



ANÁLISE EXPERIMENTAL DE MODELOS DE EFICIÊNCIA DE COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Rafael Guinancio

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha
Lage
Juliana Braga Rodrigues
Loureiro

Rio de Janeiro
Agosto de 2015

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE MODELOS DE EFICIÊNCIA DE
COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Rafael Guinancio

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Examinada por:

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Prof. Juliana Braga Rodrigues Loureiro, D.Sc.

Prof. João Felipe Mitre de Araujo, D.Sc.

Prof. Luca Roberto Augusto Moriconi, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
AGOSTO DE 2015

Guinancio, Rafael

Análise experimental de modelos de eficiência de coalescência de bolhas/Rafael Guinancio. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XIX, 104 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage

Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Química, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 97 – 100.

1. Eficiência de Coalescência. 2. Escoamento multifásico. I. Lage, Paulo Laranjeira da Cunha *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Química. III. Título.

*Dedico esta dissertação à minha
família.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à minha família, por sempre me apoiar e estar do meu lado.

À Thaís, por me aguentar e ser tão boa comigo. Apesar das longas viagens, elas foram essenciais para continuar este trabalho.

Aos meus orientadores, Paulo e Juliana, por toda a paciência com o ritmo do meu trabalho e com a enorme contribuição para minha formação.

Ao Diogo Coelho, por ter começado este trabalho da célula e me ajudar sempre que precisei.

Aos meus amigos, Júlio, LG, Leo, Urso, dentre outros, que proporcionaram momentos em que era possível esquecer os problemas da vida.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE MODELOS DE EFICIÊNCIA DE COALESCÊNCIA DE BOLHAS

Rafael Guinancio

Agosto/2015

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage
Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Programa: Engenharia Química

A principal variável de interesse nos escoamentos multifásicos polidispersos é a distribuição do tamanho de partículas, e para modelar corretamente este tamanho é necessário modelar também os efeitos de quebra e coalescência de partículas fluidas. Os modelos de quebra e coalescência são essenciais à solução da equação de balanço populacional. O presente trabalho consistiu em se obter dados experimentais para a validação de modelos para a eficiência de coalescência de bolhas, que é a probabilidade de que ocorra a coalescência tendo ocorrido uma colisão entre partículas fluidas. O sistema água-ar foi estudado em uma célula de coalescência, cujo escoamento foi caracterizado com a técnica LDA e a taxa de dissipação de energia turbulenta foi estimada. Após uma análise estatística dos dados do LDA, chegou-se a conclusão que a taxa de dissipação de energia turbulenta só pode ser considerada aproximadamente constante em regiões próximas ao centro da célula, já que o erro na sua determinação aumentou muito próximo as paredes. O escoamento foi filmado com a técnica de dimensionamento de bolhas por sombras e as características das bolhas determinadas antes e após o choque. Apesar de os modelos clássicos de eficiência de coalescência preverem uma boa probabilidade de que esta ocorra e também os modelos de velocidade crítica de colisão preverem a coalescência, nenhuma coalescência foi observada. Este fato se deve a alta turbulência presente na célula, e será necessário a instalação de atenuadores de turbulência em um trabalho futuro para tentar observar a coalescência.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF BUBBLE COALESCENCE MODELS

Rafael Guinancio

August/2015

Advisors: Paulo Laranjeira da Cunha Lage
Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Department: Chemical Engineering

The most important variable in polydisperse multiphase flows is the particle size distribution, whose determination needs the modeling of the coalescence and break-up phenomena for the solution of the populational balance equation. The present work performed an experimental analysis of the coalescence efficiency, which is the probability for coalescence after the collision of two fluid particles. The water-air system was studied in a coalescence cell, whose flow properties were obtained using the LDA technique and the rate of turbulent energy dissipation was estimated. After a statistical analysis of the LDA data, the conclusion was that the turbulent energy can only be considered approximately constant in regions near the center of the coalescence cell, because the estimation error got too large close to the walls. The flow was filmed using the Shadow Sizer technique and the bubbles' properties calculated before and after the collisions. Although the analysed coalescence efficiency models and the critical velocity models employed predicted a good probability of coalescence, no coalescence phenomenon was actually observed. This fact was due to the high turbulence levels found inside the coalescence cell, therefore turbulence attenuators must be installed inside the cell in a future work to observe the coalescence phenomenon.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
Nomenclatura	xv
Lista de Abreviaturas	xix
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	2
2 Revisão Bibliográfica	4
2.1 Velocidade terminal de bolhas de ar em água	4
2.2 Balanço Populacional	6
2.3 Taxa de dissipação de energia turbulenta	10
2.4 Anemometria Laser Doppler	11
2.4.1 O efeito Doppler	13
2.4.2 Fotodetector e traçadores	17
2.5 Técnica de correlação por blocos	17
2.6 Modelos de eficiência de coalescência	20
2.6.1 Modelos de eficiência de coalescência baseados na drenagem do filme líquido	21
2.6.2 Velocidade crítica de colisão	27
3 Metodologia	32
3.1 Célula de coalescência utilizada	32
3.2 Descrição do procedimento experimental	34
3.2.1 Operação da célula de coalescência	34
3.2.2 Medidas de LDA	37
3.2.3 Dimensionamento de bolhas por sombras	40
3.3 Procedimento para análise dos dados	43
3.3.1 LDA	43

3.3.2	Dimensionamento de bolhas por sombra	47
4	Resultados e Discussões	51
4.1	Caracterização do escoamento	51
4.2	Estudo da coalescência	69
5	Conclusões	95
	Referências Bibliográficas	97
A	Cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta utilizando otimização não linear	101
B	Cálculo da quantidade de movimento e velocidade relativa normal de aproximação	103

Lista de Figuras

1.1	Regimes de escoamento em dutos verticais. Adaptado de Weisman (1983)	1
2.1	Comparação do coeficiente de arraste de bolhas e esferas sólidas. Adaptado de KARAMANEV [16]	6
2.2	Velocidades terminais de bolhas de ar em água a 20 °C. Adaptado de CLIFT <i>et al.</i> [5]	7
2.3	Ilustração simplificada da técnica LDA. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]	12
2.4	Efeito Doppler para uma fonte em movimento. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]	14
2.5	Efeito Doppler para uma fonte estacionária. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]	15
2.6	Configuração de dois raios incidentes. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]	16
2.7	Configurações do fotodetector. À esquerda <i>foward scatter</i> e à direita <i>backward scatter</i> . Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]	17
2.8	Bolhas com interfaces deformáveis e não deformáveis. Retirado de SIMON [38]	22
2.9	Mobilidade de interfaces de bolhas. Retirado de SIMON [38]	22
2.10	Aparato experimental para estudo de coalescência. Retirado de LERH <i>et al.</i> [20]	28
2.11	Resultado experimental de coalescência. Retirado de LERH <i>et al.</i> [20].	28
2.13	Distância entre os centros das bolhas. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [33].	29
2.12	Esquema experimental para análise de coalescência. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [33]	29
2.14	Influência do diâmetro equivalente na velocidade crítica. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [32].	30

