análise (DANTEC, 2006). O software permite escolher três opções de filtros (box, Hanning, papoulis), e foi utilizado o filtro *Hanning* para suavizar o ruído do espectro. Vale ressaltar que os valores aqui definidos para o cálculo do espectro podem ser modificados até a obtenção de resultados mais satisfatórios, uma vez que o software utiliza somente os dados de velocidade como entrada.

Para a autocorrelação, o software permite fazer a configuração de dois parâmetros, a discretização das amostras e e o máximo tempo de defasagem, os quais foram definidos com valor de 1024 e 1024 ms respectivamente. Entretanto, o gráfico de correlação obtido não apresentou o comportamento



Figura 4.20: Fotodetector.



Figura 4.21: Calibração do fotodetector. (a) Imagem visualizada no fotodetector. (b) Esquema do posicionamento do volume de controle.

esperado, ou seja, não foi possível obter a parábola osculante. À vista disto, foi implementada a técnica de correlação por blocos de NOBACH (2002) para realizar esta análise, conforme apresentado na Seção 4.5. Foi criado um código para o cálculo da autocorrelação, que utilizou como dado de entrada os arquivos gerados pelo software do LDA, contendo informações de tempo e velocidades instantâneos. Optou-se por fazer a divisão por blocos utilizando quatro valores diferentes com 100, 150, 250, 350 e 500 pontos, o que equivale respectivamente aos tempos de defasagem de 4, 2, 1, 0,5 e 0,25 ms. Esses quatro arquivos com os dados da autocorrelação serviram de entrada para outro código, responsável por estimar a escala longitudinal de Taylor para cada tempo de defasagem. Nesse código foi utilizado o pacote livre de otimização não-linear NLOPT (JOHNSON, 2008), para minimizar a Equação 4.23. O código utiliza como valor inicial a escala de Taylor estimada pelo método LTE, fazendo uma otimização local. Em seguida ele estima a escala de Taylor pelo método MBVE fazendo um refino do ótimo global com uma otimização local. Com a escala longitudinal de Taylor, a taxa de dissipação de energia pôde ser calculada através da Equação 2.38.

As taxas de aquisições para o LDA variaram de 700 a 3500 Hz em consequência principalmente da localização do volume de controle (taxas menores geralmente próximo a parede) e da vazão de operação. Para a aquisição dos dados foram adquiridos 100000 amostras para cada ponto. Os perfis de velocidade foram adquiridos em quatro posições verticais distintas (30, 153, 325 e 411 mm) como mostra a Figura 4.22. Os pontos foram medidos a cada 5 mmem cada perfil, exceto na posição vertical de 30 mm, com distância de 3 mmpara cada ponto.

4.5 Técnica de correlação por blocos

BENEDICT *et al.* (2000) fizeram uma revisão e avaliação dos métodos disponíveis para estimar a autocorrelação e o espectro através de medidas usando LDA. Segundo os autores, dois métodos são recomendados: o método da reconstrução refinada (NOBACH *et al.*, 1996, 1998a), e o método de correlação por blocos (*slotting technique*).

O método de correlação por blocos foi proposto inicialmente por MAYO *et al.* (1974). Devido à alta variância e a baixa qualidade estimada, VAN MAANEN e TUMMERS (1996), NOBACH *et al.* (1998b), VAN MAANEN *et al.* (1999) e NOBACH *et al.* (1998a) desenvolveram melhorias no método que , a princípio, resolveram estes problemas. O método consiste em calcular cada produto de velocidades $u_i e u_j$ do conjunto de dados nos tempos $t_i e t_j$ processado para cada intervalo $\hat{k}\Delta\tau(\hat{k} = 0, \ldots, \hat{K})$ ((NOBACH, 2002)). Matematicamente, esse método pode ser descrito como:

$$\hat{R}_{\hat{k}} = \frac{\hat{\sigma}_{u}^{2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} u_{i} u_{j} w_{i} w_{j} b_{\hat{k}}(t_{j} - t_{i})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} u_{i}^{2} w_{i} w_{j} b_{\hat{k}}(t_{j} - t_{i})\right] \left[\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} u_{j}^{2} w_{i} w_{j} b_{\hat{k}}(t_{j} - t_{i})\right]}}$$

$$(4.14)$$



Figura 4.22: Locais onde foram medidos os perfis de velocidade.

$$b_{\hat{k}}(t_j - t_i) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta \tau} - \hat{k} \right|, & \text{para } \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta \tau} - \hat{k} \right| < 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
(4.15)

onde \hat{k} é o número do bloco onde a autocorrelação está sendo calculada e $\Delta \tau$ é o tempo de defasagem. A estimativa da variância da velocidade , $\hat{\sigma}_u^2$, e os fatores de ponderação w_i e w_j , são definidos na Equação 4.16.

$$\hat{\sigma}_{u}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{i}^{2} w_{i}}{\sum_{i=1}^{N} w_{i}}$$

$$w_{i} = t_{i} - t_{i-1}$$

$$w_{j} = t_{j+1} - t_{j}$$
(4.16)

Uma consequência da correlação por blocos é a baixa representabilidade dos produtos das velocidades para tempos de defasagens pequenos, o que torna o resultado tendencioso para tempos de defasagens maiores. NOBACH (2002) apresenta uma solução para tal problema, denominada de estimação do tempo local (LTE, *Local Time Estimation*), que calcula um tempo de defasagem mais apropriado para cada bloco (Equação 4.17). A vantagem dessa técnica é a representação mais precisa para estimativa de $\hat{R}_{\hat{k}}$ utilizando um tempo médio de defasagem $\hat{\tau}_k$ em vez de um tempo fixo $\tau_{\hat{k}} = \hat{k}\Delta\tau$. Na Figura 4.23 pode-se observar que essa técnica corrige principalmente os valores para baixos tempos de defasagem, região onde contém as informações para a estimativa da escala temporal de Taylor.

$$\hat{\tau}_{\hat{k}} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} (t_j - t_i) w_i w_j b_{\hat{k}}(t_j - t_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} w_i w_j b_{\hat{k}}(t_j - t_i)}$$
(4.17)

Ainda na tentativa de melhorar a estimativa da correlação, NOBACH (2002) combinou a técnica LTE com a técnica MBVE (*Model-based variance estimation*), ou modelo da estimativa da variância (NOBACH et al., 1998a,b). A estimativa da variância utiliza todos os dados estimados da função de correlação com $\tau > 0$ para extrapolar a mesma correlação em $\tau = 0$, através do



Figura 4.23: Representação da técnica LTE para correção da estimativa da correlação. Retirado de NOBACH (2002).

modelo apresentado na Equação 4.18.

$$R(\tau) = An_2 e^{-n_1 \tau} - An_1 e^{-n_2 \tau}$$
(4.18)

onde os parâmetros A, $n_1 \in n_2$ são calculados por um processo de otimização. Pode-se mostrar que A pode ser obtido de:

$$A = \frac{\sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} \hat{R}(\hat{\tau}_{\hat{k}}) \left(n_2 e^{-n_1 \hat{\tau}_{\hat{k}}} - n_1 e^{-n_2 \hat{\tau}_{\hat{k}}} \right)}{\sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} \left(n_2 e^{-n_1 \hat{\tau}_{\hat{k}}} - A n_1 e^{-n_2 \hat{\tau}_{\hat{k}}} \right)^2}$$
(4.19)

onde $W_{\hat{K}}$ é um fator de ponderação:

$$W_{\hat{K}} = \hat{\tau}_{\hat{k}}^{-2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} w_i w_j b_{\hat{k}}(t_j - t_i)$$
(4.20)

As transformações:

$$n_1 = -\ln(1 - x_1) \tag{4.21}$$

$$n_2 = -\ln(1 - x_2) \tag{4.22}$$

restringem o domínio de busca a $0 \leq x_1, x_2 < 1.$

A função objetivo da otimização é dada pela função $\xi,$ ou seja, a minimização

do valor dessa função conduz aos valores ótimos de n_1 e n_2 .

$$\xi = \sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} \left[\hat{R}(\hat{\tau}_{\hat{k}}) - R(\hat{\tau}_{\hat{k}}) \right]^2$$
(4.23)

Segundo NOBACH (2002), a técnica MBV permite estimar a microescala temporal de Taylor de maneira mais confiável através da parábola osculante (Equação 4.24).

$$R_{\tau}(\tau) = a - c\tau^2 \tag{4.24}$$

Note que as seguintes condições são satisfeitas para as Equações 4.18 e 4.24:

$$R_{\tau}(0) = R(0)$$

 $R''_{\tau}(0) = R''(0)$

o que leva a:

$$a = A(n_2 - n_1) (4.25)$$

$$2c = An_1n_2(n_2 - n_1) (4.26)$$

Portanto, da definição da microescala temporal de Taylor, χ_f ,

$$R_{\tau}(\chi_f) = a - c\chi_f^2 = 0 \tag{4.27}$$

temos

$$\chi_f = \sqrt{\frac{a}{c}} = \sqrt{\frac{2}{(n_1 n_2)}} \tag{4.28}$$

Através da relação $\lambda_f = \bar{u}\chi_f$, é possível calcular a microescala espacial de Taylor λ_f , e assim, estimar a taxa de dissipação de energia turbulenta ε através da Equação 2.38. Note que, essa estimativa é realizada considerando a hipótese isotrópica, ou seja, as flutuações das componentes da velocidade associadas às pequenas escalas são consideradas iguais.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

5.1 Visualização escoamento

A velocidade média do escoamento da fase fluida na célula de coalescência é um das principais variáveis analisadas nesse trabalho. A velocidade é importante para determinar qual será o tamanho da bolha que será retida na região de expansão de área da célula, de acordo com sua velocidade terminal. Os valores de velocidade terminal apresentados na literatura na Seção 2.1.1 foram obtidos para água destilada e contaminada com outras substâncias. Logo, um dos propósitos foi obter campos de velocidade no interior do equipamento dentro da faixa de 0,1 a 0,4 m/s. Nos experimentos realizados utilizou-se água proveniente do sistema de abastecimento, As técnicas PIV e LDA requerem a adição de partículas traçadoras, por isso não foi utilizado água destilada.

