



MODELAGEM DO ESCOAMENTO EM LINHAS DE PRODUÇÃO *OFFSHORE*  
COM GARANTIA DE ESCOAMENTO

Thamires Anelieze Leal Guedes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientadores: Argimiro Resende Secchi

Príamo Albuquerque Melo Jr.

Rio de Janeiro

Junho de 2015

MODELAGEM DO ESCOAMENTO EM LINHAS DE PRODUÇÃO *OFFSHORE*  
COM GARANTIA DE ESCOAMENTO

Thamires Anelieze Leal Guedes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Examinada por:

---

Prof. Argimiro Resende Secchi, D.Sc.

---

Prof. Príamo Albuquerque Melo Jr., D.Sc.

---

Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

---

Dr. Mario Cesar Mello Massa de Campos, Dr. ECP

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2015

Guedes, Thamires Anelieze Leal

Modelagem do Escoamento em Linhas de Produção  
*Offshore* com Garantia de Escoamento/Thamires Anelieze  
Leal Guedes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XVII, 100 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Argimiro Resende Secchi

Príamo Albuquerque Melo Jr.

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de  
Engenharia Química, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 89-94.

1. Garantia de Escoamento. 2. Análise Estacionária. 3.  
Equações Algébrico-Diferenciais. I. Secchi, Argimiro  
Resende *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE, Programa de Engenharia Química. III. Título.

*“Não devemos ter medo das novas idéias! Elas podem significar a diferença entre o triunfo e o fracasso.”*

*Napoleon Hill*

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente ao Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia COPPE-UFRJ pela oportunidade oferecida e pelo aprendizado adquirido durante esses anos.

Agradeço aos meus orientadores, Argimiro e Príamo, pela compreensão nos momentos de dificuldade e pelo conhecimento fornecido.

Agradeço a toda equipe do LADES, pelos conselhos, pelas conversas e pelas amizades feitas durante esse período. Eles proporcionaram o melhor ambiente possível para a realização deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Manuel e Sandra, por fornecerem o apoio e as condições necessárias para que eu possa dar continuidade aos meus estudos. Agradeço a minha tia Andréa, a minha prima Beatriz e a minha avó Leny, por estarem sempre ao meu lado e me ajudarem a vencer esta etapa de minha vida.

Agradeço ao meu companheiro e amigo, Leonardo, por estar presente em parte desta difícil caminhada, me dando força e me ouvindo sempre nos momentos mais difíceis.

Por fim agradeço a Deus, sem ele nada disso seria passível de ser concretizado.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM DO ESCOAMENTO EM LINHAS DE PRODUÇÃO *OFFSHORE*  
COM GARANTIA DE ESCOAMENTO

Thamires Anelieze Leal Guedes

Junho/2015

Orientadores: Argimiro Resende Secchi

Príamo Albuquerque Melo Jr.

Programa: Engenharia Química

O transporte multifásico em linhas de produção de petróleo vem sendo alvo de muitos estudos e pesquisas, se tornando cada vez mais desafiador devido ao aparecimento de poços mais profundos e condições ambientais mais extremas. O conjunto de estratégias e princípios que garantem a produção de hidrocarbonetos sem interrupção, partindo do reservatório até a entrada do primeiro separador da unidade de produção, é definido como garantia de escoamento. Este trabalho teve por objeto fornecer as orientações necessárias sobre como proceder em um estudo estacionário típico de garantia de escoamento, apresentando os modelos e correlações mais utilizados, incluindo cálculos de propriedades para pseudocomponentes. O modelo de BEGGS e BRILL (1973) foi escolhido para ser usado no cálculo da queda de pressão. Equações de conservação estacionárias e unidimensionais foram utilizadas para modelar o escoamento. A implementação do modelo foi feita através de um sistema de equações algébrico-diferenciais, sendo escolhido como ambiente computacional para a resolução desse sistema o MATLAB. O regime de escoamento foi mapeado ao longo da linha de produção e foi possível concluir que o modelo utilizado para o cálculo da pressão apresentou resultados mais próximos da realidade para baixas vazões de produção.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING THE FLOW IN OFFSHORE PRODUCTION LINES WITH FLOW  
ASSURANCE

Thamires Anelieze Leal Guedes

June/2015

Advisors: Argimiro Resende Secchi  
Príamo Albuquerque Melo Jr.

Department: Chemical Engineering

The multiphase flow in petroleum production lines has been the subject of many studies and research, becoming more challenging due to the emergence of deeper wells and more extreme environmental conditions. The set of strategies and principles that ensure the production of hydrocarbons without interruption, from the reservoir to the separator at topside, is defined as flow assurance. The main purpose of this work was to provide guidelines for a typical flow assurance study, presenting the most widely models and correlations, including properties calculations for pseudo components. BEGGS and BRILL (1973) model was chosen to be used in the calculation procedure of pressure drop. Steady state and one-dimensional conservation equations were used in order to model the flow. Model implementation was performed through a differential algebraic equation system, selecting MATLAB as the computing environment. Flow regime was mapped along production line and it was possible to conclude that the model used for pressure drop calculations presented results closer to reality for lower production rates.

# Sumário

|  |     |
|--|-----|
| Lista de Figuras .....                                     | x   |
| Lista de Tabelas .....                                     | xi  |
| Lista de Símbolos .....                                    | xii |
| 1. Introdução.....   | 1   |
| 1.1. Importância do Tema .....                             | 1   |
| 1.2. Objetivo .....  | 1   |
| 2. Revisão Bibliográfica e Teórica .....                   | 3   |
| 2.1. Escoamento Multifásico .....                          | 3   |
| 2.1.1. Condição de Deslizamento Entre as Fases .....       | 3   |
| 2.1.2. Mistura Bifásica.....                               | 3   |
| 2.1.3. Regime de Escoamento .....                          | 7   |
| 2.2. Definição das Variáveis .....                         | 13  |
| 2.2.1. Fatores de Ponderação .....                         | 14  |
| 2.2.2. Propriedades dos Fluidos.....                       | 15  |
| 2.2.3. Velocidades .....                                   | 16  |
| 2.3. Equações de Conservação.....                          | 17  |
| 2.3.1. Conservação de Massa.....                           | 17  |
| 2.3.2. Conservação de Momentum .....                       | 18  |
| 2.3.3. Conservação de Energia .....                        | 19  |
| 2.4. O Modelo de BEGGS e BRILL (1973) .....                | 23  |
| 2.4.1. Previsão do Regime de Escoamento.....               | 24  |
| 2.4.2. Correlação para o <i>Holdup</i> de Líquido .....    | 26  |
| 2.4.3. Correlação para o Fator de Atrito .....             | 29  |
| 2.4.4. Cálculo do Gradiente de Pressão .....               | 30  |
| 2.4.5. Modificações do Modelo de BEGGS e BRILL (1973)..... | 33  |
| 2.5. Abordagem Algébrico-Diferencial .....                 | 33  |
| 2.6. O Método <i>BDF</i> .....                             | 35  |
| 2.7. Garantia de Escoamento .....                          | 37  |
| 2.7.1. Problemática .....                                  | 37  |
| 2.7.2. Gerenciamento de Hidratos e Parafinas.....          | 39  |
| 2.7.3. Critérios de Erosão/Corrosão.....                   | 42  |
| 2.8. Considerações Finais .....                            | 43  |
| 3. Metodologia.....  | 44  |
| 3.1. Modelagem Matemática .....                            | 44  |

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 3.2.   | Parâmetros de Escoamento e Condições de Alimentação .....                         | 45 |
| 3.3.   | Questão Associada ao Estudo de Garantia de Escoamento .....                       | 47 |
| 3.4.   | Cálculos de Propriedades Termodinâmicas .....                                     | 47 |
| 3.4.1. | Equilíbrio Líquido Vapor – Cálculos de <i>Flash</i> .....                         | 47 |
| 3.4.2. | Entalpia.....   | 52 |
| 3.5.   | Cálculo de Propriedades Físicas .....   | 58 |
| 3.5.1. | Predição de Propriedades Críticas e Fator Acêntrico para o Pseudocomponente ..... | 58 |
| 3.5.2. | Densidade .....   | 60 |
| 3.5.3. | Viscosidade.....  | 65 |
| 3.5.4. | Tensão Superficial .....  | 67 |
| 3.6.   | Implementação do Modelo .....   | 68 |
| 4.     | Resultados e Discussão.....   | 71 |
| 4.1.   | Dimensionamento da <i>Flowline</i> .....  | 72 |
| 4.2.   | Dimensionamento do Isolamento .....   | 73 |
| 4.3.   | Comparação Entre os Casos .....   | 74 |
| 4.4.   | Efeito da Velocidade: Erosão/Corrosão.....  | 83 |
| 4.5.   | Avaliação da Inclinação da <i>Flowline</i> .....                                  | 86 |
| 5.     | Conclusão .....   | 87 |
|        | Referências Bibliográficas.....   | 89 |
|        | Anexo I. Propriedades dos Componentes Puros.....                                  | 95 |
|        | Anexo II. Funções de Regularização para o Modelo de BEGGS e BRILL (1973).....     | 98 |

# Lista de Figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 2-1. Seção transversal de uma tubulação apresentando as áreas ocupadas pelas fases. ....   | 3  |
| Figura 2-2. Envelope de fases para hidrocarbonetos em condições de reservatório. ....   | 4  |
| Figura 2-3. Possível sequência de regimes para escoamento horizontal. ....  | 13 |
| Figura 2-4. Possível sequência de regimes para escoamento vertical. ....  | 13 |
| Figura 2-5. Tubulação cilíndrica com isolamento. ....   | 22 |
| Figura 2-6. Regimes de escoamento para escoamento horizontal. ....  | 24 |
| Figura 2-7. Mapa original e modificado para regime horizontal. ....   | 25 |
| Figura 2-8. <i>Holdup</i> de líquido vs ângulo. ....  | 27 |
| Figura 2-9. Curva de hidrato típica. ....   | 41 |
| Figura 3-1. Campo hipotético de produção de petróleo utilizado como base para análises estacionárias. ....  | 44 |
| Figura 3-2. Procedimento iterativo para o cálculo de <i>Flash</i> . ....  | 52 |
| Figura 4-1. Efeito da pressão na densidade da fase líquida para o caso C-II (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). ....   | 79 |
| Figura 4-2. Perfil para fração volumétrica ou molar, $\phi$ , ao longo da linha de produção para o caso C-II (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). ....            | 81 |
| Figura 4-3. Perfil para fração volumétrica ou molar, $\phi$ , ao longo da linha de produção para o caso C-III (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). ....           | 81 |
| Figura 4-4. Mapa de regime de escoamento construído a partir no modelo de BEGGS e BRILL (1973) (I–Segregado, II–Intermitente, III–Distribuído, IV–Transição). ....                | 82 |
| Figura 4-5. Indicador de regime ao longo da linha de produção (1–Segregado, 2–Intermitente, 3–Distribuído, 4–Transição) (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). .... | 82 |
| Figura 4-6. Perfil de velocidade ao longo da linha de produção (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). ....  | 85 |
| Figura 4-7. Valores de $Cf$ ao longo da linha de produção (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário). ....   | 85 |
| Figura 4-8. Perfil de <i>holdup</i> para diferentes inclinações. ....   | 86 |

# Lista de Tabelas

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 2-1. Composições e propriedades de diversos fluidos de reservatório.....                                   | 6   |
| Tabela 2-2. Mapas de regime de escoamento.....  | 8   |
| Tabela 2-3. Tipos de regime de escoamento. ....   | 9   |
| Tabela 2-4. Faixa de valores para cada regime de escoamento.....  | 26  |
| Tabela 2-5. Coeficientes para o cálculo do <i>holdup</i> de líquido horizontal.....                               | 27  |
| Tabela 2-6. Coeficientes para o cálculo da correção da inclinação.....  | 28  |
| Tabela 3-1. Composição molar do fluido e propriedades do pseudocomponente.....                                    | 46  |
| Tabela 3-2. Constantes usadas nas equações.....   | 52  |
| Tabela 4-1. Definição dos casos de estudo com relação à vazão e ao isolamento.....                                | 72  |
| Tabela 4-2. Caso C-I: avaliação do diâmetro interno da <i>flowline</i> . ....                                     | 73  |
| Tabela 4-3. Caso C-II: avaliação do isolamento da <i>flowline</i> . ....  | 74  |
| Tabela 4-4. Tempo de simulação gasto no MATLAB. ....  | 75  |
| Tabela 4-5. Valores para o coeficiente global de transferência de calor.....                                      | 75  |
| Tabela 4-6. Valores de temperatura ao longo da linha de produção. ....  | 76  |
| Tabela 4-7. Valores de pressão ao longo da linha de produção. ....  | 77  |
| Tabela 4-8. Valores de densidade ao longo da linha de produção. ....  | 77  |
| Tabela 4-9. Valores de velocidade ao longo da linha de produção. ....   | 83  |
| Tabela 4-10. Valores para o número de Reynolds ao longo da linha de produção. ....                                | 84  |
| Tabela I-1. Propriedades críticas, massa molar e fator acêntrico dos componentes puros.<br>.....                  | 95  |
| Tabela I-2. Propriedades dos componentes puros utilizadas no cálculo da densidade da<br>fase líquida.....         | 96  |
| Tabela I-3. Parâmetros para o cálculo da entalpia molar do componente puro em estado<br>de gás ideal. ....        | 96  |
| Tabela I-4. Parachors de componentes puros utilizado no cálculo da tensão superficial<br>do líquido. ....         | 97  |
| Tabela II-1. Inequações dos regimes de escoamento expressas em termos de $\eta$ . ....                            | 98  |
| Tabela II-2. Coeficientes empíricos expressos como funções contínuas de $\lambda l$ , $NFr$ e $\theta$ .<br>..... | 100 |

# Lista de Símbolos

|              |  |
|--------------|--|
| $A_c$        | Área de troca térmica [m <sup>2</sup> ]                                |
| $A_p$        | Área da seção transversal da tubulação [m <sup>2</sup> ]               |
| $A_{s,e}$    | Área da superfície externa da tubulação [m <sup>2</sup> ]              |
| $C_f$        | Constante utilizada no calculo da velocidade de erosão [-]             |
| $d$          | Diâmetro interno da tubulação [m]                                      |
| $D$          | Diâmetro externo da tubulação [m]                                      |
| $D_i$        | Diâmetro externo da tubulação com isolamento [m]                       |
| $f_n$        | Fator de atrito sem considerar o deslizamento [-]                      |
| $f_{tp}$     | Fator de atrito de Moody [-]   |
| $f'_{tp}$    | Fator de atrito de Fanning [-]   |
| $g$          | Aceleração da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]                            |
| $G_G$        | Fluxo mássico de gás [kg/m <sup>2</sup> /s]                            |
| $G_L$        | Fluxo mássico de líquido [kg/m <sup>2</sup> /s]                        |
| $h_{\infty}$ | Coefficiente de convecção do ambiente externo [J/m <sup>2</sup> /s/ K] |
| $\hat{H}$    | Entalpia específica da mistura bifásica [J/kg]                         |
| $\hat{H}_G$  | Entalpia específica do gás [J/kg]                                      |
| $\hat{H}_L$  | Entalpia específica do líquido [J/kg]                                  |
| $\bar{H}$    | Entalpia molar da mistura bifásica [J/kmol]                            |
| $\bar{H}_G$  | Entalpia molar do gás [J/kmol]   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\bar{H}_L$           | Entalpia molar do líquido [J/kmol]  |
| $H_L$                 | <i>Holdup</i> de líquido (fração volumétrica de líquido considerando o deslizamento entre as fases) [-] |
| $H_{L(0)}$            | <i>Holdup</i> de líquido para escoamento horizontal [-]   |
| $H_{L(\theta)}$       | <i>Holdup</i> de líquido para escoamento inclinado [-]  |
| $H_{L(\theta)_{mod}}$ | <i>Holdup</i> de líquido para escoamento inclinado modificado por PAYNE <i>et al.</i> (1979) [-]        |
| $k$                   | Condutividade térmica [J/m/s/K]   |
| $k_{ij}$              | Parâmetro de interação binária [-]  |
| $K$                   | Razão de Equilíbrio [-]   |
| $k_a$                 | Condutividade térmica do aço [J/m/s/K]  |
| $k_i$                 | Condutividade térmica do isolante [J/m/s/K]   |
| $L$                   | Comprimento da tubulação [m]  |
| $M_{C7+}$             | Massa molar do pseudocomponente C <sub>7+</sub> [kg/kmol]   |
| $M_G$                 | Massa molar do gás [kg/kmol]  |
| $M_L$                 | Massa molar do líquido [kg/kmol]  |
| $n$                   | Número de mols [-]  |
| $N$                   | Número de componentes [-]   |
| $N_{Fr}$              | Número de Froude [-]  |
| $N_{Gv}$              | Número de velocidade do gás [-]   |
| $N_{Lv}$              | Número de velocidade do líquido [-]   |
| $P$                   | Pressão [Pa]  |

|              |  |
|--------------|--|
| $Par$        | Parachor [-]                                       |
| $P_c$        | Pressão crítica [Pa]                               |
| $P_S$        | Pressão de saturação [Pa]                          |
| $Q''$        | Fluxo de calor [ $J/m^2s$ ]                        |
| $Q$          | Taxa de calor [J/s]                                |
| $Q_{cond}$   | Taxa de calor por condução [J/s]                   |
| $Q_{conv}$   | Taxa de calor por convecção [J/s]                  |
| $q_G$        | Vazão volumétrica de gás [ $m^3/s$ ]               |
| $q_L$        | Vazão volumétrica de líquido [ $m^3/s$ ]           |
| $r_e$        | Raio externo da tubulação [m]                      |
| $r_i$        | Raio interno da tubulação [m]                      |
| $R$          | Constante dos gases [ $8314 Pa m^3/kmol/K$ ]       |
| $R_{cond}$   | Resistência devido à condução [Ks/J]               |
| $R_{cond,1}$ | Resistência devido à condução no aço [Ks/J]        |
| $R_{cond,2}$ | Resistência devido à condução no isolamento [Ks/J] |
| $R_{conv}$   | Resistência devido à convecção externa [Ks/J]      |
| $Re$         | Número de Reynolds [-]                             |
| $R_i$        | Raio externo da tubulação com isolamento [m]       |
| $R_t$        | Resistência total [Ks/J]                           |
| $S$          | Perímetro da linha [m]                             |
| $SG$         | Gravidade específica [-]                           |

|             |   |
|-------------|---|
| $t$         | Tempo [s]   |
| $T$         | Temperatura [K]   |
| $T_c$       | Temperatura crítica [K]   |
| $T_{s,e}$   | Temperatura da superfície externa da tubulação [K]                    |
| $T_{s,i}$   | Temperatura da superfície interna da tubulação [K]                    |
| $T_\infty$  | Temperatura do ambiente externo [K]                                   |
| $\hat{U}$   | Energia interna específica [J/kg]                                     |
| $\bar{U}$   | Energia interna molar [J/kmol]  |
| $U_c$       | Coefficiente global de transferência de calor [J/m <sup>2</sup> /s/K] |
| $\bar{V}$   | Volume molar [m <sup>3</sup> /kmol]                                   |
| $\bar{V}_S$ | Volume molar de saturação [m <sup>3</sup> /kmol]                      |
| $\bar{V}^*$ | Volume molar característico [m <sup>3</sup> /kmol]                    |
| $v$         | Velocidade [m/s]  |
| $v_D$       | Velocidade de deslizamento entre as fases [m/s]                       |
| $v_e$       | Velocidade de erosão [m/s]  |
| $v_G$       | Velocidade do gás [m/s]   |
| $v_L$       | Velocidade do líquido [m/s]   |
| $v_m$       | Velocidade total ou velocidade de mistura bifásica [m/s]              |
| $v_{SG}$    | Velocidade superficial do gás [m/s]                                   |
| $v_{SL}$    | Velocidade superficial do líquido [m/s]                               |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $v_{tp}$        | Velocidade da mistura bifásica usada no modelo homogêneo [m/s]                                       |
| $V_c$           | Volume crítico [m <sup>3</sup> /kmol]  |
| $W_t$           | Vazão mássica da mistura bifásica [kg/s]   |
| $x$             | Fração molar na fase líquida [-]   |
| $x_G$           | Fração mássica de gás na mistura bifásica [-]  |
| $y$             | Fração molar na fase vapor [-]   |
| $z$             | Fração molar na carga [-]  |
| $Z_G$           | Fator de compressibilidade do gás [-]  |
| $Z_L$           | Fator de compressibilidade do líquido [-]  |
| $\beta$         | Fração molar de gás na mistura bifásica [-]  |
| $\varepsilon$   | Rugosidade [m]   |
| $\varepsilon_R$ | Rugosidade relativa [-]  |
| $\theta$        | Ângulo de inclinação da linha (positivo para fluxo ascendente negativo para fluxo descendente) [rad] |
| $\lambda_L$     | Fração volumétrica de líquido sem considerar o deslizamento entre as fases [-]                       |
| $\mu_G$         | Viscosidade dinâmica do gás [kg/m/s]   |
| $\mu_L$         | Viscosidade dinâmica do líquido [kg/m/s]   |
| $\mu_n$         | Viscosidade dinâmica da mistura bifásica ponderada por $\lambda_L$ [kg/m/s]                          |
| $\mu_s$         | Viscosidade dinâmica da mistura bifásica ponderada por $H_L$ [kg/m/s]                                |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $\pi$           | 3.14159...   |
| $\rho$          | Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]   |
| $\rho_{C_{7+}}$ | Densidade do pseudocomponente C <sub>7+</sub> [kg/m <sup>3</sup> ]           |
| $\rho_G$        | Densidade do gás [kg/m <sup>3</sup> ]  |
| $\rho_L$        | Densidade do líquido [kg/m <sup>3</sup> ]                                    |
| $\rho_n$        | Densidade da mistura bifásica ponderada por $\lambda_L$ [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $\rho_{tp}$     | Densidade da mistura bifásica ponderada por $H_L$ [kg/m <sup>3</sup> ]       |
| $\sigma_L$      | Tensão superficial do líquido [kg/s <sup>2</sup> ]                           |
| $\tau$          | Tensão cisalhante [kg/m/s <sup>2</sup> ]                                     |
| $\emptyset$     | Coefficiente de fugacidade [-]   |
| $\psi$          | Fator de correção de inclinação do modelo de BEGGS e BRILL (1973) [-]        |
| $\omega$        | Fator acêntrico [-]  |

# 1.Introdução

## 1.1. Importância do Tema

O transporte simultâneo de hidrocarboneto líquido, gás e água dos reservatórios através de poços e de linhas de produção até a unidade de separação, vem sendo alvo de muitos estudos e pesquisas. O estudo do escoamento multifásico se torna um desafio devido a fatores como: diversos regimes de escoamento podem existir ao longo das linhas; diferentes velocidades para as fases escoando; baixas temperaturas causando problemas como precipitação de parafinas ou formação de hidratos; altas velocidades causando erosão interna nas linhas.

O sistema alvo desse estudo incluirá apenas as linhas de produção. O sistema das linhas de produção *offshore*, ou seja, sem levar em conta linhas de serviço (injeção de gás de elevação (*gas lift*), circulação de “óleo morto” (*dead oil*), *etc.*) e umbilicais (injeção de produtos químicos, passagem de cabos elétricos, *etc.*), é composto: pelo poço, que liga o reservatório à cabeça do poço; pela *flowline*, que acompanha a batimetria do fundo do mar e liga a cabeça do poço à base do *riser*; pelo *riser* que leva o fluido do fundo do mar até a superfície; por uma linha que liga o topo do *riser* à unidade de separação presente nas instalações de processamento na superfície (*topside*). Sendo assim, a modelagem do sistema constituído por essas linhas se torna de grande importância para descrever os fenômenos que podem ocorrer durante o processo de produção.

## 1.2. Objetivo

Este trabalho tem por objetivo fornecer as orientações necessárias sobre como proceder em um estudo estacionário típico de garantia de escoamento, apresentando os modelos e correlações mais utilizados, incluindo cálculos de propriedades para pseudocomponentes. Além disso, é discutido o comportamento do escoamento de acordo com as propriedades calculadas. A modelagem é feita a partir da cabeça do poço, incluindo a *flowline*, o *riser* e uma seção horizontal final até o separador. É considerado um poço em seu início de vida, ou seja, não há produção de água. O modelo é

estacionário, não isotérmico e considera gás real através do cálculo do fator de compressibilidade. Restrições de garantia de escoamento são implementadas no modelo.

Para a realização deste trabalho, primeiramente são apresentados no Capítulo 2 os conceitos de escoamento multifásico, incluindo fatores importantes como os tipos de regime de escoamento, modelos e equações de conservação que descrevem o comportamento do fluido escoando. No Capítulo 3 é apresentado o estudo de caso e metodologia para resolução do mesmo, definindo a abordagem matemática utilizada, assim como os cálculos das propriedades físicas e termodinâmicas dos componentes do fluido. Os resultados e a discussão dos mesmos são apresentados no Capítulo 4. As considerações finais e conclusões são feitas no Capítulo 5.

Vale ressaltar que no setor de Óleo e Gás existem muitos termos que mesmo em textos em português mantêm sua escrita em inglês, pois são típicos do jargão deste setor. Sendo assim, termos como *flowline* e *riser* são mantidos em inglês durante a escrita deste texto. Outros termos típicos são apresentados em português, mas terão sua escrita original em inglês mencionada entre parêntesis.

## 2.Revisão Bibliográfica e Teórica

### 2.1. Escoamento Multifásico

#### 2.1.1. Condição de Deslizamento Entre as Fases

Quando duas ou mais fases escoam simultaneamente em uma tubulação, elas tendem a se separar devido às diferenças de densidade e à imiscibilidade. As tensões de cisalhamento na parede da tubulação são diferentes para cada fase como resultado de suas diferentes densidades e viscosidades. A expansão da fase gás, altamente compressível, com a diminuição da pressão aumenta a fração volumétrica de gás localmente. Como resultado, as fases gás e líquido normalmente não viajam na mesma velocidade na tubulação, havendo um deslizamento entre as fases. Considerar que não haja este deslizamento tende a subestimar a queda de pressão, pois o volume de líquido previsto a existir na tubulação seria menor que o real. A fração volumétrica da fase líquida que leva em conta o deslizamento entre as fases é denominada *holdup* de líquido (BRILL e MUKHERJEE, 1999). Uma representação esquemática do que foi explicado nesta seção é apresentada na Figura 2-1.

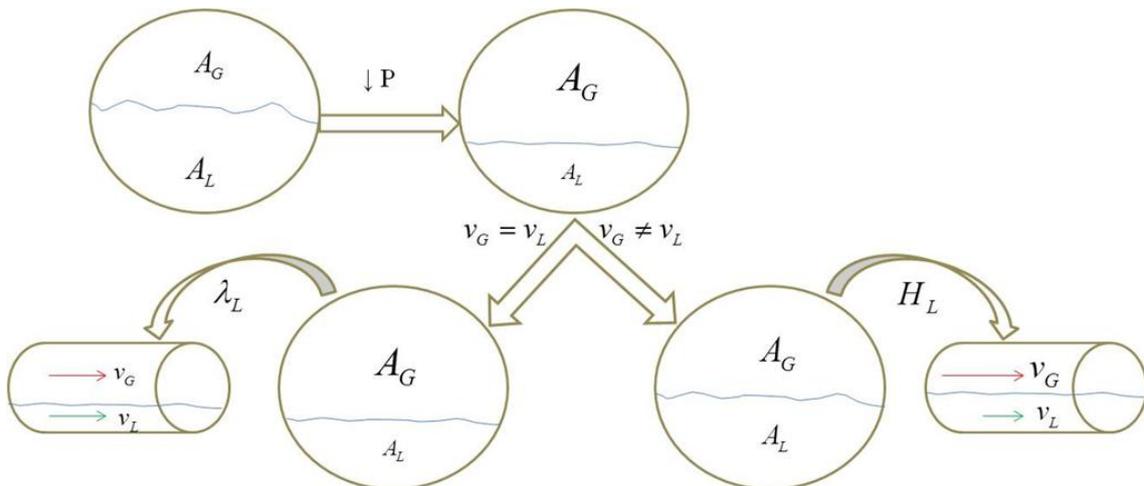


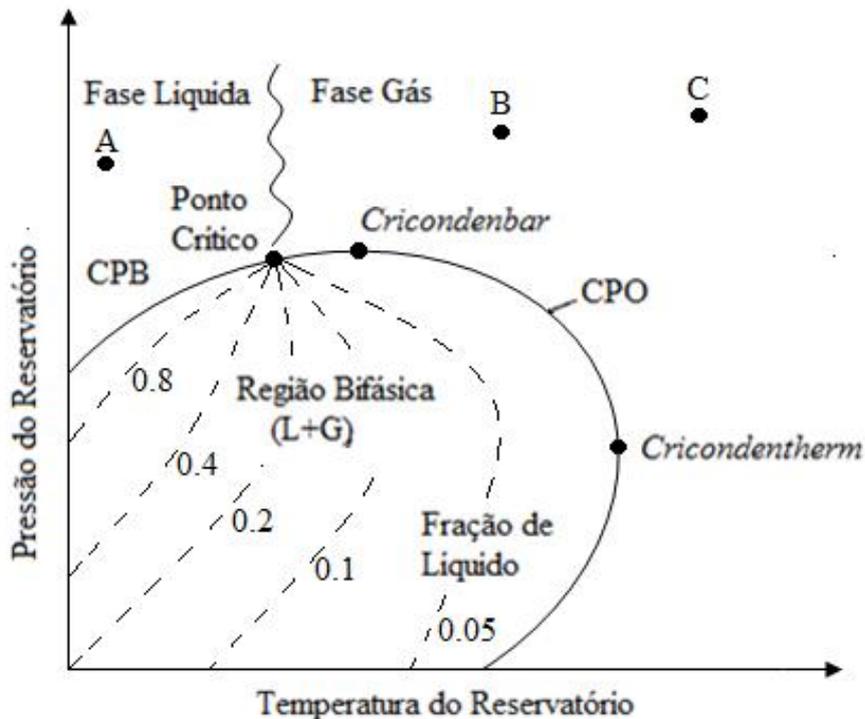
Figura 2-1. Seção transversal de uma tubulação apresentando as áreas ocupadas pelas fases.

#### 2.1.2. Mistura Bifásica

A mistura bifásica de gás e líquido pode ser tratada, por exemplo, por um modelo homogêneo ou por um Modelo de Dois Fluidos (*Two Fluid Model*). No modelo

homogêneo, uma aproximação simplificada trata as fases gás e líquida como uma única fase, considerando um sistema “pseudo-monofásico”, com propriedades ponderadas pelas frações volumétricas, sendo as equações de conservação resolvidas para essa “pseudo-fase” (OUYANG e AZIZ, 2001). No modelo de dois fluidos, as fases são tratadas separadamente e as equações de conservação são resolvidas para cada fase, havendo termos de interação entre as fases (ISHII e HIBIKI, 2011).

Uma mistura bifásica exibe um envelope para mudança de fase, entre líquido e gás, em um diagrama de pressão e temperatura. Este diagrama contém uma curva de ponto de bolha (CPB) e de ponto de orvalho (CPO), separadas pelo ponto crítico, ponto no qual as propriedades do líquido e do gás se tornam similares. Estas curvas formam uma linha, a qual delimita a região bifásica. Transferência de massa ocorre continuamente entre as fases gás e líquido dentro do envelope de fases (BAI e BAI, 2005). Um diagrama de fases típico de hidrocarbonetos em condições de reservatório pode ser visto na Figura 2-2. O formato do envelope de fases e a faixa de valores de pressão e temperatura variam amplamente com a composição. A maior temperatura em que duas fases podem coexistir em equilíbrio é definida como *cricondentherm*. Similarmente, a maior pressão na qual duas fases podem coexistir é definida como *cricondenbar* (ARCHER e WALL, 1986).