2.15	Influência de eletrólitos na velocidade crítica. Solução de NaCl a 0,1 % p/p (lado esquerdo) e a 0,3 % p/p (lado direito). Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [32].	31
3.1	Desenho da célula de coalescência em CAD. Retirado de COELHO [6]	33
3.2	Sistema experimental. (a) Vista frontal. (b) Vista trimétrica. Retirado de COELHO [6]	34
3.3	(a) Bomba centrífuga. (b) Medidor de vazão magnético. Retirado de COELHO [6]	35
3.4	Célula de coalescência em acrílico. Retirado de COELHO [6]	35
3.5	Medidor eletrônico de tensão	36
3.6	Destilador de água utilizado	37
3.7	Compressor de ar utilizado na injeção de bolhas	38
3.8	Sistema LDA utilizado nos experimentos	38
3.9	Posições para medida do LDA	39
3.10	Componentes do Shadow Sizer	40
3.11	Montagem do Shadow Sizer	41
3.12	Posicionamento da régua para calibração	42
3.13	Processo de calibração do software	43
3.14	Ensaio de temperatura para a operação da célula	46
3.15	Filtros utilizados no tratamento das imagens	48
3.16	Resultado do Shadow Processing	49
4.1	Perfis de velocidade para a altura de 411 mm	52
4.2	Perfis de velocidade para a altura de 325 mm	52
4.3	Perfis de velocidade para a altura de 153 mm	53
4.4	Perfis de velocidade para a altura de 30mm	53
4.5	Escala de Taylor para altura 411 mm e vazões 3,0 m ³ /h e 2,5 m ³ /h .	54
4.6	Escala de Taylor para altura 411 mm e vazões 2,0 m ³ /h e 1,5 m ³ /h .	54
4.7	Escala de Taylor para altura 325 mm e vazões 3,0 m ³ /h e 2,5 m ³ /h .	55
4.8	Escala de Taylor para altura 325 mm e vazões 2,0 m ³ /h e 1,5 m ³ /h .	55
4.9	Escala de Taylor para altura 153 mm e vazões 3,0 m ³ /h e 2,5 m ³ /h .	56
4.10	Escala de Taylor para altura 153 mm e vazões 2,0 m ³ /h e 1,5 m ³ /h .	56
4.11	Escala de Taylor para altura 30 mm e vazões 3,0 m ³ /h e 2,5 m ³ /h . .	57
4.12	Escala de Taylor para altura 30 mm e vazões 2,0 m ³ /h e 1,5 m ³ /h . .	57
4.13	Colisões entre bolhas	70
4.14	Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{h}$ e $y = 325 \text{ mm}$	74
4.15	Colisões aproximadamente elásticas estudadas para o caso $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{h}$ e $y = 325 \text{ mm}$	75

4.16	Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 2,5 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$	79
4.17	Colisões aproximadamente elásticas estudas para o caso $Q = 2,5$ m^3/h e $y = 325 \text{ mm}$	81
4.18	Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 3,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$	82
4.19	Colisões aproximadamente elásticas estudas para o caso $Q = 3,0$ m^3/h e $y = 325 \text{ mm}$	83
4.20	Colisões que acontecem somente no plano de filmagem para altura de 325 mm	86
4.21	Colisões que acontecem somente no plano de filmagem para altura de 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$	87
4.22	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 3 e vazão $2,0 \text{ m}^3/h$	88
4.23	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 5 e vazão $2,0 \text{ m}^3/h$	88
4.24	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 1 e vazão $2,5 \text{ m}^3/h$	89
4.25	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 8 e vazão $2,5 \text{ m}^3/h$	89
4.26	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 11 e vazão $2,5 \text{ m}^3/h$	90
4.27	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 8 e vazão $3,0 \text{ m}^3/h$	90
4.28	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 14 e vazão $3,0 \text{ m}^3/h$	91
4.29	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 16 e vazão $3,0 \text{ m}^3/h$	91
4.30	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 1, altura 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$	92
4.31	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 2, altura 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$	92
4.32	Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 3, altura 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$	93
4.33	Comparação dos resultados com os de RIBEIRO JR. e MEWES [33]	94
A.1	Processo de otimização não linear para o caso de $y = 153 \text{ mm}$, $Q =$ $1,5 \text{ m}^3/h$ e $x = 0 \text{ mm}$ e tempo de defasagem de $0,25 \text{ ms}$	102

Lista de Tabelas

2.1	Traçadores recomendados para aplicação na água. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22].	17
3.1	Posições de medida para o LDA	39
3.2	Propriedades da água pura	46
3.3	Influência da temperatura no cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta	47
3.4	Influência da temperatura no cálculo da eficiência de coalescência	50
4.1	Taxas de aquisição obtidas nas medidas do LDA	58
4.2	Outliers para altura de $y = 411 \text{ mm}$	59
4.3	Outliers para altura de $y = 325 \text{ mm}$	59
4.4	Outliers para altura de $y = 153 \text{ mm}$	60
4.5	Outliers para altura de $y = 30 \text{ mm}$	60
4.6	Comparação entre as janelas de 2 e 4 cm . Altura de 411 mm	61
4.7	Comparação entre as janelas de 2 e 4 cm . Altura de 325 mm	61
4.8	Comparação entre as janelas de 2 e 4 cm . Altura de 153 mm	61
4.9	Comparação entre as janelas de 2 e 4 cm . Altura de 30 mm	62
4.10	Comparação entre as janelas de 1 e 2 cm . Altura de 411 mm	62
4.11	Comparação entre as janelas de 1 e 2 cm . Altura de 325 mm	63
4.12	Comparação entre as janelas de 1 e 2 cm . Altura de 153 mm	63
4.13	Comparação entre as janelas de 1 e 2 cm . Altura de 30 mm	63
4.14	Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 411 mm	64
4.15	Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 325 mm	65
4.16	Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 153 mm	66
4.17	Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 30 mm	67
4.18	Energia de dissipação turbulenta para altura de 411 mm	67

4.19	Energia de dissipação turbulenta para altura de 325 <i>mm</i>	68
4.20	Energia de dissipação turbulenta para altura de 153 <i>mm</i>	68
4.21	Energia de dissipação turbulenta para altura de 30 <i>mm</i>	69
4.22	Medidas de tensão superficial da água utilizada	69
4.23	Análise das colisões antes do choque para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$	71
4.24	Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$	72
4.25	Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 2,0 m^3/h$ e $y = 325 mm$	73
4.26	Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$	76
4.27	Análise das colisões antes do choque para o caso $Q = 2,5m^3/h$ e $y = 325mm$	76
4.28	Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 2,5m^3/h$ e $y = 325mm$	77
4.29	Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 2,5 m^3/h$ e $y = 325 mm$	78
4.30	Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 2,5m^3/h$ e $y = 325mm$	78
4.31	Dados para as colisões do caso $Q = 3,0m^3/h$ e $y = 325mm$	80
4.32	Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 3,0m^3/h$ e $y = 325mm$	80
4.33	Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 3,0 m^3/h$ e $y = 325 mm$	84
4.34	Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 3,0m^3/h$ e $y = 325mm$	84
4.35	Cálculo da velocidade através da distância entre os centros das bolhas para altura de 325 <i>mm</i>	85
4.36	Cálculo da velocidade através da distância entre os centros das bolhas para altura de 153 <i>mm</i>	87
A.1	Cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta utilizando otimização não linear para o caso $y = 153 mm$, $Q = 1,5 m^3/h$ e $x = 0 mm$	101

Nomenclatura

a	Frequência de coalescência
A, n_1, n_2	Parâmetros da técnica de NOBACH
b	Frequência de quebra de partículas
b_k	Função de máscara difusa
c	Velocidade do som
C_D	Coefficiente de arraste
c_k	Constante para o cálculo da velocidade terminal
C_{KC}	Constante empírica do modelo de Kamp et al.
C_{PB}	Constante empírica de Prince e Blanch
C_t	Coefficiente do modelo de Kamp et al.
C_{vm}	Coefficiente virtual de massa
d	Diâmetro
H_n	Nucleação de partículas
d_k	Constante para o cálculo da velocidade terminal
D_z	Coefficiente de difusão anisotrópico
e_i	Vetor unitário
f_α	Densidade numérica de partícula
f	Frequência de uma onda
F_0	Razão das variâncias para o teste F
f_D	Frequência da luz espalhada na técnica LDA