O campo vetorial da velocidade média do escoamento obtido através da técnica PIV, pode ser visualizado nas Figuras 5.1 e 5.2, conforme as condições mencionadas na Seção 4.3. Devido ao comprimento da célula, foi necessário obter os dados do PIV em quatro seções, de forma que abrangesse quase todo o escoamento. A Figura 5.1(a) refere-se a primeira seção da célula que corresponde o intervalo de y = 20 mm a y = 110 mm; a Figura 5.1(b) refere-se a segunda seção da célula que corresponde o intervalo de y = 120 mm a y = 210mm; a Figura 5.2(a) refere-se a terceira seção da célula que corresponde o intervalo de y = 210 mm a y = 290 mm e a Figura 5.2(b) refere-se a quarta seção da célula que corresponde o intervalo de y = 322 mm a y = 422 mm.



Figura 5.1: Campo vetorial da velocidade média escoamento: (a) Primeira seção, (b) Segunda seção.



Figura 5.2: Campo vetorial da velocidade média escoamento: (a) Terceira seção, (b) Quarta seção.

5.2 Perfil de Velocidade Média

As Figuras 5.3 a 5.6 apresentam os perfis de velocidade média nas quatro alturas da célula definidas na Figura 4.22, obtidas pela técnica LDA e pelas simulações em CFD. Em cada uma das figuras é apresentado o perfil de velocidade das quatro vazões de operação. Desse modo, é possível observar o desenvolvimento do escoamento ao longo da célula, e que foi possível obter valores de velocidade adequados para a análise de coalescência de bolhas de 1 a 20 mm de diâmetro, conforme o gráfico de velocidade terminal apresentado por CLIFT *et al.* (1978).

A angulação da região de expansão permitiu uma redução gradual da velocidade média. Além disso, nota-se em todas as regiões uma comportamento quase simétrico do escoamento na célula, indicando que não há locais de grande recirculação. Esse detalhe é importante para poder controlar melhor as bolhas que serão injetadas e para as considerações que serão feitas para o cálculo da taxa de dissipação turbulenta. Entretanto, nota-se que alguns perfis de velocidade existe uma leve assimetria que pode estar ligada à erros experimentais ou à pequenas variações de vazão da bomba durante o experimento.

Na Figura 5.6 nota-se que os perfis de velocidade média ficam mais afunilados, ou seja, a velocidade no centro (x = 0) para a parede diminui mais intensamente. Isso acontece, pois logo abaixo há a seção de contração da célula que aumenta a velocidade e arrasta as bolhas que tiverem velocidade terminal menor que a velocidade do fluido. Portanto, o ideal é que as colisões entre as bolhas sejam analisadas entre y = 153 mm até um pouco antes de y = 325 mm.

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam os resultados para a intensidade $Tu = \sqrt{(u')^2}/\bar{u}$. Observa-se que uma região central do escoamento (de -20 a 20 mm) a intensidade turbulenta permanece com valores em torno de 15 a 20% do início até o final da expansão, mesmo com o aumento da vazão. Ao aproximar da parede, em todos os casos a intensidade aumenta chegando a valores próximos a 100% em y = 325 mm e y = 411 mm. A Tabela 5.1 mostra a intensidade turbulenta no ponto central do escoamento (x = 0) em todas as condições de vazão. Já as Figuras 5.9 e 5.10 mostram os perfis de velocidade turbulenta, $u_{RMS} = \sqrt{(u')^2}$, ao longo da região de



Figura 5.3: Velocidade média para quatro vazões de operação em y = 30 mm.



Figura 5.4: Velocidade média para quatro vazões de operação em y = 153 mm.



Figura 5.5: Velocidade média para quatro vazões de operação em y = 325 mm.



Figura 5.6: Velocidade média para quatro vazões de operação em y $=411~\mathrm{mm}.$

expansão da célula nas quatro vazões.

T	$\mathbf{I}_{\mathbf{I}}$					
$Tu = \sqrt{\overline{(u')^2}}/\overline{u}$						
y (mm)	$\mathrm{Q}=1,5~m^3/h$	$\mathrm{Q}=2,0~m^3/h$	$\mathrm{Q}=2,5~m^3/h$	$\mathrm{Q}=3.0~m^3/h$		
30	$0,\!14$	$0,\!13$	$0,\!13$	$0,\!13$		
153	$0,\!13$	$0,\!14$	$0,\!13$	0,13		
325	0, 16	$0,\!17$	0,16	$0,\!16$		
411	$0,\!15$	$0,\!15$	0,16	$0,\!14$		

Tabela 5.1: Valores da intensidade turbulenta em x = 0.

5.3 Momentos de Terceira e Quarta Ordem

Os fatores de achatamento e assimetria para as flutuações de velocidade são definidas como:

$$S_u = (u')^3 / [(u')^2]^{3/2}$$
(5.1)

$$F_u = \overline{(u')^4} / [\overline{(u')^2}]^2 \tag{5.2}$$

Valores de $S_u = 0$ e $F_u = 3$ indicam que a distribuição dos dados de velocidade instantânea seguem uma distribuição Gaussiana. A Figura 5.11 mostra os coeficientes de assimetria nas quatro alturas de medição para todas as vazões. Observou-se que os valores de S_u tendem a ser positivos nas proximidades da parede. Isto significa que existe uma quantidade maior de valores de velocidades instantâneas superiores ao valor médio, em comparação com as velocidades inferiores à média. Os valores negativos de S_u são observados em uma região central do escoamento nas quatro alturas analisadas, aproximadamente entre -20 a 20 mm. No início da expansão da célula (y = 30 mm), os valores de S_u são próximos à uma distribuição Gaussiana, com valores entre 0 e -0,3. No final da expansão, em y = 411 mm, os valores de S_u ficaram entre 0 e -0,6.

A Figura 5.12 mostra os coeficientes de achatamento nas quatro alturas de medição para todas as vazões. Observa-se que a maioria dos valores obtidos possuem um pequeno desvio da distribuição Gaussiana $F_u = 3$, isto é, valores de F_u entre 2,5 e 3,5. Entretanto, nas proximidades da parede, as distribuições se afastam de uma Gaussiana, com valores entre 4 e 5.



Figura 5.7: Intensidade turbulenta: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm.



Figura 5.8: Intensidade turbulenta: (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm.



Figura 5.9: Perfil de velocidade turbulenta u_{RMS} ao longo da célula para vazão: (a) $Q = 1,5 \ m^3/h$, (b) $Q = 2,0 \ m^3/h$.



Figura 5.10: Perfil de velocidade turbulenta u_{RMS} ao longo da célula para vazão: (a) $Q = 2,5 \ m^3/h$, (b) $Q = 3,0 \ m^3/h$.



Figura 5.11: Coeficiente de assimetria para velocidade vertical em: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325 mm, (d) y = 411 mm.


Figura 5.12: Coeficiente de achatamento para velocidade vertical em: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325 mm, (d) y = 411 mm.

5.4 Comparativo entre PIV e LDA

Comparar as duas técnicas de medição é interessante para poder caracterizar melhor o escoamento. Entretanto, como todo procedimento experimental, a aquisição da velocidade possui erros de medição. Esses erros (aleatórios ou sistemáticos) estão associados provavelmente a posição dos equipamentos de medição, a calibração realizada, a incerteza do medidor de vazão, além do fato dos experimentos terem sidos realizados em dias diferentes. A combinação desses erros, ou incerteza total de medição, remete a apresentar a variável medida na forma de um intervalo de confiança. Geralmente é utilizado a distribuição t-Student para intervalos de 95% ou 99%. De acordo com LOUREIRO e PINHO (2006), a incerteza relativa aleatória para a velocidade média pode ser calculado pela Equação 5.3.

$$\sigma_U = \frac{t_s u_{RMS}}{U\sqrt{N}} = \frac{t_s T u}{\sqrt{N}} \tag{5.3}$$

onde N é o número de amostras obtidas, Tu é intensidade turbulenta e t_s é o parâmetro de Student que é igual a 1.96 para valor de N elevado.