**Figura 2-2. Envelope de fases para hidrocarbonetos em condições de reservatório.**

O formato do envelope de fases varia de acordo com o tipo de reservatório (ARCHER e WALL, 1986). De acordo com BAI e BAI (2005), os reservatórios são distinguidos em cinco tipos, variando a quantidade de moléculas pesadas nas misturas de hidrocarbonetos de grande para pequena, na classificação a seguir:

- Black oils: óleo líquido que consiste de uma ampla variedade de espécies químicas incluindo moléculas grandes, pesadas e não voláteis. Em linhas de transporte, é transportado na fase líquida, enquanto que em linhas de produção, misturas de hidrocarbonetos produzidas estão em equilíbrio termodinâmico com o gás. Reservatórios típicos apresentam temperaturas menores que a temperatura crítica da mistura. Um *black oil* insaturado sob condições de reservatório é representado pelo ponto A na Figura 2-2;
- Óleos voláteis: contém poucas moléculas pesadas e, contém mais de etano até hexano do que *black oils*. Uma pequena redução na pressão pode causar a liberação de grande quantidade de gás. Localiza-se dentro do envelope de fases nas condições de reservatório;
- Gás condensado (gás retrógrado): o fluido em condições de reservatório se apresenta inicialmente na forma de gás. À medida que a pressão do reservatório decresce com a produção, grande quantidade de líquido é formada. Reservatórios típicos apresentam temperaturas entre a temperatura crítica da mistura e a *cricondentherm*. Um gás condensado sob condições de reservatório é representado pelo ponto B na Figura 2-2;
- Gases úmidos: a mistura de hidrocarboneto se encontra em estado gasoso em condições de reservatório por toda vida do campo, mas se torna uma mistura bifásica gás/líquido na *flowline* e no *riser*. Reservatórios típicos apresentam temperaturas acima da *cricondentherm*. Um gás úmido sob condições de reservatório é representado pelo ponto C na Figura 2-2;
- Gases secos: assim como os gases úmidos, o reservatório está sempre sob a forma de gás, sendo principalmente composto por metano. Nenhum hidrocarboneto líquido é formado a partir do gás, podendo condensar apenas água. São poucos os gases naturais que não fornecem hidrocarbonetos líquidos, sendo um reservatório de gás úmido mais realístico.

Composições molares típicas de um campo de óleo para misturas de reservatório são mostradas na Tabela 2-1. Os componentes mais pesados são geralmente agrupados em pseudocomponentes ao invés de serem identificados individualmente. Geralmente o pseudocomponente é o “heptano-mais” ou fração  $C_{7+}$  (WHITSON e BRULE, 2000). Os óleos oriundos de reservatórios consistem principalmente de hidrocarbonetos, os quais podem ser parafínicos, naftênicos ou aromáticos. Além dos hidrocarbonetos, água ( $H_2O$ ), nitrogênio ( $N_2$ ), dióxido de carbono ( $CO_2$ ) e sulfeto de hidrogênio ( $H_2S$ ) são geralmente encontrados em misturas de petróleo.

**Tabela 2-1. Composições e propriedades de diversos fluidos de reservatório (WHITSON e BRULE, 2000).**

| Composição (%mol) |                  |              |                |           |          |
|-------------------|------------------|--------------|----------------|-----------|----------|
| Componente        | <i>Black oil</i> | Óleo volátil | Gás condensado | Gás úmido | Gás seco |
| $CO_2$            | 0,02             | 0,93         | 2,37           | 1,41      | 0,10     |
| $N_2$             | 0,34             | 0,21         | 0,31           | 0,25      | 2,07     |
| $C_1$             | 34,62            | 58,77        | 73,19          | 92,46     | 86,12    |
| $C_2$             | 4,11             | 7,57         | 7,80           | 3,18      | 5,91     |
| $C_3$             | 1,01             | 4,09         | 3,55           | 1,01      | 3,58     |
| <i>i</i> - $C_4$  | 0,76             | 0,91         | 0,71           | 0,28      | 1,72     |
| <i>n</i> - $C_4$  | 0,49             | 2,09         | 1,45           | 0,24      | 0,00     |
| <i>i</i> - $C_5$  | 0,43             | 0,77         | 0,64           | 0,13      | 0,50     |
| <i>n</i> - $C_5$  | 0,21             | 1,15         | 0,68           | 0,08      | 0,00     |
| $C_6$             | 1,61             | 1,75         | 1,09           | 0,14      | 0,00     |
| $C_{7+}$          | 56,40            | 21,76        | 8,21           | 0,82      | 0,00     |
| Propriedades      |                  |              |                |           |          |
| $M_{C_{7+}}$      | 274              | 228          | 184            | 130       | -        |
| $SG_{C_{7+}}$     | 0,920            | 0,858        | 0,816          | 0,763     | -        |

Uma predição acurada das propriedades físicas e termodinâmicas é um pré-requisito para um projeto bem sucedido. Quedas de pressão, *holdup* de líquido,

formação de hidratos, e deposição de parafinas, todos requerem um conhecimento dos estados do fluido. Em estudos de garantia de escoamento, as seguintes aproximações têm sido usadas para simular o escoamento de fluidos de hidrocarbonetos (BAI e BAI, 2005):

- Modelo *black oil*: define o óleo como uma fase líquida que contém gás dissolvido, como hidrocarbonetos produzidos de reservatórios de óleo. O *black oil* leva em conta o gás dissolvido através de um parâmetro que pode ser medido em laboratório. Esse modelo prevê propriedades de fluidos a partir da gravidade específica do gás, da gravidade do óleo, e do volume de gás produzido por volume de líquido. Correlações empíricas avaliam a separação das fases e cálculos de propriedades físicas determinam as propriedades das fases separadas. Este modelo é usado quando não se tem muita informação sobre o fluido;
- Modelo composicional: para uma dada fração molar de uma mistura de óleos voláteis e fluidos condensados, cálculos de equilíbrio líquido-vapor (ELV) determinam a fração da carga que se encontra vaporizada e a composição das fases líquida e vapor formadas. Uma vez que a composição de cada fase é conhecida, também é possível calcular a tensão interfacial, densidades, entalpias, e viscosidades de cada fase.

### 2.1.3. Regime de Escoamento

Quando misturas de gás e líquido escoam em uma tubulação, as duas fases podem se distribuir em uma variedade de padrões (ou regimes) de escoamento. Esses padrões dependem das vazões, das propriedades dos fluidos e do tamanho da tubulação. Dada à existência de qualquer padrão de escoamento, é possível modelar o escoamento, assim como prever parâmetros de projetos importantes para o processo. Portanto, uma questão central é prever qual padrão de escoamento irá existir sob determinado conjunto de condições operacionais, assim como a vazão na qual as transições entre os regimes de escoamento irão ocorrer (TAITEL *et al.*, 1980).

Devido à importância na determinação do tipo de regime, mapas de regime de escoamento foram criados ao longo dos anos. Esses mapas podem ser de origem empírica ou mecânica, e podem caracterizar escoamentos horizontais, verticais ou inclinados.

Modelos empíricos são originados do ajuste de um conjunto de dados obtidos experimentalmente. A maneira usual para determinar esses modelos é coletar dados, mapeando uma determinada janela operacional, e observar visualmente através de uma seção de teste transparente o padrão de escoamento existente. Um mapa em um plano bidimensional é então construído para um dado sistema de coordenadas x-y, as quais dependem fortemente dos tipos de dados que foram utilizados para preparar o mapa. Neste mapa é possível visualizar as fronteiras entre os diferentes tipos de regimes.

Os modelos mecânicos ou fenomenológicos são baseados em leis fundamentais da física e podem melhorar a habilidade em prever a queda de pressão, especialmente em situações que não podem ser facilmente modeladas em laboratório. No entanto, para a maioria dos padrões de escoamento observados, uma ou mais relações de fechamento empíricas são requeridas mesmo quando uma aproximação mecânica é usada (PETALAS e AZIZ, 1998).

OLGA (BENDIKSEN *et al.*, 1991) e TACITE (PAUCHON *et al.*, 1993) são dois dentre os poucos simuladores multifásicos baseados em aproximações mecânicas. Um estudo feito por IRFANSYAH *et al.* (2005) fez uma comparação entre os dois simuladores.

Mapas de regime de escoamento para uma mistura bifásica de gás e líquido, utilizando modelos empíricos (E) ou modelos mecânicos (M), para inclinação horizontal ( $\theta=0^\circ$ ), vertical ascendente ( $\theta=+90^\circ$ ) ou para todos os ângulos de inclinação ( $-90^\circ \leq \theta \leq +90^\circ$ ), podem ser visualizados na Tabela 2-2.

**Tabela 2-2. Mapas de regime de escoamento.**

| Mapa de Regime de Escoamento  | Modelo |   | Inclinação ( $\theta$ ) |             |                           | Coordenadas       |                |
|-------------------------------|--------|---|-------------------------|-------------|---------------------------|-------------------|----------------|
|                               | E      | M | $0^\circ$               | $+90^\circ$ | $-90^\circ$ a $+90^\circ$ | x                 | y              |
| (DUNS e ROS, 1963)            | •      |   |                         | •           |                           | $N_{Gv}^{**}$     | $N_{Lv}^{**}$  |
| (BEGGS e BRILL, 1973)         | •      |   |                         |             | •                         | $\lambda_L^{***}$ | $N_{Fr}^{**}$  |
| (TAITEL e DUKLER, 1976)*      |        | • | •                       |             |                           | $v_{SG}^{***}$    | $v_{SL}^{***}$ |
| (TAITEL <i>et al.</i> , 1980) |        | • |                         | •           |                           | $v_{SG}$          | $v_{SL}$       |

\* Além de escoamento horizontal, inclui inclinações de  $-1^\circ$  e  $-5^\circ$ .

\*\* As coordenadas  $N_{Gv}$ ,  $N_{Lv}$  e  $N_{Fr}$  são definidas como o número de velocidade do gás, do líquido e o número de Froude.

\*\*\* As coordenadas  $v_{SG}$ ,  $v_{SL}$  e  $\lambda_L$  são definidas como a velocidade superficial do gás, do líquido e a fração volumétrica do líquido sem considerar o deslizamento entre as fases.

Os tipos de regime de escoamento existentes para escoamento horizontal e escoamento vertical são apresentados na Tabela 2-3. O escoamento em névoa também pode ser chamado de escoamento em gotas, assim como o escoamento anular com arraste de gotículas pode ser chamado de anular com névoa (THOME, 2010).

**Tabela 2-3. Tipos de regime de escoamento.**

| Classe Principal                | Classe Secundária | Classe Terciária                |
|---------------------------------|-------------------|---------------------------------|
| Escoamento Disperso/Distribuído | Bolhas            | Bolhas Dispersas                |
|                                 |                   | Borbulhante                     |
|                                 | Névoa             |                                 |
| Escoamento Intermitente         | Golfada           |                                 |
|                                 | Pistonado         |                                 |
|                                 | Agitado           |                                 |
| Escoamento Segregado            | Anular            | Anular                          |
|                                 |                   | Anular com arraste de gotículas |
|                                 |                   | Anular com formação de nuvens   |
|                                 | Estratificado     | Suave                           |
|                                 |                   | Ondulado                        |

De acordo com BAI e BAI (2005), os regimes para escoamento horizontal são:

- Escoamento Estratificado Suave: o líquido escoar ao longo do fundo da tubulação e o gás escoar sobre uma sua interface gás/líquido;
- Escoamento Estratificado Ondulado: ocorre em altas velocidades de gás e apresenta ondas se movendo na direção do escoamento. Quando o pico das ondas é suficientemente alto para bloquear a tubulação, são formadas golfadas suaves que se movem com uma velocidade média muito maior que a do líquido;

- Escoamento Pistonado: pistões de gás e de líquido alternados se movem na parte superior da tubulação;
- Escoamento em Golfadas: pode causar vibrações severas e/ou perigosas no equipamento devido ao impacto das golfadas de elevada velocidade;
- Escoamento Anular: o líquido escoar como um filme fino ao longo da parede da tubulação e o gás escoar no centro. Algum líquido é arrastado na forma de gotículas no núcleo de gás (escoamento anular com arraste de gotículas);
- Escoamento em Névoa: em elevadas velocidades de gás, aproximadamente todo o líquido é arrastado como pequenas gotículas;
- Escoamento em Bolhas: o gás é disperso como bolhas que se movem a uma velocidade similar a do líquido, que tendem a se concentrar próximo ao topo da tubulação para baixas velocidades de líquido;

O regime de escoamento estratificado é característico apenas do escoamento horizontal. Uma sequência de regimes ocorre a partir do regime estratificado, com o aumento da velocidade do gás. Para baixas velocidades de gás e de líquido, uma completa separação das fases ocorre, com a fase gás no topo e o líquido no fundo, sendo separados por uma interface horizontal (estratificado suave). Aumentando a velocidade do gás, ondas são formadas na interface e viajam na direção do escoamento (estratificado ondulado). Aumentando ainda mais a velocidade do gás, as ondas na interface se tornam grandes o suficiente para molhar o topo da tubulação. Surgem então pistões de líquido separados por bolhas de gás alongadas, com diâmetro menor que a tubulação, fazendo com que a fase líquida se torne contínua ao longo do fundo da tubulação, abaixo das bolhas alongadas (pistonado). Para velocidades de gás mais elevadas, o diâmetro das bolhas alongadas se torna similar ao diâmetro da tubulação (golfada). Aumentando a vazão do gás, o líquido forma um filme anular contínuo ao redor do perímetro interno da tubulação (anular). Aumentando ainda mais a velocidade do gás, todo o líquido é expelido da parede e arrastado como pequenas gotículas pela fase gás contínua (névoa) (THOME, 2010).

O regime de bolhas em escoamento horizontal ocorre tipicamente para elevadas vazões mássicas (THOME, 2010). É importante ressaltar a diferença existente entre os

regimes de bolhas dispersas e o borbulhante, ainda que muitos autores não o façam. Para o caso de escoamento horizontal, no regime borbulhante, a maioria das bolhas se encontra na região próxima à parede superior, devido ao empuxo. Já o regime de bolhas dispersas surge quando, aumentando-se a vazão de líquido, as forças cisalhantes se tornam dominantes e o efeito do empuxo se torna desprezível. Assim, as bolhas se arranjam de forma mais uniforme na tubulação (FONTE, 2010).

Uma sequência de regimes pode ocorrer a partir do regime em bolhas para escoamento vertical ascendente, devido à despressurização ocorrendo no sentido do escoamento. Os regimes para escoamento vertical ascendente são (THOME, 2010):

- Escoamento em Bolhas: numerosas bolhas são observadas já que o gás é disperso na forma de bolhas discretas na fase líquida contínua. As bolhas variam amplamente de tamanho e forma, mas são tipicamente aproximadamente esféricas e muito menores que o diâmetro da própria tubulação;
- Escoamento em Golfadas: com o aumento da fração de gás, aumenta a proximidade das bolhas e a probabilidade de elas colidirem e coalescerem formando bolhas maiores, as quais são similares em dimensão ao diâmetro da tubulação. Essas bolhas apresentam uma forma característica similar a balas de revólver, pois apresentam um “nariz” hemisférico com uma “calda” de extremidade reta. Essas bolhas são comumente chamadas de bolhas de Taylor, sendo separadas umas das outras por golfadas de líquido, as quais podem incluir pequenas bolhas. As bolhas de Taylor são cercadas por uma fina camada de líquido entre as mesmas e a parede da tubulação. Esse líquido pode apresentar escoamento descendente devido à força da gravidade, mesmo que o escoamento resultante do fluido seja ascendente;
- Escoamento Agitado: aumentando a velocidade do escoamento, a estrutura formada se torna instável com o fluido escoando de forma ascendente e descendente em uma maneira oscilatória, mas com escoamento resultante do fluido ascendente. Essa instabilidade é resultado de uma paridade relativa da gravidade e de forças de cisalhamento agindo em direções opostas no fino filme de líquido das bolhas de Taylor. Esse regime de escoamento é um intermediário entre o regime de golfadas e o regime anular. Para tubulações de pequenos

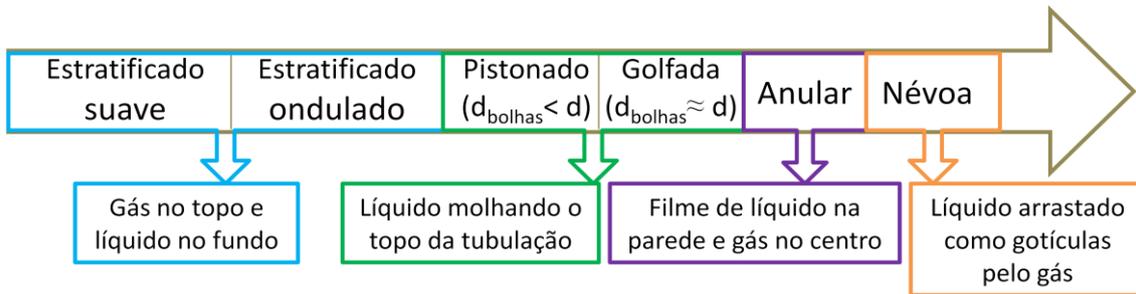
diâmetros, esse regime pode não se desenvolver, e o escoamento passa diretamente do regime de golfadas para o regime anular;

- Escoamento Anular: uma vez que a tensão interfacial do gás em alta velocidade sobre o filme de líquido se torna dominante sobre a gravidade, o líquido é expelido do centro da tubulação e escoo como um filme de líquido na parede (formando um anel de líquido) enquanto que o gás escoo ascendentemente como uma fase contínua pelo centro da tubulação. A interface é distribuída por ondas de alta frequência e ondulações. Além disso, o líquido pode ser arrastado pelo núcleo de gás como pequenas gotículas, tanto que a fração de líquido arrastada possa se tornar similar àquela no filme líquido (escoamento anular com arraste de gotículas). Esse regime é particularmente estável e é o padrão desejado para escoamento bifásico em tubulações;
- Escoamento Anular com Formação de Nuvens: quando se aumenta a vazão, as gotículas arrastadas podem formar estruturas transientes coerentes como nuvens no núcleo central de vapor;
- Escoamento em Névoa: em elevadas vazões de gás, o filme de líquido anular é afinado pela tensão do núcleo de gás na interface até que se torne instável e seja destruído, de forma que todo o líquido seja arrastado como gotículas pela fase gás contínua, sendo análogo ao inverso do regime em bolhas.

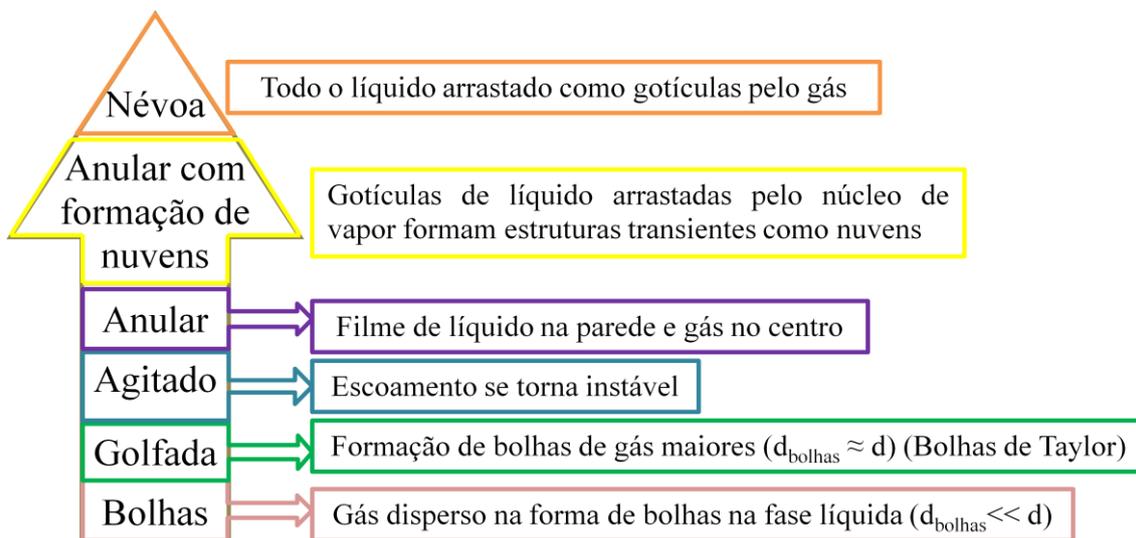
Para escoamento vertical ascendente, o escoamento em golfadas também pode ser chamado de escoamento pistonado, já que as bolhas de gás formadas apresentam diâmetro similar ao da tubulação, diferentemente do escoamento horizontal.

É possível notar que os padrões de escoamento presentes são os mesmos do escoamento horizontal, exceto pelo regime agitado, anular com formação de nuvens e estratificado. No entanto, as disposições das fases dentro da tubulação são diferentes, já que no escoamento horizontal a fase gás tende a se concentrar mais na parte superior, enquanto que no escoamento vertical a fase gás se distribui mais uniformemente, se concentrando mais no centro da tubulação. Portanto, o regime estratificado não é possível para escoamento vertical.

Para visualização da possível sequência de regimes para os dois tipos de escoamento, horizontal ou vertical, uma representação esquemática é apresentada na Figura 2-3 e Figura 2-4, com o sentido da seta indicando a direção do escoamento.



**Figura 2-3. Possível sequência de regimes para escoamento horizontal.**



**Figura 2-4. Possível sequência de regimes para escoamento vertical.**

## 2.2. Definição das Variáveis

Quando são realizados cálculos de escoamento multifásico, equações para escoamento monofásico geralmente são modificadas para levar em conta a presença de uma segunda fase. Isso envolve definir expressões de mistura para velocidades e propriedades do fluido que usam fatores de ponderação baseados tanto em frações volumétricas como em frações mássicas. A escolha das variáveis e dos fatores de ponderação geralmente depende do regime de escoamento previsto. As seções seguintes discutem cada parâmetro de acordo com BRILL e MUKHERJEE (1999).

## 2.2.1. Fatores de Ponderação

Para o escoamento simultâneo de gás e líquido em uma tubulação, a maior mobilidade da fase gás, devido à sua menor densidade e viscosidade, faz com que o gás escoe geralmente a velocidades maiores que o líquido. Como mencionado na Seção 2.1.1, essa diferença de velocidade ocasiona um deslizamento entre as fases e caracteriza um escoamento mais próximo da realidade. Considerar que o gás escoe mais rapidamente resulta em considerar que uma maior fração de área da seção transversal da tubulação seja ocupada pela fase líquida do que se considerassem velocidades iguais para as duas fases. Sendo assim, devem ser desenvolvidas correlações empíricas para prever o *holdup* de líquido,  $H_L$ , para uma ampla gama de condições de escoamento.

Para o caso de iguais velocidades das fases, ou condição de não deslizamento, a fração volumétrica da fase líquida na tubulação pode ser calculada analiticamente a partir do conhecimento das vazões volumétricas, pela Equação 2-1. As vazões volumétricas de cada fase são calculadas a partir da Equação 2-2 e da Equação 2-3. A fração mássica vaporizada é definida pela Equação 2-4.

$$\lambda_L = \frac{q_L}{q_L + q_G} \quad 2-1$$

$$q_L = \frac{W_t(1 - x_G)}{\rho_L} \quad 2-2$$

$$q_G = \frac{W_t x_G}{\rho_G} \quad 2-3$$

$$x_G = \frac{\beta M_G}{M_M} \quad 2-4$$

Caso exista água livre quando for usado o modelo composicional, a vazão de água deve ser adicionada a vazão de óleo ou de condensado para que todo líquido seja levado em conta.

## 2.2.2. Propriedades dos Fluidos

Correlações empíricas podem ser empregadas para o cálculo de propriedades físicas das fases líquida ou gasosa separadamente, como é mostrado posteriormente na Seção 3.5. Para considerar a mistura referente a estas duas fases, são definidas equações para referir a propriedade de mistura como condição *slip* ou *no-slip*, ou seja, de deslizamento ou de não deslizamento. Isso depende se for usado  $H_L$  ou  $\lambda_L$  como fator de ponderação volumétrico.

Para o cálculo da viscosidade da mistura bifásica podem ser usadas a Equação 2-5 ou a Equação 2-6. Para o cálculo da densidade da mistura bifásica podem ser usadas a Equação 2-7 ou a Equação 2-8. A densidade da mistura bifásica para o modelo homogêneo citado no item 2.1.2 é definida pela Equação 2-7.

$$\mu_s = \mu_L H_L + \mu_G (1 - H_L) \quad 2-5$$

$$\mu_n = \mu_L \lambda_L + \mu_G (1 - \lambda_L) \quad 2-6$$

$$\rho_{tp} = \rho_L H_L + \rho_G (1 - H_L) \quad 2-7$$

$$\rho_n = \rho_L \lambda_L + \rho_G (1 - \lambda_L) \quad 2-8$$

Quando forem realizados cálculos envolvendo variações de temperatura para escoamento multifásico, é necessário prever a entalpia da mistura multifásica. Esta propriedade termodinâmica é calculada para ambas as fases na Seção 3.4.2. Se as entalpias forem expressas por unidade de massa, a entalpia de uma mistura multifásica pode ser calculada a partir da Equação 2-9. Se as entalpias forem expressas por unidade de volume, a entalpia de uma mistura multifásica pode ser calculada a partir da Equação 2-10.

$$\hat{H} = \hat{H}_L (1 - x_G) + \hat{H}_G x_G \quad 2-9$$

$$\bar{H} = \bar{H}_L(1 - \beta) + \bar{H}_G\beta \quad 2-10$$

### 2.2.3. Velocidades

Como mencionado na Seção 2.2.1, as velocidades das fases geralmente são diferentes. Para casos de elevada turbulência, padrão de escoamento de bolhas dispersas e alta velocidade, por exemplo, as velocidades das fases são essencialmente iguais. Para outros casos, deslizamento significativo pode ocorrer entre o gás e o líquido. Um importante parâmetro surge ao se definir o conceito de velocidades superficiais de cada fase. Esta velocidade é definida como a velocidade na qual a fase estaria escoando caso fosse a única fase presente na tubulação, ou seja, não é a velocidade real da fase escoando em uma mistura multifásica. As velocidades superficiais da fase líquida e da fase gás são calculadas pela Equação 2-11 e pela Equação 2-12. A velocidade total ou velocidade de mistura pode ser definida pela Equação 2-13.

$$v_{SL} = \frac{q_L}{A_p} \quad 2-11$$

$$v_{SG} = \frac{q_G}{A_p} \quad 2-12$$

$$v_m = \frac{q_L + q_G}{A_p} = v_{SL} + v_{SG} = \frac{G_L}{\rho_L} + \frac{G_G}{\rho_G} \quad 2-13$$

Caso não exista deslizamento entre as fases, ambos o gás e o líquido devem escoar na velocidade de mistura. Devido ao deslizamento entre as fases, o líquido geralmente escoar a uma velocidade menor que a velocidade de mistura, enquanto que o gás escoar a uma velocidade maior que a velocidade de mistura (BRILL e MUKHERJEE, 1999). As velocidades médias no tempo e no espaço para cada fase podem ser calculadas a partir do conhecimento do *holdup* de líquido médio no tempo e no espaço, obtido de correlações empíricas, assim como apresentado na Equação 2-14 e Equação 2-15. A velocidade de deslizamento pode ser definida como a diferença entre as verdadeiras velocidades das fases pela Equação 2-16. A velocidade da mistura

bifásica para o modelo homogêneo citado no item 2.1.2 é definida pela Equação 2-17, em que  $\rho_{tp}$  é a densidade da mistura bifásica ponderada pelo *holdup* de líquido.

$$v_L = \frac{v_{SL}}{H_L} \quad 2-14$$

$$v_G = \frac{v_{SG}}{1 - H_L} \quad 2-15$$

$$v_D = v_G - v_L \quad 2-16$$

$$v_{tp} = \frac{\rho_G v_G (1 - H_L) + \rho_L v_L H_L}{\rho_{tp}} \quad 2-17$$

## 2.3. Equações de Conservação

### 2.3.1. Conservação de Massa

A equação da continuidade descreve a taxa de variação temporal da densidade do fluido em uma posição fixa no espaço. Esta equação é desenvolvida efetuando-se um balanço de massa sobre um elemento de volume, fixo no espaço, através do qual um fluido está escoando (BIRD *et al.*, 2002). Sendo assim, a equação da continuidade pode ser representada pela Equação 2-18.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{v}) \quad 2-18$$

Como o escoamento se dá em um duto de seção transversal circular, são usadas coordenadas cilíndricas. Considerando o escoamento unidimensional na direção axial  $x$ , a equação de conservação de massa pode ser representada pela Equação 2-19. Para o caso de estado estacionário, a Equação 2-19 se reduz à Equação 2-20.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} \quad 2-19$$

$$\frac{d(\rho v)}{dx} = 0 \quad 2-20$$

### 2.3.2. Conservação de Momentum

A equação do movimento descreve a taxa de variação temporal do momento linear do fluido, por unidade de volume, em uma posição fixa no espaço. Para obter esta equação efetua-se um balanço de momento sobre um elemento de volume (BIRD *et al.*, 2002). Sendo assim, a equação do movimento pode ser representada pela Equação 2-21.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -[\nabla \cdot \rho v v] - \nabla P - [\nabla \cdot \tau] + \rho g \quad 2-21$$

Usando coordenadas cilíndricas e considerando o escoamento unidimensional na direção axial  $x$ , a equação de conservação de momentum pode ser representada pela Equação 2-22. Para o caso de estado estacionário, a Equação 2-22 se reduz à Equação 2-23, a qual representa o gradiente de pressão estacionário.

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} - \tau \frac{S}{A_p} - \rho g \sin(\theta) \quad 2-22$$

$$- \frac{dP}{dx} = \tau \frac{S}{A_p} + \rho g \sin(\theta) + \rho v \frac{dv}{dx} = \left( \frac{dP}{dx} \right)_{at} + \left( \frac{dP}{dx} \right)_{el} + \left( \frac{dP}{dx} \right)_{ac} \quad 2-23$$

O primeiro termo do lado direito da Equação 2-23 resulta do atrito ou de tensões cisalhantes na parede; o segundo termo representa o gradiente de pressão causado pela mudança de elevação, sendo chamado de componente de elevação; o terceiro termo resulta da variação de velocidade, sendo chamado de componente de aceleração ou componente de energia cinética (BRILL e MUKHERJEE, 1999).

O perímetro e a área da seção transversal apresentados no primeiro termo do lado direito da Equação 2-23, podem ser calculados utilizando a Equação 2-24 e Equação 2-25, respectivamente.

$$S = \pi d \quad 2-24$$

$$A_p = \pi \frac{d^2}{4} \quad 2-25$$

### 2.3.3. Conservação de Energia

A equação de energia descreve a taxa de variação temporal da energia por unidade de volume. A equação de balanço de energia é obtida aplicando-se a lei de conservação de energia em um elemento de volume. A lei de conservação de energia é uma extensão da primeira lei da termodinâmica clássica, que diz respeito à diferença de energia de dois estados de equilíbrio de um sistema fechado devido à adição de calor e ao trabalho feito sobre o sistema (BIRD *et al.*, 2002). Sendo assim, a equação da energia pode ser representada pela Equação 2-26.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U} \right) = & - \left( \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + v \hat{U} \right) \mathbf{v} \right) - (\nabla \cdot \mathbf{q}) \\ & - (\nabla \cdot P \mathbf{v}) - (\nabla \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}]) + \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) \end{aligned} \quad 2-26$$

O termo referente à taxa de trabalho feito sobre o fluido por unidade de volume pelas forças de pressão,  $(\nabla \cdot P \mathbf{v})$ , é rearranjado na Equação 2-26, de modo que seja introduzido no primeiro termo do lado direito desta equação, resultando na Equação 2-27.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U} \right) = & - \left( \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U} + P \right) \mathbf{v} \right) - (\nabla \cdot \mathbf{q}) \\ & - (\nabla \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}]) + \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) \end{aligned} \quad 2-27$$

Sabendo que a definição matemática da propriedade termodinâmica denominada entalpia pode ser dada pela Equação 2-28 (SMITH *et al.*, 2005), esta equação é rearranjada para tomar a forma da Equação 2-29. Sendo assim, a Equação 2-29 é utilizada para substituir o termo referente na Equação 2-27, originando a Equação 2-30.

$$\bar{H} = \bar{U} + P\bar{V} \quad 2-28$$

$$\rho \hat{H} = \rho \hat{U} + P \quad 2-29$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U} \right) = - \left[ \nabla \cdot \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{H} \right) \mathbf{v} \right] - (\nabla \cdot \mathbf{q}) - (\nabla \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}]) + \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) \quad 2-30$$

O transporte de energia por condução,  $q$ , na direção do escoamento é pequeno comparado ao transporte de energia por advecção, podendo ser negligenciado. Na direção radial, o transporte de energia por condução é substituído pelo fluxo de calor através da parede,  $Q''$ , ao considerar propriedades médias na seção transversal. O trabalho associado com  $[\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{v}]$  pode ser negligenciado em relação à  $p\boldsymbol{v}$  (BIRD *et al.*, 2002). Considerando o escoamento unidimensional na direção axial  $x$  e considerando que não há trabalho feito no sistema pelo ambiente e por meio de superfícies móveis, a equação de conservação de energia pode ser representada pela Equação 2-31. Para o caso de estado estacionário, a Equação 2-31 se reduz à Equação 2-32. A vazão mássica,  $W_t$ , apresentada na Equação 2-32 é definida pela Equação 2-33.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( \hat{U} + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] = - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho v \left( \hat{H} + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] + \frac{S}{A} Q'' - \rho v g \sin(\theta) \quad 2-31$$

$$\frac{d\hat{H}}{dx} = \frac{S}{W_t} Q'' - g \sin(\theta) - v \frac{dv}{dx} \quad 2-32$$

$$W_t = \rho v A_p \quad 2-33$$

O primeiro termo do lado direito da Equação 2-32 resulta da transferência de calor entre o fluido escoando e o meio externo; o segundo termo representa o componente de elevação; o terceiro termo representa o componente de energia cinética, o qual é normalmente negligenciado e a Equação 2-32 toma a forma da Equação 2-34 (BRILL e MUKHERJEE, 1999).

$$\frac{d\hat{H}}{dx} = \frac{S}{W_t} Q'' - g \sin(\theta) \quad 2-34$$

O fluxo de calor através das fronteiras do sistema,  $Q''$ , pode ser calculado pela Equação 2-35 (INCROPERA *et al.*, 2007).

$$Q'' = U_c \Delta T \quad 2-35$$

Neste trabalho considerou-se o escoamento turbulento o suficiente para promover intensa transferência de calor convectiva, de modo que a diferença de temperatura entre a mistura bifásica e a parede interna seja sempre desprezível

(TEIXEIRA, 2013). Sendo assim, o cálculo para o coeficiente global de transferência de calor,  $U_c$ , é feito de acordo com a condução presente na casca cilíndrica da tubulação.