F_{obj}	Função objetivo
G	Graus de liberdade
H	Termo fonte da Equação de Balanço Populacional
h	Espessura do filme líquido formado entre bolhas
H_a	Agregação ou coalescência de partículas
H_c	Crecimento de partículas
H_q	Quebra de partículas
J	Taxa de formação de novas partículas
k	Bloco utilizado no cálculo da correlação por blocos de NOBACH
k_i	Vetor unitário
k_{vm}	Constante do modelo de Prince e Blanch
l_e	Escala de turbulência integral
L_k, M, N	Coefficientes geométricos do modelo de Kamp et al.
Mo	Número de Morton
n	Tamanho da amostra de dados
P	Probabilidade condicional
p_t	Ponto da distribuição t de Student
QM	Quantidade de movimento
r	Raio da partícula
R_a	Raio do disco formado entre partículas deformadas
R_g	Constante universal dos gases
R_i	Teste de outliers
\hat{R}_k	Função de autocorrelação da técnica de NOBACH
s	Desvio padrão
Ta	Número de Tadaki

t_c	Tempo necessário para que ocorra a coalescência
t_i	Tempo de contato entre bolhas
t_T	Parâmetro para o teste T
u	Velocidade
u_{approx}	Velocidade relativa normal de aproximação
\bar{u}	Velocidade média
u'	Flutuação da velocidade
U_t	Velocidade terminal
u^*	Escala turbulenta de velocidade
v	Variável interna
$\dot{\mathbf{V}}$	Taxa de variação das variáveis internas
V_0	Velocidade característica do choque
w	Peso na correlação de NOBACH
z	Coordenada espacial
$\dot{\mathbf{Z}}$	Taxa de variação das variáveis externas

Letras Gregas

α_c	Nível de confiança
δ	Distância entre o centro de cada bolha
δ_f	Distância entre duas franjas na técnica LDA
ϵ	Energia de dissipação turbulenta
η	Eficiência de coalescência
κ	Limite superior de outliers
λ	Comprimento de onda
λ_f	Microescala longitudinal de Taylor
μ	Viscosidade

Ω	Domínio qualquer
Ω_i	Valor crítico do teste de outliers
ϱ	Parâmetro para corrigir a redundância no balanço populacional
σ^2	Variância
θ	Ângulo de cruzamento dos raios na técnica LDA
τ	Tempo de defasagem
$\hat{\tau}_k$	Tempo de defasagem médio na técnica de NOBACH
Ξ	Escala dissipativa de Kolmogorov
χ_f	Microescala temporal de Taylor
ζ	Relação entre diâmetros no modelo de Luo

Lista de Abreviaturas

ALD	Anemometria Laser-Doppler, p. 31
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-graduação e Pesquisa de Engenharia, p. 1
ESD	Extreme Studentized Deviate, p. 48
LDA	Laser-Doppler Anemometry, p. 31
LTFD	Laboratório de Termofluidodinâmica, p. 2
PIV	Particle Image Velocimetry, p. 37
PVC	Policloreto de vinila, p. 18
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. 2

Capítulo 1

Introdução

Os escoamentos multifásicos estão presentes nas mais diversas aplicações industriais, como na indústria do petróleo, nuclear, farmacêutica, dentre diversas outras. Portanto, sua correta modelagem e entendimento é fundamental para o desenvolvimento tecnológico. Para dutos verticais, dependendo da velocidade e da fração de gás do escoamento, diferentes regimes podem ser encontrados, como mostrado na Figura 1.1

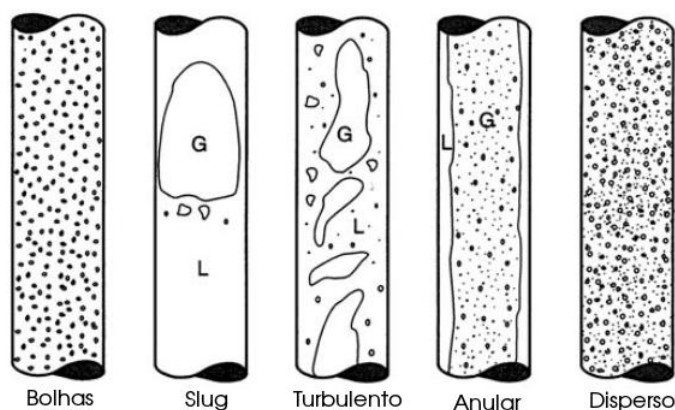


Figura 1.1: Regimes de escoamento em dutos verticais. Adaptado de Weisman (1983)

Um tipo de escoamento de interesse na engenharia química é o escoamento multifásico polidisperso. Neste tipo de escoamento, uma fase (sólida ou fluida) está dispersa em muitos elementos com propriedades distintas em uma outra fase (fluida). Este tipo de escoamento ocorre em muitos equipamentos utilizados na indústria. Podem ser citados as colunas de borbulhamento para operações de esgotamento, destilação, evaporação por contato direto e de reação química, dentre outros.

Muitos estudos são feitos acerca do escoamento multifásico polidisperso, porém

um fenômeno muito importante que ocorre neste tipo de escoamento é a quebra e coalescência de partículas fluidas. Estes fenômenos estão presentes em praticamente todos os escoamentos multifásicos polidispersos. A coalescência ou quebra de partículas fluidas altera a área de contato entre as fases, e com isto pode alterar significativamente a transferência de massa e calor nos processos. No campo da fluidodinâmica computacional, o entendimento deste fenômeno e sua correta modelagem são de extrema importância para simular este tipo de processo.

A coalescência é a união de pelo menos duas partículas fluidas em uma nova partícula. Para que ocorra a coalescência, é necessário que ocorram três processos em sequência:

- Colisão de partículas fluidas
- Drenagem do filme líquido formado entre as partículas
- Ruptura do filme líquido

Para se modelar corretamente a coalescência, é necessário conhecer a frequência com que duas partículas fluidas se chocam e também conhecer a probabilidade de coalescência em uma dada colisão.

O fenômeno de quebra é a ruptura de uma partícula em pelo menos duas outras partículas menores, e pode ser causado pela interação com campos cisalhantes, turbulência ou impacto com outras partículas sólidas ou fluidas.

Muitos modelos para descrever os fenômenos de quebra e coalescência tem sido desenvolvidos. Em sua dissertação de mestrado, ARAUJO [2] reúne os principais modelos desenvolvidos até o ano de 2006 e mostra toda a modelagem destes fenômenos. Para a eficiência de coalescência, que nada mais é que a probabilidade de coalescência condicional à ocorrência de um dado o choque entre duas partículas fluidas, alguns modelos são considerados clássicos, como os de ROSS [35] e PRINCE e BLANCH [30].

Recentemente, foi construído por COELHO [6] uma célula para o estudo da coalescência de bolhas, onde o escoamento no seu interior foi caracterizado. No presente trabalho, o escoamento no interior desta célula de coalescência foi novamente caracterizado, e a taxa de dissipação de energia turbulenta estimada. Foram realizados também ensaios de coalescência através da técnica de dimensionamento de bolhas por sombras, e as propriedades dos choques foram calculadas.