A Tabela 5.2 mostra os valores de velocidade média e a incerteza calculada pela Equação 5.3 no ponto central em x = 0 mm para as vazões de Q = 1,5 m^3/h e Q = 2,5 m^3/h . Nota-se claramente que o erro pela técnica PIV é maior que o LDA, pelo simples fato da quantidade de amostras adquiridas. Enquanto o LDA foi obtido 100000 valores instantâneos, no PIV foram adquiridos apenas 500. As Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16 apresentam a comparação dos perfis de velocidade média. Nas proximidades da região da parede, onde a turbulência é maior, as incertezas em torno do valor médio aumentam significativamente.

	Q=1,5	m^3/h	$Q = 2.5 \ m^3/h$		
y (mm)	LDA $ar{u}({ m m/s})$	$\rm PIV~\bar{u}(m/s)$	${ m LDA}ar{u}({ m m/s})$	$\rm PIV \; \bar{u}(m/s)$	
30	$0,\!2653\pm0,\!0009$	$0,\!2434 \pm 0,\!0113$	$0,\!4373\pm0,\!0007$	$0,4203 \pm 0,0113$	
153	$0,\!1981\pm0,\!0008$	$0,\!1890\pm0,\!0106$	$0,\!3256\pm0,\!0008$	$0,\!3004\pm0,\!0129$	
325	$0,\!1437\pm0,\!0010$	$0,\!1486\pm0,\!0127$	$0,\!2369\pm0,\!0011$	$0,\!1873\pm0,\!0133$	
411	$0,1313 \pm 0,0009$	$0,1341 \pm 0,0148$	$0,2101 \pm 0,0013$	$0,1685 \pm 0,0184$	

Tabela 5.2: Comparativo entre a velocidade média do PIV e LDA em x = 0mm.

A incerteza da grandeza u_{RMS} só depende do tamanho da amostra (LOU-REIRO e PINHO, 2006), podendo ser representada por $\sigma_{u_{rms}} = t_s/\sqrt{2N}$. Sendo assim, para a técnica LDA com 100000 pontos medidos a incerteza de



Figura 5.13: Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão Q = 1,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm.



Figura 5.14: Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão $Q = 1.5 \ m^3/h$: (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm.



Figura 5.15: Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm.



Figura 5.16: Comparativo do perfil de velocidade média entre PIV e LDA na vazão Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 325mm, (b) y = 411mm.

 u_{RMS} fica em torno de 0,44%, enquanto que para o PIV com 500 aquisições a incerteza calculada é de 6,20%. As Figuras 5.17 e 5.18 mostram respectivamente a comparação da velocidade turbulenta nas vazões de Q = 1,5 m^3/h e Q = 2,5 m^3/h , respectivamente.



Figura 5.17: Comparativo do perfil de velocidade turbulenta entre PIV e LDA na vazão $Q = 1,5 \ m^3/h$: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325 mm, (d) y = 411 mm.



Figura 5.18: Comparativo do perfil de velocidade turbulenta entre PIV e LDA na vazão Q = 2,5 m^3/h : (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm, (c) y = 325 mm, (d) y = 411 mm.

5.5 Taxa de Dissipação Turbulenta e Espectro de Frequência

A taxa de dissipação turbulenta tem grande importância para a caracterização da célula, pois é um parâmetro essencial para os modelos de eficiência de coalescência. Segundo as principais referências para o cálculos das propriedades turbulentas de um escoamento (HINZE, 1975; POPE, 2003; TENNEKES e LUMLEY, 1972), a taxa de dissipação turbulenta pode ser calculado em função da viscosidade cinemática, da variância da velocidade e da microescala de Taylor, conforme a Equação 2.38.

O cálculo da microescala de Taylor foi realizada através da autocorrelação dos dados adquiridos pela técnica LDA, utilizando o método de correlação por blocos e ajuste de modelo proposto por NOBACH (2002). Para uma melhor estimativa da escala a correlação foi calculada para quatro tempo de defasagem diferentes $(4, 2, 1, 0, 5 \in 0.25 ms)$ (ver Anexo A).

As Tabelas 5.3 a 5.6 apresentam os valores do cálculo da escala longitudinal de Taylor. A incerteza foi calculada através da distribuição t-Student com nível de confiança de 95%. Foram adquiridos no total 284 pontos considerando todas as condições de operação. Desse total, foi possível obter a escala de Taylor em 178 pontos, o que representa 62,67% de êxito. Avaliando cada região separadamente, em y = 30 mm o êxito foi de 75%, em y = 153 mm foi de 62,5%, em y = 325 mm foi de 68% e em y = 411 mm foi de 51%. A falha no cálculo das escalas pode estar associado a taxa de frequência de aquisição do LDA, que depende da quantidade de partículas presente no escoamento.

Alguns pontos foram bem determinados para os quatro tempos, apresentando incertezas menores. Em outros pontos, a técnica de correlação por blocos com ajuste de modelo só teve êxito em um único intervalo de tempo (dados sem erro estimado), ou nem conseguiu realizar o cálculo (espaço em branco nas tabelas). Os valores não representativos, ou seja, com o erro maior que o valor médio, também são apresentados nas tabelas, mas não serviram para as estimativas posteriores.

Pelo fato dos dados experimentais não terem réplica, foi considerada a hipótese de simetria do escoamento, já que os pontos foram adquiridos em es-

	$Q = 1,5 \ m^{o}/h$	$Q = 2,0 \ m^{o}/h$	$Q = 2,5 \ m^{\circ}/h$	$Q = 3,0 \ m^{\circ}/h$
x (mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
-18				
-15	$2,\!28\pm2,\!82$	$1{,}85\pm0{,}65$	$1{,}96\pm1{,}56$	
-12	$2,\!19\pm0,\!50$	$2{,}12\pm0{,}91$		
-9	$2{,}74\pm0{,}18$	$2{,}59\pm{0{,}50}$	$2{,}62\pm0{,}70$	
-6	$2{,}83\pm0{,}06$	$2{,}16\pm0{,}55$	$2{,}61\pm0{,}12$	$1,\!95\pm1,\!29$
-3	$3{,}54\pm0{,}06$	$2{,}46\pm0{,}09$	$3,\!68 \pm 4,\!48$	$2{,}20\pm0{,}35$
0	$3{,}28\pm0{,}14$	$2{,}62\pm0{,}28$	$3{,}77\pm1{,}25$	$2{,}15\pm0{,}54$
3	$3,\!18\pm0,\!48$	$2{,}92\pm0{,}19$	$2{,}28\pm0{,}47$	$2,\!26\pm1,\!50$
6	$3,\!19\pm0,\!48$	$2{,}39\pm0{,}29$	$2,\!80\pm1,\!26$	$2{,}08\pm0{,}81$
9	$2,\!85\pm0,\!46$	$2{,}54\pm0{,}03$	$2{,}39\pm0{,}69$	$1,\!96\pm0,\!60$
12	$3{,}25\pm2{,}16$	$2{,}37\pm0{,}16$	$2{,}17\pm2{,}37$	
15	$2,\!49\pm0,\!66$	$1{,}97\pm0{,}35$	$1{,}38\pm2{,}28$	
18	$1{,}92\pm0{,}10$			

Tabela 5.3: Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 30 mm. $Q = 1,5 \ m^3/h$ $Q = 2,0 \ m^3/h$ $Q = 2,5 \ m^3/h$ $Q = 3,0 \ m^3/h$

Tabela 5.4: Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y $=153~\mathrm{mm}.$

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q=2,0\ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q=3,0\ m^3/h$
x (mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
-31		$2,\!91\pm1,\!68$		
-30	4,05	$2{,}39\pm1{,}01$		$1,\!35\pm1,\!12$
-25	$3{,}87 \pm 0{,}48$	$2{,}57\pm0{,}09$		$1,\!80\pm1,\!41$
-20	$3{,}63\pm0{,}10$	$3{,}22\pm0{,}19$		
-15	$4,74 \pm 2,57$	$3{,}77\pm0{,}86$	$5{,}45\pm8{,}10$	$3,\!03\pm0,\!31$
-10		$3{,}60\pm0{,}33$	3,20	
-5	$4{,}94\pm 6{,}35$	$3{,}16\pm0{,}30$	$4,\!13\pm3,\!91$	$5,\!06$
0	$4,\!90\pm6,\!32$	$3{,}55\pm0{,}11$	$3,\!95\pm3,\!84$	$5,\!43\pm1,\!07$
5	$4,\!90\pm3,\!44$	$3{,}16\pm0{,}18$	$5,\!46\pm3,\!33$	$4,\!19\pm5,\!10$
10		$3{,}44\pm0{,}19$	$5{,}23\pm 6{,}35$	$3{,}49\pm0{,}09$
15		$5,\!90\pm1,\!63$	$3{,}84\pm 5{,}36$	$4,\!63 \pm 2,\!93$
20				
25		3,39		$1,\!85$
30				