De acordo com a Lei de Fourier (INCROPERA *et al.*, 2007), a taxa na qual a energia é conduzida através de qualquer superfície cilíndrica sólida pode ser representada pela Equação 2-36.

$$Q_{cond} = -kA_c \frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr} \quad 2-36$$

A distribuição de temperaturas associada à condução radial através de uma parede cilíndrica é logarítmica, não linear (INCROPERA *et al.*, 2007). Introduzindo essa distribuição, representada pela Equação 2-37, na Equação 2-36, é obtida a expressão para a taxa de transferência de calor na Equação 2-38.

$$T(r) = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\ln(r_i/r_e)} \ln\left(\frac{r}{r_e}\right) + T_{s,e} \quad 2-37$$

$$Q_{cond} = \frac{2\pi Lk(T_{s,i} - T_{s,e})}{\ln(r_e/r_i)} \quad 2-38$$

Definindo resistência como a razão entre um potencial motriz e a correspondente taxa de transferência, a resistência térmica para condução em uma parede cilíndrica é dada pela Equação 2-39.

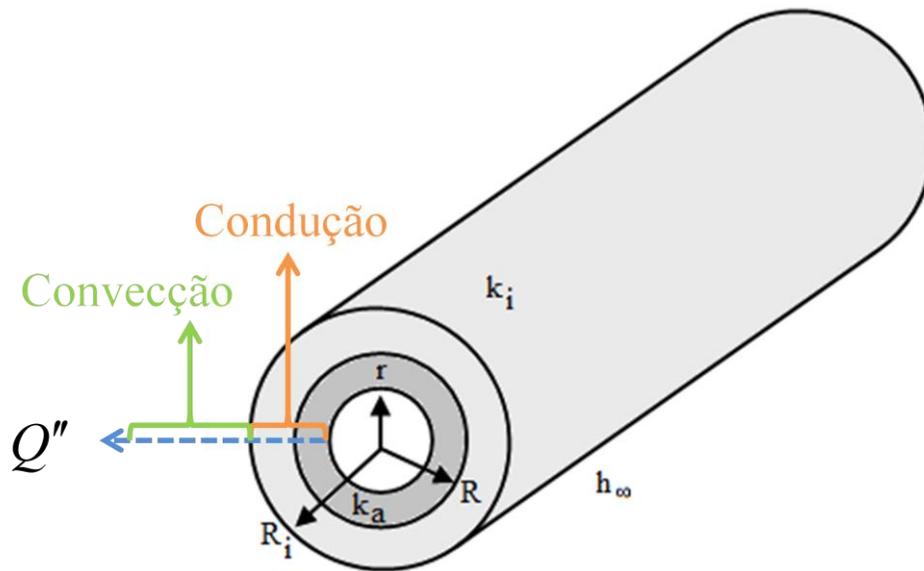
$$R_{cond} = \frac{(T_{s,i} - T_{s,e})}{Q_{cond}} = \frac{\ln(r_e/r_i)}{2\pi Lk} \quad 2-39$$

De acordo com a Lei de Resfriamento de Newton (INCROPERA *et al.*, 2007), a taxa de transferência de calor por convecção na superfície externa de um cilindro pode ser representada pela Equação 2-40. A resistência térmica convectiva desta superfície é dada pela Equação 2-41.

$$Q_{conv} = h_{\infty} A_{s,e} (T_{s,e} - T_{\infty}) = h_{\infty} (2\pi r_e L) (T_{s,e} - T_{\infty}) \quad 2-40$$

$$R_{conv} = \frac{(T_{s,e} - T_{\infty})}{Q_{conv}} = \frac{1}{h_{\infty} (2\pi r_e L)} \quad 2-41$$

Um sistema composto é considerado na Figura 2-5, onde a tubulação de espessura  $(r_e - r_i)$  apresenta um isolamento de espessura  $(R_i - r_e)$ ,  $k_a$  é a condutividade térmica do material da tubulação,  $k_i$  é a condutividade térmica do isolamento e  $h_\infty$  é o coeficiente convectivo da vizinhança da tubulação. Considerando este sistema composto e desprezando as resistências de contato interfaciais, a taxa de transferência de calor pode ser representada pela Equação 2-42, onde a força motriz é dada pela diferença entre a temperatura do fluido escoando,  $T$ , e a temperatura do ambiente,  $T_\infty$ . A resistência total,  $R_t$ , é dada pela Equação 2-43.



**Figura 2-5. Tubulação cilíndrica com isolamento.**

$$Q = \frac{(T - T_\infty)}{R_t} = U_c A_c (T - T_\infty) \quad 2-42$$

$$R_t = R_{cond,1} + R_{cond,2} + R_{conv} = \frac{\ln(r_e/r_i)}{2\pi L k_a} + \frac{\ln(R_i/r_e)}{2\pi L k_i} + \frac{1}{h_\infty (2\pi R_i L)} \quad 2-43$$

A partir da Equação 2-42 e da Equação 2-43 é possível definir a Equação 2-44, a qual é referente ao coeficiente global de transferência de calor.

$$U_c = \frac{1}{A_c R_t} = \frac{1}{A_c \left( \frac{\ln(r_e/r_i)}{2\pi L k_a} + \frac{\ln(R_i/r_e)}{2\pi L k_i} + \frac{1}{h_\infty (2\pi R_i L)} \right)} \quad 2-44$$

O coeficiente global de transferência de calor pode ser definido de acordo com a área de troca térmica ( $A_c$ ) interna ou externa. Sendo definido em termos da área interna, o cálculo para o coeficiente global de transferência de calor está apresentado na Equação 2-45, em termos dos respectivos diâmetros. Quando não for considerado o isolamento, basta apenas igualar  $D_i$  a  $D$  na Equação 2-45, o que irá zerar o segundo termo desta equação.

$$U_c = \frac{2}{d} \left[ \frac{\ln(D/d)}{k_a} + \frac{\ln(D_i/D)}{k_i} + \frac{2}{h_{\infty} D_i} \right]^{-1} \quad 2-45$$

## 2.4. O Modelo de BEGGS e BRILL (1973)

A previsão da queda de pressão e do *holdup* de líquido ocorrendo durante o escoamento bifásico de gás e líquido em tubulações é de interesse particular das indústrias de petróleo, química e nuclear. Os métodos utilizados para prever o gradiente de pressão ao longo de uma tubulação podem ser classificados como correlações empíricas ou modelos mecanísticos.

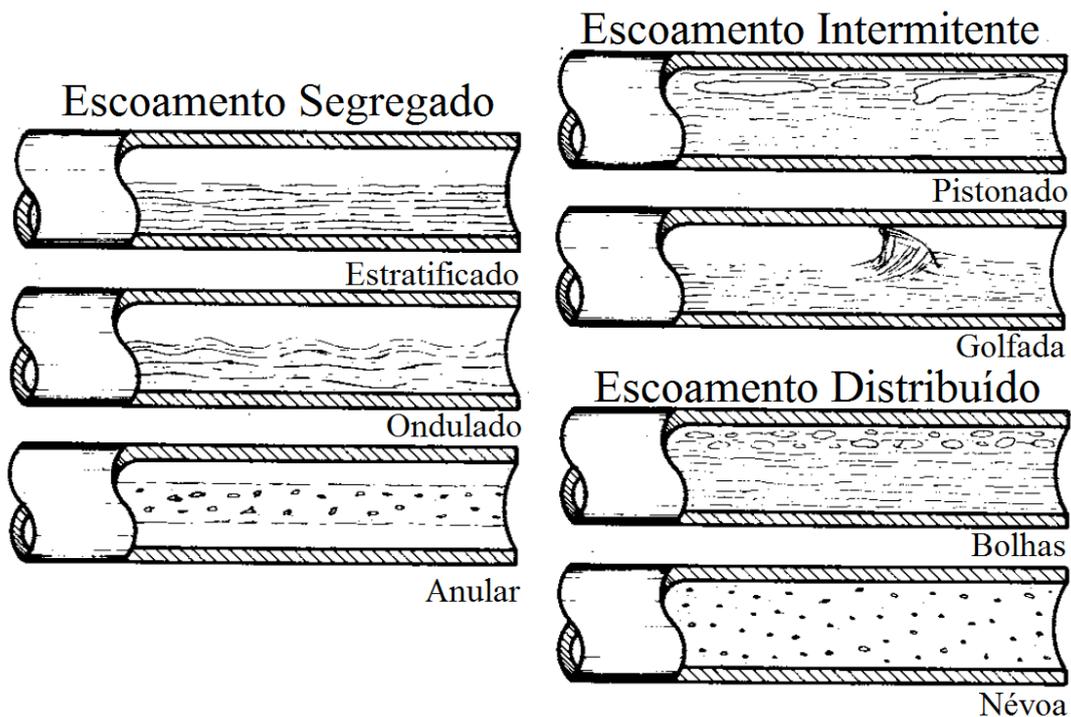
As correlações empíricas podem: não considerar o deslizamento entre as fases e não considerar o padrão de escoamento no cálculo do fator de atrito (POETTMAN e CARPENTER, 1952); considerar o deslizamento entre as fases e não considerar o padrão de escoamento no cálculo do fator de atrito e do *holdup* (HAGEDORN e BROWN, 1965); considerar o deslizamento entre as fases e considerar o padrão de escoamento no cálculo do fator de atrito e do *holdup*, ou seja, uma vez estabelecido o padrão de escoamento, as correlações apropriadas para o *holdup* e para o fator de atrito são determinadas (BEGGS e BRILL, 1973).

Muitas pesquisas na área de escoamento bifásico foram feitas apenas para escoamento horizontal ou vertical. O método de BEGGS e BRILL (1973) foi o primeiro a prever o comportamento do escoamento para todos os ângulos de inclinação. O objetivo do estudo foi desenvolver correlações para prever o *holdup* de líquido,  $H_L$ , e o fator de atrito bifásico,  $f_{tp}$ , a partir de propriedades conhecidas do fluido e do sistema. As correlações foram desenvolvidas baseadas em dados tomados de tubulações feitas de acrílico, transparente, de 90 ft de comprimento, com diâmetros de 1,0 e 1,5 in, e ângulos

de inclinação ente  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . Os fluidos usados foram ar e água. A queda de pressão e o *holdup* de líquido foram medidos em angulações de  $\pm 0^\circ$ ,  $\pm 5^\circ$ ,  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$ ,  $\pm 35^\circ$ ,  $\pm 55^\circ$ ,  $\pm 75^\circ$ ,  $\pm 85^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ , sendo angulação positiva para escoamento ascendente e negativa para escoamento descendente. Foram feitos 584 testes ao todo (BEGGS e BRILL, 1973).

## 2.4.1. Previsão do Regime de Escoamento

BEGGS e BRILL (1973) prepararam um mapa empírico baseado apenas nos regimes observados em escoamento horizontal. Estes regimes podem ser visualizados na Figura 2-6. Após estabelecer o regime de escoamento, as correlações apropriadas para o *holdup* e para o fator de atrito são determinadas, respectivamente, na Seção 2.4.2 e Seção 2.4.3.



**Figura 2-6. Regimes de escoamento para escoamento horizontal (adaptado de BEGGS e BRILL, 1973).**

O mapa original de BEGGS e BRILL (1973) foi levemente modificado para incluir uma zona de transição entre o escoamento segregado e o escoamento intermitente (BRILL e MUKHERJEE, 1999). Tanto o mapa original quanto o mapa modificado (linhas tracejadas), ambos para escoamento horizontal, são mostrados na Figura 2-7. As equações para as fronteiras entre os regimes de escoamento da Figura

2-7 são apresentadas na Equação 2-46, Equação 2-47, Equação 2-48 e Equação 2-49. As desigualdades apresentadas na Tabela 2-4 são usadas para determinar o regime de escoamento existente se a tubulação fosse horizontal.

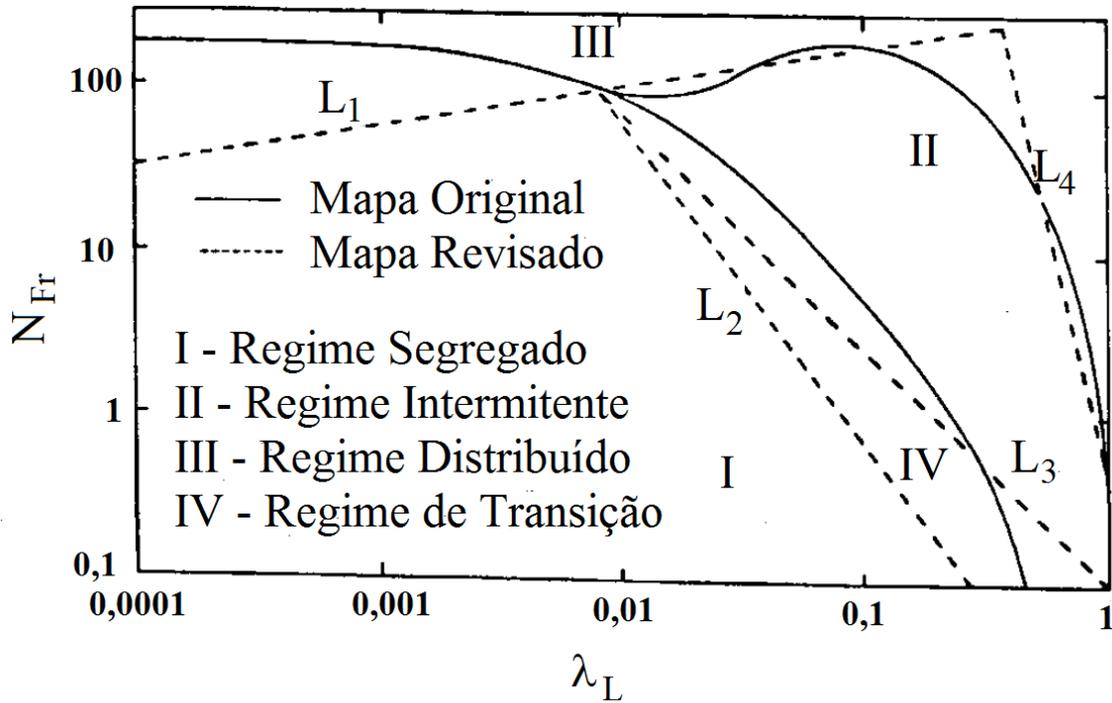


Figura 2-7. Mapa original e modificado para regime horizontal (adaptado de BRILL e MUKHERJEE, 1999).

$$L_1 = 316\lambda_L^{0,302} \quad 2-46$$

$$L_2 = 0,0009252\lambda_L^{-2,4684} \quad 2-47$$

$$L_3 = 0,10\lambda_L^{-1,4516} \quad 2-48$$

$$L_4 = 0,5\lambda_L^{-6,738} \quad 2-49$$

**Tabela 2-4. Faixa de valores para cada regime de escoamento (BRILL e MUKHERJEE, 1999).**

| Regime de Escoamento | Faixa de Valores  |
|----------------------|---|
| Segregado            | $\lambda_L < 0,01$ e $N_{Fr} < L_1$<br>ou<br>$\lambda_L \geq 0,01$ e $N_{Fr} < L_2$                           |
| Transição            | $\lambda_L \geq 0,01$ e $L_2 \leq N_{Fr} \leq L_3$  |
| Intermitente         | $0,01 \leq \lambda_L < 0,4$ e $L_3 < N_{Fr} \leq L_1$<br>ou<br>$\lambda_L \geq 0,4$ e $L_3 < N_{Fr} \leq L_4$ |
| Distribuído          | $\lambda_L < 0,4$ e $N_{Fr} \geq L_1$<br>ou<br>$\lambda_L \geq 0,4$ e $N_{Fr} > L_4$                          |

### 2.4.2. Correlação para o *Holdup* de Líquido

Considerando vazões constantes, o *holdup* de líquido apresenta uma dependência com o ângulo de inclinação, como pode ser visto na Figura 2-8. Conforme é aumentado o ângulo a partir da horizontal, forças da gravidade agem no líquido causando uma diminuição na velocidade do líquido, aumentando o *holdup*. No escoamento descendente, um aumento no ângulo na direção negativa resulta em um aumento na velocidade do líquido e uma diminuição do *holdup*. Muitas tentativas foram feitas no intuito de encontrar uma relação entre o *holdup* e vazão, tamanho da tubulação, ângulo de inclinação e outras variáveis. Foi criado um fator de correção de inclinação,  $\psi$ , dividindo o *holdup* para qualquer ângulo de inclinação,  $H_{L(\theta)}$ , pelo *holdup* para inclinação de  $0^\circ$  (horizontal),  $H_{L(0)}$ , conforme a Equação 2-50.

$$\psi = \frac{H_{L(\theta)}}{H_{L(0)}} \quad 2-50$$

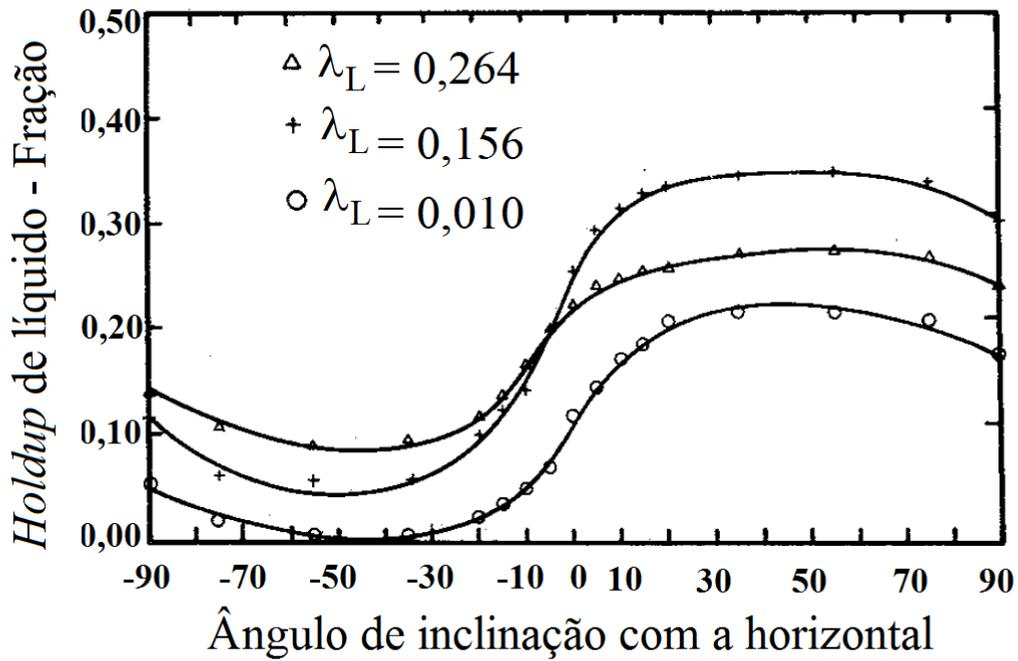


Figura 2-8. *Holdup* de líquido vs ângulo (adaptado de BEGGS e BRILL, 1973).

Para correlacionar o *holdup* de líquido horizontal, foram feitas regressões com o *holdup* como variável dependente e diversas variáveis independentes, dentre as quais o número de Froude,  $N_{Fr}$ , e a fração volumétrica de líquido sem considerar o deslizamento,  $\lambda_L$ , se revelaram como as mais significantes. Foi então obtida a Equação 2-51. Os coeficientes apresentados na Equação 2-51 são obtidos da Tabela 2-5. O número de Froude,  $N_{Fr}$ , é definido pela Equação 2-52.

$$H_{L(0)} = a\lambda_L^b N_{Fr}^c \quad 2-51$$

$$N_{Fr} = \frac{v_m^2}{gd} \quad 2-52$$

Tabela 2-5. Coeficientes para o cálculo do *holdup* de líquido horizontal (BEGGS e BRILL, 1973).

| Regime de Escoamento | $a$   | $b$    | $c$     |
|----------------------|-------|--------|---------|
| Horizontal           |       |        |         |
| Distribuído          | 1,065 | 0,5824 | -0,0609 |
| Intermitente         | 0,845 | 0,5351 | -0,0173 |
| Segregado            | 0,980 | 0,4846 | -0,0868 |

O fator de correção da inclinação pode ser correlacionado através da Equação 2-53, onde a constante  $C$  pode ser definida pela Equação 2-54. Os coeficientes apresentados na Equação 2-54 são obtidos da Tabela 2-6. O número de velocidade do líquido,  $N_{Lv}$ , é definido pela Equação 2-55, em que  $\sigma_L$  é a tensão superficial de líquido.

$$\psi = 1 + C[\text{sen}(1,8\theta) - 1/3 \text{sen}^3(1,8\theta)] \quad 2-53$$

$$C = (1 - \lambda_L) \ln(e \lambda_L^f N_{Fr}^g N_{Lv}^h) \quad 2-54$$

$$N_{Lv} = v_{SL} \left( \frac{\rho_L}{g \sigma_L} \right)^{1/4} \quad 2-55$$

**Tabela 2-6. Coeficientes para o cálculo da correção da inclinação (BEGGS e BRILL, 1973).**

| Regime de Escoamento    | $e$                                   | $f$     | $g$     | $h$     |
|-------------------------|---------------------------------------|---------|---------|---------|
| Horizontal              |                                       |         |         |         |
| Distribuído ascendente  | Não há correção: $C = 0$ ; $\psi = 1$ |         |         |         |
| Intermitente ascendente | 2,960                                 | 0,305   | 0,0978  | -0,4473 |
| Segregado ascendente    | 0,011                                 | -3,768  | -1,614  | 3,539   |
| Todos, descendente      | 4,7                                   | -0,3692 | -0,5056 | 0,1244  |

Quando o regime de escoamento está na região de transição, o *holdup* de líquido deve ser interpolado entre os valores para o regime segregado e para o regime intermitente, conforme a Equação 2-56. A variável  $A$  da Equação 2-56 é calculado pela Equação 2-57.

$$H_{L(\theta)Tr} = A H_{L(\theta)Seg} + (1 - A) H_{L(\theta)Int} \quad 2-56$$

$$A = \frac{L_3 - N_{Fr}}{L_3 - L_2} \quad 2-57$$

### 2.4.3. Correlação para o Fator de Atrito

A estimativa do fator de atrito para um fluido Newtoniano escoando através de uma tubulação pode ser feita utilizando-se o diagrama de Moody, em que é necessário o conhecimento do número de Reynolds e da rugosidade relativa (MOODY, 1944). Estes são calculados pela Equação 2-58 e Equação 2-59, respectivamente, considerando que não haja deslizamento entre as fases.

$$Re = \frac{\rho_n v_m d}{\mu_n} \quad 2-58$$

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{d} \quad 2-59$$

O fator de atrito pode ser calculado através do uso de equações, as quais devem ser definidas de acordo com o tipo de escoamento. Para escoamento laminar ( $Re < 2100$ ) o fator de atrito, sem considerar o deslizamento,  $f_n$ , pode ser calculado pela Equação 2-60.

$$f_n = \frac{64\mu_n}{\rho_n v_m d} = \frac{64}{Re} \quad 2-60$$

Para escoamento turbulento existem diversas equações para o cálculo do fator de atrito, sendo válidas para determinadas faixas de valores do número de Reynolds e da rugosidade. Estas equações podem ser tanto implícitas ou explícitas. Uma equação explícita boa para todos os valores de número de Reynolds e de rugosidade relativa está apresentada na Equação 2-61 (CHEN, 1979).

$$\frac{1}{\sqrt{f_n}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon_R}{3,7065} - \frac{5,0452}{Re} \log \left( \frac{\varepsilon_R^{1,1098}}{2,8257} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right] \quad 2-61$$

O fator de atrito bifásico normalizado,  $f_{tp}$ , foi considerado função das frações de líquido  $\lambda_L$  e  $H_{L(\theta)}$ . Uma análise de regressão com  $f_{tp}$  como variável dependente e  $\lambda_L$  e  $H_{L(\theta)}$  como variáveis independentes indicaram uma relação do tipo da Equação 2-62. A equação para o fator de atrito é dada pela Equação 2-63. O valor de  $S$  apresentado na Equação 2-63 é dado pela Equação 2-64. O valor de  $y$  apresentado na Equação 2-64 é

dado pela Equação 2-65. A Equação 2-64 se torna descontínua em um ponto no intervalo  $1,0 < y < 1,2$ , sendo o cálculo de  $S$  nesse intervalo dado pela Equação 2-66.

$$\frac{f_{tp}}{f_n} = f \left\{ \frac{\lambda_L}{H_{L(\theta)}^2} \right\} \quad 2-62$$

$$\frac{f_{tp}}{f_n} = \exp(S) \quad 2-63$$

$$S = \frac{\ln(y)}{-0,0523 + 3,182 \ln(y) - 0,8725[\ln(y)]^2 + 0,01853[\ln(y)]^4} \quad 2-64$$

$$y = \frac{\lambda_L}{H_{L(\theta)}^2} \quad 2-65$$

$$S = \ln(2,2y - 1,2) \quad 2-66$$

## 2.4.4. Cálculo do Gradiente de Pressão

### 2.4.4.1. Gradiente de Pressão por Atrito

A análise da tensão de cisalhamento ou de perdas por atrito pode ser realizada definindo-se um fator de atrito adimensional (KNUDSEN e KATZ, 1958). Este fator é a razão entre tensão de cisalhamento e energia cinética do fluido por unidade de volume, sendo representado pela Equação 2-67.

$$f'_{tp} = \frac{\tau}{\rho_n v_m^2 / 2} \quad 2-67$$

O fator de atrito apresentado na Equação 2-67 é definido como o fator de atrito de Fanning,  $f'_{tp}$ . O fator de atrito de Moody é quatro vezes maior que o fator de atrito de Fanning e foi adotado nesse trabalho (BRILL e MUKHERJEE, 1999). Sendo assim, a tensão de cisalhamento é definida pela Equação 2-68.

$$\tau = f'_{tp} \frac{\rho_n v_m^2}{2} = \frac{f_{tp}}{4} \frac{\rho_n v_m^2}{2} \quad 2-68$$

O primeiro termo do lado direito da Equação 2-23 pode ser substituído pelo termo correspondente apresentado na Equação 2-69.

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{at} = \tau \frac{S}{A_p} = f_{tp} \frac{\rho_n v_m^2}{2d} \quad 2-69$$

No escoamento bifásico, a densidade calculada não considerando o deslizamento,  $\rho_n$ , pode ser diferente da densidade real calculada localmente devido ao deslizamento entre as fases. A densidade  $\rho_n$  é usada na equação de perda por atrito, pois a energia entrando e saindo de um elemento diferencial da tubulação, devido ao fluido em movimento, é função das propriedades do fluido entrando e saindo do elemento diferencial, e não do fluido localmente, em determinado ponto.

#### 2.4.4.2. Gradiente de Pressão por Elevação

O cálculo do gradiente de pressão causado pela mudança de elevação é definido conforme a Equação 2-70. A densidade da mistura considerando o deslizamento,  $\rho_{tp}$ , é definida pela Equação 2-7.

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{el} = \rho_{tp} g \sin(\theta) \quad 2-70$$

#### 2.4.4.3. Gradiente de Pressão por Aceleração

Para analisar o termo de energia cinética ou termo de aceleração, o qual é negligenciável para a maioria dos casos práticos, diversas simplificações são feitas. O cálculo do gradiente de pressão causado pela aceleração é definido conforme a Equação 2-71. A velocidade da mistura,  $v_m$ , é definida pela Equação 2-13. Substituindo a Equação 2-13 no termo diferencial da Equação 2-71, resulta na Equação 2-72.

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{ac} = \rho_{tp} v_m \frac{dv_m}{dx} \quad 2-71$$

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{ac} = \rho_{tp} v_m \left[ \frac{d}{dx} \left( \frac{G_L}{\rho_L} \right) + \frac{d}{dx} \left( \frac{G_G}{\rho_G} \right) \right] \quad 2-72$$

O termo referente à diferencial da velocidade superficial do líquido com relação ao espaço,  $[d(G_L/\rho_L)/dx]$ , não é zero, mas é considerado pequeno quando comparado a  $[d(G_G/\rho_G)/dx]$ , devido às diferenças nas compressibilidades do líquido e do gás. Portanto, a Equação 2-72 resulta na Equação 2-73. Também é considerado que a variação no fluxo mássico de gás,  $G_G$ , é muito menor que a variação na densidade do gás,  $\rho_G$ . Incorporando essa suposição na Equação 2-73, é obtido como resultado a Equação 2-74.

$$\rho_{tp} v_m \frac{d}{dx} \left( \frac{G_G}{\rho_G} \right) = \rho_{tp} v_m \left[ \frac{\frac{dG_G}{dx}}{\rho_G} - \frac{G_G}{\rho_G^2} \frac{d\rho_G}{dx} \right] \quad 2-73$$

$$\left( \frac{dP}{dx} \right)_{ac} = -\rho_{tp} v_m \frac{G_G}{\rho_G^2} \frac{d\rho_G}{dx} \quad 2-74$$

Aplicando a lei dos gases apresentada pela Equação 2-75 na Equação 2-74, resulta na Equação 2-76. Analisando as magnitudes dos termos entre parêntesis na Equação 2-76, pode-se assumir que o termo  $(1/P)(dP/dx)$  apresenta magnitude maior que todos os outros termos juntos. Portanto, a Equação 2-76 resulta na Equação 2-77.

$$\rho_G = \frac{PM_G}{Z_G RT} \quad 2-75$$

$$\left( \frac{dP}{dx} \right)_{ac} = -\rho_{tp} v_m \frac{G_G}{\rho_G} \left( \frac{1}{P} \frac{dP}{dx} + \frac{1}{M_G} \frac{dM_G}{dx} - \frac{1}{Z_G} \frac{dZ_G}{dx} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \right) \quad 2-76$$

$$\left( \frac{dP}{dx} \right)_{ac} = -\frac{\rho_{tp} v_m G_G}{P \rho_G} \frac{dP}{dx} = -\frac{\rho_{tp} v_m v_{SG}}{P} \frac{dP}{dx} \quad 2-77$$

#### 2.4.4.4. Gradiente de Pressão Total

O gradiente de pressão total é dado pela Equação 2-78. Substituindo a Equação 2-69, Equação 2-70 e Equação 2-77 na Equação 2-78, a equação resultante é a Equação 2-79. Rearranjando a Equação 2-79, a equação final para o gradiente de pressão total, dado pelo modelo de BEGGS e BRILL (1973), é a Equação 2-80.

$$-\frac{dP}{dx} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_{at} + \left(\frac{dP}{dx}\right)_{el} + \left(\frac{dP}{dx}\right)_{ac} \quad 2-78$$

$$-\frac{dP}{dx} = f_{tp} \frac{\rho_n v_m^2}{2d} + \rho_{tp} g \text{sen}(\theta) - \frac{\rho_{tp} v_m v_{SG}}{P} \frac{dP}{dx} \quad 2-79$$

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{f_{tp} \frac{\rho_n v_m^2}{2d} + \rho_{tp} g \text{sen}(\theta)}{1 - \frac{\rho_{tp} v_m v_{SG}}{P}} \quad 2-80$$

#### 2.4.5. Modificações do Modelo de BEGGS e BRILL (1973)

Modificações do modelo de BEGGS e BRILL (1973) são usadas frequentemente. PAYNE *et al.* (1979) recomendaram fatores de correção para melhorar os valores do *holdup*. Para escoamento ascendente, é usada a correção apresentada pela Equação 2-81. Para escoamento descendente, é usada a correção apresentada pela Equação 2-82.

$$H_{L(\theta)_{mod}} = 0,924 H_{L(\theta)} \quad 2-81$$

$$H_{L(\theta)_{mod}} = 0,685 H_{L(\theta)} \quad 2-82$$

### 2.5. Abordagem Algébrico-Diferencial

Assim como apresentado em TEIXEIRA (2013), neste trabalho é feita uma abordagem algébrico-diferencial, devido à existência de equações diferenciais

originadas das equações de conservação e ao surgimento de restrições algébricas ao longo da modelagem do sistema, como por exemplo, restrições termodinâmicas. A solução do sistema de equações algébrico-diferenciais (EADs) também pode ser feita através de um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs), bastando transformar as restrições algébricas em equações diferenciais através da diferenciação das variáveis algébricas. No entanto, isto é evitado devido ao esforço computacional necessário e as diversas manipulações algébricas requeridas no processo de diferenciação das equações algébricas.