1.1 Objetivos

O presente trabalho visa dar continuidade ao trabalho desenvolvido por COELHO [6] e estudar a coalescência de bolhas no interior de uma célula. Pode-se citar como

principais objetivos deste trabalho:

- caracterizar o escoamento no interior de uma célula de coalescência utilizando a técnica de Anemometria Laser-Doppler, comparando-os com os resultados obtidos por COELHO [6],
- realizar uma análise estatística nos dados de caracterização do escoamento e
- estudar o fenômeno de coalescência utilizando a técnica de dimensionamento de bolhas por sombras, obtendo dados experimentais para avaliar os modelos de eficiência de coalescência.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

As linhas de pesquisa do Laboratório de Termofluidodinâmica (LTFD) do Programa de Engenharia Química da COPPE/UFRJ, no qual este trabalho está inserido, consistem em processos multifásicos polidispersos, fluidodinâmica computacional e métodos numéricos. Dentre os trabalhos recentes do grupo LTFD, pode-se citar a tese de doutorado de SILVA [37], que desenvolveu uma ferramenta CFD gratuita e de código aberto para a simulação de escoamentos multifásicos polidispersos. ARAUJO [2] fez uma extensa revisão dos fenômenos de quebra e coalescência de bolhas e os comparou a resultados obtidos experimentalmente em uma coluna de borbulhamento. Em sua tese de doutorado, ARAUJO [1] modelou a quebra e coalescência de gotas de emulsão de água em petróleo ao escoar por um acidente em uma tubulação. COELHO [6] construiu uma célula de coalescência utilizando ferramentas em CFD e caracterizou o escoamento no seu interior. FAVERO [9] desenvolveu um código para simulação de escoamentos multifásicos polidispersos multivariados em código aberto.

Primeiramente, será apresentada a velocidade terminal de bolhas de ar em água e também a utilização do balanço populacional, que é utilizado para simular os escoamentos multifásicos polidispersos, no qual os modelos de eficiência de coalescência são empregados. A seguir, serão apresentados os princípios de funcionamento da técnica de anemometria laser-doppler. Por fim, serão abordados os principais modelos de coalescência de bolhas, objetivo principal deste trabalho.

2.1 Velocidade terminal de bolhas de ar em água

A velocidade terminal de uma bolha pode ser observada quando ocorre um equilíbrio entre seu peso, empuxo e forças de arraste. Existem muitas correlações empíricas e semi-empíricas na literatura que relacionam o coeficiente de arraste (C_D) com o número de Reynolds. Para uma esfera sólida, a velocidade terminal é obtida através da equação de Stokes, validada para baixos números de Reynolds:

$$U_t = \frac{2r^2(\rho_s - \rho)g}{9\mu} \quad (2.1)$$

Quando o corpo não é mais sólido, mas sim um fluido, a tensão tangencial induz vorticidade na esfera, resultando dissipação de energia em ambas as fases. Para levar em conta estes efeitos, a equação de Navier-Stokes com condições de contorno para levar em conta a viscosidade interna do fluido foi resolvida por Hadamard-Rybczynski, resultando em:

$$U_t = \frac{2(\rho_s - \rho)gr^2}{3\mu} \frac{\mu + \mu_s}{2\mu + 3\mu_s} \quad (2.2)$$

As Equações 2.1 e 2.2 são válidas para números de Reynolds muito baixos e para sistemas altamente purificados. Para Reynolds próximos a unidade (diâmetros de aproximadamente $100 \mu m$), estes modelos se afastam da realidade.

Para o caso de bolhas de ar em água, o estudo se torna ainda mais complexo devido ao formato não esférico que as bolhas podem possuir. KARAMANEV [16] estudou o comportamento de bolhas de ar em água, comparando-os aos de esferas leves, chegando a conclusão que o comportamento do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds possui comportamento semelhante. Considerando as diferentes geometrias das bolhas, KARAMANEV [16] propôs a seguinte relação para o cálculo da velocidade terminal de bolhas:

$$U_t = \sqrt{\frac{8g}{6^{2/3}\pi^{1/3}C_D}} V^{1/3} c_k Ta^{d_k} \quad (2.3)$$

onde V é o volume da bolha, Ta é o número de Tadaki ($Ta = ReMo^{0,23}$) com o número de Morton calculado como $Mo = g\mu^4\Delta\rho/\rho\sigma^3$ e as constantes c_k e d_k dependem do formato da bolha da seguinte forma:

- $c_k = 1$ e $d_k = 0$ para $Ta \leq 2,11$ (bolhas esféricas)
- $c_k = 1,14$ e $d_k = -0,176$ para $2,11 \leq Ta \leq 5,46$ (bolhas elipsoidais)
- $c_k = 1,36$ e $d_k = -0,28$ para $5,46 \leq Ta \leq 16,53$ (bolhas elipsoidais)
- $c_k = 0,62$ e $d_k = 0$ para $Ta > 16,53$ (bolha calota esférica)

Ainda segundo KARAMANEV [16], o coeficiente de arraste pode ser calculado como:

$$C_D = \frac{24(1 + 0,173Re^{0,657})}{Re} + \frac{0,413}{1 + 16300Re^{-1,09}}, \quad Re < 130 \quad (2.4)$$

Se o número de Reynolds for superior a 130, então $C_D = 0,95$. Os resultados para o coeficiente de arraste de KARAMANEV [16] podem ser vistos na Figura 2.1.

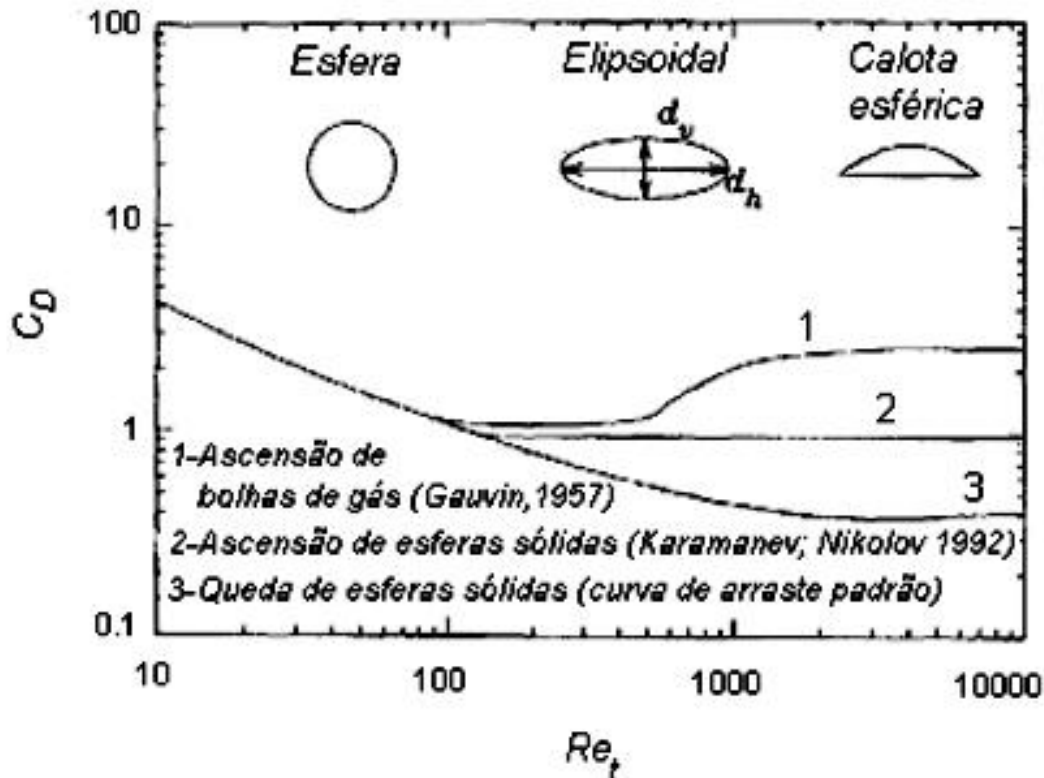


Figura 2.1: Comparação do coeficiente de arraste de bolhas e esferas sólidas. Adaptado de KARAMANEV [16]

O sistema ar/água é de muito interesse. Além de estar presente em muitos sistemas, é também de fácil manuseio. Para este caso, CLIFT *et al.* [5] apresenta resultados experimentais para a determinação da velocidade terminal de bolhas de ar em água destilada e em água contaminada com surfactantes. Este resultado é mostrado na Figura 2.2.