	$Q = 1, 5 \ m^{\circ}/n$	$Q = 2,0 m^{\circ}/n$	$Q \equiv 2, 5 m^{\circ}/n$	$Q = 3,0 \ m^{\circ}/n$
x (mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
-50				
-45				
-40	4,06	$4{,}34\pm0{,}71$	$3{,}30\pm0{,}70$	$1,\!23$
-35	$4{,}61\pm0{,}43$			$1,\!47\pm1,\!97$
-30	$4{,}85\pm0{,}53$	$4,\!50\pm0,\!79$	$3{,}78\pm0{,}10$	$3,\!29\pm1,\!10$
-25	$4{,}57\pm0{,}60$		$3,\!06$	$2,\!59\pm1,\!36$
-20	$4,\!96$	$4,\!52$	$3{,}64\pm0{,}92$	$3{,}41\pm0{,}34$
-15	4,75	$3,\!78\pm0,\!40$	$3{,}29\pm0{,}35$	$3{,}29\pm0{,}58$
-10	$4,\!42$	$3{,}67 \pm 0{,}14$	$3{,}85\pm0{,}43$	$3,\!45\pm0,\!71$
-5	$4,\!84$	$4{,}46\pm0{,}13$	$3{,}48\pm0{,}57$	$2,\!91\pm0,\!61$
0		$4,\!11 \pm 1,\!70$	$3{,}92\pm0{,}38$	$2,73 \pm 0,42$
5	$5,\!23$	$4{,}40\pm0{,}67$	$3{,}87 \pm 0{,}56$	$2,\!87\pm0,\!51$
10	$1,\!96$	$3{,}57\pm0{,}60$	$3{,}78\pm0{,}49$	$3{,}82\pm0{,}68$
15	$4,\!95$	$3,\!59\pm1,\!01$	$2{,}68\pm0{,}99$	$2,\!58\pm1,\!67$
20	$5{,}11\pm5{,}23$	$3{,}24\pm0{,}48$	2,71	2,41
25			$2,\!20$	$2,\!22\pm2,\!65$
30	$4,\!58$		$2,\!35\pm3,\!60$	$2,\!82$
35				
40	$5,\!45$	$2,\!93$		
45				
50	3,60	$2,\!98$		

Tabela 5.5: Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 325 mm.

paçamento iguais em torno do ponto central. Este procedimento foi realizado com a intenção de melhorar a análise estatística dos dados e estimar melhor a taxa de dissipação turbulenta. Os pontos apresentados nas Tabelas 5.3 a 5.6 com a incerteza maior que o valor médio, ou seja, valores não significativos, não foram considerados para a hipótese de simetria. No Apêndice B são apresentadas as tabelas com os valores da escala de Taylor, taxa de dissipação turbulenta e escala de Kolmogorov calculados pela hipótese de simetria.

As Figuras 5.19 e 5.20 apresentam a taxa de dissipação turbulenta nas diferentes posições e para as quatro vazões de operação. Nota-se claramente valores maiores de ε quando aumenta-se a vazão. Também observa-se uma tendência do aumento de ε nas proximidades da parede, onde já se mostrou que a turbulência é maior.

Nas regiões onde foi obtido uma porcentagem maior no cálculo da escala de Taylor ($y = 30 \ mm$ e $y = 325 \ mm$), foi possível verificar a relação $\varepsilon = U^3/L$, onde U é a velocidade média e L é um comprimento característico das grandes escalas do escoamento (MÖLLER e SILVESTRINI, 2004). Sendo assim, para as vazões de $Q = 1,5 \ m^3/h$ (I) e $Q = 3,0 \ m^3/h$ (II), sabe-se que:

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 \ m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x (mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f \;(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
-56		$4{,}19\pm0{,}39$		
-50		$4,\!36\pm0,\!54$		
-45				
-40		$4{,}89\pm0{,}53$		$2,\!66\pm0,\!45$
-35				$2,\!96\pm1,\!12$
-30		$4{,}69\pm0{,}21$		$3{,}17\pm0{,}73$
-25		$4{,}44\pm0{,}08$		$2,\!93\pm0,\!55$
-20	$4,\!68$	$5,\!27\pm0,\!31$		$2,\!89\pm0,\!64$
-15	$4,\!94$		$3{,}09\pm8{,}94$	$2,\!85\pm0,\!39$
-10		$4{,}92\pm0{,}07$	$3{,}28\pm 6{,}98$	$3,\!31 \pm 2,\!75$
-5	$5,\!53$	$5{,}16\pm0{,}23$		
0	$5{,}23\pm0{,}08$	$4,50 \pm 0,44$	$3{,}49\pm0{,}70$	$5,\!28\pm0,\!29$
5	$4{,}88\pm0{,}29$	$4,\!65\pm0,\!12$	$3{,}37\pm0{,}15$	$4,\!46\pm0,\!15$
10	$5{,}02\pm0{,}07$	$4{,}97\pm0{,}37$	$4,\!24$	
15	$4,\!40\pm0,\!36$	4,78		$4,\!57 \pm 2,\!75$
20	$4{,}27\pm0{,}30$	$5{,}06\pm0{,}65$	$4,\!24$	$3,\!93\pm4,\!77$
25	$3{,}81\pm0{,}68$	$5,\!30\pm7,\!99$		
30		$5,\!1497$		
35	$3,\!96$			
40				
45	$4,\!12$			
50		$3{,}14\pm0{,}20$	$3{,}46\pm0{,}36$	
58		$2{,}60\pm0{,}35$	$2{,}89\pm0{,}24$	

Tabela 5.6: Valores da escala longitudinal de Taylor na posição y = 411 mm.

$$U_{II} = 2U_I \tag{5.4}$$

logo, tem-se que:

$$\varepsilon_{II} = 8\varepsilon_I \tag{5.5}$$

Observando os pontos x = 0, 3, 6 e 9 mm e x = 15, 20, 25 e 30 mm nas Figuras 5.19(a) e 5.20(a) respectivamente, fica mais fácil de verificar esta relação.

As Figuras 5.21 e 5.22 mostram o comportamento da taxa de dissipação turbulenta ao longo do escoamento na célula de coalescência. Nota-se que os valores de ε diminuem em aproximadamente 10 vezes desde o início (em y = 30mm) até o final da expansão (em y = 411mm). Os valores obtidos para ε variam na faixa de ordem de 10^{-3} a 10^{-1} m^2/s^3 , exceto para a vazão de Q = 1,5 m^3/h que apresentou valores na faixa de 10^{-4} a 10^{-2} .

No resultado obtido pela simulação também nota-se o decaimento exponencial da taxa de dissipação ao longo do escoamento. As Figuras 5.21 e 5.22 compararam os valores de ε obtidos através dos experimentos e das simulações. Observa-se que há uma similaridade da ordem de grandeza, e na tendência de aumentar de valor próximo a parede. Nas simulações, os valores de ε são praticamente constantes ao longo do eixo x e aumentam significativamente na região muito próxima a parede. Este comportamento não é observado nos pontos experimentais. Porém, vale ressaltar que os dados experimentais não possuem réplica, o que aumenta as incertezas e distorcem uma tendência do comportamento.

As Figuras 5.23 e 5.24 apresentam o comportamento da microescala de comprimento de Kolmogorov η , calculada através da Equação 2.39, que se refere as menores escalas onde a energia é dissipada. Pode-se observar o comportamento inversamente proporcional à taxa de dissipação turbulenta. Logo, η aumenta ao longo do escoamento no equipamento e diminui com o aumento da vazão. Tendo x = 0mm como referência, o maior valor da micro-escala de comprimento foi 0,22 mm, para condição de $y = 411 \text{ mm e } Q = 1,5 \text{ m}^3/h$, e o menor foi 0,077 mm, para condição de $y = 30 \text{ mm e } Q = 3,0 \text{ m}^3/h$.

O espectro de frequência de energia E_{11} foi calculado através dos dados de velocidade instantâneas adquiridas pelo LDA, função a qual está disponível



Figura 5.19: Taxa de dissipação turbulenta pela hipótese de simetria em: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm.



Figura 5.20: Taxa de dissipação turbulenta pela hipótese de simetria em: (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm.



Figura 5.21: Comparação da taxa de dissipação turbulenta ao longo da célula entre resultado experimental e simulado: (a) $Q = 1,5 m^3/h$, (b) $Q = 2,0 m^3/h$.



Figura 5.22: Comparação da taxa de dissipação turbulenta ao longo da célula entre resultado experimental e simulado: (a) $Q = 2,5 m^3/h$, (b) $Q = 3,0 m^3/h$.



Figura 5.23: Microescala de comprimento de Kolmogorov em: (a) y = 30 mm, (b) y = 153 mm.



Figura 5.24: Microescala de comprimento de Kolmogorov em: (a) y = 325 mm, (b) y = 411 mm.

no software da Dantec (Equação 2.42). Os parâmetros definidos para o cálculo foram uma amostra espectral de 512 e frequência máxima de 1024 Hz, conforme mencionado na Seção 4.4 . As Figuras 5.25 e 5.26 mostram o espectro de frequência de energia ao longo do escoamento nas quatro vazões de operação. Observa-se na frequência de aproximadamente 10 Hz, o início da zona inercial, ou seja, região onde existe transferência de energia dos grandes para os pequenos vórtices. É possível observar a inclinação de -5/3 de Kolmogorov para tal região.



Figura 5.25: Espectro de frequência em x = 0 mm: (a) $Q = 1,5 m^3/h$, (b) $Q = 2,0 m^3/h$.