As EADs consistem em equações algébricas e equações diferenciais (TAKAMATSU e IWATA, 2008). Muitos problemas reais são inicialmente modelados como EADs e, em seguida, alguns problemas, após manipulações adicionais nas equações envolvidas, podem ser transformados em EDOs. Porém, existe uma vasta classe de problemas para os quais tais reduções não são possíveis. Estes problemas devem ser tratados como EADs (MARSZALEK, 1997).

Uma característica importante para o entendimento tanto das propriedades de solução dos sistemas de EADs quanto do comportamento dos métodos numéricos para solução desses sistemas é o índice do sistema. O índice é uma caracterização estrutural do sistema EAD e pode ser simplesmente definido como o número de vezes que as equações algébricas do sistema devem ser diferenciadas para obter a forma de um sistema de EDOs (BLAJER, 1992). Sistemas de EADs podem ser classificados como índice 0, 1 ou superior, onde aqueles que apresentam até índice 1, comportam-se de forma semelhante a sistemas de EDOs e podem ser resolvidos por métodos aplicados a esta classe. Entretanto, sistemas que apresentam índice superior comportam-se de forma diferente das EDOs e apresentam complicações nos códigos numéricos (LOURENÇO, 2002). Portanto, o índice de um sistema de EADs é a medida do grau de dificuldade numérica. Em geral, quanto maior o índice, maior a dificuldade de resolver o sistema de EADs (TAKAMATSU e IWATA, 2008).

A primeira técnica geral para solução numérica de sistemas de EADs foi proposta por GEAR (1971) e utilizava o método *BDF* (*Backward Difference Formulas*). Este método é explicado posteriormente na Seção 2.6 e foi inicialmente definido para sistemas semi-implícitos de equações algébrico-diferenciais, conforme mostrado na Equação 2-83. A variável independente é representada por  $x$ ; o vetor  $\mathbf{y}(x)$  representa as

variáveis diferenciais; o vetor  $\mathbf{z}(x)$  representa as variáveis algébricas. O vetor  $\mathbf{z}(x)$  apresenta as mesmas dimensões do vetor de equações algébricas  $\mathbf{g}$ , sendo estas equações as restrições do problema. Um sistema de EADs implícito pode ser representado pela Equação 2-84 (WANG et al., 2011).

$$\begin{aligned} \mathbf{y}'(x) &= \mathbf{f}[\mathbf{y}(x), \mathbf{z}(x), x] \\ 0 &= \mathbf{g}[\mathbf{y}(x), \mathbf{z}(x), x] \end{aligned} \quad 2-83$$

$$\mathbf{F}[\mathbf{y}'(x), \mathbf{y}(x), x] = 0 \quad 2-84$$

A diferença entre EADs e EDOs está relacionada com a matriz de derivadas parciais de  $\mathbf{F}$  com relação a  $\mathbf{y}'(x)$  ou com a matriz de derivadas parciais de  $\mathbf{g}$  em relação a  $\mathbf{z}(x)$ . Quando estas matrizes forem singulares, o sistema será de EAD, caso contrário o sistema será de EDO (LOURENÇO, 2002).

Os resultados calculados com a correlação de BEGGS e BRILL (1973) na Seção 2.4 apresentam fortes descontinuidades quando as condições do escoamento se alteram o suficiente entre dois pontos para que mude o regime previsto, levando à utilização de novos valores para os coeficientes empíricos no cálculo do *holdup* (ver Tabela 2-5 e Tabela 2-6). TEIXEIRA (2013) adotou em seu trabalho a função de regularização mostrada na Equação 2-85, para que os cálculos não sejam prejudicados por descontinuidades introduzidas nas derivadas de  $\mathbf{F}$  na Equação 2-84. A função  $\eta(arg, \delta)$  é uma função de regularização contínua, calculada no valor de  $arg$  e para dado parâmetro  $\delta$ . O uso de funções de regularização suaviza saltos descontínuos na inicialização consistente de sistemas de EADs.

$$\eta(arg, \delta) = \frac{1 + \tanh(arg/\delta)}{2} \quad 2-85$$

As funções de regularização propostas por TEIXEIRA (2013) para serem implementadas no modelo de BEGGS e BRILL (1973) são apresentadas no Anexo II.

## 2.6. O Método *BDF*

Conforme citado na Seção 2.5, um sistema de EADs de índice 1, que é o caso do sistema estudado por este trabalho (ver Seção 3.1), pode ser resolvido por métodos

aplicados a resolução de EDOs. Como é explicado posteriormente na Seção 3.6, o código computacional implementado neste estudo para a resolução do sistema de equações é uma variante do método *BDF*, o qual é usado para integrar EDOs e no caso estudado também pode ser aplicado para o sistema de EADs.

Métodos multipassos usam informações de passos de integração anteriores, e não de apenas um passo anterior, para construir aproximações de ordem mais elevada em uma maneira simples. Métodos multipassos lineares geralmente vêm em famílias. A família de métodos mais popular para a resolução de problemas rígidos é a família *BDF*. O problema de valor inicial é dito rígido se o critério da estabilidade absoluta dita um passo de integração muito menor do que o necessário para satisfazer os requisitos de aproximação isoladamente (ASCHER e PETZOLD, 1998). Um sistema de EADs é considerado rígido se um método numérico é obrigado a usar passo de integração muito pequeno em relação à suavidade da solução exata do problema no intervalo em questão. Ou seja, equações rígidas são equações onde certos métodos implícitos, em particular o *BDF*, apresentam melhor desempenho, geralmente muito melhor em comparação aos explícitos (PESSANHA *et al.*, 2005).

O método *BDF* apresenta uma forma particularmente simples quando o passo de integração é uma constante  $h$  e diferenças atrasadas são usadas. Em um passo de  $(x_n, y_n)$  a  $(x_{n+1}, y_{n+1})$ , onde  $x_{n+1} = x_n + h$ , o método *BDF* de ordem  $k$  é dado pela Equação 2-86. Esta equação implícita para  $y_{n+1}$  é tipicamente resolvida pelo método de Newton. A iteração é iniciada com um valor previsto por uma fórmula simples apresentada na Equação 2-87 (SHAMPINE e REICHELTL, 1997).

$$\sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \nabla^m y_{n+1} - hF(x_{n+1}, y_{n+1}) = 0 \quad 2-86$$

$$y_{n+1}^{(0)} = \sum_{m=0}^k \nabla^m y_n \quad 2-87$$

Além de variar o passo de integração, o método *BDF* também altera sua ordem. Para métodos de ordens mais elevadas, o método *BDF* apresenta fraca estabilidade. Para melhorar a estabilidade do método *BDF* surge o método *NDF* (*Numerical Differentiation Formulas*), representado pela Equação 2-88, onde surge um termo extra

na Equação 2-86. Nesta equação  $\kappa$  é um parâmetro escalar e os coeficientes  $\gamma_k$  são dados pela Equação 2-89. Quando  $\kappa=0$ , o método *NDF* se reduz ao *BDF* (SHAMPINE e REICHEL, 1997).

$$\sum_{m=1}^k \frac{1}{m} \nabla^m y_{n+1} - hF(x_{n+1}, y_{n+1}) - \kappa \gamma_k (y_{n+1} - y_{n+1}^{(0)}) = 0 \quad 2-88$$

$$\gamma_k = \sum_{j=1}^k \frac{1}{j} \quad 2-89$$

Metodologias de passo variável, como *BDF*, são consideradas como as técnicas mais adequadas para a solução numérica de problemas de valor inicial de sistemas rígidos de EADs (PESSANHA *et al.*, 2005).

## 2.7. Garantia de Escoamento

O termo garantia de escoamento (*flow assurance*) foi primeiramente usado pela Petrobrás no início dos anos 90 (BAI e BAI, 2005), e se refere a um conjunto de estratégias e princípios que garantem a produção de hidrocarbonetos sem interrupção, partindo do reservatório até a entrada do primeiro separador da unidade de produção. A complexidade do escoamento multifásico de óleo, gás e água em um mesmo oleoduto, combinada com ambientes hostis encontrados nos sistemas de produção de óleo e gás em águas profundas, fez com que essa disciplina se tornasse mais emergente.

O escoamento multifásico em linhas de produção representa a base da garantia de escoamento. O estabelecimento da mesma como uma nova especialidade técnica na indústria de Óleo e Gás foi apoiada pelo desenvolvimento, no início da década de 80, do *software* de escoamento gás-líquido OLGA (BENDIKSEN *et al.*, 1991).

### 2.7.1. Problemática

O estudo de garantia de escoamento é reconhecido como uma parte crítica no projeto e operação de sistemas submarinos de óleo e gás. Os desafios dessa disciplina, em geral, são (ANDREUSSI, 2013):

- Falta de pressão do reservatório requerida para garantir a produção esperada;
- Aparecimento de condições transientes, caracterizadas pela formação de longas golfadas líquidas;
- Formação de hidratos de gás ou formação de depósitos sólidos (parafinas, asfaltenos, incrustações, areia);
- Formação de emulsões líquido-líquido ou sólido-líquido de elevada viscosidade;
- Fenômeno de erosão e corrosão.

Todos os problemas citados acima apresentam impactos negativos na produção e em alguns casos podem ocasionar o bloqueio parcial ou total da linha de produção, levando a uma interrupção da produção, com uma enorme perda financeira (ANDREUSSI, 2013).

Os estudos relacionados à garantia de escoamento são pertinentes tanto há problemas de projeto, como dimensionamento de linhas e de isolamento das mesmas, quanto a problemas operacionais, como formação de parafinas e erosão/corrosão. O impacto gerado por esses problemas deve ser sempre em termos da economia global do projeto, onde compensações entre custos iniciais de projeto e custos operacionais são considerados (HUDSON *et al.*, 2000). O custo de projeto ou de capital é denominado CAPEX e o custo operacional denominado OPEX (GUO *et al.*, 2013).

As principais questões associadas ao estudo de garantia de escoamento incluem (BAI e BAI, 2005):

- Caracterização do fluido e avaliações de propriedade do escoamento: para analisar o fluido, são necessárias as propriedades PVT do mesmo, como composição, razão gás óleo (RGO), ponto de bolha, *etc.*; propriedades parafínicas, como ponto de turbidez, ponto de fluidez, ou temperatura de aparecimento de parafina (*Wax Appearance Temperature - WAT*); estabilidade de asfaltenos; estabilidade de hidratos;

- Análises estacionárias de desempenho hidráulico e térmico: Determinar a relação entre a vazão e a queda de pressão ao longo da *flowline*; decidir o tamanho da *flowline* baseado na máxima vazão permitida; checar as distribuições de temperatura e pressão ao longo da *flowline* em condições estacionárias para garantir que a *flowline* nunca entre na zona de formação de hidrato durante uma operação estacionária; escolher uma combinação de isolamento que previna que a temperatura na base do *riser* caia abaixo do valor mínimo para resfriamento (*cooldown*); determinar a máxima vazão do sistema que garanta que as temperaturas de chegada não excedam os limites superiores definidos pelos processos de separação e desidratação ou pelo projeto do equipamento;
- Análises transientes de desempenho hidráulico e térmico: incluem cenários de início (*start-up*) ou reinício (*restart*) de produção, parada de produção (*shut-down*), aumento de produção (*ramp up*), redução de produção (*ramp down*), “pigagem” (*pigging operation*), *etc.*;
- Projeto do sistema e filosofia de operação para problemas de garantia de escoamento: todo o sistema, do reservatório aos separadores, tem que ser considerado para determinar parâmetros operacionais, diâmetros, vazões, isolamento para o poço e *flowline*, requisições de injeção de químicos, *etc.* para garantir que todo o sistema pode ser construído e operado com sucesso e economicamente.

## 2.7.2. Gerenciamento de Hidratos e Parafinas

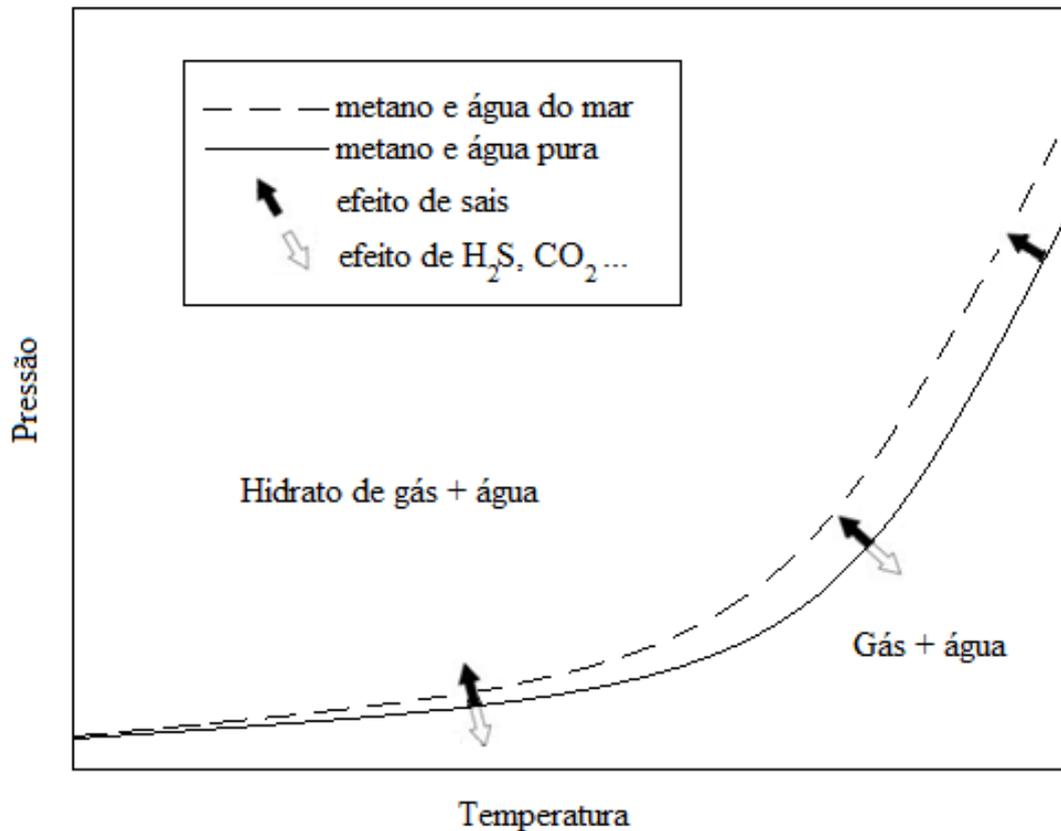
Os processos de formação de sólidos (e.g., hidratos, parafinas, asfaltenos, e incrustação) são todos conduzidos por uma combinação de pressão e temperatura, havendo a necessidade de uma modelagem térmico–hidráulica do desempenho do sistema, em operações estacionárias e durante operações transientes, como início e parada de produção (KACZMARSKI e LORIMER, 2001).

Estratégias de controle de sólidos como hidratos, asfaltenos e parafinas incluem (BAI e BAI, 2005):

- Controle termodinâmico: manter a pressão e a temperatura de todo o sistema fora da região onde os sólidos podem se formar;
- Controle cinético: controlar as condições de formação dos sólidos para que os depósitos não se formem;
- Controle mecânico: permitir que os sólidos se depositem, mas periodicamente remove-los pela operação de “pigagem”.

A garantia de escoamento aplicada a explorações em águas profundas foi identificada como um dos principais problemas tecnológicos enfrentados atualmente pela indústria de Óleo e Gás. Condições extremas como elevadas pressões e baixas temperaturas promovem a formação de hidratos de gás que podem reduzir potencialmente ou completamente bloquear o caminho do escoamento, causando severas perdas financeiras (ORTIZ *et al.*, 2008).

Hidratos de gás natural são sólidos cristalinos compostos de água e gás. As moléculas de gás (hóspede) são aprisionadas em cavidades de água (hospedeira), as quais são compostas de moléculas de água ligadas por hidrogênio. Moléculas típicas de gás natural incluem metano, etano, propano e dióxido de carbono (SLOAN e KOH, 2008). Os hidratos de gás também são denominados de “claratos”, que em latim significa gaiola. O tipo de ligação intermolecular é parecido com a estrutura do gelo comum, mas o arranjo geométrico produz cavidades que cercam os gases originalmente em solução na água, não havendo ligações químicas entre hospedeiro e hóspede. O diagrama de fase mostrando as condições de pressão e temperatura para estabilidade termodinâmica de hidratos de gás é mostrado na Figura 2-9. É possível notar que CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>S e C<sub>2+</sub> servem para aumentar a temperatura de dissociação do hidrato de gás, enquanto que a presença de sais dissolvidos na água reduz a estabilidade deste (CLENNEL, 2001).



**Figura 2-9. Curva de hidrato típica (adaptado de CLENNEL, 2001).**

Na produção de óleos altamente parafínicos em águas profundas, onde a temperatura ambiente se encontra abaixo da *WAT*, pode se tornar necessário a utilização de isolamento térmico. A deposição de parafinas na parede da tubulação pode causar uma diminuição na vazão de produção, restringindo o fluxo. Há casos em que apenas o isolamento não é suficiente, devido às baixas temperaturas do reservatório, sendo necessária a inserção de aquecimento elétrico (e.g., *Electrical Trace Heated Pipe-ETHP*).

Hidrocarbonetos com a estrutura química  $C_nH_{2n+2}$  são conhecidos como parafinas. Na maioria dos óleos crus, as parafinas se alinham como longas moléculas de cadeia linear, também podendo formar estruturas cíclicas ou com ramificações. Um conjunto de parafinas normais, com 16 carbonos ou mais que formam substâncias sólidas cristalinas a 20 °C são conhecidas como “cera de parafina” ou somente parafina (*wax*). A quantidade de parafina presente em uma amostra de óleo varia, dependendo da fonte geográfica do óleo cru. Conforme a temperatura diminui, as parafinas dispersas começam a se alinhar. Ao continuar o resfriamento do óleo, as parafinas formam uma estrutura cristalina sólida. O crescimento do cristal produz uma cera de elevado peso

molecular, a qual atinge um ponto em que precipita fora do óleo. A deposição de parafina dá ao óleo uma aparência turva. Essa temperatura é chamada de ponto de turbidez, ou temperatura de aparecimento de parafina (OUTLAW e YE, 2001).

### 2.7.3. Critérios de Erosão/Corrosão

Erosão é definida como uma remoção física do material da superfície, se diferenciando de corrosão, a qual envolve remoção de material por uma reação química ou eletroquímica. A remoção de material por erosão é causada por um ou mais dos seguintes efeitos (SALAMA e VENKATESH, 1983):

- Cavitação (colapso da bolha);
- Colisão de partículas líquidas;
- Colisão de partículas sólidas.

Dano por erosão ocorre como resultado de um dos três mecanismos que seguem:

- Fadigas devido a repetidas cargas induzidas pelo colapso de bolhas ou colisão de partículas;
- Abrasão devido a colisões repetidas de partículas duras no material dúctil;
- Corrosão assistida de erosão devido à ruptura da camada de proteção da superfície ou por fadiga ou por abrasão.

Dano por erosão da tubulação é causado pelo repetido bombardeamento de partículas líquidas e sólidas. Esse dano é aumentado pelo aumento da capacidade de produção de um dado sistema de escoamento (*i.e.*, aumentando a velocidade do escoamento). De modo a evitar potenciais problemas de erosão, a maior parte das companhias de óleo tem limitado a produção através da redução da velocidade do escoamento a um nível abaixo do qual se acredita que não ocorra erosão (SALAMA e VENKATESH, 1983). Para que sejam evitados danos de erosão e problemas associados em sistemas bifásicos, é recomendável que a máxima velocidade de produção seja limitada por um valor definido pela Equação 2-90 (API-RP-14E, 1991).

$$v_e = \frac{C_f}{\sqrt{\rho_{tp}}} \quad 2-90$$

Uma constante geralmente conhecida como fator C,  $C_f$ , se encontra na faixa de 122 a 153, para  $v_e$  em m/s e  $\rho_{tp}$  em kg/m<sup>3</sup> (100 a 125, para  $v_e$  em ft/s e  $\rho_{tp}$  em lbm/ft<sup>3</sup>).

Para uma situação em que o escoamento seja bifásico e livre de areia, o fator C é limitado a 122 para escoamento contínuo e 153 para escoamento intermitente. Para uma situação livre de corrosão, ou em que a corrosão seja controlada por inibidores de corrosão, valores de 183 a 244 (150 a 200, para  $v_e$  em ft/s e  $\rho_S$  em lbm/ft<sup>3</sup>) devem ser usados para a constante empírica  $C_f$  (SVEDEMAN, 1993).

## 2.8. Considerações Finais

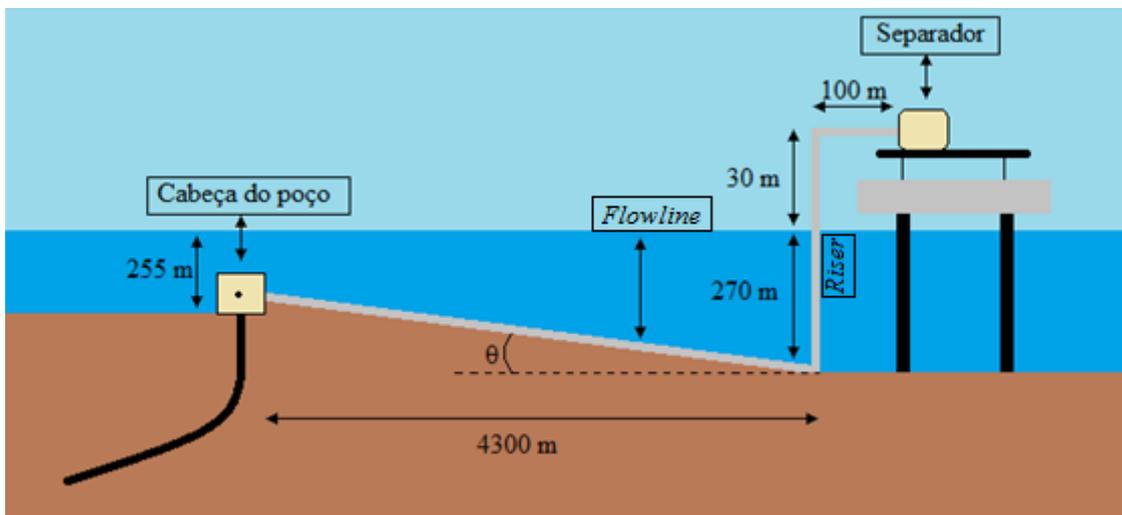
Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos para dar início à resolução de problemas envolvendo o escoamento multifásico em linhas de produção *offshore*. Cada tipo reservatório deve ser tratado com seu respectivo modelo (*black oil* ou composicional), e para cada regime de escoamento existente devem ser aplicadas as respectivas correlações empíricas para cálculo do *holdup* de líquido e do fator de atrito. As equações de conservação podem ser aplicadas em todo o domínio para prever o comportamento do escoamento. Restrições finais de garantia de escoamento devem ser implementadas para garantir que não haja problemas durante o transporte multifásico de fluidos do reservatório até a superfície.

No próximo capítulo é apresentada a metodologia para resolver o problema em questão, definindo um estudo de caso e métodos numéricos de resolução do escoamento juntamente com as restrições de garantia de escoamento.

## 3. Metodologia

### 3.1. Modelagem Matemática

O presente trabalho consiste em uma análise estacionária de desempenho hidráulico e térmico de uma linha de produção de petróleo, conforme mencionado na Seção 2.7.1. O sistema em estudo é constituído de um campo hipotético, apresentado na Figura 3-1, onde são feitas análises partindo da cabeça do poço até o separador na plataforma.



**Figura 3-1. Campo hipotético de produção de petróleo utilizado como base para análises estacionárias.**

O modelo para as análises em questão é constituído por um sistema de EADs, conforme definido previamente na Seção 2.5, o qual deverá ser capaz de prever, principalmente, os perfis de temperatura e pressão ao longo da tubulação. De acordo com TEIXEIRA (2013), é necessário reconhecer que as entalpias das fases são funções da pressão e temperatura. Portanto, em qualquer ponto da tubulação, um conjunto mínimo de equações precisa ser respeitado. Este conjunto de equações é representado pelas equações diferenciais ordinárias definidas pela Equação 2-34 e Equação 2-80, além de um modelo termodinâmico,  $m_1$ , para o cálculo da entalpia da mistura bifásica. Este modelo é definido posteriormente na Seção 3.4.2.

A formulação mínima necessária resulta em um sistema de EADs, em que a posição  $x$  é a variável independente, a pressão  $P$  e a entalpia específica  $\hat{H}$  são as variáveis diferenciais e a temperatura  $T$  é a variável algébrica. A temperatura é

calculada pela restrição termodinâmica oriunda do cálculo da entalpia. O conjunto mínimo de equações pode ser representado pela Equação 3-1.

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dx} &= f_1[P(x), T(x), x] \\ \frac{d\hat{H}}{dx} &= f_2[P(x), T(x), x] \\ \hat{H}(x) - m_1[P(x), T(x), x] &= 0 = g_1[P(x), \hat{H}(x), T(x), x]\end{aligned}\tag{3-1}$$

Através da Equação 2-80 é possível notar que o gradiente de pressão é dependente de propriedades físicas como densidade, viscosidade e tensão, as quais por sua vez exigem o conhecimento da fração vaporizada (TEIXEIRA, 2013). Através dos cálculos de *Flash* apresentados na Seção 3.4.1 a seguir é possível determinar a fração vaporizada. Já as propriedades físicas são determinadas na Seção 3.5 a seguir.

## 3.2. Parâmetros de Escoamento e Condições de Alimentação

Como mencionado na Seção 3.1, é modelado um campo hipotético, apenas para fins de estudo do comportamento hidráulico e térmico da linha de produção em questão. Os dados utilizados foram retirados da apostila de exercícios do simulador multifásico OLGA, versão 6.2. A cabeça do poço se encontra no fundo do mar em uma profundidade de água de 255 m e é localizada a 4300 m da base do *riser*. A plataforma apresenta profundidade de 270 m, ficando 30 m acima do nível do mar. Sendo assim, por apresentar um escoamento descendente, o ângulo de inclinação da *flowline* é  $\theta = -0,2^\circ$ . A *flowline* apresenta uma espessura de parede de 0,009 m, um diâmetro interno e uma espessura de isolamento ainda a serem determinados. O *riser* é vertical e apresenta uma altura de 300 m e diâmetro interno de 0,1 m, com uma parede de aço de espessura de 0,0075 m e não apresenta isolamento. A linha apresenta ainda uma seção horizontal de 100 m na superfície, com as mesmas propriedades do *riser*. Uma rugosidade comum de  $2,8 \times 10^{-5}$  m é assumida para todo o sistema *flowline-riser*. A pressão de operação do separador é mantida constante a  $50 \times 10^5$  Pa para permitir que o gás oriundo do campo seja alimentado ao sistema de compressão para exportação. A temperatura da cabeça do poço é considerada constante e igual a 335,15 K. Pode ser

considerado que a temperatura mínima requerida de chegada à plataforma é de 300,15 K (para evitar a formação de parafinas). A pressão máxima permitida na entrada da *flowline* é de  $80 \times 10^5$  Pa para uma vazão máxima de 15 kg/s. A temperatura ambiente mínima pode ser considerada 279,15 K. O coeficiente de transferência de calor do ambiente (do exterior da tubulação para a vizinhança) foi considerado igual a 6,5 W/m<sup>2</sup>/K para todo o sistema *flowline-riser*, mas poderiam ser usadas correlações empíricas disponíveis na literatura. A condutividade térmica do material da tubulação (aço) é de 50 W/m/K e do isolamento é de 0,135 W/m/K. O fluido apresenta composição típica de um óleo volátil (ver Tabela 2-1). A composição molar do fluido é apresentada na Tabela 3-1.

**Tabela 3-1. Composição molar do fluido e propriedades do pseudocomponente.**

| Componente                       | Mol (%)               |
|----------------------------------|-----------------------|
| CO <sub>2</sub>                  | 0,54                  |
| N <sub>2</sub>                   | 0,69                  |
| C <sub>1</sub>                   | 54,85                 |
| C <sub>2</sub>                   | 4,85                  |
| C <sub>3</sub>                   | 2,23                  |
| <i>i</i> -C <sub>4</sub>         | 2,15                  |
| <i>n</i> -C <sub>4</sub>         | 2,44                  |
| <i>i</i> -C <sub>5</sub>         | 2,56                  |
| <i>n</i> -C <sub>5</sub>         | 5,31                  |
| C <sub>6</sub>                   | 5,57                  |
| C <sub>7+</sub>                  | 18,81                 |
| Propriedades do Pseudocomponente |                       |
| $M_{C_{7+}}$ (massa molar)       | 350 kg/kmol           |
| $\rho_{C_{7+}}$ (densidade)      | 870 kg/m <sup>3</sup> |

### 3.3. Questão Associada ao Estudo de Garantia de Escoamento

A primeira questão a ser analisada é o estabelecimento do diâmetro da *flowline*. A outra questão é a determinação do nível de isolamento requerido para atingir a produção desejada. Isso pode ser feito através de uma série de simulações estacionárias.

Simulações estacionárias devem ser realizadas para duas vazões, 5 e 15 kg/s. A menor vazão dita o nível de isolamento requerido e a maior determinar o diâmetro interno da *flowline*. Em outras palavras: como isolamento e aço custam dinheiro, deve-se determinar o isolamento mínimo requerido em uma vazão mínima e o mínimo diâmetro interno permitido para uma vazão máxima. No primeiro caso, a temperatura de chegada (na saída da seção horizontal na superfície) deve estar acima e o mais próximo possível de 300,15 K; no último caso, a pressão na entrada da *flowline* deve estar abaixo e o mais próxima possível de  $80 \times 10^5$  Pa.

Depois de realizadas as análises mencionadas acima, é implementado outro critério associado à garantia de escoamento. A velocidade com que a mistura bifásica escoava nas linhas foi avaliada com relação a critérios de erosão apresentados previamente na Seção 2.7.3.

### 3.4. Cálculos de Propriedades Termodinâmicas

Para os cálculos realizados nas seções seguintes são necessárias algumas propriedades de componentes puros, tais como, propriedades críticas, fator acêntrico e massa molar. Estas propriedades estão apresentadas na Tabela I-1 do Anexo I. As equações referentes aos cálculos de ELV foram obtidas de RIAZI (2005).

#### 3.4.1. Equilíbrio Líquido Vapor – Cálculos de *Flash*

Os cálculos referentes ao ELV necessitam de um procedimento iterativo para calcular a fração molar vaporizada,  $\beta$ , e a razão de equilíbrio,  $K$ .