2.2 Balanço Populacional

Muitos processos na indústria química tem como uma das mais importantes variáveis a distribuição de tamanho de partículas, que pode afetar diretamente a performance do equipamento e a qualidade do produto desejado. A modelagem via balanço populacional visa modelar a evolução no espaço e no tempo da distribuição do tamanho de partículas, que pode ser afetada pela nucleação, agregação (coalescência), quebra e crescimento. O balanço populacional possui aplicação em diversas áreas, como sistemas biológicos e ambientais, processos de polimerização, fluidodinâmica, dentre outras.

Considerando um escoamento bifásico, com a fase α dispersa na fase β , as partículas da fase α podem estar distribuídas segundo diversas características, como

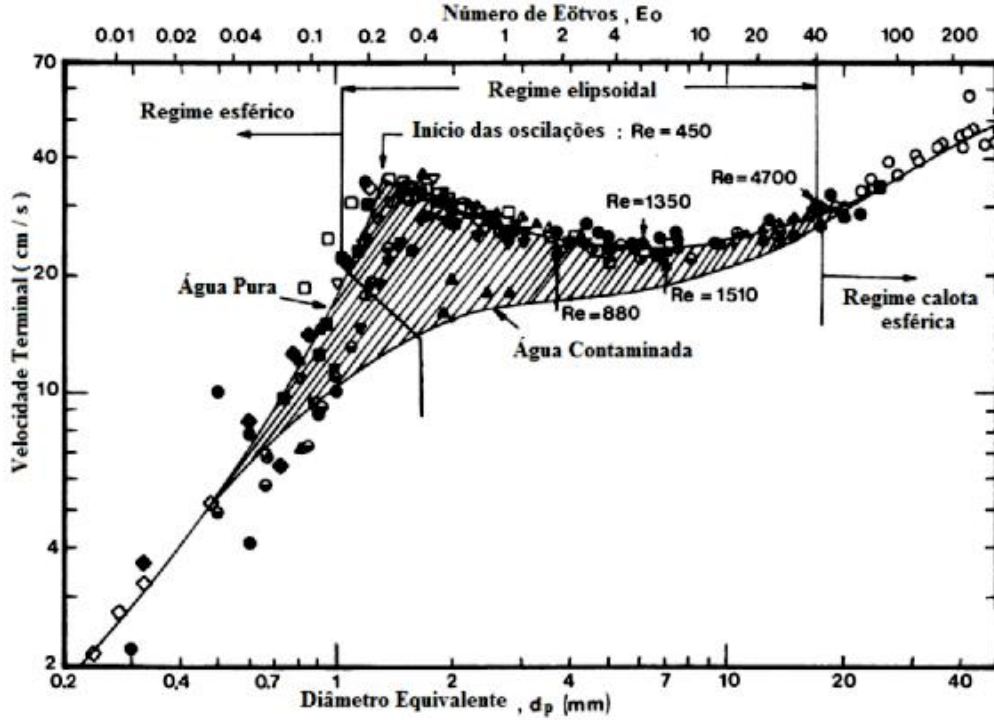


Figura 2.2: Velocidades terminais de bolhas de ar em água a 20 °C. Adaptado de CLIFT *et al.* [5]

tamanho de partícula, idade, energia, entre outras, chamadas de variáveis internas, representadas por \mathbf{v} . As variáveis externas são as coordenadas espaciais, representadas por \mathbf{z} . O número médio de partículas por unidade de volume que possuem propriedades \mathbf{v} , coordenadas \mathbf{z} em um instante de tempo t , é chamado de função de distribuição de densidade numérica de partícula, $f_\alpha = f_\alpha(\mathbf{v}, \mathbf{z}, t)$. Para determinar f_α , utiliza-se a equação de balanço populacional, que de acordo com RAMKRISHNA [31], é dada por:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{z}} \cdot (\dot{\mathbf{Z}} f_\alpha) - \nabla_{\mathbf{z}} \cdot \{ \mathbf{D}_{\mathbf{z}} \cdot [\nabla_{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{z}}^T f_\alpha)] \} = H \quad (2.5)$$

onde $\dot{\mathbf{Z}}$ representa a taxa de variação determinística das variáveis externas, ou seja, a velocidade e $\mathbf{D}_{\mathbf{z}}$ é o coeficiente de difusão anisotrópico. O termo H modela os efeitos que não foram considerados pelos outros termos da equação, que pode ser considerado a soma de quatro fenômenos: crescimento de partículas (H_c), agregação ou coalescência de partículas (H_a), quebra (H_q) e nucleação (H_n). Desta forma, o termo fonte pode ser escrito como:

$$H = H_c + H_a + H_q + H_n \quad (2.6)$$

O termo de crescimento de partículas é calculado como o divergente do fluxo total das variáveis internas da seguinte forma:

$$H_c = -\nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\dot{\mathbf{V}} f_\alpha) + \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \{ \mathbf{D}_{\mathbf{v}} \cdot [\nabla_{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{D}_{\mathbf{v}}^T f_\alpha)] \} \quad (2.7)$$

onde o termo $\dot{\mathbf{V}}$ é a taxa de variação determinística de uma variável interna e $\mathbf{D}_{\mathbf{v}}$ é o coeficiente de dispersão anisotrópico no espaço de variáveis internas. O primeiro termo e o segundo termo de H_c representam, respectivamente, a contribuição advectiva e difusiva para a variação das variáveis internas.