Figura 5.26: Espectro de frequência em x = 0 mm: (a) $Q = 2,5 m^3/h$, (b) $Q = 3,0 m^3/h$.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

A proposta do presente trabalho foi construir uma célula de coalescência para que fosse possível obter dados experimentais do processo de coalescência de bolhas. A idéia foi construir um equipamento em que a ascensão das bolhas pudesse ser controlada pela velocidade da fase líquida em contra corrente, isto é, que a velocidade do líquido se igualasse a velocidade terminal das bolhas em uma dada região do equipamento. As simulações realizadas em CFD permitiram ter um conhecimento prévio do comportamento da fase líquida no interior da célula, além de uma melhor definição da geometria a ser construída.

A caracterização fluidodinâmica do sistema experimental foi um dos objetivos do trabalho. A utilização das técnicas ópticas LDA e PIV se mostraram essenciais para a caracterização do escoamento da fase líquida. Através dessas técnicas, foi possível observar o comportamento aproximadamente simétrico dos perfis de velocidade ao longo da região de expansão da célula nas quatro vazões escolhidas para a operação.

Para a análise mais intrínseca ao escoamento foi utilizado os dados obtidos pelo LDA, devido à quantidade de amostras e a alta taxa de aquisição. Entretanto, o cálculo da autocorrelação fornecido pelo software não foi satisfatório para estimar as escalas de turbulência e a taxa de dissipação de energia. Optou-se então, pela aplicação da técnica de correlação por blocos seguida de ajuste de modelo proposta por NOBACH (2002). A técnica teve êxito em 62,67% dos pontos obtidos para calcular a escala longitudinal de Taylor. Impondo a hipótese de simetria, foi possível obter a taxa de dissipação turbulenta, que variou na faixa de 10^{-3} a $10^{-2} m^2/s^3$. A princípio, a aplicação da metodologia de NOBACH (2002) mostrou-se satisfatória, apesar dos dados experimentais não terem réplica. Entretanto, é importante lembrar que NOBACH (2002) não deixa explícito qual foi a fator de ponderação, w, utilizado em seu trabalho, sendo este um ponto a ser investigado com maior detalhe posteriormente.

As condições utilizadas nesse trabalho permitiram obter bem o comportamento da fase líquida no equipamento. O sistema experimental desenvolvido servirá de base para futuros estudos sobre o processo de coalescência de bolhas, gerando mais dados experimentais para modelos já existentes para a eficiência de coalescência ou para proposição de novos modelos.

Para trabalhos futuros algumas atividades podem realizadas, complementando o que já foi realizado:

- Repetir o experimento para que os dados obtidos tenham maior representabilidade.
- Utilização de outras técnicas de correlação para estimar melhor as escalas turbulentas.
- Adicionar à unidade experimental um controle de temperatura do líquido do sistema.
- Operar o sistema com água destilada e adicionar surfactantes para avaliar a influência nas etapas de coalescência.

Referências Bibliográficas

- ALVES, S. S., ORVALHO, S. P., VASCONCELOS, J. M. T., 2005, "Effect of bubble contamination on rise velocity and mass transfer", *Chemical Engineering Science*, v. 60, pp. 1–9.
- ARAUJO, J. F. M., 2006, Estudo dos modelos de quebra e coalescência para escoamentos polidispersos. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE.
- ARAUJO, J. F. M., 2010, Modelos de Quebra e Coalescência de gotas para o escoamento de emulsões. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE.
- BENEDICT, L. H., NOBACH, H., TROPEA, C., 2000, "Estimation of turbulent velocity spectra from laser Doppler data", Measurement Science and Technology, v. 11, pp. 1089–1104.
- BOZZANO, G., DENTE, M., 2001, "Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach", *Computers and Chemical Engineering*, v. 25, pp. 571–576.
- BRASIL, W., 2004, Camadas Limite Turbulentas Sujeitas a uma Variação de Proriedades na Superfície. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro/ COPPE, RJ, Brasil.
- BRÖDER, D., SOMMERFELD, M., 2002, "Experimental studies of bubble interaction and coalescence in a turbulent flow by an imaging PIV/PTV system". In: 11th International Symposium Aplication of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisboa, Portugal.
- CHESTERS, A. K., 1991, "The modelling of a coalescence processes in fluid-liquid dispersions: A review of current understanding", *Trans IChemE*, v. 69, pp. 259–270.
- CLIFT, R., GRACE, J. R., WEBER, M. E., 1978, *Bubbles, Drops and Particles.* New York, Academic Press.

- COULALOGLOU, C. A., TAVLARIDES, L. L., 1977, "Descripition of interaction processes in agitated liquid-liquid dispersions", *Chemical Engineering Science*, v. 32, pp. 1289–1297.
- DAMIAN, R. B., 2007, Acoplamento de Balanço Populacional à Simulação Computacional de Escoamentos Multifásicos Polidispersos. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE, RJ, Brasil.
- DANTEC, 2006, BSA Flow Software version 4.10 Installation and User's Guide. Skovlunde, Denmark.
- DUERR-AUSTER, N., GUNDE, R., MÄDER, R., et al., 2009, "Binary coalescence of gas bubbles in the presence of a non-ionic surfactant", Journal of Colloid and Interface Science, v. 333, pp. 579–584.
- FAVERO, J. L., 2014, Simulação de Escoamentos Multifásicos Polidispersos Multivariados. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro/ COPPE, RJ, Brasil.
- FERZIGER, J. H., PERIC, M., 2004, Computational methods for fluid dynamics. 3 ed. Berlin, Germany, Springer.
- HINZE, J. O., 1975, Turbulence. 2 ed. New York, USA, McGraw-Hill.
- HOWARTH, W. J., 1964, "Coalescence of Drops in a Turbulent Flow Field", Chemical Engineering Science, v. 19, pp. 33–38.
- INCOMPLAST. Disponível em: <http://www.incomplast.com.br/ materiais/acrilico.htm>. Acesso em: 10 jan. 2014.
- JENSEN, K., 2004, "Flow Measurements", J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., v. 26, pp. 400–419.
- JOHNSON, S. G., 2008, The NLopt nonlinear-optimization package. Disponível em: <http://ab-initio.mit.edu/nlopt>. Acesso em: 30 abr. 2014.
- KAMP, A., CHESTERS, A., COLIN, C., et al., 2001, "Bubble coalescence in turbulent flow: A mechanistic model for turbulence-induced coalescence applied to microgravity bubbly pipe flow", *International Journal of Multiphase Flow*, v. 27, pp. 1363–1396.
- KARAMANEV, D. G., 1994, "Rise of gas bubbles in quiescent liquids", A.I.Ch.E. Journal, v. 40, pp. 1418–1421.

- KARAMANEV, D. G., 1996, "Equations for calculations of the terminal velocity and drag coefficient of solid sheres and gas bubbles", *Chemical Engineering Communications*, v. 147.
- KULKARNI, A. A., JOSHI, J. B., 2005, "Bubble Formation and Bubble Rise Velocity in Gas-Liquid Systems: A Review", Industrial and Engineering Chemistry Research, v. 44, pp. 5873–5931.
- LAUNDER, B. E., SPALDING, D. B., 1972, Mathematical Models of Turbulence. London, Academic Press.
- LAVISION, 2010, Manual for LaVision DaVis 7.2. Göttingen, Germany.
- LEHR, F., MEWES, D., 2001, "A Transport Equation for the Interfacial Area Density Applied to Bubble Columns", *Chemical Engineering Science*, v. 56, pp. 1159–1166.
- LEHR, F., MILLIES, M., MEWES, D., 2002, "Bubble-size distributions and flow fields in bubble columns", A.I.Ch.E. Journal, v. 48, pp. 2426–2443.
- LIAO, Y., LUCAS, D., 2010, "A literature review on mechanisms and models for the coalescence process of fluid particles - Review", *Chemical Engineering Science*, v. 65, pp. 2851–2864.
- LIAO, Y., LUCAS, D., 2009, "A literature review of theoretical models for drop and bubble breakup in turbulent dispersions", *Chemical En*gineering Science, v. 64, pp. 3389–3406.
- LOUREIRO, J. B. R., PINHO, F. T., 2006, Coleção de Cadernos de Turbulência, v. 5. Rio de Janeiro, Brasil, ABCM. Cap. 5.
- LUO, H., 1993, Coalescence, breakup and liquid circulation in bubble column reactors. Ph.D. dissertation, Norwegian Institute of Technology, Norwegianl.
- MALISKA, C. R., 2004, Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2 ed. Rio de Janeiro, Brasil, LTC.
- MARINS, L. P. M., 2007, Caracterização experimental do escoamento no interior de um hidrociclone sem núcleo gasoso. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE.