Dada uma alimentação com composição  $z$ , temperatura  $T_f$  e pressão  $P_f$ , através do cálculo de *Flash* é possível estabelecer a composição da fase vapor e da fase líquida que serão formadas. O vapor e o líquido que deixam uma unidade de *Flash* estão em equilíbrio e suas composições estão relacionadas pela razão de equilíbrio,  $K$  (RIAZI, 2005). Para fins de cálculo, cada componente é representado por um índice  $i$ , variando de 1 a  $n$ , sendo este o número total de componentes

O cálculo da razão de equilíbrio requer um método iterativo. Um valor inicial pode ser estimado pela correlação de Wilson, apresentada na Equação 3-2.

$$K_{inicial_i} = \frac{\exp \left[ 5,37(1 + \omega_i) \left( 1 - \frac{T_{c_i}}{T} \right) \right]}{\frac{P}{P_{c_i}}} \quad 3-2$$

Fazendo  $K_{velho_i} = K_{inicial_i}$ , uma estimativa inicial do valor da fração molar vaporizada,  $\beta_{inicial}$ , é calculada para dar início ao processo iterativo, sendo o cálculo apresentado na Equação 3-3, Equação 3-4 e Equação 3-5.

$$C_1 = \sum_{i=1}^N [z_i(K_{velho_i} - 1)] \quad 3-3$$

$$C_2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{z_i(K_{velho_i} - 1)}{K_{velho_i}} \right] \quad 3-4$$

$$\beta_{inicial} = \frac{C_1}{C_1 - C_2} \quad 3-5$$

Fazendo  $\beta_{velho} = \beta_{inicial}$ , a Equação de Rachford-Rice é usada como função objetivo no cálculo da fração molar vaporizada,  $\beta$ , sendo apresentada na Equação 3-6.

$$F(\beta_{velho}) = \sum_{i=1}^N \frac{z_i(K_{velho_i} - 1)}{1 + \beta_{velho}(K_{velho_i} - 1)} = 0 \quad 3-6$$

O método de Newton representado pela Equação 3-7 e Equação 3-8 é utilizado para calcular o novo valor da fração molar vaporizada. Caso o erro absoluto,  $E_{abs}(\beta)$ ,

apresentado na Equação 3-9 seja menor que uma dada tolerância,  $\varepsilon_{tol}(\beta)$ , a convergência foi atingida.

$$\frac{dF(\beta_{velho})}{d\beta_{velho}} = - \sum_{i=1}^N \frac{z_i (K_{velho_i} - 1)^2}{[1 + \beta_{velho} (K_{velho_i} - 1)]^2} \quad 3-7$$

$$\beta_{novo} = \beta_{velho} - \frac{F(\beta_{velho})}{\frac{dF(\beta_{velho})}{d\beta_{velho}}} \quad 3-8$$

$$E_{abs}(\beta) = |\beta_{novo} - \beta_{velho}| < \varepsilon_{tol}(\beta) \quad 3-9$$

Depois de atingida a convergência no cálculo da fração molar vaporizada, é dado seguimento no processo iterativo para o cálculo da razão molar. A fração molar do componente  $i$  na fase líquida,  $x_i$ , é obtida através de um balanço molar na unidade de *Flash*, apresentado na Equação 3-10. Para calcular a fração molar do componente  $i$  na fase vapor,  $y_i$ , é usada da Equação 3-11.

$$x_i = \frac{z_i}{1 + \beta_{novo} (K_{velho_i} - 1)} \quad 3-10$$

$$y_i = K_{velho_i} x_i \quad 3-11$$

O cálculo do coeficiente de fugacidade de um componente em cada fase é apresentado na Equação 3-12, Equação 3-13 e Equação 3-14. Este cálculo está baseado no cálculo da fugacidade de um componente em uma mistura, sendo  $F = L$  para a fase líquida e  $F = G$  para a fase vapor.

$$RT \ln \phi_i^F = \int_{V_t}^{\infty} \left[ \left( \frac{\partial P}{\partial n_i} \right)_{T, \bar{V}, n_{j \neq i}} - \frac{RT}{V_t} \right] dV_t - \ln Z_F \quad 3-12$$

$$n_t = \sum_{i=1}^N n_i \quad 3-13$$

$$V_t = n_t \bar{V} \quad 3-14$$

Para obter a equação para o cálculo do coeficiente de fugacidade, é preciso definir qual será a equação de estado a ser utilizada. Uma equação geral composta por diferentes parâmetros é definida na Equação 3-15 para representar equações de estado cúbicas.

$$P = \frac{RT}{V - b_F} - \frac{a_F}{V^2 + ub_FV + wb_F^2} \quad 3-15$$

Sendo assim, a partir da Equação 3-12 e da Equação 3-15, é possível obter a Equação 3-16 para o cálculo do coeficiente de fugacidade.

$$\ln \phi_i^F = \frac{b_{Fi}}{b_F} (Z_F - 1) - \ln(Z_F - B_F) + \frac{A_F}{B_F \sqrt{u^2 - 4w}} \left( \frac{b_{Fi}}{b_F} - \delta_{Fi} \right) \ln \left[ \frac{2Z_F + B_F(u + \sqrt{u^2 - 4w})}{2Z_F + B_F(u - \sqrt{u^2 - 4w})} \right] \quad 3-16$$

O fator de compressibilidade de cada fase pode ser calculado pela equação cúbica apresentada na Equação 3-17. A resolução desta equação resulta em três raízes para  $Z_F$ . A menor raiz corresponde ao fator de compressibilidade da fase líquida saturada, a maior raiz corresponde ao fator de compressibilidade da fase vapor saturado, e a raiz intermediária não apresenta significado físico.

$$Z_F^3 - (1 + B_F - uB_F)Z_F^2 + (A_F + wB_F^2 - uB_F - uB_F^2)Z_F - (A_FB_F + wB_F^2 + wB_F^3) = 0 \quad 3-17$$

Os parâmetros  $a_{Fi}$  e  $b_{Fi}$  caracterizam as propriedades moleculares dos componentes individuais. O parâmetro  $a_{Fi}$ , definido pela Equação 3-18 e Equação 3-19, é uma medida das forças atrativas intermoleculares. O parâmetro  $b_{Fi}$ , definido pela Equação 3-20, é o covolume e reflete o volume das moléculas.

$$a_{Fi} = a \frac{R^2 T c_i^2}{P c_i} \alpha_i \quad 3-18$$

$$\sqrt{\alpha_i} = 1 + (\alpha^{(1)} + \alpha^{(2)}\omega_i - \alpha^{(3)}\omega_i^2) \left( 1 - \sqrt{\frac{T}{Tc_i}} \right) \quad 3-19$$

$$b_{Fi} = b \frac{RTc_i}{Pc_i} \quad 3-20$$

O parâmetro  $\delta_{Fi}$  apresentado na Equação 3-16 é definido pela Equação 3-21. O parâmetro de interação binária,  $k_{ij}$ , é definido pela Equação 3-22, sendo  $q_i = x_i$  para a fase líquida e  $q_i = y_i$  para a fase vapor.

$$\delta_{Fi} = \frac{2\sqrt{a_{Fi}}}{a_F} \sum_{i=1}^n q_j \sqrt{a_{Fj}} (1 - k_{ij}) \quad 3-21$$

$$k_{ij} = 1 - \left\{ \frac{2 \left( V_{ci}^{1/6} V_{cj}^{1/6} \right)}{V_{ci}^{1/3} + V_{cj}^{1/3}} \right\}^3 \quad 3-22$$

Os parâmetros de mistura  $a_F$ ,  $b_F$ ,  $A_F$  e  $B_F$  são definidos pela Equação 3-23, Equação 3-24, Equação 3-25 e Equação 3-26, respectivamente.

$$a_F = \sum_i^N \sum_j^N q_i q_j \sqrt{a_{Fi} a_{Fj}} (1 - k_{ij}) \quad 3-23$$

$$b_F = \sum_{i=1}^n q_i b_{Fi} \quad 3-24$$

$$A_F = \frac{a_F P}{R^2 T^2} \quad 3-25$$

$$B_F = \frac{b_F P}{RT} \quad 3-26$$

Os valores das constantes  $u$ ,  $w$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha^{(1)}$ ,  $\alpha^{(2)}$  e  $\alpha^{(3)}$  usadas nas equações acima é definido de acordo com a equação de estado (EDE) a ser utilizada. O valor dessas constantes para as equações de estado, Soave-Redlich-Kwong (SRK) e Peng-Robinson (PR), são apresentadas na Tabela 3-2.

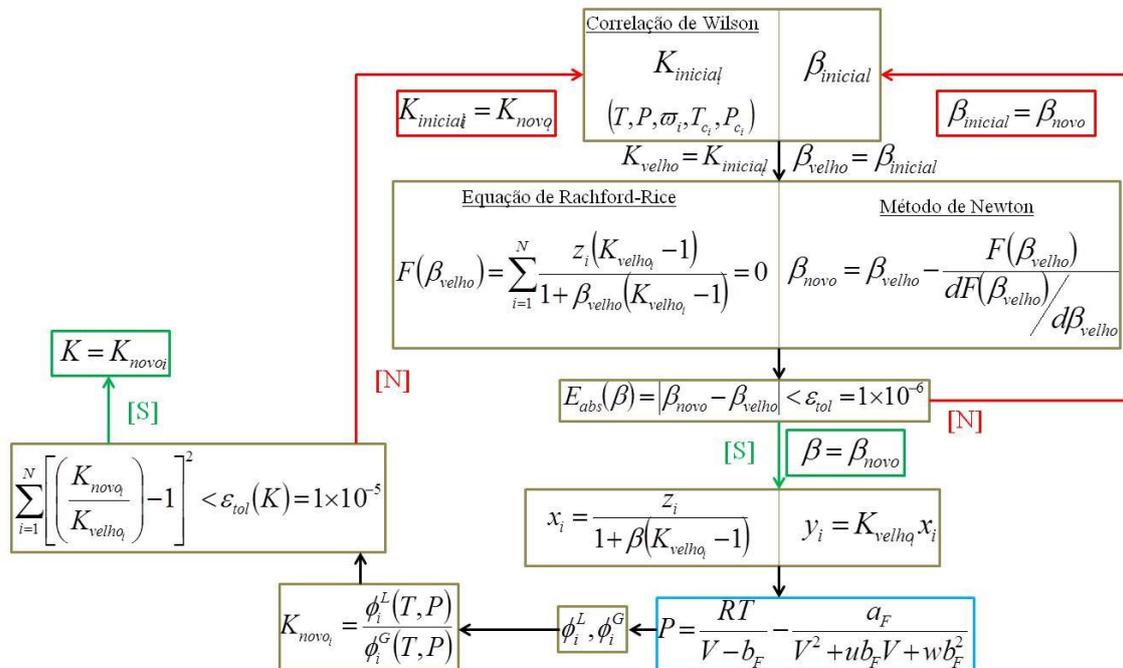
O novo valor da razão molar é calculado através da relação entre os coeficientes de fugacidade das fases líquida e vapor, como apresentado na Equação 3-27. Caso a tolerância,  $\varepsilon_{tol}(K)$ , apresentada na Equação 3-28 seja satisfeita, a convergência foi atingida e é obtido o valor final da razão de equilíbrio:  $K_i = K_{novo_i}$ . Caso contrário, esse passa a ser o  $K_{velho_i}$  e o procedimento é reiniciado a partir da Equação 3-3. Este procedimento iterativo pode ser visualizado no esquema apresentado na Figura 3-2.

**Tabela 3-2. Constantes usadas nas equações (RIAZI, 2005).**

| Equação | $u$ | $w$ | $a$     | $\alpha^{(1)}$ | $\alpha^{(2)}$ | $\alpha^{(3)}$ | $b$     |
|---------|-----|-----|---------|----------------|----------------|----------------|---------|
| SRK     | 1   | 0   | 0,42748 | 0,48           | 1,574          | 0,176          | 0,08664 |
| PR      | 2   | -1  | 0,45724 | 0,37464        | 1,54226        | 0,2699         | 0,0778  |

$$K_{novo_i} = \frac{\phi_i^L(T, P)}{\phi_i^G(T, P)} \quad 3-27$$

$$\sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{K_{novo_i}}{K_{velho_i}} \right) - 1 \right]^2 < \varepsilon_{tol}(K) \quad 3-28$$



**Figura 3-2. Procedimento iterativo para o cálculo de Flash.**

### 3.4.2. Entalpia

Através de uma propriedade residual molar,  $\bar{M}^R$ , de qualquer propriedade termodinâmica extensiva,  $\bar{M}$ , como  $\bar{V}$ ,  $\bar{U}$ ,  $\bar{H}$ ,  $\bar{S}$  ou  $\bar{G}$  (SMITH *et al.*, 2005), é possível construir métodos para determinação das propriedades termodinâmicas.

A propriedade residual,  $\bar{M}^R$ , é uma função auxiliar para calcular as propriedades de um gás real, sendo definida como a diferença entre a propriedade do gás real,  $\bar{M}$ , e a propriedade do gás ideal,  $\bar{M}^{GI}$ , ambas na mesma  $T$  e  $P$ , conforme a Equação 3-29. Propriedades de gases ideais podem ser determinadas precisamente através da teoria cinética. De fato todas as propriedades de gases ideais são conhecidas ou podem ser estimadas através da lei dos gases ideais (RIAZI, 2005).

A diferença entre a propriedade de um fluido real na pressão  $P$  e um gás ideal a uma dada pressão  $P_0$  é chamada de função de afastamento (*departure function*) do gás ideal,  $(\bar{M} - \bar{M}^0)$ , conforme a Equação 3-30 (RIAZI, 2005). A função de afastamento considera a variação de determinada propriedade termodinâmica entre um fluido real, a uma dada  $T$  e  $P$ , e um estado de gás ideal, na mesma  $T$ , mas a uma pressão de referência  $P_0$  (DIMIAN, 2003).

$$\bar{M}^R(T, P) = \bar{M}(T, P) - \bar{M}^{GI}(T, P) \quad 3-29$$

$$(\bar{M} - \bar{M}^0) = \bar{M}(T, P) - \bar{M}^{GI}(T, P_0) \quad 3-30$$

Vale notar que a diferença entre propriedade residual e a função de afastamento se origina apenas da quantidade  $[\bar{M}^{GI}(T, P) - \bar{M}^{GI}(T, P_0)]$ . Sendo assim, propriedades residuais e funções de afastamento são idênticas para  $\bar{U}$  e  $\bar{H}$ , porém levemente diferentes para  $\bar{S}$  e  $\bar{G}$ . Portanto, para a última função, a diferença é dada pela Equação 3-31 (DIMIAN, 2003).

$$\bar{G}^R - (\bar{G} - \bar{G}^0) = -R \ln \frac{P}{P_0} = \bar{G}^{GI}(T, P) - \bar{G}^{GI}(T, P_0) \quad 3-31$$

Assim, propriedades termodinâmicas, como a entalpia, são determinadas a partir das propriedades no estado de gás ideal e residuais, ou por funções de afastamento, por simples adição, conforme a Equação 3-32 (SMITH *et al.*, 2005).

$$\begin{aligned}\bar{H} &= \bar{H}^{GI} + \bar{H}^R \\ \text{ou} \\ \bar{H} &= \bar{H}^{GI} + (\bar{H} - \bar{H}_0)\end{aligned}\tag{3-32}$$

Para um fluido homogêneo de composição constante (ou substância pura),  $H$  pode ser considerado com uma função de  $T$  e  $P$  conforme a Equação 3-33. A diferencial total da entalpia pode ser definida pela Equação 3-34. A capacidade calorífica à pressão constante,  $\bar{C}_p$ , é definida pela Equação 3-35 (RIAZI, 2005).

$$\bar{H} = \bar{H}(T, P)\tag{3-33}$$

$$d\bar{H} = \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P}\right)_T dP\tag{3-34}$$

$$\bar{C}_p = \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial T}\right)_P\tag{3-35}$$

A diferencial parcial presente no segundo termo do lado direito da Equação 3-34 é calculada a partir de duas relações fundamentais da termodinâmica. Essas relações são usadas para cálculos de propriedades de um fluido homogêneo de composição constante, sendo apresentadas na Equação 3-36 e Equação 3-37. Diferenciando a Equação 3-36 com relação à  $P$  e mantendo  $T$  constante, resulta na Equação 3-38. O termo referente à diferencial de entropia é calculado a partir da Equação 3-37 e da definição das relações de Maxwell, sendo dado pela Equação 3-39. Sendo assim, a resultante da diferencial total da entalpia é dada pela Equação 3-40, apresentando agora quantidades mensuráveis como  $\bar{C}_p$  e propriedades  $PVT$ . Considerando um gás ideal, a equação resultante é dada pela Equação 3-41 (RIAZI, 2005).

$$d\bar{H} = Td\bar{S} + \bar{V}dP\tag{3-36}$$

$$d\bar{G} = \bar{V}dP - \bar{S}dT\tag{3-37}$$

$$\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P}\right)_T = T \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial P}\right)_T + \bar{V} \quad 3-38$$

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial P}\right)_T = - \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial T}\right)_P \quad 3-39$$

$$d\bar{H} = \bar{C}_p dT + \left[ \bar{V} - T \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial T}\right)_P \right] dP \quad 3-40$$

$$d\bar{H}^{GI} = \bar{C}_P^{GI} dT \quad 3-41$$

Um gás ideal é geralmente tomado como referência para as propriedades termodinâmicas de um fluido real. Isso ocorre devido à entalpia de um gás ideal não depender da pressão, sua variação entre dois estados depende apenas da temperatura. É conveniente definir um estado de referência arbitrário. Integrando a Equação 3-41 de um estado de gás ideal, nas condições de referência  $T_0$  e  $P_0$ , até o estado de gás ideal a  $P$  e  $T$ , é obtida a Equação 3-42. A entalpia de um gás ideal pode ser definida como zero para  $T = T_0$ . Uma temperatura de referência conveniente é o zero Kelvin absoluto. Aplicando estas aproximações, a Equação 3-42 toma a forma da Equação 3-43 (DIMIAN, 2003).

$$\bar{H}^{GI} = \bar{H}_0^{GI} + \int_{T_0}^T \bar{C}_P^{GI} dT \quad 3-42$$

$$\bar{H}^{GI} = \int_0^T \bar{C}_P^{GI} dT \quad 3-43$$

As funções de afastamento podem ser expressas em termos de propriedades  $PVT$  de um fluido. A função de afastamento para a energia de Helmholtz é definida pela Equação 3-44. Já para a entropia, é obtida a Equação 3-45. Finalmente para a entalpia, são usadas as funções calculadas para energia de Helmholtz e para a entropia, resultando na Equação 3-46. As propriedades podem ser calculadas para determinada fase  $F$ . O volume da fase,  $\bar{V}_F$ , dividido pelo volume dessa mesma fase para gás

ideal,  $\bar{V}_F^{GI}$ , é a definição de fator de compressibilidade para esta fase,  $Z_F$  (REID *et al.*, 1987).

$$(\bar{A} - \bar{A}^0)_F = - \int_{\infty}^{\bar{V}_F} \left( P - \frac{RT}{\bar{V}_F} \right) d\bar{V}_F - RT \ln \frac{\bar{V}_F}{\bar{V}_F^{GI}} \quad 3-44$$

$$(\bar{S} - \bar{S}^0)_F = - \frac{\partial}{\partial T} [(\bar{A} - \bar{A}^0)_F]_{\bar{V}_F} = \int_{\infty}^{\bar{V}_F} \left[ \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\bar{V}_F} - \frac{R}{\bar{V}_F} \right] d\bar{V}_F + R \ln \frac{\bar{V}_F}{\bar{V}_F^{GI}} \quad 3-45$$

$$(\bar{H} - \bar{H}^0)_F = (\bar{A} - \bar{A}^0)_F + T(\bar{S} - \bar{S}^0)_F + RT(Z_F - 1) \quad 3-46$$

Sendo assim, substituindo a Equação 3-43 e a Equação 3-46 na Equação 3-32, é obtida a relação final para o cálculo da entalpia para determinada fase  $F$ , sendo representada pela Equação 3-47.

$$\bar{H}_F = \int_0^T \bar{C}_{P,F}^{GI} dT + (\bar{A} - \bar{A}^0)_F + T(\bar{S} - \bar{S}^0)_F + RT(Z_F - 1) \quad 3-47$$

Quando as propriedades de um fluido são caracterizadas por uma equação de estado explícita na pressão, como por exemplo, a Equação 3-15, as funções de afastamento podem ser definidas em termos dos parâmetros dessas equações de estado. Para a energia de Helmholtz, é obtida a Equação 3-48. Para a entropia, é obtida a Equação 3-49, na qual a diferencial de temperatura do parâmetro relativo às forças atrativas é definida pela Equação 3-50. O termo  $f_{wk}$ , para  $k = i$  ou  $j$ , presente na Equação 3-50, é referente à Equação 3-19 e é representado pela Equação 3-51.

$$(\bar{A} - \bar{A}^0)_F = \frac{a_F}{b_F \sqrt{u^2 - 4w}} \ln \left[ \frac{2Z_F + B_F(u - \sqrt{u^2 - 4w})}{2Z_F + B_F(u + \sqrt{u^2 - 4w})} \right] - RT \ln(Z_F - B_F) \quad 3-48$$

$$(\bar{S} - \bar{S}^0)_F = - \frac{(da_F/dT)}{b_F \sqrt{u^2 - 4w}} \ln \left[ \frac{2Z_F + B_F(u - \sqrt{u^2 - 4w})}{2Z_F + B_F(u + \sqrt{u^2 - 4w})} \right] - R \ln(Z_F - B_F) \quad 3-49$$

$$\frac{da_F}{dT} = \left( -\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C_a}{T}} \right) \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i q_j (1 - k_{ij}) \left( \sqrt{a_j} f_{wi} \sqrt{\frac{T_{ci}}{P_{ci}}} + \sqrt{a_i} f_{wj} \sqrt{\frac{T_{cj}}{P_{cj}}} \right) \right] \quad 3-50$$

$$f_{wk} = (\alpha^{(1)} + \alpha^{(2)} \omega_k - \alpha^{(3)} \omega_k^2) \quad 3-51$$

Para finalizar o procedimento de cálculo da entalpia, ainda resta demonstrar como é calculada a capacidade calorífica a pressão constante para gás ideal ou então calcular diretamente a entalpia para gás ideal. O método descrito por PASSUT e DANNER (1972) fornece equações termodinamicamente consistentes com boa precisão e é usado para todos os componentes, exceto para pseudocomponentes. A entalpia calculada por este método, Equação 3-52, é a entalpia molar, dada em unidades de kJ/kmol, para temperaturas fornecidas em Kelvin. Portanto a capacidade calorífica calculada pela Equação 3-53 é dada em unidades de kJ/kmol/K. Os parâmetros da Equação 3-52 são mostrados na Tabela I-3 do Anexo I para cada componente.

$$\begin{aligned} \bar{H}_i^{GI} = 2.326 \left[ A_{H_i} + B_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right) + C_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^2 + D_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^3 + E_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^4 \right. \\ \left. + F_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^5 \right] M_i \end{aligned} \quad 3-52$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_{P_i}^{GI} = 4.187 \left[ \frac{9}{5} B_{H_i} + 2C_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right) + 3D_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^2 + 4E_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^3 \right. \\ \left. + 5F_{H_i} \left( \frac{9}{5} T \right)^4 \right] M_i \end{aligned} \quad 3-53$$

De acordo com MANNING e THOMSON (1995), para o cálculo da entalpia molar do pseudocomponente a ser usado neste trabalho,  $C_{7+}$ , pode ser usado o método de STEVENS e THODOS (1963). Este método é usado para componentes hipotéticos, sendo a entalpia calculada pela Equação 3-54 a entalpia molar dada em unidades de kJ/kmol, para temperaturas fornecidas em Kelvin.

As funções de afastamento são dadas em termos molares e suas unidades dependem das unidades da constante dos gases. A entalpia molar de cada fase  $F$  para gás ideal pode ser calculada pela Equação 3-55, com  $q_i = x_i$  ou  $q_i = y_i$ . A entalpia molar da mistura,  $\bar{H}$ , é então calculada pela Equação 2-10. A entalpia específica da

mistura,  $\hat{H}$ , pode ser calculada através da divisão da entalpia molar pela massa molar da mistura,  $M_M$ , a qual é calculada pela Equação 3-56.

$$\begin{aligned} \bar{H}_{C_{7+}}^{GI} = 2.326 \left[ (100M_{C_{7+}} + 800) + (32,15M_{C_{7+}} + 186,5) \frac{[(9/5)T - 459,67]}{100} \right. \\ \left. + (3,708M_{C_{7+}} - 26,42) \left( \frac{(9/5)T - 459,67}{100} \right)^2 \right. \\ \left. + (-0,0859M_{C_{7+}} + 0,40) \left( \frac{(9/5)T - 459,67}{100} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad 3-54$$

$$\bar{H}_F^{GI} = \sum_{i=1}^N q_i \bar{H}_i^{GI} \quad 3-55$$

$$M_M = \sum_{i=1}^N z_i M_i \quad 3-56$$

## 3.5. Cálculo de Propriedades Físicas

### 3.5.1. Predição de Propriedades Críticas e Fator Acêntrico para o Pseudocomponente

Propriedades de componentes puros, orgânicos e inorgânicos, podem ser encontradas tabeladas na literatura. No entanto, quando se diz respeito aos pseudocomponentes, essas propriedades não são fornecidas e devem, portanto, ser calculadas. Quando um pseudocomponente, como o  $C_{7+}$ , se encontra presente na composição de uma mistura, são fornecidas sua massa molar,  $M_{C_{7+}}$ , e sua densidade,  $\rho_{C_{7+}}$ , e, a partir dessas propriedades, todas as outras podem ser calculadas. As propriedades da fração  $C_{7+}$  calculadas a seguir são utilizadas tanto no cálculo de *Flash* apresentado na Seção 3.4.1, quanto nos cálculos de propriedades das fases apresentados nas seções a seguir. As propriedades dos pseudocomponentes foram calculadas a partir de RIAZI (2005).

### 3.5.1.1. Temperatura Crítica

A correlação proposta para a estimação da temperatura crítica do pseudocomponente está representada na Equação 3-57. A gravidade específica,  $SG_{C7+}$ , é calculada pela Equação 3-58. Uma correlação, para hidrocarbonetos ou frações de petróleo com massa molar na faixa de 300-700 kg/kmol, é usada para prever o ponto normal de ebulição,  $T_{bC7+}$ , sendo esta correlação representada pela Equação 3-59. A temperatura é fornecida em Kelvin.

$$T_{cC7+} = 189,8 + 450,6SG_{C7+} + (0,4244 + 0,1174SG_{C7+})T_{bC7+} + \frac{(0,1441 - 1,0069SG_{C7+}) \times 10^{-5}}{T_{bC7+}} \quad 3-57$$

$$SG_{C7+} = \frac{\rho_{C7+}}{\rho_{H2O}} \quad 3-58$$

$$T_{bC7+} = 9,3369[\exp(1,6514 \times 10^{-4}M_{C7+} + 1,4103SG_{C7+} - 7,5152 \times 10^{-4}M_{C7+}SG_{C7+})]M_{C7+}^{0,5369}SG_{C7+}^{-0,7276} \quad 3-59$$

### 3.5.1.2. Pressão Crítica

A correlação proposta para a estimação da pressão crítica do pseudocomponente está representada na Equação 3-60. A pressão é fornecida em Pascal.

$$P_{cC7+} = 1,0 \times 10^5 \left\{ \exp \left[ 5,689 - \frac{0,0566}{SG_{C7+}} - \left( 0,43639 + \frac{4,1216}{SG_{C7+}} + \frac{0,21343}{SG_{C7+}^2} \right) \times 10^{-3}T_{bC7+} + \left( 0,47579 + \frac{1,182}{SG_{C7+}} + \frac{0,15302}{SG_{C7+}^2} \right) \times 10^{-6}T_{bC7+}^2 - \left( 2,405 + \frac{9,9099}{SG_{C7+}^2} \right) \times 10^{-10}T_{bC7+}^3 \right] \right\} \quad 3-60$$

### 3.5.1.3. Volume Crítico

O volume crítico é calculado a partir da Equação 3-61. Sua unidade é fornecida em base molar, sendo  $m^3/kmol$ .

$$V_{C_{7+}} = 1,0 \times 10^{-3} \{ 6,2 \times 10^{10} [ \exp(-7,58 \times 10^{-3} T_{b_{C_{7+}}} - 28,5524 SG_{C_{7+}} + 1,172 \times 10^{-2} T_{b_{C_{7+}}} SG_{C_{7+}}) T_{b_{C_{7+}}}^{1,20493} SG_{C_{7+}}^{17,2074} ] \} \quad 3-61$$

#### 3.5.1.4. Fator Acêntrico

Como  $M_{C_{7+}}$  é maior que 280 kg/kmol, a relação proposta para o cálculo do fator acêntrico para o pseudocomponente  $C_{7+}$  é dada pela Equação 3-62. A temperatura de ebulição reduzida,  $T_{br_{C_{7+}}}$ , é calculada pela Equação 3-63. O fator de caracterização de Watson,  $K_{W_{C_{7+}}}$ , é calculado pela Equação 3-64.

$$\omega_{C_{7+}} = -7,904 + 0,1352 K_{W_{C_{7+}}} - 0,007465 K_{W_{C_{7+}}}^2 + 8,359 T_{br_{C_{7+}}} + \frac{(1,408 - 0,01063 K_{W_{C_{7+}}})}{T_{br_{C_{7+}}}} \quad 3-62$$

$$T_{br_{C_{7+}}} = \frac{T_{b_{C_{7+}}}}{T_{c_{C_{7+}}}} \quad 3-63$$

$$K_{W_{C_{7+}}} = \frac{(1,8 T_{b_{C_{7+}}})^{1/3}}{SG_{C_{7+}}} \quad 3-64$$

#### 3.5.2. Densidade

A densidade como uma função da temperatura e pressão é talvez a propriedade física mais importante para fluidos de petróleo (forma líquida ou vapor). Esta propriedade apresenta grande aplicação tanto na produção quanto no processamento de petróleo, assim como no seu transporte e armazenamento. É usada em cálculos relacionados ao tamanho de tubulações, válvulas, tanques de armazenamento, potência requerida por bombas e compressores, e dispositivos de medição de escoamento. Também é usada em simulações de reservatório para estimar a quantidade de óleo e gás em um reservatório, assim como a quantidade de produção em várias condições de reservatório. Além disso, a densidade é usada no cálculo de razões de equilíbrio (para cálculos do comportamento da fase) assim como outras propriedades, como propriedades de transporte (RIAZI, 2005).

### 3.5.2.1. Líquido

Para o cálculo da densidade da fase líquida é usada uma correlação desenvolvida para a densidade de líquidos saturados e suas misturas, aplicável para uma ampla gama de líquidos. A correlação para a densidade do líquido saturado é consistente e requer apenas temperatura reduzida, fator acêntrico, e um volume característico para cada componente puro. O modelo proposto é apresentado pela Equação 3-65, sendo linear no fator acêntrico e contém o produto da função da molécula esférica,  $V_R^{(0)}$ , pela função  $V_R^{(\delta)}$ . Estas funções são representadas pela Equação 3-66 e Equação 3-67, respectivamente, sendo válidas para determinado intervalo de  $T_{r_m}$ . Esta temperatura é definida pela Equação 3-68. Um único parâmetro de ajuste  $\bar{V}_i^*$ , chamado de volume característico, é requerido para cada componente puro. As constantes do modelo são definidas como:  $\tilde{a} = -1,52816$ ;  $\tilde{b} = 1,43907$ ;  $\tilde{c} = -0,81446$ ;  $\tilde{d} = 0,190454$ ;  $\tilde{e} = -0,29613$ ;  $\tilde{f} = 0,386914$ ;  $\tilde{g} = -0,0427258$ ;  $\tilde{h} = -0,0480645$  (HANKINSON e THOMSON, 1979).

$$\bar{V}_{S_m} = \bar{V}_m^* V_R^{(0)} \left( 1 - \omega_{SRK_m} V_R^{(\delta)} \right) \quad 3-65$$

$$0,25 < T_{r_m} < 0,95 \quad 3-66$$

$$V_R^{(0)} = 1 + \tilde{a}(1 - T_{r_m})^{1/3} + \tilde{b}(1 - T_{r_m})^{2/3} + \tilde{c}(1 - T_{r_m}) + \tilde{d}(1 - T_{r_m})^{4/3}$$

$$0,25 < T_{r_m} < 1,0 \quad 3-67$$

$$V_R^{(\delta)} = \frac{(\tilde{e} + \tilde{f}T_{r_m} + \tilde{g}T_{r_m}^2 + \tilde{h}T_{r_m}^3)}{(T_{r_m} - 1,00001)}$$

$$T_{r_m} = \frac{T}{T_{c_m}} \quad 3-68$$

As regras de mistura são aplicadas para o cálculo de propriedades da mistura líquida. O volume característico da mistura,  $\bar{V}^*$ , é calculado pela Equação 3-69. O fator acêntrico da mistura é calculado pela Equação 3-70. A temperatura crítica da mistura é calculada pela Equação 3-71 e pela Equação 3-72.

$$\bar{V}_m^* = \frac{1}{4} \left[ \sum_{i=1}^N x_i V_i^* + 3 \left( \sum_{i=1}^N x_i V_i^{*2/3} \right) \left( \sum_{i=1}^N x_i V_i^{*1/3} \right) \right] \quad 3-69$$

$$\omega_{SRK_m} = \sum_{i=1}^N x_i \omega_{SRK_i} \quad 3-70$$

$$T_{c_m} = \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j V_{ij}^* T_{c_{ij}} \right) / \bar{V}_m^* \quad 3-71$$

$$\bar{V}_{ij}^* T_{c_{ij}} = \sqrt{\bar{V}_i^* T_{c_i} \bar{V}_j^* T_{c_j}} \quad 3-72$$

Finalmente a densidade da mistura líquida,  $\rho_L$ , é calculada pela Equação 3-74, onde a massa molar da mistura líquida,  $M_L$ , é definida pela Equação 3-73. Os volumes são dados em unidades de  $\text{m}^3/\text{kmol}$  e a densidade em  $\text{kg}/\text{m}^3$ . O modelo apresentado permite a presença de nitrogênio e hidrogênio na mistura.

$$M_L = \sum_{i=1}^N x_i M_i \quad 3-73$$

$$\rho_L = \frac{M_L}{\bar{V}_{S_m}} \quad 3-74$$

No modelo apresentado acima, os parâmetros  $\omega_{SRK_i}$  e  $\bar{V}_i^*$  são tabelados para diversos componentes puros, orgânicos e inorgânicos, conforme Tabela I-2 do Anexo I. Com relação aos pseudocomponentes, esses parâmetros devem ser calculados.