A agregação ou coalescência de partículas é a união de duas partículas em uma nova partícula, após as mesmas colidirem. É necessário modelar a frequência de coalescência (a), que pode ser calculada como o produto entre a frequência da colisão e a eficiência de coalescência. Existem muitos modelos para modelar estes fenômenos e alguns destes podem ser vistos nos trabalhos de ARAUJO [1] e YIXIANG e LUCAS [41]. O termo H_a pode ser escrito como:

$$H_a = - \int_{\Omega_{\mathbf{v}'}} \int_{\Omega_{\mathbf{z}'}} a(\mathbf{v}, \mathbf{z}; \mathbf{v}', \mathbf{z}') f_\alpha(\mathbf{v}, \mathbf{z}, t) f_\alpha(\mathbf{v}', \mathbf{z}', t) d\mathbf{V}_{\mathbf{v}'} d\mathbf{V}_{\mathbf{z}'} \quad (2.8)$$

$$+ \frac{1}{\varrho} \int_{\Omega_{\mathbf{v}'}} \int_{\Omega_{\mathbf{z}'}} a(\mathbf{v}'', \mathbf{z}''; \mathbf{v}', \mathbf{z}') f_\alpha(\mathbf{v}'', \mathbf{z}'', t) f_\alpha(\mathbf{v}', \mathbf{z}', t) \frac{\partial(\mathbf{v}'', \mathbf{z}'')}{\partial(\mathbf{v}, \mathbf{z})} d\mathbf{V}_{\mathbf{v}'} d\mathbf{V}_{\mathbf{z}'}$$

No primeiro termo da Equação 2.8 a coalescência ocorre entre partículas de estados (\mathbf{v}, \mathbf{z}) e $(\mathbf{v}', \mathbf{z}')$ e no segundo termo da Equação 2.8 os termos $(\mathbf{v}', \mathbf{z}')$ representam as variáveis internas e externas de uma das partículas envolvidas no choque, $(\mathbf{v}'', \mathbf{z}'')$ são as propriedades da outra partícula envolvida no choque e (\mathbf{v}, \mathbf{z}) são as propriedades da partícula resultante da coalescência. Os termos $\Omega_{\mathbf{z}}$ e $\Omega_{\mathbf{v}}$ representam os domínios das variáveis externas e internas, respectivamente. O termo ϱ serve para corrigir a redundância na contagem dos pares de partículas. O termo $\partial(\mathbf{v}'', \mathbf{z}'')/\partial(\mathbf{v}, \mathbf{z})$ é o jacobiano da transformação de coordenadas.

O fenômeno de quebra é a ruptura de uma partícula em pelo menos duas outras partículas menores, e pode ser causado pela interação com campos cisalhantes, turbulência ou impacto com outras partículas sólidas ou fluidas. Este termo pode ser modelado como:

$$H_b = -b(\mathbf{v}, \mathbf{z}) f_\alpha(\mathbf{v}, \mathbf{z}, t)$$

$$+ \int_{\Omega_{\mathbf{v}'}} \int_{\Omega_{\mathbf{z}'}} \vartheta(\mathbf{v}', \mathbf{z}') b(\mathbf{v}', \mathbf{z}') P(\mathbf{v}, \mathbf{z} | \mathbf{v}', \mathbf{z}', \mathbf{y}) f'_\alpha(\mathbf{v}', \mathbf{z}', t) d\mathbf{V}_{\mathbf{v}'} d\mathbf{V}_{\mathbf{z}'} \quad (2.9)$$

A variável b representa a frequência de quebra de partículas e ϑ é o número médio de partículas geradas pelo processo de quebra. Neste caso, $(\mathbf{v}', \mathbf{z}')$ representa as variáveis da partícula mãe (a que sofre a quebra) e (\mathbf{v}, \mathbf{z}) são as variáveis das partículas filhas. O termo $P(\mathbf{v}, \mathbf{z} | \mathbf{v}', \mathbf{z}', \mathbf{y})$ é a densidade de probabilidade condicional

de uma partícula de estado (\mathbf{v}, \mathbf{z}) ser gerada quando ocorre a quebra de uma partícula de estado $(\mathbf{v}', \mathbf{z}')$ e \mathbf{y} é o vetor das variáveis do meio contínuo que influenciam os processos de quebra e coalescência de partículas.

Para o caso monovariado, no qual $\mathbf{v}' = [v]$, sendo v o volume ou massa da partículas, a função $P(v, \mathbf{z}|v', \mathbf{z}', \mathbf{y})$ tem as seguintes propriedades:

- (i) nenhuma partícula-filha tem massa ou volume maior que a partícula mãe:

$$P(v, \mathbf{z}|v', \mathbf{z}', \mathbf{y}) = 0, \quad \forall v > v' \quad (2.10)$$

- (ii) a probabilidade total de se gerar partículas filhas com uma massa ou volume menor ou igual a da mãe é unitária:

$$\int_0^{v'} P(v, \mathbf{z}|v', \mathbf{z}', \mathbf{y}) dv = 1 \quad (2.11)$$

- (iii) ocorre a conservação de massa ou volume durante a quebra, de forma que a soma das massas ou dos volumes de todas as partículas filhas é igual ou volume a massa da partícula mãe:

$$\vartheta(v', \mathbf{z}') \int_0^{v'} v P(v, \mathbf{z}|v', \mathbf{z}', \mathbf{y}) dv = v' \quad (2.12)$$

A nucleação é referente ao surgimento de partículas por efeitos de mudança de fase ou reação química. A sua correta modelagem depende do processo envolvido (cristalização, solubilização, dentre outras). Usualmente é modelado como um fluxo de partículas surgindo no domínio da seguinte forma:

$$H_n = J\delta_0(v - v_0) \quad (2.13)$$

onde J representa a taxa de formação de novas partículas por unidade de volume e tempo.

A equação de balanço populacional é uma equação diferencial que possui dependência espacial e temporal. A solução analítica desta equação só é possível em casos muitos simples que não podem ser aplicados a problemas reais. Os métodos mais utilizados para resolução da equação de balanço populacional são os métodos numéricos, como os métodos estocásticos, métodos de classes, métodos de momentos, dentre outros. Uma vasta revisão destes métodos de solução pode ser encontrada nos trabalhos de FAVERO [9] e SANTOS [36].

2.3 Taxa de dissipação de energia turbulenta

A abordagem clássica para o estudo de fenômenos e processos aleatórios, amplamente aplicados ao estudo de escoamentos turbulentos, é a análise da série temporal de valores de uma dada grandeza, $x(t)$, o que origina a análise estatística da turbulência (MÖLLER e SILVESTRINI [24]).

A média temporal de uma variável qualquer x é dada por:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2.14)$$

onde T representa um tempo de observação.

A função de correlação $R_{xy}(t)$ entre as funções temporais $x(t)$ e $y(t)$ é definida como o valor médio do produto de $x(t)$ e $y(t + \tau)$, onde τ é um tempo de defasagem, isto é:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad \text{ou} \quad R_{xy} = \overline{x(t)y(t + \tau)} \quad (2.15)$$

A partir da Equação 2.15, substituindo-se as funções $x(t)$ e $y(t)$ por flutuações de velocidade u'_i e u'_j , onde a flutuação de velocidade é definida como a diferença da velocidade instantânea pela velocidade média como $u' = u - \bar{u}$, obtemos:

$$R_{u'_i u'_j}(\tau) = \overline{u'_i(\mathbf{z}, t)u'_j(\mathbf{z}, t + \tau)} \quad (2.16)$$

Ao se normalizar a Equação 2.16 pelas amplitudes das flutuações da velocidade, obtém-se o coeficiente de correlação como sendo:

$$C_{u'_i u'_j} = \frac{\overline{u'_i(\mathbf{z}, t)u'_j(\mathbf{z}, t + \tau)}}{\sqrt{\overline{u'^2_i}} \sqrt{\overline{u'^2_j}}} \quad (2.17)$$

onde $\overline{u'^2_i} = R_{u'_i u'_i}(0)$, sendo $R_{u'_i u'_i}(\tau)$ a chamada função de auto-correlação. Ressalta-se que a média das flutuações instantâneas é igual a zero ($\overline{u'} = 0$). Em uma série temporal de dados de velocidade, $\overline{u'^2}$ representa o momento centrado de segunda ordem, sendo relacionado com a variância do conjunto de dados. O coeficiente $C_{u'_i u'_j}$ possui valores entre -1 e 1. Se o valor do coeficiente for igual a 1, então as flutuações de velocidade são correlatas. Se for negativo, indica oposição de fase.