- MATAMOROS, L. M. C., 2013, Morfologia De Bolhas Isoladas Em Escoamentos Pistonados Horizontais. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE, RJ, Brasil.
- MAYO, W. T. J., SHAY, M. T., RITTER, S., 1974, "Digital estimation of turbulence power spectra from burst counter LDV data". In: 2nd Int. Workshop on Laser Velocimetry, pp. 16–26, Purdue University, USA.
- MELO, F. R. G., 2007, Fluidodinâmica de esferas leves e bolhas em líquidos. Tese de D.Sc., Universidade Federal de Uberlândia, MG, Brasil.
- MONTEIRO, A., 2007, Estudo Experimental de Escoamentos Turbulentos Sobre Colinas Bidimensionais Rugosas. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro/ COPPE, RJ, Brasil.
- MOLLER, S. V., SILVESTRINI, J. H., 2004, Coleção de Cadernos de Turbulência, v. 4. Porto Alegre, RS, Brasil, ABCM.
- NOBACH, H., 2002, "Local time estimation for the slotted correlation function of randomly sampled LDA data", *Experiments in Fluids*, v. 32, pp. 337–345.
- NOBACH, H., MÜLLER, E., TROPEA, C., 1996, "Refined reconstruction techniques for LDA data analysis". In: 8th International Symposium Aplication of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisboa, Portugal.
- NOBACH, H., MÜLLER, E., TROPEA, C., 1998a, "Efficient estimation of power spectral density from laser Doppler anemometer data", *Experiments in Fluids*, v. 24, pp. 499–509.
- NOBACH, H., MÜLLER, E., TROPEA, C., 1998b, "Correlation estimator for two-channel non-coincidence Laser Doppler Anemometer". In: 8th International Symposium Aplication of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisboa, Portugal.
- PINTO, J. C. C. S., LAGE, P. L. C., 2001, Métodos Numéricos em Problemas de Engenharia Química. 1 ed. Rio de Janeiro, Brasil, e-Papers.
- POPE, S. B., 2003, *Turbulent Flows*. United Kingdom, Cambridge University Press.
- PRINCE, M. J., BLANCH, H. W., 1990, "Bubble coalescence and breakup in air-sparged bubble columns", AIChe Journal, v. 36, pp. 1485–1499.

- RAFFEL, M., WILLERT, C., KOMPENHANS, J., 1998, Particle Image Velocimetry: A Pratical Guide. 3 ed. New York, Springer.
- RAMKRISHNA, D., 2000, Population Balances Theory and Applications to Particulate Systems in Engineering. New York, Academic Press.
- RIBEIRO JR, C. P., MEWES, D., 2006, "On the effect of liquid temperature upon bubble coalescence", *Chemical Engineering Science*, v. 61, pp. 5704–5716.
- RIBEIRO JR, C. P., MEWES, D., 2007, "The effect of electrolytes on the critical velocity for bubble coalescence", *Chemical Engineering Journal*, v. 126, pp. 23–33.
- ROSS, S. L., 1971, Measurements and Models of the Dispersed Phase Mixing Process. Ph.D. dissertation, University of Michigan, USA.
- SANTOS, F. P., 2014, Desenvolvimento e Implementação de Métodos Numéricos usando placas gráficas para a solução da equação de Balanço Populacional. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro/ COPPE, RJ, Brasil.
- SATHE, M. J., DESHPANDE, S., JOSHI, J. B., 2009, "Evaluation of Local Turbulent Energy Dissipation Rate using PIV in Jet Loop Reactor", *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 48, pp. 5046–5057.
- SHAIKH, A., AL-DAHHAN, M. H., 2007, "A Review on Flow Regime Transition in Bubble Columns", International Journal of Chemical Reactor Engineering, v. 5, pp. 1–68.
- SHIH, T. H., LIOU, W. W., SHABBIR, A., et al., 1995, "A new k-ε eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows", *Computers Fluids*, v. 24, n. 3, pp. 227–238.
- SILVA, L. F. L. R., 2008, Desenvolvimento de Metodologias para Simulação de Escoamentos Polidispersos usando Código Livre. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro/ COPPE, RJ, Brasil.
- SILVA, M. K., 2011, Estudo numérico e experimental de colunas de bolhas operando em regime heterogêneo. Tese de D.Sc., UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- TENNEKES, H., LUMLEY, J. L., 1972, A First Course in Turbulence. The MIT Press.

- TOMIYAMA, A.; CELATA, G. H. S. Y. S., 2002, "Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime", *International Journal of Multiphase Flow*, v. 28, pp. 1497–1519.
- TSE, K., MARTIN, T., MCFARLANE, C. M., et al., 1998, "Visualisation of bubble coalescence in a coalescence cell, a stirred tank and a bubble column", *Chemical Engineering Science*, v. 53, pp. 4031–4036.
- VAN MAANEN, H. R. E., TUMMERS, M. J., 1996, "Estimation of the autocorrelation function of turbulent velocity fluctuations using the slotting technique with local normalization". In: 8th International Symposium Aplication of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisboa, Portugal.
- VAN MAANEN, H. R. E., NOBACH, H., BENEDICT, L. H., 1999, "Improved estimator for the slotted autocorrelation function of randomly sampled LDA data", *Measurement Science and Technology*, v. 10, pp. L4–L7.
- VANNVAR, B., 1940, "Biographical memoir of Arthur Edwin Kennelly". v. XXII, *Biographical Memoirs*, National Academy of Sciences, pp. 83–119.
- VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W., 2007, An introduction to computational fluid dynamics - The finite volume method. Longman Scientific Technical.

Apêndice A

Exemplo do cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta

A Tabela A.1 apresenta os dados médios obtidos pelo LDA no ponto x=0 mm e y=30 mm. Através do arquivo com os dados instantâneos de velocidade e tempo, foi utilizada a técnica de correlação por blocos com ajuste de modelo (NOBACH, 2002), para quatro tempo de defasagem diferentes (4, 2, 1, 0,5 e 0,25 ms). A Tabela A.2 apresenta os valores dos parâmetros $A, n_1 e n_2$ da Equação 4.18 e das escalas de Taylor (λ_f, χ_f) pelas técnicas LTE e MBV, além da taxa de dissipação de energia turbulenta ε e da escala de comprimento de Kolmogorov η . Este ponto é o exemplo em que os cálculos foram bem determinados para os quatro tempos. O erro foi calculado através da distribuição t-Student a 95%.

Vazão (m^3/h)	1,5
$ar{u}~({ m m/s})$	0,2686
Variância (m^2/s^2)	0,0013
Freq. média (kHz)	2,7935
τ médio (ms)	0,3580

Fabela A.1: Dados médios	s obtidos pelo LDA	no ponte	o em x=0 mm	e y $=30$ mm.

As Tabelas A.3 e A.4 são referentes ao ponto x=12 mm e y=30mm. Neste ponto apesar dos quatro tempos terem sidos calculados pela técnica, somente foram utilizados para a estimativa de ε os tempos destacados em negrito.

lag	N^o slots	t	$\lambda_f \ (\mathrm{mm})$	$\lambda_f \; (\mathrm{mm})$	$\chi_f \ (\mathrm{ms})$	n_1	n_2	А	ε	η
(ms)		(ms)	(LTE)	(MBV)	(MBV)				(m^3/s^2)	(mm)
4	100	400	5,26	3,12	11,61	1,80E-02	$^{8,25E-01}$	1,49E-03	3,93E-03	1,26E-04
2	150	300	4,35	3,22	11,99	1,81E-02	7,70E-01	1,60E-03	$3,\!69E-03$	1,28E-04
1	250	250	$3,\!97$	3,28	12,21	1,81E-02	7,41E-01	1,67E-03	3,56E-03	$1,\!29E-04$
0,5	350	175	-	3,35	12,47	1,82E-02	7,07E-01	1,75E-03	3,41E-03	1,31E-04
0,25	500	125	-	3,43	12,78	1,83E-02	$6,\!69E-01$	1,85E-03	$3,\!25E-03$	$1,\!32E-04$
Média				3,28	12,21				3,57E-03	$1,\!29E-04$
Desvio				$0,\!12$	$0,\!45$				2,63E-04	$2,\!37E-06$
Erro				$0,\!15$	$0,\!56$				3,26E-04	2,95E-06

Tabela A.2: Valores calculados pela técnica MBV e LTE em x=0 mm e y=30mm.

Tabela A.3: Dados médios obtidos pelo LDA no ponto em x=12 mm e y=30mm.

Vazão (m^3/h)	1,5
$ar{u}~({ m m/s})$	0,2515
Variância (m^2/s^2)	$0,\!0016$
Freq. média (kHz)	2,3269
au médio (ms)	0,4298

Tabela A.4: Valores calculados pela técnica MBV e LTE em x=12 mm e y=30mm

lag	N^o slots	t	$\lambda_f \text{ (mm)}$	$\lambda_f \ (\mathrm{mm})$	$\chi_f \ (\mathrm{ms})$	n_1	n_2	А	ε	η
(ms)		(ms)	(LTE)	(MBV)	(MBV)				(m^3/s^2)	(mm)
4	100	400	6,2879	0,6226	2,4756	$9,\!29E-03$	$35,\!1274$	4,14E-05	-	-
2	150	300	4,8269	2,234	8,8831	9,30E-03	2,7259	$5,\!33E-04$	9,35E-03	1,02E-04
1	250	250	3,5788	2,3598	9,3831	9,33E-03	2,4342	$5,\!97E-04$	8,38E-03	1,05E-04
0,5	350	175	2,0845	1,964	7,8094	$9,\!42E-03$	3,4831	$4,\!17E-04$	1,21E-02	9,54E-05
0,25	500	125	0,9862	0,6008	2,3889	9,54E-03	36,7368	$3,\!95E-05$	-	-
Média				2,19	8,69				9,94E-03	1,01E-04
Desvio				0,20	0,80				1,93E-03	4,70E-06
Erro				0,50	2,00				5,87E-03	1,43E-05

Apêndice B

Tabelas com dados da hipótese de simetria

As tabelas a seguir apresentam os valores obtidos através da hipótese de simetria para o cálculo da escala de comprimento de Taylor λ_f , da taxa de dissipação turbulenta ε e da escala de comprimento de Kolmogorov η .