O fator acêntrico usado como parâmetro do modelo é um fator acêntrico otimizado para dados de pressão de vapor na equação de estado de Soave-Redlich-Kwong. Quando este valor não está disponível, o fator acêntrico  $\omega_i$  pode ser usado em seu lugar (DAUBERT e DANNER, 1997). Sendo assim, pode ser usado o valor calculado na Equação 3-62.

Para os casos em que o volume característico não está prontamente disponível, com o intuito de fornecer uma capacidade preditiva, os volumes característicos podem ser correlacionados pela Equação 3-75, a qual é usada para o cálculo do volume característica do pseudocomponente. As constantes usadas são definidas como:  $\check{a} = 0,2851686$ ;  $\check{b} = -0,06379110$ ;  $\check{c} = 0,01379173$  (HANKINSON e THOMSON, 1979).

$$\bar{V}_{c7+}^* = \frac{RT_{c7+}}{P_{c7+}} (\tilde{a} + \tilde{b}\omega_{c7+} + \tilde{c}\omega_{c7+}^2) \quad 3-75$$

O efeito da pressão sobre o volume de líquidos é bem pequeno, especialmente quando a variação na pressão é pequena. Em geral, quando a pressão excede  $50 \times 10^5$  Pa, o efeito da pressão sobre o volume do líquido não pode ser ignorado (RIAZI, 2005). THOMSON *et al.* (1982) desenvolveram uma correlação simples e precisa para o cálculo da densidade de líquidos comprimidos e suas misturas, sendo aplicável para uma ampla variedade de líquidos sobre uma ampla faixa de temperaturas e pressões e sendo adequada para o uso em simulações de processos. Para tal, a equação de TAIT (1888), Equação 3-76, foi estendida e generalizada para permitir o cálculo da densidade em função apenas da temperatura crítica, fator acêntrico, pressão de saturação e volume de saturação.

$$\bar{V}_m = \bar{V}_{sm} \left[ 1 - \tilde{C} \ln \left( \frac{\tilde{B} + P}{\tilde{B} + P_{sm}} \right) \right] \quad 3-76$$

No trabalho de THOMSON *et al.* (1982) uma formulação de estados correspondentes foi usada para  $\tilde{B}$ , conforme a Equação 3-77. Como  $\tilde{B}$  apresenta unidades de pressão, ele foi reduzido através de sua divisão pela pressão crítica da mistura,  $P_{cm}$ . Parte da habilidade preditiva da correlação foi introduzindo ao fazer de  $\tilde{e}$  uma função exponencial do fator acêntrico, conforme apresentado na Equação 3-78. Como  $\tilde{C}$  é adimensional, não precisa ser reduzido. THOMSON *et al.* (1982) consideraram  $\tilde{C}$  como sendo independente da temperatura e é generalizado fazendo com que seja uma função linear do fator acêntrico, conforme a Equação 3-79. As constantes usadas são definidas como:  $\tilde{a} = -9,070217$ ;  $\tilde{b} = 62,45326$ ;  $\tilde{d} = -135,1102$ ;  $\tilde{f} = 4,79594$ ;  $\tilde{g} = 0,250047$ ;  $\tilde{h} = 1,14188$ ;  $\tilde{j} = 0,0861488$  e  $\tilde{k} = 0,0344483$ . A pressão e o fator de compressibilidade críticos da mistura são dados, respectivamente, pela Equação 3-80 e pela Equação 3-81.

$$\frac{\tilde{B}}{P_{cm}} = -1 + \tilde{a}(1 - T_{rm})^{1/3} + \tilde{b}(1 - T_{rm})^{2/3} + \tilde{d}(1 - T_{rm}) + \tilde{e}(1 - T_{rm})^{4/3} \quad 3-77$$

$$\tilde{e} = \exp(\tilde{f} + \tilde{g}\omega_{SRK_m} + \tilde{h}\omega_{SRK_m}^2) \quad 3-78$$

$$\tilde{C} = \tilde{j} + \tilde{k}\omega_{SRK_m} \quad 3-79$$

$$P_{c_m} = \frac{Z_{c_m}RT}{\bar{V}_m^*} \quad 3-80$$

$$Z_{c_m} = 0,291 - 0,080\omega_{SRK_m} \quad 3-81$$

A pressão de saturação da mistura,  $P_{S_m}$ , é definida pela Equação 3-82. A pressão reduzida da mistura é calculada da equação de Riedel generalizada para pressão de vapor dada pela Equação 3-83. Os valores de  $P_{r_m}^{(0)}$  e  $P_{r_m}^{(1)}$  são calculados, respectivamente, pela Equação 3-84 e Equação 3-85. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}$  e  $\tilde{\beta}$  são calculados pela Equação 3-86 e Equação 3-87, respectivamente.

$$P_{S_m} = P_{c_m}P_{r_m} \quad 3-82$$

$$\log(P_{r_m}) = P_{r_m}^{(0)} + \omega_{SRK_m}P_{r_m}^{(1)} \quad 3-83$$

$$P_{r_m}^{(0)} = 5,8031817\log(T_{r_m}) + 0,07608141\tilde{\alpha} \quad 3-84$$

$$P_{r_m}^{(1)} = 4,86601\tilde{\beta} \quad 3-85$$

$$\tilde{\alpha} = 35,0 - \frac{36,0}{T_{r_m}} - 96,736\log(T_{r_m}) + T_{r_m}^6 \quad 3-86$$

$$\tilde{\beta} = \log(T_{r_m}) + 0,03721754\tilde{\alpha} \quad 3-87$$

### 3.5.2.2. Gás

Densidades de misturas de gás são convenientemente correlacionadas usando uma modificação da lei de gás ideal, sendo apresentada pela Equação 3-88. A massa molar da fase gás é definida pela Equação 3-89 (DAUBERT e DANNER, 1997).

$$\rho_G = \frac{M_G}{V_G} = \frac{PM_G}{Z_G RT} \quad 3-88$$

$$M_G = \sum_{i=1}^N y_i M_i \quad 3-89$$

### 3.5.3. Viscosidade

A viscosidade é outra propriedade muito útil na produção, refino e transporte de petróleo. É usada em simuladores de reservatório para estimar a taxa de óleo ou gás e sua produção. É necessária em cálculos de potência requerida em misturadores ou para transferência de um fluido, da quantidade de queda de pressão em uma tubulação ou coluna, de dispositivos de medição do escoamento, e do projeto e operação de separadores água/óleo (RIAZI, 2005).

#### 3.5.3.1. Líquido

Procedimentos para o cálculo de viscosidades de gases e líquidos de reservatório a partir de suas composições foram desenvolvidos e avaliados. Dada uma composição expressa em metano até  $C_{7+}$ , nitrogênio e dióxido de carbono juntamente com a massa molar e a gravidade específica da fração  $C_{7+}$ , os procedimentos são capazes de calcular a viscosidade do gás ou do líquido na temperatura e pressão desejadas (LOHRENZ *et al.*, 1964).

Primeiramente é feito o cálculo das viscosidades dos componentes puros a baixa pressão e na temperatura de interesse. Este cálculo é feito usando determinada correlação, conforme a Equação 3-90 e Equação 3-91. O parâmetro de viscosidade do componente  $i$ ,  $\xi_i$ , e a temperatura reduzida do componente  $i$ ,  $T_{r_i}$ , são definidas respectivamente, pela Equação 3-92 e Equação 3-93. Unidades de temperatura em Kelvin e de pressão em Pascal devem ser usadas na Equação 3-92.

$$T_{r_i} < 1,5$$

$$\mu_i^* = \frac{34 \times 10^{-5} T_{r_i}^{0,94}}{\xi_i} \quad 3-90$$

$$T_{r_i} > 1,5$$

$$\mu_i^* = \frac{17,78 \times 10^{-5} (4,58 T_{r_i} - 1,67)^{0,625}}{\xi_i} \quad 3-91$$

$$\xi_i = 2173,5 \frac{T_{c_i}^{1/6}}{M_i^{1/2} P_{c_i}^{2/3}} \quad 3-92$$

$$T_{r_i} = \frac{T}{T_{c_i}} \quad 3-93$$

O próximo passo é calcular a viscosidade da mistura a baixa pressão e na temperatura de interesse. A relação usada está representada pela Equação 3-94. Até este ponto, os cálculos para gás e líquido são os mesmos, porém, procedimentos separados são usados daqui em diante.

$$\mu^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i^* \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n x_i \sqrt{M_i}} \quad 3-94$$

Para calcular a viscosidade dinâmica da mistura líquida em unidades de kg/m/s,  $\mu_L$ , na temperatura e pressão de interesse é usada a Equação 3-95. O parâmetro de viscosidade da mistura,  $\xi$ , e a densidade reduzida,  $\rho_r$ , são calculados, respectivamente, pela Equação 3-96 e Equação 3-97. As propriedades pseudocríticas são calculadas pela Equação 3-98, Equação 3-99 e Equação 3-100. O volume crítico do pseudocomponente,  $V_{c_{C7+}}$ , foi calculado pela Equação 3-61.

$$\mu_L = 1,0 \times 10^{-3} \{ \mu^* + [(0,1023 + 0,023364 \rho_r + 0,058533 \rho_r^2 - 0,40758 \rho_r^3 + 0,0093324 \rho_r^4)^4 - 1 \times 10^{-4}] / \xi \} \quad 3-95$$

$$\xi = 2173,5 \frac{T_{pc}^{1/6}}{M_L^{1/2} P_{pc}^{2/3}} \quad 3-96$$

$$\rho_r = \frac{(\rho_L / M_L)}{\rho_{pc}} \quad 3-97$$

$$T_{pc} = \sum_{i=1}^N x_i T_{ci} \quad 3-98$$

$$P_{pc} = \sum_{i=1}^N x_i P_{ci} \quad 3-99$$

$$\rho_{pc} = \frac{1}{V_{pc}} = 1 / \left( \sum_{i=1}^N x_i V_{ci} \right) \quad 3-100$$

### 3.5.3.2. Gás

Uma equação semiempírica para calcular a viscosidade da mistura gasosa é apresentada na Equação 3-101. Os parâmetros  $K$ ,  $X$  e  $Y$  são calculados pela Equação 3-102, Equação 3-103 e Equação 3-104, respectivamente. A temperatura deve ser fornecida em Kelvin e a densidade em  $\text{kg/m}^3$  para que a viscosidade dinâmica seja dada em  $\text{kg/m/s}$  (LEE *et al.*, 1966).

$$\mu_G = 1,0 \times 10^{-7} \{K \exp[X(1 \times 10^{-3} \rho_G)^Y]\} \quad 3-101$$

$$K = \frac{(9,4 + 0,02M_G) \left(\frac{9}{5}T\right)^{1,5}}{209 + 19M_G + \frac{9}{5}T} \quad 3-102$$

$$X = 3,5 + \frac{548}{T} + 0,01M_G \quad 3-103$$

$$Y = 2,4 - 0,2X \quad 3-104$$

### 3.5.4. Tensão Superficial

A tensão superficial é uma medida do desequilíbrio nas forças moleculares interfaciais para duas fases em contato. No escoamento multifásico, os valores das tensões superficiais ou interfaciais, são usados para determinar o regime de escoamento e o *holdup* de líquido. Existem poucas correlações empíricas para prever a tensão

superficial de líquidos puros e suas misturas. Para o cálculo da tensão superficial é necessário um parâmetro constante denominado parachor (BRILL e MUKHERJEE, 1999).

De acordo com OWEN *et al.* (1942), o parachor depende da natureza constitutiva e do grau de insaturação dos componentes considerados. Grupos formados por carbono, hidrogênio, oxigênio e outros, apresentam contribuições definidas que são somadas para resultar no valor total do parachor de determinado componente. Para alguns componentes puros, estas contribuições foram somadas e seus valores foram tabelados, conforme Tabela I-4 do Anexo I. Para o pseudocomponente  $C_{7+}$ , existe uma relação empírica apresentada na Equação 3-105. As constantes usadas nesta equação são :  $a_1 = -4,6148734$ ;  $a_2 = 2,558855$ ;  $a_3 = 3,4004065 \times 10^{-4}$ ;  $a_4 = 3,767396 \times 10^3$  (BRILL e MUKHERJEE, 1999).

$$Par_{C_{7+}} = a_1 + a_2 M_{C_{7+}} + a_3 M_{C_{7+}}^2 + \frac{a_4}{M_{C_{7+}}} \quad 3-105$$

A relação entre a tensão superficial do líquido e as densidades das fases pode ser expressa matematicamente pela Equação 3-106 (DAUBERT e DANNER, 1997). A tensão  $\sigma_L$  é obtida em unidades de  $kg/s^2$ .

$$\sigma_L = 0,001 \left\{ \sum_{i=1}^N \left[ Par_i \left( \frac{\rho_L}{1000M_L} x_i - \frac{\rho_G}{1000M_G} y_i \right) \right] \right\}^4 \quad 3-106$$

### 3.6. Implementação do Modelo

Para a resolução do sistema de EADs representado pela Equação 3-1 foi utilizado o MATLAB, o qual é uma abreviação para MATrix LABORatory, sendo um ambiente de programação de alto nível, possuindo características de aplicativo (facilidade para o usuário) e de linguagem de programação. O MATLAB apresenta uma série de funções matemáticas já implementadas que podem ser utilizadas em uma rotina construída pelo usuário (FARINA e POSSER, 1999). Neste trabalho foi utilizada a versão do MATLAB R2013a.

Os cálculos de propriedades termodinâmicas, físicas e de transferência de calor, assim como os cálculos referentes ao modelo de BEGGS e BRILL (1973), foram

representados como *functions* no MATLAB. A linha de produção foi dividida em três partes para que todas as propriedades fossem calculadas ao longo da mesma, sendo a divisão feita em: *flowline*, *riser* e a seção horizontal final que liga o topo do *riser* ao separador na superfície. Esta divisão foi feita, pois estas três linhas apresentam diferentes inclinações ( $\theta=-0,2^\circ;90^\circ;0^\circ$ ; respectivamente) e o modelo de BEGGS e BRILL (1973) utiliza diferentes parâmetros e coeficientes para diferentes inclinações (ver Tabela 2-6). Além disso, as linhas apresentam diferentes comprimentos e diâmetros e existência ou não de isolamento externo. No entanto, apesar de dividido em três partes, o sistema em estudo é referenciado daqui para frente apenas como sistema *flowline-riser*.

O sistema de EADs foi resolvido através do uso da função de resolução de EDO do MATLAB *ode15s*. O código *odes15s* do MATLAB é baseado em uma variante do método *BDF*, chamado de *NDF*, sendo desenvolvido para integrar EDOs rígidas da forma da Equação 3-107 (ver Seção 2.6). A matriz  $\mathbf{M}(x)$  é definida como a matriz massa. Quando  $\mathbf{M}(x)$  é singular, a Equação 3-107 representa um sistema de EADs ao invés de um sistema de EDOs (SHAMPINE *et al.*, 1999).

$$\mathbf{M}(x) \frac{dy}{dx} = \mathbf{f}[\mathbf{y}(x), \mathbf{z}(x), x] \quad 3-107$$

A matriz massa  $\mathbf{M}$  é composta por uma matriz identidade com dimensões equivalentes ao número de variáveis diferenciais ( $nd$ ) e por matrizes de zeros com dimensões dadas pelo número de variáveis diferenciais e número de variáveis algébricas ( $na$ ), conforme a Equação 3-108. A dimensão da matriz massa é dada pelo número total de variáveis ( $nt$ ), ou seja, a soma de  $nd$  com  $na$ . Para a formulação mínima apresentada na Equação 3-1,  $nd=2$  e  $na=1$ , sendo  $nt=3$ . A matriz massa é então dada pela Equação 3-109, o vetor de estados é dado pela Equação 3-110 e o vetor de funções é dado pela Equação 3-111.

$$\mathbf{M}_{nt \times nt} = \begin{bmatrix} I_{nd \times nd} & 0_{nd \times na} \\ 0_{na \times nd} & 0_{na \times na} \end{bmatrix} \quad 3-108$$

$$\mathbf{M}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 3-109$$

$$M_{3 \times 3} \frac{dy}{dx} = \begin{bmatrix} P'(x) \\ \hat{H}'(x) \\ \hat{H}(x) - m_1[P(x), T(x), x] \end{bmatrix} \quad 3-110$$

$$f = \begin{bmatrix} f_1[P(x), T(x), x] \\ f_2[P(x), T(x), x] \\ g_1[P(x), \hat{H}(x), T(x), x] \end{bmatrix} \quad 3-111$$

A matriz massa é definida nas opções da *odeset* do MATLAB. O erro,  $e(i)$ , estimado em cada passo de integração, deve satisfazer a Equação 3-112. Os valores padrão de erro relativo e erro absoluto no MATLAB são de  $1,0 \times 10^{-3}$  e  $1,0 \times 10^{-6}$ , respectivamente.

$$e(i) \leq \max[RelTol \times |y(i)|; AbsTol(i)] \quad 3-112$$

O passo de integração máximo foi mantido como o padrão do MATLAB, sendo um décimo do intervalo de integração. O método *ode15s* foi mantido utilizando um método *BDF* de quinta ordem. O intervalo de reportagem dos resultados foi de 1 m.

## 4. Resultados e Discussão

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos das simulações realizadas em MATLAB para a linha de produção apresentada na Seção 3.2, incluindo as restrições de garantia de escoamento.

Antes de apresentar os resultados, algumas nomenclaturas típicas do setor de Óleo e Gás são aqui apresentadas para um melhor entendimento dos gráficos e tabelas apresentados nas seções seguintes. O comprimento total do sistema *flowline-riser* é dado pela sigla *MD* (*Measured Depth*); a distância vertical do sistema *flowline-riser* é representada pelo termo *TVD* (*True Vertical Depth*); a fronteira que representa o nível do mar é dada pelo termo *MSL* (*Mean Sea Level*); o fundo do mar é representado pela sigla *ML* (*Mud Line*); para referenciar a base do *riser* é usado *RB* (*Riser Base*) e para o topo do *riser* *RT* (*Riser Top*); para referenciar a cabeça do poço no início da *flowline* é usado o termo *WH* (*Well Head*), sendo a temperatura e a pressão da cabeça do poço representadas por *WHFT* (*Well Head Flowing Temperature*) e *WHFP* (*Well Head Flowing Pressure*), respectivamente; para referenciar o separador na unidade de processamento na superfície é utilizado o termo *TS* (*Top Side*); para a temperatura de aparecimento de parafina é usado *WAT* (ver Seção 2.7.1).

Para os resultados em forma de gráficos que apresentam duas ordenadas, a ordenada principal é o eixo que representa a variável que se deseja analisar ao longo do escoamento e a ordenada secundária é o eixo que representa a distância *TVD*. São apresentadas setas ( $\leftarrow$  para o eixo principal;  $\rightarrow$  para o eixo secundário) para indicar em qual eixo deve ser lido o resultado apresentado no gráfico. A abscissa representa a distância *MD*.

Como mencionado na Seção 3.3, é feito primeiramente o dimensionamento do diâmetro interno da *flowline*, sem isolamento, para a máxima vazão permitida (15 kg/s) e, de posse deste resultado, é avaliada a menor espessura de isolante da *flowline* para a mínima vazão permitida (5 kg/s). Portanto estes dois casos são avaliados nas seções seguintes. No entanto, pensando em termos de projeto da linha de produção, é necessário avaliar os efeitos do isolamento da *flowline* para a máxima vazão após a espessura de isolante ser determinada para a mínima vazão. Esse pensamento é

justificado, pois quando as linhas forem instaladas, não seria viável instalar a linha sem isolamento para o caso de máxima vazão e posteriormente adicionar o isolante quando fosse o caso de mínima vazão. Sendo assim, um terceiro caso é adicionado, o caso de máxima vazão com isolamento, e os três casos analisados estão apresentados na Tabela 4-1. Quando a linha em questão, *flowline* ou *riser*, possuir isolamento, é utilizado (S). Caso contrário, é utilizado (N). Além das vazões mássicas totais da mistura, também podem ser visualizadas na Tabela 4-1 as vazões volumétricas das fases nas condições de início da *flowline*,  $q_F(P_{WH}, T_{WH})$ , e as vazões volumétricas das fases em condição de superfície,  $q_F(1atm, 20^\circ C)$ .

**Tabela 4-1. Definição dos casos de estudo com relação à vazão e ao isolamento.**

| Caso  | $W_t$<br>[kg/s] | $q_L(P_{WH}, T_{WH})$<br>[m <sup>3</sup> /s] | $q_G(P_{WH}, T_{WH})$<br>[m <sup>3</sup> /s] | $q_L(1atm, 20^\circ C)$<br>[m <sup>3</sup> /s] | $q_G(1atm, 20^\circ C)$<br>[m <sup>3</sup> /s] | Isolamento      |              |
|-------|-----------------|--|--|--|--|-----------------|--------------|
|       |                 |  |  |  |  | <i>Flowline</i> | <i>Riser</i> |
| C-I   | 15              | 0,017  | 0,025  | 0,014  | 2,935  | N               | N            |
| C-II  | 5               | 0,006  | 0,011  | 0,005  | 0,978  | S               | N            |
| C-III | 15              | 0,017  | 0,025  | 0,014  | 2,935  | S               | N            |

## 4.1. Dimensionamento da *Flowline*

Para o dimensionamento do diâmetro interno da *flowline*, sua espessura foi considerada fixa e igual a 0,009 m. As propriedades do *riser* são fixadas e definidas previamente na Seção 3.2. Para que a pressão no separador,  $P_{TS}$ , permanecesse constante e igual a  $50 \times 10^5$  Pa, foi variado o diâmetro interno da *flowline* e a pressão na entrada da linha,  $P_{WH}$ . Esta pressão foi variada de modo que, para determinado diâmetro, permanecesse menor ou o mais próxima possível de  $80 \times 10^5$  Pa e proporcionasse uma pressão de chegada de  $50 \times 10^5$  Pa no separador. Esta etapa do estudo constitui o caso C-I, e seus resultados podem ser visualizados na Tabela 4-2.

Diâmetros muito pequenos levaram a velocidades muito elevadas e consequentemente números de Reynolds muito elevados, gerando dificuldades numéricas durante as simulações. Portanto optou-se por iniciar as simulações com um diâmetro de 0,150 m, variando de 0,010 m para o diâmetro seguinte. Para um diâmetro de 0,180 m, a pressão  $P_{WH}$  atingiu um valor próximo, porém acima do valor desejado de  $80 \times 10^5$  Pa. Para um diâmetro de 0,190 m, a pressão  $P_{WH}$  atingiu um valor abaixo do

valor desejado de  $80 \times 10^5$  Pa. Portanto, optou-se por variar de 0,005 m o diâmetro a partir de  $d=0,180$  m. Foi observado que para um diâmetro interno da *flowline* igual a  $d=0,185$ , uma pressão  $P_{WH}=79,97 \times 10^5$  Pa é suficiente para que a pressão do separador seja  $50 \times 10^5$  Pa, obedecendo ao critério de pressão definido previamente.

Como também pode ser observado na Tabela 4-2, o critério de temperatura é obedecido para todos os diâmetros testados, já que a temperatura no separador,  $T_{TS}$ , permanece acima da WAT (300,15 K).

**Tabela 4-2. Caso C-I: avaliação do diâmetro interno da *flowline*.**

| C-I                             |            |                                 |                 |
|---------------------------------|------------|---------------------------------|-----------------|
| $P_{WH} \times 10^{-5}$<br>[Pa] | $d$<br>[m] | $P_{TS} \times 10^{-5}$<br>[Pa] | $T_{TS}$<br>[K] |
| 90,92                           | 0,150      | 50,00                           | 313,03          |
| 86,38                           | 0,160      | 50,00                           | 312,17          |
| 83,17                           | 0,170      | 50,00                           | 311,31          |
| 80,87                           | 0,180      | 50,00                           | 310,47          |
| 79,97                           | 0,185      | 50,00                           | 310,05          |
| 79,19                           | 0,190      | 50,00                           | 309,63          |

## 4.2. Dimensionamento do Isolamento

Com o diâmetro interno da *flowline* definido na Seção 4.1, é possível então definir a espessura de isolamento da *flowline*. Para que a temperatura no separador,  $T_{TS}$ , permanecesse sempre acima da WAT (300,15 K), foi variada a espessura de isolamento da *flowline*,  $e_i$ , e avaliada  $T_{TS}$ . A pressão na entrada da linha,  $P_{WH}$ , foi variada de modo que a queda de pressão ao longo da linha proporcionasse uma pressão de chegada de  $50 \times 10^5$  Pa no separador, assim como foi feito para o caso C-I. Esta etapa do estudo constitui o caso C-II, e seus resultados podem ser visualizados na Tabela 4-3. Optou-se por iniciar as simulações com uma espessura de isolamento de 0,010 m, variando de 0,010 m para a espessura seguinte. Para uma espessura de 0,050 m, a temperatura  $T_{TS}$  atingiu um valor acima da WAT. Portanto, optou-se por variar de 0,005 m a espessura a

partir de  $e_i=0,040$  m. Foi observado que para uma espessura de isolamento da *flowline* igual a  $e_i=0,045$  m,  $T_{TS}<WAT$ . Portanto uma espessura de 0,050 m é suficiente para que a temperatura do separador seja 300,43 K, obedecendo ao critério de temperatura definido previamente. Para este caso,  $P_{WH}=63,87\times 10^5$  Pa.

**Tabela 4-3. Caso C-II: avaliação do isolamento da *flowline*.**

| C-II                            |              |                                 |                 |
|---------------------------------|--------------|---------------------------------|-----------------|
| $P_{WH} \times 10^{-5}$<br>[Pa] | $e_i$<br>[m] | $P_{TS} \times 10^{-5}$<br>[Pa] | $T_{TS}$<br>[K] |
| 64,31                           | 0,010        | <b>50,00</b>                    | 291,54          |
| 64,17                           | 0,020        | <b>50,00</b>                    | 294,28          |
| 64,05                           | 0,030        | <b>50,00</b>                    | 296,65          |
| 63,95                           | 0,040        | <b>50,00</b>                    | 298,67          |
| 63,91                           | 0,045        | <b>50,00</b>                    | 299,59          |
| 63,87                           | 0,050        | <b>50,00</b>                    | 300,43          |

### 4.3. Comparação Entre os Casos

Como apresentado na Tabela 4-1, são três os casos avaliados por este trabalho. O caso C-I foi apresentado na Seção 4.1 e o caso C-II na Seção 4.2. Após a determinação do diâmetro interno da *flowline* para uma vazão máxima e da espessura do isolamento para uma vazão mínima, este isolamento foi aplicado para o caso de vazão máxima caracterizando o caso C-III.

Como mencionado na Seção 3.6, as simulações foram realizadas dividindo a linha de produção em três partes. Os resultados para o caso C-I são apresentados nas tabelas a seguir apenas para fins de comparação, do efeito da presença do isolamento, com o caso C-III, pois como já foi mencionado, o caso C-III seria o caso real utilizado para a instalação das linhas de produção. Nos gráficos são mostrados apenas os casos C-II e C-III.

Utilizando o comando *tic toc* do MATLAB foi possível saber o tempo de simulação gasto para cada trecho, sendo apresentado na Tabela 4-4. A *flowline* inclui a

linha do ponto *WH* ao ponto *RB*. O tempo gasto para o *riser* inclui o *riser* propriamente dito e a seção horizontal final, ou seja, a linha vai do ponto *RB* até o ponto *TS*. Como é observado, o tempo de simulação para a *flowline* é maior do que para o *riser*, o que já era esperado devido ao maior comprimento da *flowline*.

**Tabela 4-4. Tempo de simulação gasto no MATLAB.**

| Caso  | Tempo de Simulação [s] |              |
|-------|------------------------|--------------|
|       | <i>Flowline</i>        | <i>Riser</i> |
| C-I   | 1,23                   | 0,81         |
| C-II  | 1,20                   | 0,74         |
| C-III | 1,25                   | 0,79         |

O cálculo do coeficiente global de transferência de calor foi feito através da Equação 2-45 e seus resultados podem ser visualizados na Tabela 4-5. Vale ressaltar que para os três casos o *riser* não apresenta isolamento. Como é observado, ao considerar toda a linha (*flowline* + *riser*) sem isolamento (caso C-I), o coeficiente é maior para o *riser* do que para a *flowline*. Isto ocorre pois, apesar de os dois trechos da linha apresentarem o mesmo material compondo a sua parede e conseqüentemente a mesma condutividade ( $k_a$ ), o *riser* apresenta menor diâmetro (0,1 m) interno e menor espessura de parede (0,0075 m) do que a *flowline* (0,185 m de diâmetro e 0,009 m de espessura). Comparando apenas a *flowline* com e sem isolamento, o coeficiente é menor para a *flowline* nos casos C-II e C-III devido à presença de uma camada isolante. Isto ocorre pois ao se inserir esta camada de isolamento, é adicionado um material com baixa condutividade ( $k_i \ll k_a$ ), ou seja, é adicionada mais uma resistência térmica à troca de calor (ver Equação 2-44).

**Tabela 4-5. Valores para o coeficiente global de transferência de calor.**

| Caso  | $U_c$ [W/m <sup>2</sup> /K] |              |
|-------|-----------------------------|--------------|
|       | <i>Flowline</i>             | <i>Riser</i> |
| C-I   | 6,81                        | 6,98         |
| C-II  | 3,65                        |              |
| C-III |                             |              |

Valores para a temperatura e a pressão em determinados pontos estão apresentados na Tabela 4-6 e na Tabela 4-7, respectivamente. Estes pontos foram escolhidos por serem considerados os pontos mais importantes ao longo da linha de produção, constituindo pontos de entrada e saída das linhas e pontos onde há mudança na inclinação. Também foram apresentadas as variações de temperatura ( $\Delta T$ ) e pressão ( $\Delta P$ ) que, na *flowline* vão do ponto *WH* a *RB* e, no *riser* vão de *RB* a *TS*.

Foi observado que a queda de temperatura no *riser* foi pequena com relação à queda na *flowline* para os três casos, devido ao menor comprimento do *riser*. Isso caracteriza a não necessidade de haver isolamento no *riser* para esse caso. Também foi observado que para vazões maiores são obtidas menores quedas de temperatura, mesmo sem isolamento. Isso é justificado ao se analisar a Equação 2-34, onde vazões maiores correspondem a uma redução do gradiente axial de entalpia específica da mistura.