A partir das Equações 2.16 e 2.17 é possível obter várias funções que são muito importantes nas análises dos escoamentos turbulentos. A microescala longitudinal de Taylor é definida como a distância da origem aonde $C_{u'_i u'_j}$ pode ser aproximado

por uma parábola. A microescala longitudinal de Taylor (λ_f) é definida como:

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} = \frac{2\overline{u'^2}}{\lambda_f^2} \quad (2.18)$$

Esta microescala de Taylor pode ser utilizada para estimar a taxa específica de dissipação de energia turbulenta, ϵ . Em um escoamento homogêneo e isotrópico, de acordo com POPE [27], HINZE [12] e TENNEKES e LUMLEY [39], a taxa de dissipação de energia turbulenta pode ser obtida por:

$$\epsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \quad (2.19)$$

Combinando-se as Equações 2.19 e 2.18, temos:

$$\epsilon = 15 \left(\frac{2\overline{u'^2}}{\lambda_f^2} \right) = 30\nu \frac{\overline{u'^2}}{\lambda_f^2} \quad (2.20)$$

Segundo FREIRE *et al.* [10], a escala dissipativa de Kolmogorov para o comprimento (Ξ_l) é aquela onde turbilhões com tamanhos menores que Ξ_l são dissipados por efeitos viscosos e não podem se desenvolver. Esta escala é definida como:

$$\Xi_l = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (2.21)$$

As escalas de Kolmogorov para velocidade (Ξ_v) e tempo (Ξ_t) são definidas como:

$$\Xi_v = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (2.22)$$

$$\Xi_t = \left(\frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \quad (2.23)$$

Existem diversos métodos para o cálculo de λ_f partindo-se de medições do escoamento por LDA, como transformação direta do sinal, correlação por blocos e reconstrução do sinal com reamostragem equidistante e aplicação da transformada rápida de Fourier. Neste trabalho, será aplicada a técnica de correlação por blocos desenvolvida por NOBACH [26].

2.4 Anemometria Laser Doppler

LOUREIRO e PINHO [22] apresentam uma descrição detalhada desta técnica e serviu como base para esta seção. Esta técnica avalia pontualmente a velocidade do fluido em um dado escoamento, utilizando o efeito Doppler. Simplificadamente,

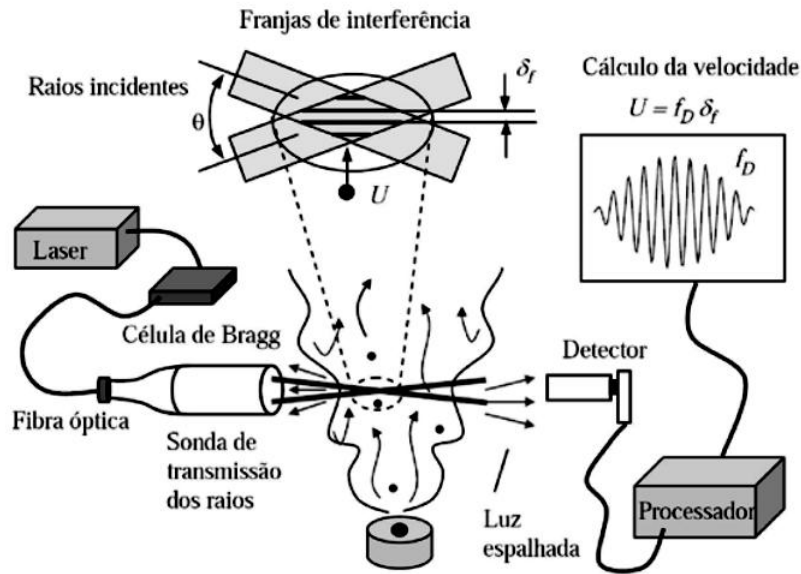


Figura 2.3: Ilustração simplificada da técnica LDA. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]

uma fonte de luz coerente é utilizada para gerar dois raios que se cruzam, e com isso geram franjas de interferência. O escoamento é avaliado neste ponto de cruzamento dos lasers, chamado de volume de controle. A distância entre duas franjas de interferência é bem conhecida e é função apenas do comprimento de onda (λ) e do ângulo de cruzamento dos raios (θ), podendo ser escrita como:

$$\delta_f = \frac{\lambda}{2\text{sen}(\theta/2)} \quad (2.24)$$

Pequenas partículas atravessam o volume de controle, provocando um espalhamento da luz que é detectado por um sistema óptico, sendo enviado a um processador de sinal. A frequência desta luz espalhada é diretamente proporcional à velocidade do fluido na direção perpendicular às franjas de interferência, podendo ser calculada como:

$$f_D = \frac{u}{\delta_f} \quad (2.25)$$

Logo, o sistema LDA é composto basicamente por uma fonte de laser, componentes ópticos de transmissão do raio laser até o volume de controle, componentes ópticos de detecção da luz espalhada pelas partículas, um processador de sinal e um sistema de tratamento de dados. O funcionamento simplificado desta técnica é mostrado na Figura 2.3:

Algumas vantagens que podem ser citadas em relação a esta técnica são:

(i) **Fornecer uma medição não intrusiva.**

Por ser tratar de uma técnica óptica, nenhuma perturbação externa é introduzida no sistema. As únicas condições é que o escoamento ocorra em um meio transparente e que possuam partículas traçadoras capazes de acompanhar perfeitamente a velocidade local do fluido (densidades parecidas).

(ii) **Não requerer calibração.**

O princípio de funcionamento é baseado na estabilidade das ondas eletromagnéticas, e para a maior parte das aplicações, estas podem ser consideradas independentes da variação de outros parâmetros físicos, como temperatura e pressão.

(iii) **Possuir alta resolução espacial e temporal.**

O sistema LDA é capaz de gerar um volume de controle de dimensões micrométricas, proporcionando assim uma boa resolução espacial.

Para melhor entender esta técnica, é de extrema importância entender o efeito Doppler, descrito a seguir.

2.4.1 O efeito Doppler

O efeito Doppler ocorre quando um emissor (ou receptor) de uma onda eletromagnética está em movimento, resultando em uma variação da frequência e do comprimento de onda com relação à onda emitida originalmente. Este efeito recebeu este nome em homenagem ao físico austríaco Johann Christian Andreas Doppler, que o descreveu teoricamente em 1842. Um exemplo clássico para demonstrar este efeito é quando uma ambulância em alta velocidade passa por um observador, percebe-se que o tom, em relação ao emitido, fica mais agudo durante sua aproximação, idêntico no momento da passagem e grave quando a ambulância se afasta do observador.

Para a utilização da técnica LDA, o conceito do efeito Doppler é empregado duas vezes. Uma quando a fonte de luz está em movimento, e outra quando o observador está em movimento.