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 \ m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x(mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
0	$3,28 \pm 0,14$	$2,\!63 \pm 0,\!28$	$3,77 \pm 1,25$	$2,15 \pm 0,54$
3	$3{,}41\pm0{,}20$	$2,73 \pm 0,24$	$2{,}42\pm0{,}68$	$2{,}23\pm0{,}17$
6	$2,94 \pm 0,20$	$2,\!36\pm0,\!21$	$2{,}65\pm0{,}23$	$2{,}02\pm0{,}20$
9	$2,\!75\pm0,\!14$	$2{,}57\pm0{,}14$	$2{,}51\pm0{,}26$	$1{,}96\pm0{,}60$
12	$2,58 \pm 0,60$	$2{,}36\pm0{,}12$		
15	$2,50 \pm 0,34$	$1{,}90\pm0{,}25$	$1{,}84\pm0{,}67$	
18	$1{,}92\pm0{,}10$			

Tabela B.1: Escala de comprimento de Taylor na posição y = 30 mm.

Tabela B.2: Escala de comprimento de Taylor na posição y = 153 mm.

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x(mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
0	$4{,}91\pm 6{,}32$	$3,\!55\pm0,\!11$	$3,\!95\pm3,\!84$	$5,43 \pm 1,07$
5	$4,92 \pm 0,74$	$3,\!49\pm0,\!25$	$4,49 \pm 1,70$	$4,20\pm1,00$
10		$3,\!46\pm0,\!14$	$4{,}55\pm3{,}15$	$3,\!49\pm0,\!10$
15	$4,74 \pm 2,57$	$4,\!79\pm1,\!07$	$4,16 \pm 1,73$	$3,\!68 \pm 1,\!12$
20	$3{,}63\pm0{,}11$	$3,\!22\pm0,\!19$		
25	$3{,}87\pm0{,}48$	$2{,}57\pm0{,}10$		$1{,}82\pm0{,}28$
30		$2,\!40\pm1,\!01$		$1,\!35 \pm 1,\!12$

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 \ m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x(mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
0		$4,\!11 \pm 1,\!70$	$3{,}92\pm0{,}38$	$2,73 \pm 0,42$
5	$5,03 \pm 2,49$	$4,\!44 \pm 0,\!16$	$3{,}67 \pm 0{,}26$	$2{,}77\pm0{,}37$
10		$3{,}67\pm0{,}16$	$3{,}81\pm0{,}23$	$3{,}60\pm0{,}36$
15	$4,\!84 \pm 1,\!26$	$3,70\pm0,25$	$3{,}46\pm0{,}27$	$2{,}96\pm0{,}42$
20	$5,\!06\pm1,\!05$	$3{,}24\pm0{,}48$	$3{,}30\pm0{,}54$	
25	$4,\!54\pm0,\!38$			$2{,}40\pm0{,}45$
30	$4,\!79\pm0,\!35$	$4,50 \pm 0,79$	$3{,}51\pm0{,}50$	$3,\!13\pm0,\!71$
35	$4{,}53\pm0{,}35$			
40	$4,41 \pm 1,14$	$4{,}34\pm0{,}71$	$3,\!30\pm0,\!70$	
45				
50				

Tabela B.3: Escala de comprimento de Taylor na posição y = 325 mm.

Tabela B.4: Escala de comprimento de Taylor na posição y = 411 mm.

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x(mm)	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$	$\lambda_f(\mathrm{mm})$
0	$5{,}23\pm0{,}08$	$4,50 \pm 0,44$	$3{,}49\pm0{,}70$	$5,28 \pm 0,29$
5	$5{,}01\pm0{,}44$	$4{,}94\pm0{,}24$	$3{,}37\pm0{,}15$	$4,\!46\pm0,\!15$
10	$5{,}02\pm0{,}07$	$4{,}95\pm0{,}12$		$3,31 \pm 2,75$
15	$4,\!49\pm0,\!36$			$3{,}42\pm0{,}96$
20	$4,33 \pm 0,29$	$5{,}21\pm0{,}26$		$3,\!24\pm0,\!70$
25	$3{,}81\pm0{,}68$	$4,\!48\pm0,\!12$		$2{,}93\pm0{,}55$
30		$4,\!69\pm0,\!21$		$3{,}17\pm0{,}73$
35				$2,26 \pm 1,13$
40		$4,\!89\pm0,\!53$		$2{,}66\pm0{,}45$
45				
50		$3,\!41 \pm 0,\!50$	$3,\!46\pm0,\!36$	
58		$2{,}61\pm0{,}35$	$2,\!89 \pm 0,\!24$	

Tabela B.5: Taxa de dissipação turbulenta na posição y $=30~{\rm mm}.$

			1 2 0	
	$Q=1,5\ m^3/h$	$Q=2,0\ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q=3,0\ m^3/h$
x (mm)	$arepsilon\;(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$
0	$3,57E-03 \pm 3,26E-04$	$9,97E-03 \pm 2,24E-03$	$5,11E-03 \pm 3,50E-03$	$2,96E-02 \pm 9,48E-03$
3	$3,\!24\text{E-}03 \pm 6,\!68\text{E-}04$	$8,\!71\text{E-}03\pm1,\!57\text{E-}03$	$1,72E-02 \pm 7,92E-03$	$2,91E-02 \pm 4,33E-03$
6	$4,\!69\text{E-}03\pm6,\!17\text{E-}04$	$1,34\text{E-}02 \pm 2,70\text{E-}03$	$1,\!61\text{E-}02 \pm 2,\!77\text{E-}03$	$3,96E-02 \pm 1,32E-02$
9	$5,\!87\text{E-}03 \pm 9,\!99\text{E-}04$	$1,14\text{E-}02 \pm 1,72\text{E-}03$	$1,98E-02 \pm 4,26E-03$	$4,20E-02 \pm 2,56E-02$
12	$7,91\text{E-}03 \pm 2,34\text{E-}03$	$1,57E-02 \pm 3,39E-03$	$3,05E-02 \pm 1,82E-02$	
15	$8,\!24\text{E-}03 \pm 2,\!85\text{E-}03$	$2,45E-02 \pm 7,92E-03$	$4,32\text{E-}02 \pm 3,20\text{E-}02$	
18	$1,38E-02 \pm 1,45E-03$			

_		r	F J	
	$Q=1,5\ m^3/h$	$Q=2,0\ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q=3,0\ m^3/h$
x(mm)	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon\;(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$
0		$3,14\text{E-}03 \pm 1,90\text{E-}04$	$3,49E-03 \pm 6,74E-03$	$3,32\text{E-}03 \pm 3,13\text{E-}03$
5	$8,79E-04 \pm 2,60E-03$	$3,\!87\text{E-}03 \pm 9,\!00\text{E-}04$	$2,66E-03 \pm 2,68E-03$	$4,56E-03 \pm 2,29E-03$
10		$4,01\text{E-}03 \pm 4,15\text{E-}04$	$3,96E-03 \pm 8,17E-03$	$7,\!97E-03 \pm 4,\!39E-04$
15	$2,\!30\text{E-}03 \pm 1,\!50\text{E-}03$	$3,\!58\text{E-}03\pm1,\!85\text{E-}03$	$3,\!63\text{E-}03 \pm 2,\!04\text{E-}03$	$1,16E-02 \pm 7,45E-03$
20	$3,26E-03 \pm 1,85E-04$	$5,\!87\text{E-}03 \pm 6,\!96\text{E-}04$		
25	$2,\!67\text{E-}03 \pm 6,\!85\text{E-}04$	$1,\!12\text{E-}02 \pm 9,\!02\text{E-}04$		$5,26E-02 \pm 2,64E-02$
30		$1,08E-02 \pm 8,93E-03$		

Tabela B.6: Taxa de dissipação turbulenta na posição y = 153 mm

Tabela B.7: Taxa de dissipação turbulenta na posição y = 325 mm.