**Tabela 4-6. Valores de temperatura ao longo da linha de produção.**

| Caso  | Temperatura [K] |           |           |           |                       |                    |
|-------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------------------|--------------------|
|       | <i>WH</i>       | <i>RB</i> | <i>RT</i> | <i>TS</i> | $\Delta T_{Flowline}$ | $\Delta T_{Riser}$ |
| C-I   | <b>335,15</b>   | 313,21    | 310,44    | 310,05    | -21,94                | -3,16              |
| C-II  | <b>335,15</b>   | 304,25    | 300,89    | 300,43    | -30,90                | -3,82              |
| C-III | <b>335,15</b>   | 322,11    | 319,23    | 318,79    | -13,04                | -3,32              |

Com relação à pressão o efeito é o contrário, devido ao efeito da gravidade e ao menor diâmetro do *riser* com relação à *flowline*, a queda de pressão é bem maior no *riser*. Isso é justificado ao se analisar a Equação 2-69, onde diâmetros menores correspondem a um aumento do gradiente de pressão por atrito, contribuindo para uma maior queda de pressão total.

O fato da espessura da tubulação do *riser* ser menor que a da *flowline* pode, dentre outras justificativas, estar relacionada ao fato de o *riser* estar sujeito a suportar menores pressões e menores quedas de temperatura, o que deve ser analisado por outra disciplina a parte da garantia de escoamento, uma disciplina relacionada à parte estrutural.

**Tabela 4-7. Valores de pressão ao longo da linha de produção.**

| Caso  | Pressão $\times 10^5$ [Pa] |           |           |              |                       |                    |
|-------|----------------------------|-----------|-----------|--------------|-----------------------|--------------------|
|       | <i>WH</i>                  | <i>RB</i> | <i>RT</i> | <i>TS</i>    | $\Delta P_{Flowline}$ | $\Delta P_{Riser}$ |
| C-I   | 79,97                      | 73,55     | 53,35     | <b>50,00</b> | -6,42                 | -23,55             |
| C-II  | 63,87                      | 63,29     | 50,53     | <b>50,00</b> | -0,58                 | -13,28             |
| C-III | 79,35                      | 73,01     | 53,29     | <b>50,00</b> | -6,34                 | -23,01             |

As propriedades físicas das fases gás e líquido foram calculadas a partir das correlações apresentadas na Seção 3.5. Estas propriedades são funções da temperatura, pressão e composição e foram calculadas através de fatores de ponderação como  $H_L$  e  $\lambda_L$  (ver Seção 2.2.2). Como uma variável considerada importante ao se analisar o escoamento, a densidade apresenta seus valores na Tabela 4-8.

**Tabela 4-8. Valores de densidade ao longo da linha de produção.**

| Caso  | $\rho_i$    | Densidade [kg/m <sup>3</sup> ] |           |           |           |                          |                       |
|-------|-------------|--------------------------------|-----------|-----------|-----------|--------------------------|-----------------------|
|       |             | <i>WH</i>                      | <i>RB</i> | <i>RT</i> | <i>TS</i> | $\Delta \rho_{Flowline}$ | $\Delta \rho_{Riser}$ |
| C-I   | $\rho_L$    | 783,10                         | 797,76    | 805,68    | 807,03    | 14,66                    | 9,26                  |
|       | $\rho_G$    | 65,96                          | 63,41     | 44,76     | 41,78     | -2,55                    | -21,63                |
|       | $\rho_{tp}$ | 319,93                         | 401,79    | 367,18    | 354,96    | 81,85                    | -46,83                |
|       | $\rho_n$    | 358,92                         | 368,47    | 281,97    | 266,17    | 9,55                     | -102,30               |
| C-II  | $\rho_L$    | 787,92                         | 806,11    | 812,23    | 812,68    | 18,19                    | 6,57                  |
|       | $\rho_G$    | 51,77                          | 54,92     | 43,18     | 42,74     | 3,15                     | -12,18                |
|       | $\rho_{tp}$ | 342,00                         | 402,88    | 380,14    | 378,56    | 60,88                    | -24,32                |
|       | $\rho_n$    | 296,56                         | 338,23    | 280,95    | 278,89    | 41,67                    | -59,34                |
| C-III | $\rho_L$    | 783,28                         | 792,73    | 800,56    | 801,93    | 9,45                     | 9,19                  |
|       | $\rho_G$    | 65,40                          | 61,44     | 43,90     | 41,07     | -3,96                    | -20,37                |
|       | $\rho_{tp}$ | 318,64                         | 389,89    | 357,18    | 345,51    | 71,25                    | -44,38                |
|       | $\rho_n$    | 356,64                         | 351,89    | 270,40    | 255,53    | -4,75                    | -96,36                |

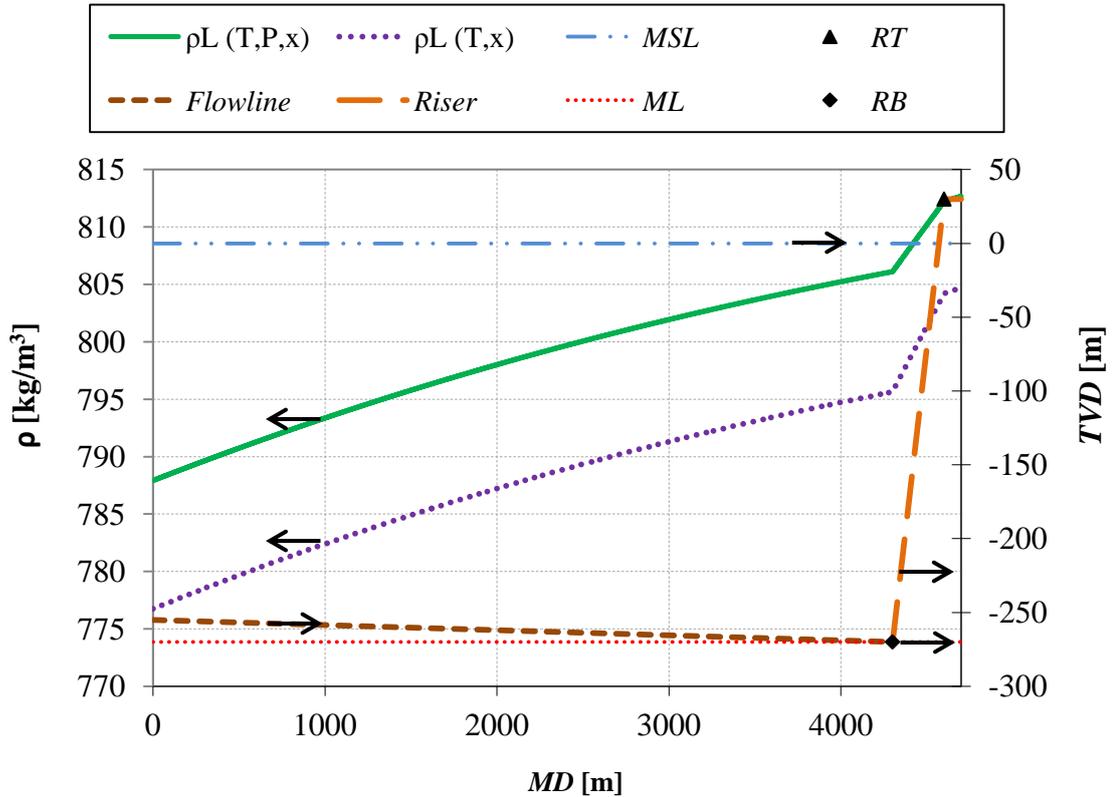
Em geral, para os resultados apresentados, a densidade do líquido aumenta e a do gás diminui, sendo a variação da densidade do líquido maior na *flowline* e para o gás é maior no *riser*.

A maior variação da densidade do líquido ser na *flowline* se deve ao fato de esta densidade ser mais sensível a variações de temperatura do que a variações de pressão. Como a variação de temperatura é mais significativa na *flowline*, a densidade também apresenta maior variação neste trecho do escoamento. O fato de a densidade do líquido aumentar com a diminuição da temperatura se deve ao fato de a redução de temperatura ocasionar menor agitação das moléculas desta mistura líquida e conseqüentemente sua redução de volume. Como a massa é conservada, para menores volumes, maiores valores de densidade são obtidos para o líquido.

Já para o caso de gases, a maior variação da densidade ser no *riser* se deve ao fato de o volume dos gases ser muito sensível a variações de pressão. Como a variação de pressão é mais significativa no *riser*, a densidade também apresenta maior variação neste trecho do escoamento. O fato de a densidade do gás diminuir com a diminuição da pressão se deve ao fato de a redução de pressão ocasionar uma expansão do gás e conseqüentemente um aumento de volume. Como a massa é conservada, para maiores volumes, menores valores de densidade são obtidos para o gás.

Para baixas pressões, a influência da pressão geralmente não é levada em conta no cálculo da densidade de líquidos. No entanto, conforme mencionado na Seção 3.5.2.1, para pressões maiores que  $50 \times 10^5$  Pa este efeito não pode ser ignorado. Portanto, como o problema em estudo é caracterizado por apresentar pressões elevadas e maiores que  $50 \times 10^5$  Pa, este efeito foi considerado. Para ilustrar o efeito da pressão no cálculo da densidade da fase líquida, foi calculado para o caso C-II a densidade como função da temperatura, pressão e composição da fase líquida,  $\rho_L(T, P, x)$ , e a densidade como função apenas da temperatura e da composição,  $\rho_L(T, x)$ . O resultado é visualizado na Figura 4-1, onde é possível notar que quando a pressão é considerada no cálculo, densidades ligeiramente maiores são obtidas para a fase líquida.

## C-II



**Figura 4-1. Efeito da pressão na densidade da fase líquida para o caso C-II (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).**

Para acompanhar a fração molar vaporizada ( $\beta$ ) e volumétrica líquida ( $H_L$  ou  $\lambda_L$ ), seus valores foram calculados ao longo da linha de produção para os casos C-II e C-III, sendo os resultados mostrados em forma de gráfico na Figura 4-2 e na Figura 4-3. Vale ressaltar que a fração molar vaporizada somente é igual à fração volumétrica vaporizada para gases ideais e, por isso, o somatório das frações da fase líquida (fração volumétrica) e da fase gasosa (fração molar) não se iguala a 1 ao se avaliar a Figura 4-2 e a Figura 4-3. Optou-se por demonstrar esses resultados em forma de gráfico ao invés de tabela, pois o *holdup* apresenta uma particularidade em seu perfil ocasionada pela inclinação, a qual é posteriormente discutida na Seção 4.5.

Outro fato a ser notado é a observação de valores de  $H_L$  maiores que  $\lambda_L$  para toda a linha de produção no caso C-II. Para o caso C-III este fato é observado apenas a partir do *riser* (ver Seção 2.1.1).

Para vazões menores (caso C-II), pode considerar que o efeito da redução da temperatura apresenta maior influência do que da redução da pressão nas frações molar e volumétrica. A redução da temperatura provoca um aumento na fração volumétrica de líquido e uma redução da fração molar vaporizada. Sendo assim, há um aumento na densidade da fase líquida e uma redução na densidade da fase gasosa.

Para encerrar esta seção, foi construído um mapa de regime de escoamento baseado no modelo de BEGGS e BRILL (1973), conforme apresentado na Seção 2.4.1 pela Figura 2-7. No mapa visualizado na Figura 4-4 foram apresentados os resultados para os casos C-II e C-III. Na Figura 4-5 foi apresentado um indicador de regime, variando de 1 (segregado) a 4 (transição), demonstrando em que regime de escoamento a linha de produção se encontra.

Através desse mapa de regime construído foi possível caracterizar o escoamento de acordo com o regime existente. Para baixas velocidades, números de Froude,  $N_{Fr}$ , menores são observados, possibilitando que o escoamento se encontre na transição entre o regime segregado e o intermitente. Este fato foi observado ao longo da *flowline* para o caso C-II, o qual apresenta menor vazão. Para o caso C-III toda a linha de produção se encontra em regime intermitente, assim como para o *riser* no caso C-II.

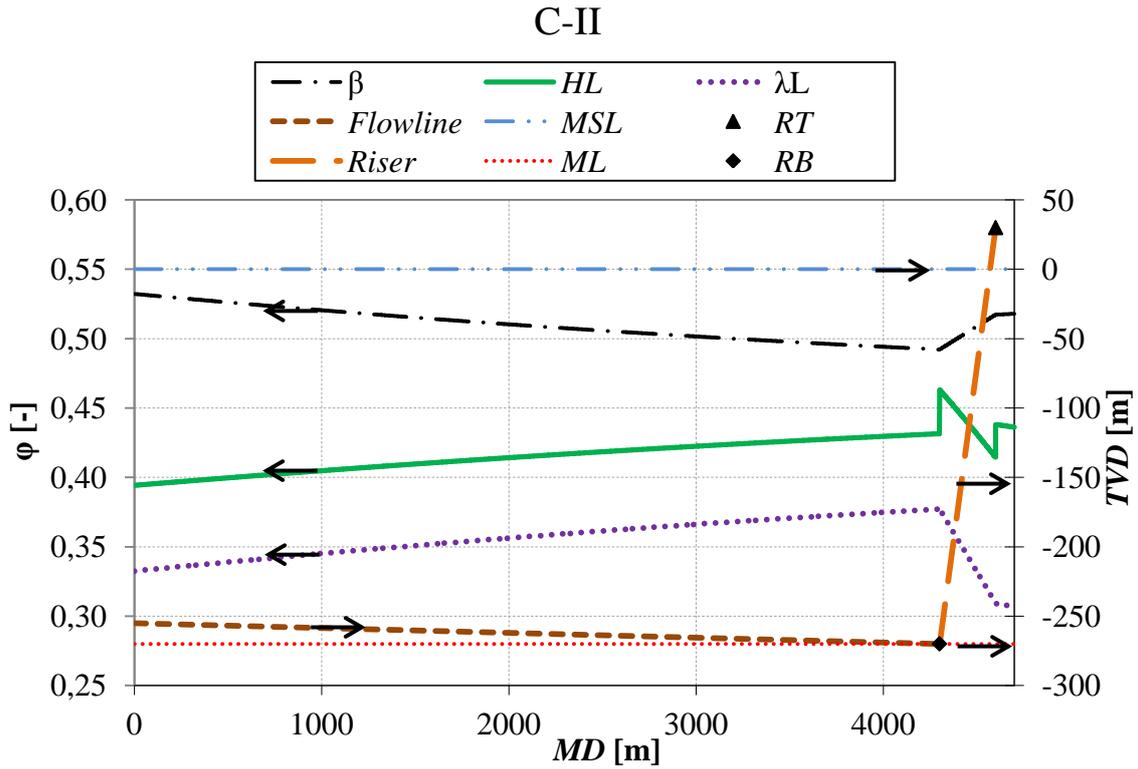


Figura 4-2. Perfil para fração volumétrica ou molar,  $\phi$ , ao longo da linha de produção para o caso C-II (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).

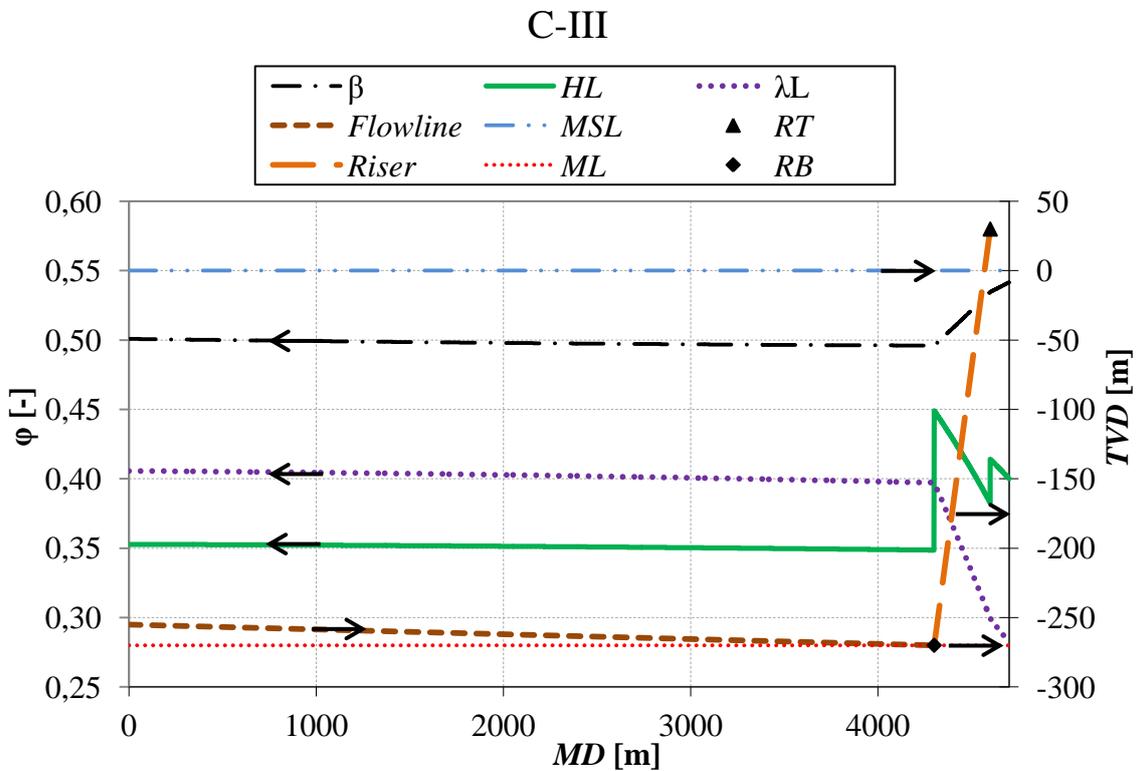


Figura 4-3. Perfil para fração volumétrica ou molar,  $\phi$ , ao longo da linha de produção para o caso C-III (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).

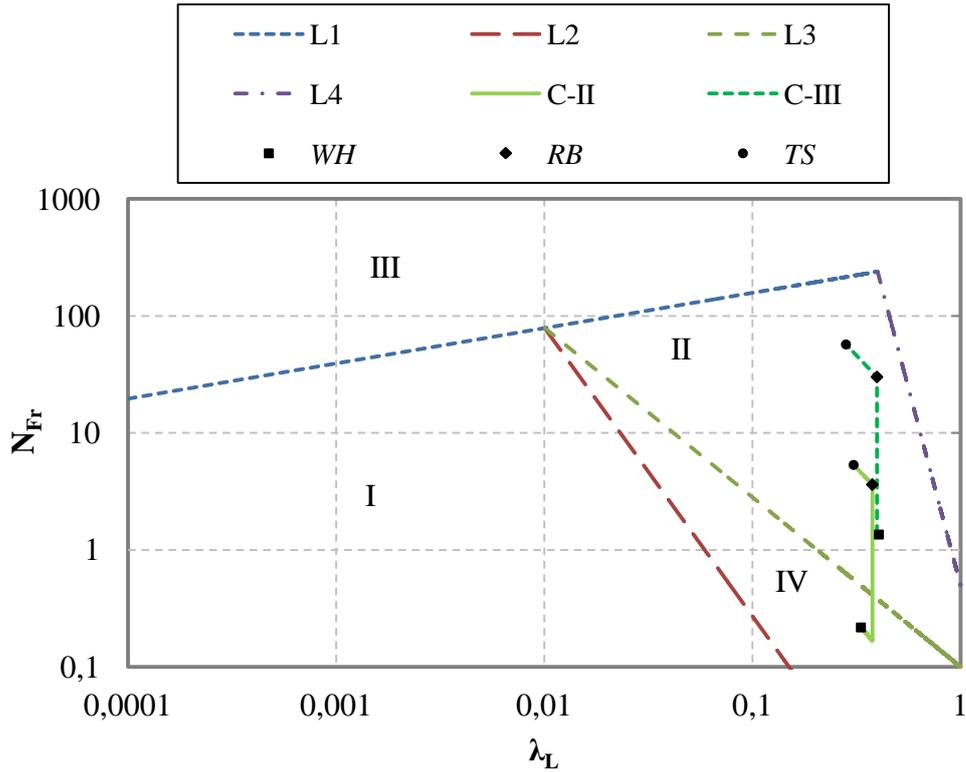


Figura 4-4. Mapa de regime de escoamento construído a partir no modelo de BEGGS e BRILL (1973) (I–Segregado, II–Intermitente, III–Distribuído, IV–Transição).

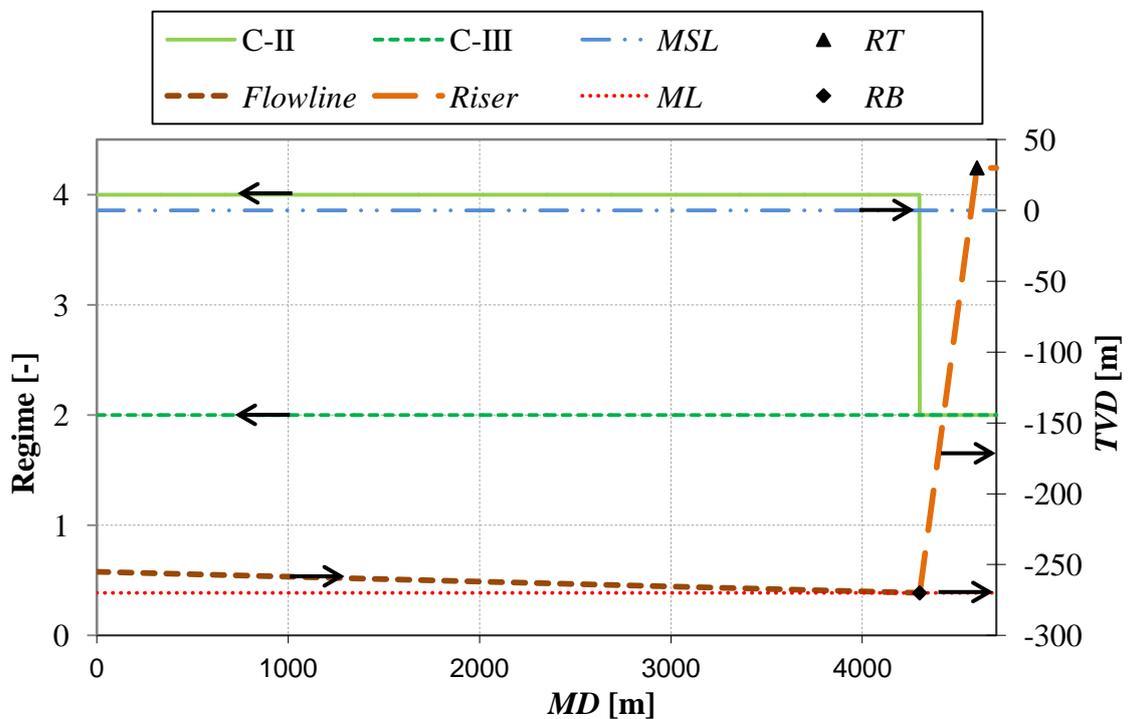


Figura 4-5. Indicador de regime ao longo da linha de produção (1–Segregado, 2–Intermitente, 3–Distribuído, 4–Transição) (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).

## 4.4. Efeito da Velocidade: Erosão/Corrosão

Além das propriedades físicas, outra variável também pode ser avaliada no escoamento. As velocidades das fases e da mistura, ponderadas por  $H_L$  e  $\lambda_L$ , foram calculadas e seus valores estão apresentados na Tabela 4-9.

**Tabela 4-9. Valores de velocidade ao longo da linha de produção.**

| Caso  | $v_i$    | Velocidade [m/s] |      |      |      |                       |                    |
|-------|----------|------------------|------|------|------|-----------------------|--------------------|
|       |          | $WH$             | $RB$ | $RT$ | $TS$ | $\Delta v_{Flowline}$ | $\Delta v_{Riser}$ |
| C-I   | $v_{SL}$ | 0,64             | 2,15 | 2,11 | 2,10 | 1,52                  | -0,05              |
|       | $v_{SG}$ | 0,92             | 3,03 | 4,66 | 5,07 | 2,11                  | 2,04               |
|       | $v_L$    | 1,79             | 4,67 | 4,98 | 5,14 | 2,88                  | 0,47               |
|       | $v_G$    | 1,42             | 5,62 | 8,09 | 8,58 | 4,20                  | 2,97               |
|       | $v_{tp}$ | 1,74             | 4,75 | 5,20 | 5,38 | 3,01                  | 0,63               |
|       | $v_m$    | 1,55             | 5,18 | 6,77 | 7,18 | 3,63                  | 1,99               |
| C-II  | $v_{SL}$ | 0,21             | 0,71 | 0,70 | 0,70 | 0,50                  | -0,01              |
|       | $v_{SG}$ | 0,42             | 1,17 | 1,57 | 1,58 | 0,75                  | 0,41               |
|       | $v_L$    | 0,53             | 1,53 | 1,60 | 1,61 | 1,00                  | 0,07               |
|       | $v_G$    | 0,69             | 2,18 | 2,79 | 2,81 | 1,49                  | 0,62               |
|       | $v_{tp}$ | 0,54             | 1,58 | 1,67 | 1,68 | 1,04                  | 0,10               |
|       | $v_m$    | 0,63             | 1,88 | 2,27 | 2,28 | 1,25                  | 0,40               |
| C-III | $v_{SL}$ | 0,63             | 2,16 | 2,11 | 2,11 | 1,52                  | -0,05              |
|       | $v_{SG}$ | 0,93             | 3,27 | 4,95 | 5,37 | 2,34                  | 2,10               |
|       | $v_L$    | 1,80             | 4,80 | 5,11 | 5,27 | 3,00                  | 0,47               |
|       | $v_G$    | 1,44             | 5,94 | 8,45 | 8,95 | 4,50                  | 3,01               |
|       | $v_{tp}$ | 1,75             | 4,90 | 5,35 | 5,53 | 3,15                  | 0,63               |
|       | $v_m$    | 1,56             | 5,43 | 7,06 | 7,47 | 3,86                  | 2,05               |

O deslizamento entre as fases pode ser caracterizado pela diferença nas velocidades das fases. São observadas velocidades maiores para a fase gás do que para a fase líquida, o que já era esperado devido a menores densidade e viscosidade da fase gás.

Juntamente com a velocidade, um dos parâmetros importantes para caracterizar o escoamento é o número de Reynolds. Seu valor foi calculado pela Equação 2-58, podendo ser visualizado na Tabela 4-10.

**Tabela 4-10. Valores para o número de Reynolds ao longo da linha de produção.**

| Caso  | Número de Reynolds [-] |           |           |           |
|-------|------------------------|-----------|-----------|-----------|
|       | <i>WH</i>              | <i>RB</i> | <i>RT</i> | <i>TS</i> |
| C-I   | 3794,29                | 4544,68   | 6828,95   | 7449,67   |
| C-II  | 1786,46                | 1507,88   | 1932,46   | 1939,76   |
| C-III | 3839,64                | 5761,90   | 8594,89   | 9358,61   |

O efeito da redução de diâmetro ao se passar da *flowline* para o *riser* ocasiona maiores velocidades (ver Tabela 4-9) das fases e da mistura no *riser*, afetando também o número de Reynolds (ver Tabela 4-10).

A análise das velocidades também se torna de extrema importância para outra etapa no estudo de garantia de escoamento, pois faz parte do critério usado para determinar se há ou não erosão ou corrosão na linha. Depois de atendidos os critérios de pressão e temperatura no dimensionamento do diâmetro interno e da espessura de isolamento da *flowline*, foi incluído outro critério: o critério de erosão/corrosão. Conforme definido previamente na Seção 2.7.3, este critério está baseado em uma velocidade de erosão, a qual é definida a partir de um fator  $C_f$ . O menor fator de  $C_f$  foi adotado neste estudo para garantir que a linha não esteja em condições de erosão, portanto  $C_{fmax}=122$ . Os perfis de velocidade da mistura bifásica,  $v_{tp}$ , ao longo da linha de produção, para os casos C-II e C-III, podem ser visualizados na Figura 4-6. Estes perfis foram demonstrados como gráficos apenas para mostrar que as maiores velocidades se encontraram próximas ao topo do *riser*. Os valores de  $C_f$  para os casos C-II e C-III ao longo da linha de produção são apresentados na Figura 4-7.

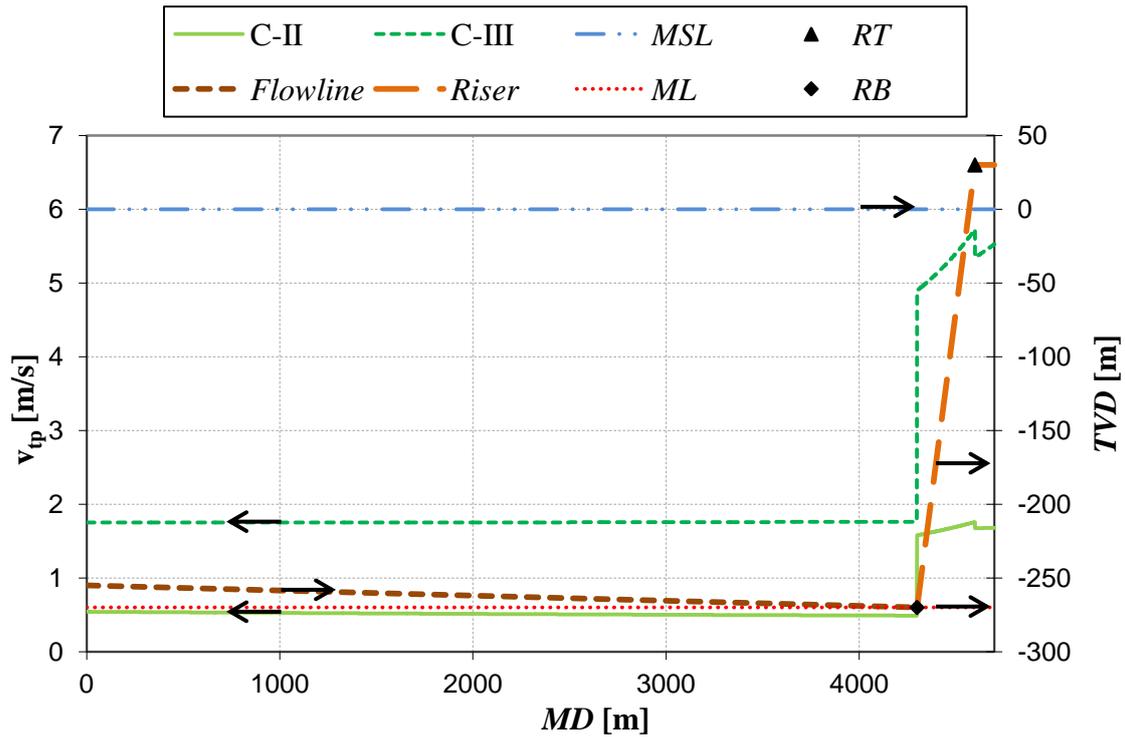


Figura 4-6. Perfil de velocidade ao longo da linha de produção (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).

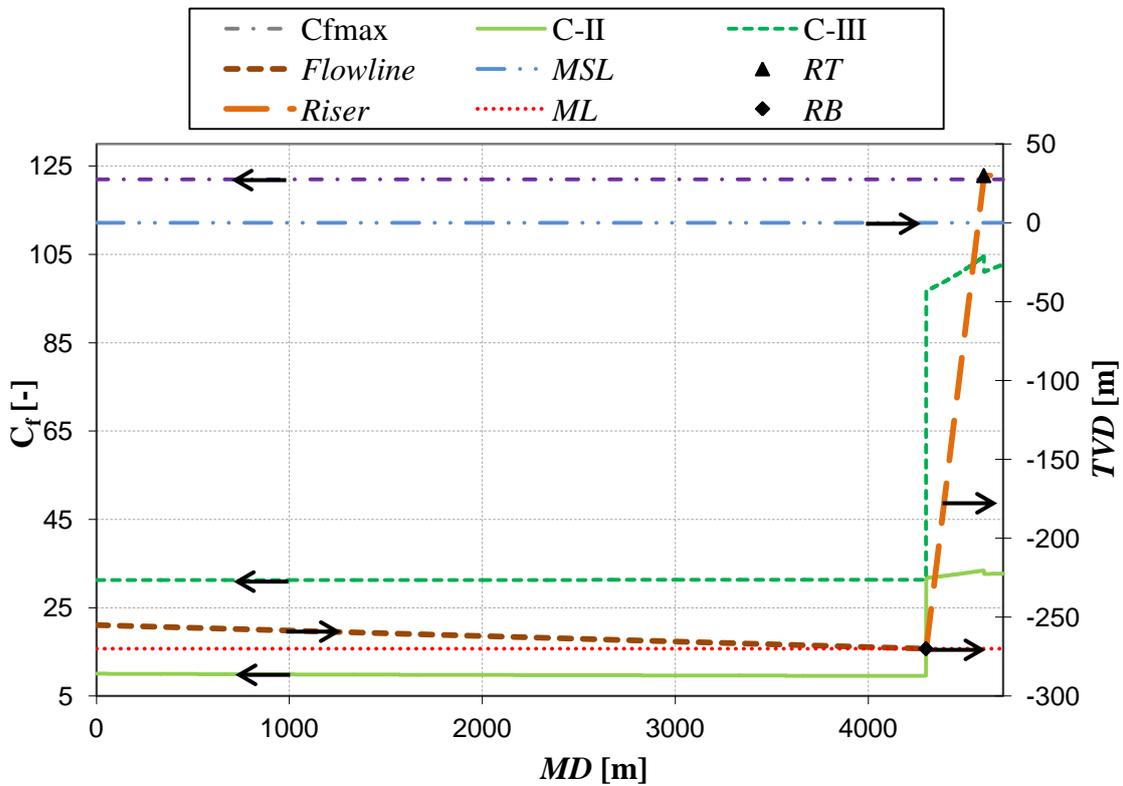
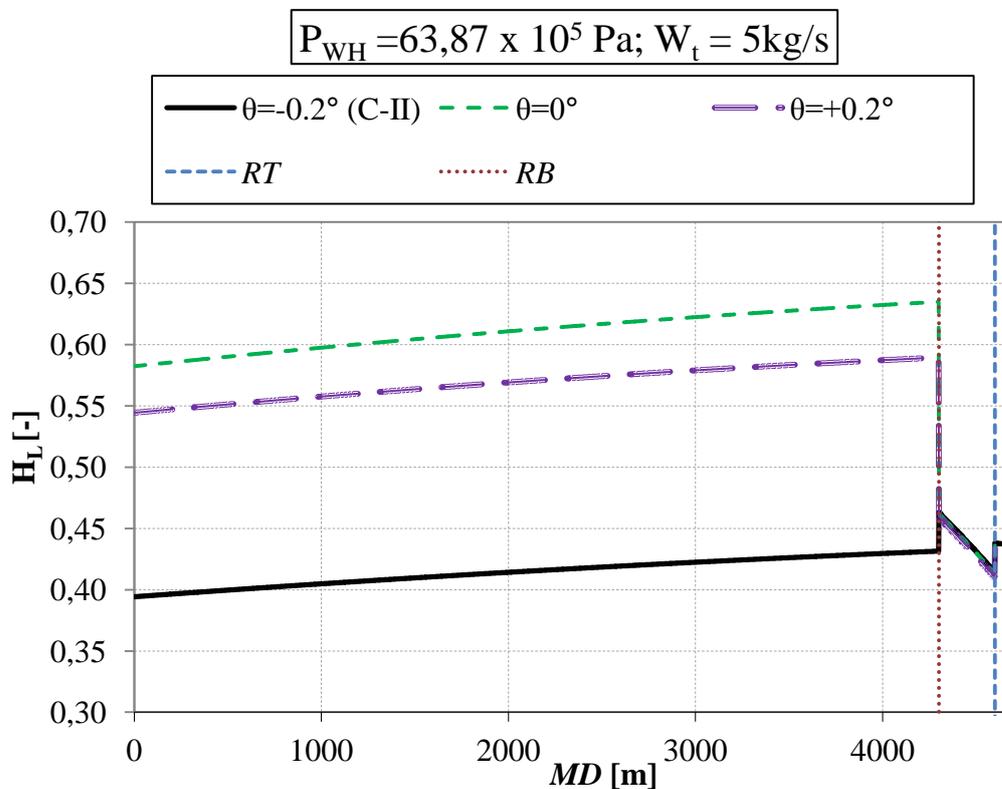


Figura 4-7. Valores de  $C_f$  ao longo da linha de produção (← ler no eixo principal; → ler no eixo secundário).

## 4.5. Avaliação da Inclinação da *Flowline*

Depois da realização do estudo de garantia de escoamento, optou-se por incluir esta seção, a qual faz uma avaliação da influência da inclinação da *flowline* no cálculo do *holdup* pelo modelo de BEGGS e BRILL (1973). Como explicado na Seção 2.4.2, o cálculo do *holdup* é influenciado pela inclinação da linha, pois diferentes coeficientes são utilizados para inclinação ascendente, descendente e escoamento horizontal. Tomando o caso C-II como base, três inclinações foram testadas e o perfil resultante do *holdup* pode ser visualizado na Figura 4-8.



**Figura 4-8. Perfil de *holdup* para diferentes inclinações.**

O perfil do *holdup* para inclinações negativas mostra uma particularidade a qual não é observada para escoamento horizontal e ascendente e quando se calcula  $\lambda_L$ . Um acúmulo de líquido pode ser observado na base do riser. Isto ocorre devido à *flowline* apresentar escoamento descendente e ao seu final o riser apresentar escoamento ascendente vertical, proporcionando condições geométricas para a presença de líquido na base do *riser*.

## 5. Conclusão

Neste trabalho foi demonstrado passo a passo um estudo estacionário típico de garantia de escoamento, apresentando todos os modelos e correlações utilizados. Os resultados foram obtidos e discutidos para três diferentes casos. Devido ao sistema estar sob condições de elevadas pressões, foi necessário considerar o efeito da pressão no cálculo da densidade da fase líquida, o que ocasionou um pequeno aumento no valor desta densidade. O comportamento do escoamento foi analisado, discutindo as variações das propriedades ao longo de todo o comprimento da linha de produção.

Não foram considerados critérios de formação de hidrato, pois a composição do fluido em questão não apresenta água. Caso seja utilizado um fluido contendo água (típico de poços em final de vida) basta adicionar este componente da mesma forma que os componentes apresentados na Tabela 3-1, e deverá ser estimada a temperatura na qual se formam os hidratos, conforme KOBAYASHI *et al.*(1987), por exemplo. De posse desta temperatura, deve ser feita a mesma abordagem usada para o critério de WAT.

Apesar do elevado número de equações e correlações empregado, e da dimensão da linha de produção analisada, o modelo apresentado resultou em tempos de simulação pequenos, dada à abordagem algébrico-diferencial utilizada.

Foi observada a condição de deslizamento entre as fases, o que retrata a realidade do escoamento. Considerar velocidades iguais para as fases pode gerar previsões irrealistas sobre o comportamento do escoamento. Conforme mencionado na Seção 2.1.1, considerar que não haja este deslizamento tende a subestimar a queda de pressão, pois o volume de líquido previsto a existir na tubulação seria menor que o real. No entanto, apesar de as condições de deslizamento terem sido observadas para todos os casos, apenas para o caso de menor vazão (caso C-II) o *holdup* de líquido, o qual caracteriza as condições reais de escoamento, apresenta valores maiores que a fração volumétrica de líquido sem considerar o escoamento,  $\lambda_L$ , ao longo de toda a linha de produção.

O modelo de BEGGS e BRILL (1973) se mostrou eficiente ao comparar o cálculo do *holdup* para diferentes inclinações da linha, conseguindo capturar o efeito do acúmulo de líquido na base do *riser* não percebido pelo cálculo da variável  $\lambda_L$ . Foi observado que o líquido acumulado não foi o suficiente para bloquear a passagem do gás, ou seja, o *holdup* de líquido calculado foi menor que 1. Sendo assim, de acordo com TAITEL (1986) não podem ser formadas golfadas severas (*severe slugging*), as quais seriam caracterizadas por oscilações de pressão e de *holdup*. Ainda de acordo com TAITEL (1986), uma operação em estado estacionário é caracterizada por escoamento estratificado na *flowline*, enquanto o *riser* se encontrar em regime de bolhas ou de golfadas. Para o caso de menores vazões (C-II) a linha de produção se encontra próxima a essas condições, estando a *flowline* no regime de transição entre escoamento segregado e intermitente e o *riser* em escoamento intermitente. Para o caso de maiores vazões, toda a linha de produção foi caracterizada por escoamento intermitente.

Portanto, foi possível concluir que as equações de conservação mostraram resultados coerentes no que diz respeito às quedas de pressão e temperatura. Considerando o fato do deslizamento mencionado nesta seção ( $v_G > v_L$  e  $H_L > \lambda_L$ ) e a proximidade das condições de escoamento observadas através do mapa de regime obtido com as condições em operação estacionária definidas por TAITEL (1986), o modelo de BEGGS e BRILL (1973) apresentou resultados mais próximos da realidade do escoamento para baixas vazões.

Como sugestão de trabalhos futuros, poderia ser testado o Modelo de Dois Fluidos ou um modelo mecânico dentre os citados neste trabalho. Outra sugestão seria gerar um modelo transiente capaz de avaliar outra questão sobre garantia de escoamento, como por exemplo, análises transientes de desempenho hidráulico e térmico (ver Seção 2.7.1).

# Referências Bibliográficas

- ANDREUSSI, P. **Flow Assurance: A New Challenge for Chemical Engineers**. 11th International Conference on Chemical & Process Engineering. Milão: AIDIC - Associazione Italiana Di Ingegneria Chimica. 2013. p. 3.
- API-RP-14E. **Recommended Practice for Design and Installation of Offshore Production Platform Piping Systems**. 5. ed. Washington, DC: American Petroleum Institute, 1991.
- ARCHER, J. S.; WALL, C. G. **Petroleum Engineering - Principles and Practice**. Londres: Graham and Trotman Inc., 1986.
- ASCHER, U. M.; PETZOLD, L. R. **Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations**. Filadélfia, PA: SIAM Press, 1998.
- BAI, Y.; BAI, Q. **Subsea Pipelines and Risers - Part III: Flow Assurance**. Nova York: Elsevier, 2005. Cap. 18, p. 277-316.
- BEGGS, H. D.; BRILL, J. P. A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes. **Journal of Petroleum Technology**, v. 255, p. 607-617, Maio 1973.
- BENDIKSEN, K. H.; MALNES, D.; MOE, S. The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application. **SPE Production Engineering**, p. 171-180, Maio 1991.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport Phenomena**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- BLAJER, W. Index of Differential-Algebraic Equations Governing the Dynamics of Constrained Mechanical Systems. **Appl. Math. Modelling**, v. 16, p. 70-77, Fevereiro 1992.
- BRILL, J. P.; MUKHERJEE, H. Multiphase Flow in Wells. **SPE Monograph Series**, v. 17, p. 164, 1999.
- CHEN, N. H. An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 18, n. 3, p. 296-297, Fevereiro 1979.
- CLENNEL, M. B. Hidrato de Gás Submarino: Natureza, Ocorrência e Perspectivas para a Exploração na Margem Continental Brasileira. **Brazilian Journal of Geophysics**, v. 18, n. 3, p. 397-410, Setembro 2001.

- DAUBERT, T. E.; DANNER, R. P. **API Technical Data Book - Petroleum Refining**. 6. ed. Washington, DC: American Petroleum Institute, 1997.
- DIMIAN, A. C. **Integrated Design and Simulation of Chemical Processes**. Amsterdam: Elsevier Science B. V., 2003.
- DUNS, H. J.; ROS, N. C. J. **Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells**. 6th World Petroleum Congress, 19-26 Junho. Frankfurt: World Petroleum Congress. 1963.
- FARINA, L. A.; POSSER, M. S. **MATLAB - Ferramenta Matemática para Engenharia**. SAENQ - UFRGS. Porto Alegre, p. 31. 1999.
- FONTE, B. F. **Estudo de Mapas de Regime de Escoamento Gás-Líquido em Dutos Horizontais**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 91. 2010.
- GEAR, C. W. Simultaneous Numerical Solution of Differential-Algebraic Equations. **IEEE Transactions on Circuit Theory**, v. 18, n. 1, p. 89-95, 1971.
- GUO, B.; SONG, S.; GHALAMBOR, A.; LIN, T. R. **Offshore Pipelines: Design, Installation, and Maintenance**. Waltham: Gulf Professional Publishing, 2013.
- HAGEDORN, A. R.; BROWN, K. E. Experimental Study of Pressure Gradients Occuring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits. **Journal of Petroleum Technology**, p. 475-484, Abril 1965.
- HANKINSON, R. W.; THOMSON, G. H. A New Correlation for Saturated Densities of Liquid and Their Mixtures. **AIChE Journal**, v. 25, n. 4, p. 653-663, Julho 1979.
- HUDSON, J. D.; DYKHNO, L. A.; LORIMER, S. E.; SCHOPPA, W.; WILKENS, R. J. Flow Assurance for Subsea Wells. **Offshore Technology Conference**, Houston, Texas, p. 6, Maio 2000.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 6. ed. Nova York: John Wiley & Sons, Inc, 2007.
- IRFANSYAH, T. M.; WIDYOKO, B.; GUNARWAN, G.; LOPEZ, D. **Simulation of Multiphase Flows in Indonesian Pipelines: Comparison of TACITE e OLGA Results**. 12th International Conference on Multiphase Production Technology. Barcelona: [s.n.]. 2005. p. 465-475.
- ISHII, M.; HIBIKI, T. **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**. 2. ed. Nova York: Springer New York, 2011. ISBN: 978-1-4419-7984-1.

- KACZMARSKI, A. A.; LORIMER, S. E. **Emergence of Flow Assurance as a Technical Discipline Specific to Deepwater: Technical Challenges and Integration into Subsea Systems Engineering.** OTC 13123. Houston, Texas: Offshore Technology Conference. Abril-Maio 2001. p. 10.
- KNUDSEN, J. G.; KATZ, D. L. **Fluid Dynamics and Heat Transfer.** Nova York: McGraw-Hill Book Co. Inc, 1958.
- KOBAYASHI, R. G.; SONG, I.; SLOAN, E. D. Phase Behavior of Water/Hydrocarbon Systems. **Society of Petroleum Engineers**, p. 28, 1987.
- LEE, A. L.; GONZALEZ, M. H.; EAKIN, B. E. The Viscosity of Natural Gases. **Journal of Petroleum Technology**, p. 997-1000, Agosto 1966.
- LOHRENZ, L.; BRAY, B. G.; CLARK, C. R. Calculating Viscosities of Reservoir Fluids From Their Compositions. **Journal of Petroleum Technology**, Houston, Texas, p. 1171-1176, Outubro 1964.
- LOURENÇO, M. **Solução de Sistemas de Equações Algébrico-Diferenciais Ordinárias de Índice Superior.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 90. 2002.
- MANNING, F. S.; THOMPSON, R. E. **Oilfield Processing Volume Two: Crude Oil.** Tulsa, Oklahoma: Penwell Publishing Company, v. II, 1995.
- MARSZALEK, W. **Analysis of Partial Differential Algebraic Equations.** Graduate Faculty of North Carolina State University. Raleigh, p. 110. 1997.
- MOODY, L. F. Friction Factors for Pipe Flow. **Transactions of the ASME**, v. 66, n. 8, p. 671-684, Novembro 1944.
- ORTIZ, E. L.; LAWRENCE, P.; PANTELIDES, C. **An Integrated Framework for Model-Based Flow Assurance in Deep-Water Oil and Gas Production.** ESCAPE18. Lyon, França: Elsevier. 2008. p. 787-792.
- OUTLAW, J.; YE, P. **Wax Appearance Temperature Detection by DSC.** Waltham: PerkinElmer, Inc, 2001.
- OUYANG, L. B.; AZIZ, K. Transient Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes with Radial Influx or Efflux. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Stanford, CA, n. 30, p. 167-179, Maio 2001.
- OWEN, K.; QUAYLE, O. R.; CLEGG, W. J. A Study of Organic Parachors. V. Constitutive Variations of Parachors of Series of Normal Cetones. **J. Am. Chem. Soc.**, v. 64, p. 1294-1296, Junho 1942.

- PASSUT, C. A.; DANNER, R. P. Correlation of Ideal Gas Enthalpy, Heat Capacity, and Entropy. **Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop.**, v. 11, n. 4, p. 543-546, Junho 1972.
- PAUCHON, C.; DHULESIA, H.; LOPES, D.; FABRE, J. **TACITE: A Comprehensive Mechanistic Model for Two-Phase Flow**. 6<sup>th</sup> BHRG Multiphase International Conference, Junho 16-19. Cannes, França. 1993.
- PAYNE, G. A.; PALMER, C. M.; BRILL, J. P.; BEGGS, H. D. Evaluation of Inclined-Pipe, Two-Phase Liquid Holdup and Pressure-Loss Correlation Using Experimental Data. **Journal of Petroleum Technology - SPE**, v. 31, n. 9, p. 1198-1208, Setembro 1979.
- PESSANHA, J. E.; PAZ, A. A.; PORTUGAL, C. Técnicas de Solução de Sistemas de Equações Diferenciais e Algébricas: Aplicação em Sistemas de Engenharia Eléctrica. **Revista Controle & Automação**, v. 16, n. 3, p. 359-372, Setembro 2005.
- PETALAS, N.; AZIZ, K. **A Mechanistic Model for Multiphase Flow in Pipes**. 49th Annual Technical Meeting, Junho 8-10. Calgary, Alberta: Petroleum Society of Canada. 1998. p. 16.
- POETTMAN, F. H.; CARPENTER, P. G. The Multiphase Flow of Gas, Oil, and Water Through Vertical FLOW Strings with Application to the Design of Gas-lift Installations. **American Petroleum Institute**, Nova York, v. 257, Janeiro 1952.
- REID, R.; PRAUSNITZ, J. M.; POLING, B. E. **The Properties of Gases and Liquids**. 4. ed. Nova York: McGraw-Hill, Inc, 1987.
- RIAZI, M. R. **Characterization and Properties of Petroleum Fractions**. 1. ed. West Conshohocken: American Society for Testing and Materials, 2005.
- SALAMA, M. M.; VENKATESH, E. S. **Evaluation of API RP 14E Erosional Velocity Limitations for Offshore Gas Wells**. OTC 4485. Houston, Texas: Offshore Technology Company. 1983. p. 371-376.
- SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W. The MATLAB ODE Suite. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 18, n. 1, p. 1-22, 1997.
- SHAMPINE, L. F.; REICHEL, M. W.; KIERZENKA, J. A. Solving Index 1 DAES in MATLAB and SIMULINK. **SIAM**, v. 41, n. 3, p. 538-552, 1999.
- SLOAN, E. D.; KOH, C. **Clathrate Hydrates of Natural Gases**. Boca Raton: Taylor and Francis Group, v. III, 2008.

- SMITH, J. M.; NESS, H. C. V.; ABBOT, M. M. **Introdução à Termodinâmica de Engenharia Química**. 7. ed. Nova York: McGraw-Hill Book Co. In., 2005.
- STEVENS, W. F.; THODOS, G. Estimation of Enthalpies: Multicomponent Hydrocarbon Mixtures at Their Saturated Vapor and Liquid States. **AIChE Journal**, v. 9, n. 3, p. 293-296, Maio 1963.
- SVEDEMAN. **Experimental Study of the Erosional/Corrosional Velocity Criterion for Sizing Multiphase Flow Lines**. Southwest Research Institute. San Antonio, Texas, p. 33. 1993.
- TAIT, P. G. Report on some of the Physical Properties of Fresh Water and of Sea Water. In: THOMSON, C. W.; MURRAY, J. **Physics and Chemistry: Report and Scientific Results of The Voyage of H.M.S. Challenger**. London: Eyre & Spottiswoode, v. 2, 1888. Cap. IV, p. 1-76.
- TAITEL, Y. Stability of Severe Slugging. **Int. J. Multiphase Flow**, v. 12, n. 2, p. 203-217, 1986.
- TAITEL, Y.; BORNEA, D.; DUKLER, A. Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes. **AIChE Journal**, v. 26, n. 3, p. 345-354, Maio 1980.
- TAITEL, Y.; DUKLER, A. E. A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow. **AIChE Journal**, v. 22, n. 1, p. 47-55, Janeiro 1976.
- TAKAMATSU, M.; IWATA, S. **Index Characterization of Differential-Algebraic Equations in Hybrid Analysis for Circuit Simulation**. The University of Tokyo. Bunkyo-Ku, Tokyo, p. 19. 2008.
- TEIXEIRA, R. G. D. **Abordagem Algébrico-Diferencial na Simulação Unidimensional do escoamento Bifásico em Tubos para Processo de Refino**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, 2013.
- THOME, J. R. **Engineering Data Book**. 3. ed. Lausanne, Suíça: Wolverine Tubes, Inc., 2010.
- THOMSON, G. H.; BROBST, K. R.; HANKINSON, R. W. An Improved Correlation for Densities of Compressed Liquids and Liquid Mixtures. **AIChE Journal**, v. 28, n. 4, p. 671-676, Julho 1982.
- WANG, H. S. et al. Numerical Solutions of Differential-ALgebraic Equations and its Applications in solving TPPC Problems. **Journal of Marine Science and Technology**, v. 19, n. 1, p. 76-88, 2011.

WHITSON, C. H.; BRULE, M. R. Phase Behavior. **Henry L. Doherty Memorial  
Fund of AIME, SPE**, Richardson, Texas, v. 20, 2000.

# Anexo I. Propriedades dos Componentes Puros

Tabela I-1. Propriedades críticas, massa molar e fator acêntrico dos componentes puros (SMITH *et al.*, 2005).

| Componente               | $M$<br>[kg/kmol] | $T_c$<br>[K] | $P_c \times 10^{-5}$<br>[Pa] | $V_c \times 10^3$<br>[m <sup>3</sup> /kmol] | $\omega$<br>[-] |
|--------------------------|------------------|--------------|------------------------------|---|-----------------|
| CO <sub>2</sub>          | 44,0             | 304,2        | 73,83                        | 94,0  | 0,224           |
| N <sub>2</sub>           | 28,0             | 126,2        | 34,00                        | 89,2  | 0,038           |
| C <sub>1</sub>           | 16,0             | 190,6        | 45,99                        | 98,6  | 0,012           |
| C <sub>2</sub>           | 30,1             | 305,3        | 48,72                        | 145,5                                       | 0,100           |
| C <sub>3</sub>           | 44,1             | 369,8        | 42,48                        | 200,0                                       | 0,152           |
| <i>i</i> -C <sub>4</sub> | 58,1             | 408,1        | 36,48                        | 262,7                                       | 0,181           |
| <i>n</i> -C <sub>4</sub> | 58,1             | 425,1        | 37,96                        | 255,0                                       | 0,200           |
| <i>i</i> -C <sub>5</sub> | 72,2             | 460,4        | 33,81                        | 305,8                                       | 0,228           |
| <i>n</i> -C <sub>5</sub> | 72,2             | 469,7        | 33,7                         | 313,0                                       | 0,252           |
| C <sub>6</sub>           | 86,2             | 507,6        | 30,25                        | 371,2                                       | 0,301           |

**Tabela I-2. Propriedades dos componentes puros utilizadas no cálculo da densidade da fase líquida (HANKINSON e THOMSON, 1979).**

| Componente               | $\omega_{SRK_i}$ | $V_i^*$ [m <sup>3</sup> /kmol] |
|--------------------------|------------------|--------------------------------|
| CO <sub>2</sub>          | 0,0358           | 0,09012                        |
| N <sub>2</sub>           | 0,2373           | 0,09384                        |
| C <sub>1</sub>           | 0,0074           | 0,09939                        |
| C <sub>2</sub>           | 0,0983           | 0,1458                         |
| C <sub>3</sub>           | 0,1532           | 0,2001                         |
| <i>i</i> -C <sub>4</sub> | 0,1825           | 0,2568                         |
| <i>n</i> -C <sub>4</sub> | 0,2008           | 0,2544                         |
| <i>i</i> -C <sub>5</sub> | 0,2400           | 0,3096                         |
| <i>n</i> -C <sub>5</sub> | 0,2522           | 0,3113                         |
| C <sub>6</sub>           | 0,3007           | 0,3682                         |

**Tabela I-3. Parâmetros para o cálculo da entalpia molar do componente puro em estado de gás ideal (PASSUT e DANNER, 1972).**

| Componente               | $A_H$    | $B_H$     | $C_H \times 10^3$ | $D_H \times 10^6$ | $E_H \times 10^{10}$ | $F_H \times 10^{14}$ |
|--------------------------|----------|-----------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|
| CO <sub>2</sub>          | -0,68925 | 0,253664  | -0,014549         | 0,012544          | -0,017106            | -0,008239            |
| N <sub>2</sub>           | 4,77805  | 0,114433  | 0,101132          | -0,026494         | 0,034706             | -0,013140            |
| C <sub>1</sub>           | -5,58114 | 0,564834  | -0,282973         | 0,417399          | -1,525576            | 1,958857             |
| C <sub>2</sub>           | -0,76005 | 0,273088  | -0,042956         | 0,312815          | -1,389890            | 2,007023             |
| C <sub>3</sub>           | -1,22301 | 0,179733  | 0,066458          | 0,250998          | -1,247461            | 1,893509             |
| <i>i</i> -C <sub>4</sub> | 13,28660 | 0,036637  | 0,349631          | 0,005361          | -0,298111            | 0,538662             |
| <i>n</i> -C <sub>4</sub> | 29,11502 | 0,00204   | 0,434879          | -0,081810         | 0,072349             | -0,014560            |
| <i>i</i> -C <sub>5</sub> | 27,62342 | -0,031504 | 0,469884          | -0,098283         | 0,102985             | -0,029485            |
| <i>n</i> -C <sub>5</sub> | 27,17183 | -0,002795 | 0,440073          | -0,086288         | 0,081764             | -0,019715            |
| C <sub>6</sub>           | 32,03560 | -0,023096 | 0,461333          | -0,097402         | 0,103368             | -0,030643            |

**Tabela I-4. Parachors de componentes puros utilizado no cálculo da tensão superficial do líquido (BRILL e MUKHERJEE, 1999).**

| Componente | CO <sub>2</sub> | N <sub>2</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | <i>i</i> -C <sub>4</sub> | <i>n</i> -C <sub>4</sub> | <i>i</i> -C <sub>5</sub> | <i>n</i> -C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> |
|------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----------------|
| Parachor   | 78,0            | 41,0           | 77,0           | 108,0          | 150,3          | 181,5                    | 189,9                    | 225,0                    | 231,5                    | 271            |

## Anexo II. Funções de Regularização para o Modelo de BEGGS e BRILL (1973)

De acordo com TEIXEIRA (2013), as desigualdades listadas na Tabela 2-4, que traduzem as fronteiras entre os regimes que aparecem no mapa, podem ser reescritas em termos da função de regularização apresentada na Equação 2-85, resultando em funções contínuas de  $\lambda_L$  e  $N_{Fr}$  que assumem o valor 1 quando é prevista a ocorrência do regime de escoamento correspondente, e 0 caso contrário. As equações contínuas para todos os regimes de escoamento do método de BEGGS e BRILL (1973) são apresentadas na Tabela II-1.

**Tabela II-1. Inequações dos regimes de escoamento expressas em termos de  $\eta$  (TEIXEIRA, 2013).**

| Regime de Escoamento | Inequação  |
|----------------------|--|
| Segregado            | $Seg(\lambda_l; N_{Fr}) = \eta(0,01 - \lambda_l; \delta)\eta(L_1 - N_{Fr}; \delta) + \eta(\lambda_l - 0,01; \delta)\eta(L_2 - N_{Fr}; \delta)$   |
| Transição            | $Tran(\lambda_l; N_{Fr}) = \eta(\lambda_l - 0,01; \delta)\eta(N_{Fr} - L_2; \delta)\eta(L_3 - N_{Fr}; \delta)$   |
| Intermitente         | $Int(\lambda_l; N_{Fr}) = \eta(\lambda_l - 0,01; \delta)\eta(0,4 - \lambda_l; \delta)\eta(N_{Fr} - L_3; \delta)\eta(L_1 - N_{Fr}; \delta) + \eta(\lambda_l - 0,4; \delta)\eta(N_{Fr} - L_3; \delta)\eta(L_4 - N_{Fr}; \delta)$ |
| Distribuído          | $Dist(\lambda_l; N_{Fr}) = \eta(0,4 - \lambda_l; \delta)\eta(N_{Fr} - L_1; \delta) + \eta(\lambda_l - 0,4; \delta)\eta(N_{Fr} - L_4; \delta)$  |

A partir do modelo de BEGGS e BRILL (1973), TEIXEIRA (2013) propôs uma expressão contínua para o *holdup* de líquido, qualquer que seja o regime de escoamento, sendo representada pela Equação II-1 e pela Equação II-2.

$$H_{L(\theta)} = AH_{L(\theta)1} + (1 - A)H_{L(\theta)2} \quad \text{II-1}$$

$$A(\lambda_l; N_{Fr}) = 1 + \left[ \frac{L_3 - N_{Fr}}{L_3 - L_2} - 1 \right] Tran(\lambda_l; N_{Fr}) \quad \text{II-2}$$

Na Equação II-1,  $H_{L(\theta)1}$  e  $H_{L(\theta)2}$  são calculados pela Equação 2-50, e o índice 2 refere-se sempre ao regime intermitente. O índice 1, por sua vez, denota o regime segregado quando as condições de escoamento apontam a região de transição, e qualquer que seja o regime previsto quando isto não acontece. A Equação II-2 é contínua, alternando-se continuamente entre  $A=1$  e a Equação 2-57 em função do regime previsto. Esse comportamento garante a transição contínua entre a Equação 2-50 e a Equação 2-56, conforme o regime de escoamento esteja ou não na região de transição.

Porém, a expressão proposta pela Equação II-1 somente será contínua nas fronteiras entre os diversos regimes se os cálculos de  $H_{L(\theta)1}$  e  $H_{L(\theta)2}$  também o forem. Se o chaveamento entre os diferentes valores dos coeficientes utilizados no cálculo do *holdup* de líquido puder ser feito de maneira contínua, as discontinuidades associadas às mudanças de regime serão eliminadas. Para que isso seja feito, é necessário que seja diferenciado se o escoamento é ascendente, horizontal ou descendente. Isto foi feito pela definição de uma função adicional  $Dow(\theta)$  que somente resulta em 1 para escoamento descendente. Esta função é apresentada na Equação II-3. Nesta equação, o deslocamento de 0,01 tem o objetivo de garantir que  $Dow(0)$  seja sempre 0, em vez de 0,5, pois a função deve anular-se para escoamento horizontal ou ascendente. Enfim, os coeficientes empíricos podem ser expressos como funções contínuas de  $\lambda_l$ ,  $N_{Fr}$  e  $\theta$  na Tabela II-2.

$$Dow(\theta) = \eta(-0.01 - \theta; \delta) \quad \text{II-3}$$

**Tabela II-2. Coeficientes empíricos expressos como funções contínuas de  $\lambda_l$ ,  $N_{Fr}$  e  $\theta$  (TEIXEIRA, 2013).**

|   |
|---|
| $a_1(\lambda_l; N_{Fr}) = 0,98[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 0,845Int(\lambda_l; N_{Fr}) + 1,065Dist(\lambda_l; N_{Fr})$  |
| $a_2(\lambda_l; N_{Fr}) = 1 - 0,155Tran(\lambda_l; N_{Fr})$   |
| $b_1(\lambda_l; N_{Fr}) = 0,4846[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 0,5351Int(\lambda_l; N_{Fr}) + 0,5824Dist(\lambda_l; N_{Fr})$                                      |
| $b_2(\lambda_l; N_{Fr}) = 0,5351Tran(\lambda_l; N_{Fr})$  |
| $c_1(\lambda_l; N_{Fr}) = 0,0868[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 0,0173Int(\lambda_l; N_{Fr}) + 0,0609Dist(\lambda_l; N_{Fr})$                                      |
| $c_2(\lambda_l; N_{Fr}) = 0,0173Tran(\lambda_l; N_{Fr})$  |
| $e_1(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = 4,7Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]\{0,011[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 2,96Int(\lambda_l; N_{Fr}) + Dist(\lambda_l; N_{Fr})\}$ |
| $e_2(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = 4,7Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)][1 + 1,96Tran(\lambda_l; N_{Fr})]$  |
| $f_1(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = -0,3692Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]\{-3,768[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 0,305Int(\lambda_l; N_{Fr})\}$                     |
| $f_2(\lambda_l; N_{Fr}) = -0,3692Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]0,305Tran(\lambda_l; N_{Fr})$   |
| $g_1(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = 0,1244Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]\{3,539[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] - 0,4473Int(\lambda_l; N_{Fr})\}$                      |
| $g_2(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = 0,1244Dow(\theta) - [1 - Dow(\theta)]0,4473Tran(\lambda_l; N_{Fr})$   |
| $h_1(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = -0,5056Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]\{-1,614[Seg(\lambda_l; N_{Fr}) + Tran(\lambda_l; N_{Fr})] + 0,0978Int(\lambda_l; N_{Fr})\}$                    |
| $h_2(\lambda_l; N_{Fr}; \theta) = -0,5056Dow(\theta) + [1 - Dow(\theta)]0,0978Tran(\lambda_l; N_{Fr})$  |