	$Q=1,5\ m^3/h$	$Q=2,0\ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q=3,0\ m^3/h$
x(mm)	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$
0		$2,10E-03 \pm 1,50E-03$	$3,77E-03 \pm 5,40E-04$	$9,15E-03 \pm 2,79E-03$
5	$6,\!11\text{E-}04 \pm 5,\!86\text{E-}04$	$1,86\text{E-}03 \pm 2,89\text{E-}04$	$4,15E-03 \pm 6,97E-04$	$8,79E-03 \pm 2,90E-03$
10		$2,73E-03 \pm 2,75E-04$	$4,02\text{E-}03 \pm 6,80\text{E-}04$	$5,40E-03 \pm 1,75E-03$
15	$7,\!34\text{E-}04 \pm 3,\!81\text{E-}04$	$3,\!24\text{E-}03 \pm 7,\!76\text{E-}04$	$4,71E-03 \pm 2,06E-03$	$8,58E-03 \pm 2,73E-03$
20	$8,14\text{E-}04 \pm 4,64\text{E-}04$	$5,\!51\text{E-}03 \pm 3,\!80\text{E-}03$	$6,\!62\text{E-}03 \pm 2,\!75\text{E-}03$	$8,47E-03 \pm 4,03E-03$
25	$1,05E-03 \pm 1,94E-04$			$1,\!48\text{E-}02 \pm 6,\!45\text{E-}03$
30	$1,08E-03 \pm 4,99E-04$	$2,\!19\text{E-}03 \pm 1,\!09\text{E-}03$	$5,70E-03 \pm 2,93E-03$	$9,73E-03 \pm 6,54E-03$
35	$1,02\text{E-}03 \pm 1,29\text{E-}04$			
40		$3,\!11\text{E-}03 \pm 3,\!24\text{E-}03$	$4,\!27\text{E-}03 \pm 2,\!50\text{E-}04$	
45				
50				

Tabela B.8: Taxa de dissipação turbulenta na posição y $=411~{\rm mm}.$

	$Q=1,5\ m^3/h$	$Q = 2,0 \ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x(mm)	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$	$arepsilon\;(m^2/s^3)$	$arepsilon~(m^2/s^3)$
0	$4,28E-04 \pm 4,44E-06$	$1,10E-03 \pm 2,12E-04$	$3,34\text{E-}03 \pm 1,35\text{E-}03$	$1,62E-03 \pm 8,94E-04$
5	$5{,}04\text{E-}04 \pm 9{,}17\text{E-}05$	7,64E-04 \pm 3,68E-05	$3,40E-03 \pm 2,83E-04$	$2,02\text{E-}03 \pm 1,38\text{E-}04$
10	$5,\!46\text{E-}04 \pm 1,\!60\text{E-}05$	$8,72E-04 \pm 4,30E-05$		$2,66E-03 \pm 4,40E-03$
15	$7,06E-04 \pm 1,34E-04$			$4,92\text{E-}03 \pm 2,33\text{E-}03$
20	$7,\!97\text{E-}04 \pm 1,\!03\text{E-}04$	$7,71E-04 \pm 8,42E-05$		$6,\!31\text{E-}03 \pm 3,\!09\text{E-}03$
25	$1,\!02\text{E-}03 \pm 3,\!66\text{E-}04$	$1,12E-03 \pm 1,33E-04$		$6,78E-03 \pm 2,59E-03$
30		$1,01E-03 \pm 1,20E-04$		$7,23E-03 \pm 3,42E-03$
35				$1,25E-02 \pm 9,50E-03$
40		$1,\!17E-03 \pm 2,\!46E-04$		$1,04\text{E-}02 \pm 3,47\text{E-}03$
45				
50		$2,30E-03 \pm 2,96E-04$	$4,\!13\text{E-}03 \pm 1,\!30\text{E-}03$	
58		$2,36E-03 \pm 6,33E-04$	$4,\!13\text{E-}03\pm 6,\!75\text{E-}04$	

	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 \ m^3/h$	$Q = 2,5 \ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x (mm)	$\eta \ (\mathrm{mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$	$\eta~({ m mm})$
0	$0,\!1295\pm0,\!0029$	$0,\!1003\pm0,\!0055$	$0,\!1192\pm0,\!0199$	$0,\!0766\pm0,\!0097$
3	$0,\!1336\pm0,\!0063$	$0,\!1040\pm0,\!0047$	$0,\!0895 \pm 0,\!0147$	$0,\!0767 \pm 0,\!0028$
6	$0,\!1211\pm0,\!0036$	$0,\!0933\pm0,\!0048$	$0,\!0890\pm0,\!0038$	$0,\!0712\pm0,\!0058$
9	$0,1147 \pm 0,0046$	$0,\!0971 \pm 0,\!0035$	$0,\!0847 \pm 0,\!0043$	$0,\!0700\pm0,\!0107$
12	$0,\!1065\pm0,\!0086$	$0,\!0896\pm0,\!0046$	$0,\!0760\pm0,\!0115$	
15	$0,\!1055\pm0,\!0086$	$0,\!0805\pm0,\!0055$	$0,\!0700\pm0,\!0128$	
18	$0,\!0923\pm0,\!0024$			

Tabela B.9: Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 30 mm.

Tabela B.10: Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 153 mm.

Tabela	Tabela D.10. Escala de comprimento de Romogorov na posição $y = 155$ mm.				
	$Q = 1,5 m^3/h$	$Q=2,0\ m^3/h$	$Q=2,5\ m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$	
x (mm)	$\eta~({ m mm})$	$\eta~({ m mm})$	$\eta~({ m mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$	
0		$0,\!1337\pm0,\!0020$	$0,\!1306\pm0,\!0636$		
5	$0,1844 \pm 0,0139$	$0,\!1281\pm0,\!0071$	$0,\!1420\pm0,\!0397$	$0,\!1223\pm0,\!0167$	
10		$0,\!1258\pm0,\!0033$	$0,\!1349\pm0,\!0634$	$0,\!1058\pm0,\!0015$	
15	$0,\!1454\pm0,\!0230$	$0,\!1360\pm0,\!0202$	$0,\!1295\pm0,\!0177$	$0,\!1008\pm0,\!0202$	
20	$0,\!1324\pm0,\!0019$	$0,\!1144\pm0,\!0034$			
25	$0,\!1393\pm0,\!0087$	$0,\!0973\pm0,\!0019$		$0,\!0652\pm0,\!0074$	
30					

Tabela B.11: Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 325 mm. $Q = 1,5 m^3/h$ $Q = 2,0 m^3/h$ $Q = 2,5 m^3/h$ $Q = 3,0 m^3/h$

	$Q = 1,5 \ m^{3}/h$	$Q = 2,0 \ m^{3}/h$	$Q = 2,5 \ m^{3}/h$	$Q = 3,0 \ m^{3}/h$
x (mm)	$\eta~({ m mm})$	$\eta~({ m mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm}).$	$\eta~({ m mm})$
0		$0,\!1490\pm0,\!0923$	$0,1315\pm 0,0049$	$0,1027 \pm 0,0063$
5	$0,\!2013\pm0,\!0483$	$0,\!1527\pm0,\!0055$	$0,\!1250\pm0,\!0052$	$0,1045 \pm 0,0079$
10		$0,\!1387\pm0,\!0032$	$0,\!1263\pm0,\!0052$	$0,\!1177\pm0,\!0095$
15	$0,\!1922\pm0,\!0044$	$0,\!1331\pm0,\!0076$	$0,\!1210\pm0,\!0128$	$0,\!1052\pm0,\!0084$
20	$0,\!1882\pm0,\!0254$	$0,\!1170\pm0,\!0692$	$0,\!1125\pm0,\!0119$	$0,\!1058\pm0,\!0104$
25	$0,1763 \pm 0,0079$			$0,\!0913\pm0,\!0091$
30	$0,1759 \pm 0,0180$	$0,1468 \pm 0,0178$	$0,1177 \pm 0,0112$	$0,1014 \pm 0,0160$
35	$0,1773 \pm 0,0056$			
40		$0,1362 \pm 0,0305$	$0,1238 \pm 0,0018$	
45				
50				
Tabela B.12: Escala de comprimento de Kolmogorov na posição y = 411 mm.

Tabela B.12: Escala de comprimento de Kolmogorov na posição $y = 411 \text{ mm.}$				
	$Q = 1,5 \ m^3/h$	$Q = 2,0 m^3/h$	$Q = 2,5 m^3/h$	$Q = 3,0 \ m^3/h$
x (mm)	$\eta~({ m mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$
0	$0,2198\pm0,0006$	$0,\!1738\pm0,\!0085$	$0,\!1293\pm0,\!0109$	$0,1584 \pm 0,0204$
5	$0,2114 \pm 0,0098$	$0,\!1903\pm0,\!0022$	$0,\!1311\pm0,\!0028$	$0,\!1492\pm0,\!0025$
10	$0,\!2069\pm0,\!0015$	$0,\!1842\pm0,\!0023$	$0,\!1549\pm0,\!0327$	$0,\!1396\pm0,\!0581$
15	$0,\!1949\pm0,\!0100$			$0,\!1236\pm0,\!0181$
20	$0,\!1886\pm0,\!0062$	$0,\!1608\pm0,\!0044$		$0,\!1158\pm0,\!0157$
25		$0,\!1733\pm0,\!0047$		$0{,}1110\pm0{,}1040$
30		$0,\!1757\pm0,\!0040$		$0,\!1088\pm0,\!0126$
35				$0{,}0946 \pm 0{,}0180$
40		$0,\!1714\pm0,\!0093$		$0{,}0992 \pm 0{,}0084$
45				
50		$0,\!1446\pm0,\!0050$	$0,\!1258\pm0,\!0103$	
58		$0,\!1437\pm0,\!0094$	$0,\!1250\pm0,\!0052$	

Apêndice C

Imagens da célula de coalescência



Figura C.1: Sequência de imagens das bolhas dentro da célula obtidas por uma câmera Sony Handycam DCR-DVD508. Vazão de 2,5 m^3/h .



Figura C.2: Sequência de imagens das bolhas dentro da célula obtidas por uma câmera Sony Handycam DCR-DVD508. Vazão de 3,0 $m^3/h.$