Primeiramente, consideremos uma fonte de luz se movendo com uma velocidade U e um observador estacionário. Com isto, o observador enxerga um comprimento de onda diferente do emitido originalmente. Isto ocorre porque as frentes de onda emitidas são comprimidas ao longo da distância $(c - u \cdot e_i)t$, enquanto que se a fonte estivesse estacionária, esta distância seria apenas ct , onde c é a velocidade da luz e e_i é o vetor unitário na direção de propagação da onda em relação ao observador. O comprimento de onda visto pelo observador estacionário (λ_{oe}) e a frequência (f_{oe}) podem ser calculados como:

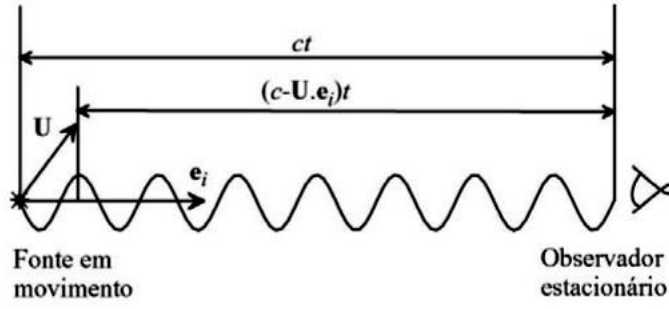


Figura 2.4: Efeito Doppler para uma fonte em movimento. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]

$$\lambda_{oe} = \frac{c - u \cdot \mathbf{e}_i}{f} \quad (2.26)$$

$$f_{oe} = \frac{f}{1 - (1/c)u \cdot \mathbf{e}_i} \quad (2.27)$$

Uma ilustração desta configuração é mostrado na Figura 2.4.

Com isto, podemos calcular a diferença de frequência entre uma fonte em movimento e uma fonte estacionária como:

$$f_{oe} - f = \Delta f = \frac{f}{c} \frac{u \cdot \mathbf{e}_i}{1 - (1/c)u \cdot \mathbf{e}_i} \quad (2.28)$$

Considerando $c = \lambda f$ e $u \ll c$, a Equação 2.28 pode ser linearizada, resultando em:

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} u \cdot \mathbf{e}_i \quad (2.29)$$

Consideremos agora a fonte estacionária e o observador em movimento, como mostrado na Figura 2.5. Com isto, o observador estará exposto a um número maior ou menor de frente de ondas, dependendo da direção do movimento. A frequência da onda vista pelo observador em movimento f_{om} pode ser calculada como:

$$f_{om} = \frac{1}{\lambda} (c - u \cdot \mathbf{e}_i) \quad (2.30)$$

Ao estimar a diferença entre a frequência medida por um observador em movimento e por um observador estacionário, obtém-se o mesmo resultado da Equação 2.29.

Tendo visto as duas configurações mostradas acima, pode existir ainda uma terceira: considere um transmissor em movimento, que recebe a onda de luz de uma fonte estacionária e a re-transmite a um observador estacionário. É justamente

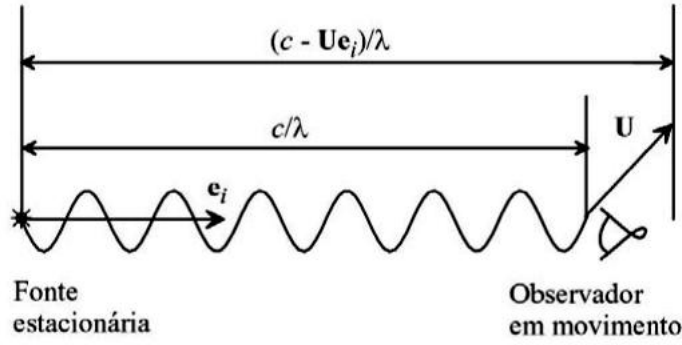


Figura 2.5: Efeito Doppler para uma fonte estacionária. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]

isto que acontece na anemometria laser-Doppler, quando um dos raios laser encontra uma partícula presente no fluido, que funciona como um transmissor em movimento. A frequência da luz transmitida pela partícula é equivalente àquela recebida por um observador em movimento, onde \mathbf{e}_i representa o vetor unitário na direção que liga a fonte estacionária de luz ao transmissor em movimento.

$$f_p = f \left(1 - \frac{1}{c} u \cdot \mathbf{e}_i \right) \quad (2.31)$$

A frequência f_p sofre ainda um efeito Doppler adicional, causado pelo movimento da partícula em relação ao observador estacionário. Logo, pode-se calcular a frequência da luz vista pelo receptor como:

$$f_A = \frac{f_p}{1 - (1/c)u \cdot \mathbf{k}_i} \quad (2.32)$$

onde \mathbf{k}_i é o vetor unitário na direção do transmissor para o receptor. O desvio de frequência total é calculado como:

$$\Delta f = f_A - f = \frac{1}{\lambda} \frac{u \cdot (\mathbf{k}_i - \mathbf{e}_i)}{1 - (1/c)u \cdot \mathbf{k}_i} \quad (2.33)$$

Considerando $u/c \ll 1$, temos:

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} u \cdot (\mathbf{k}_i - \mathbf{e}_i) \quad (2.34)$$

A utilização da técnica LDA utiliza os conceitos mostrados acima, mostrando que a frequência adquirida pelo receptor depende apenas do comprimento de onda da luz incidente, da geometria e da velocidade. Na prática, no entanto, o desvio Doppler de cada raio laser possui uma frequência muito alta, da faixa de centenas de MHz. Para não se trabalhar com frequências tão altas, utiliza-se a operação em

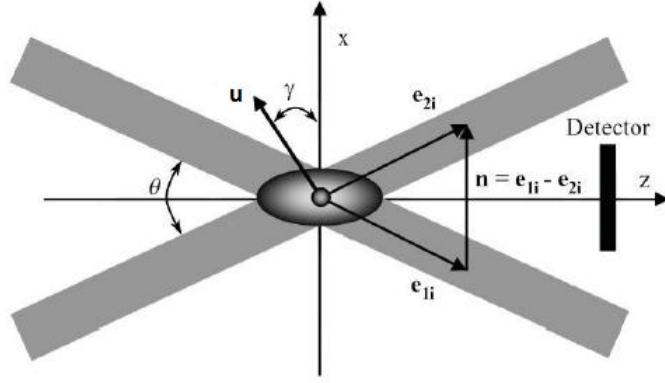


Figura 2.6: Configuração de dois raios incidentes. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]

modo de dois raios laser, como mostrado na Figura 2.6.

Nesta configuração, o feixe principal é dividido em dois raios que se cruzam no espaço, formando franjes de interferência. Quando uma partícula atravessa a interseção dos dois raios, a luz de ambos os raios é espalhada em direção ao receptor do sinal. As novas frequências geradas pelo efeito Doppler podem ser calculadas como:

$$f_1 = f \left(\frac{c - u \cdot \mathbf{e}_{1i}}{c - u \cdot \mathbf{k}_i} \right) \quad (2.35)$$

$$f_2 = f \left(\frac{c - u \cdot \mathbf{e}_{2i}}{c - u \cdot \mathbf{k}_i} \right) \quad (2.36)$$

Estas duas ondas espalhadas se somam resultam em uma onda com frequência $\Delta f = f_2 - f_1$ que para partículas com velocidade muito menor que a da luz, é dada por:

$$f_D = \frac{1}{\lambda} u \cdot (\mathbf{e}_{2i} - \mathbf{e}_{1i}) \quad (2.37)$$

A frequência resultante, f_D , é independente da posição do receptor. Esta frequência pode ser medida como uma flutuação da intensidade da luz refletida pelas partículas, pois é muito menor que a frequência do raio incidente, na ordem de centenas de GHz.

Utilizam-se as relações geométricas do cruzamento dos raios para determinar a frequência do efeito doppler. As relações geométricas podem ser vistas na Figura 2.6. Destas relações geométricas, a frequência pode ser calculada como:

$$f_D = \frac{1}{\lambda} (u \cos \gamma) \cdot (\mathbf{e}_{1i} - \mathbf{e}_{2i}) = \frac{2 \text{sen}(\theta/2)}{\lambda} u_x \quad (2.38)$$

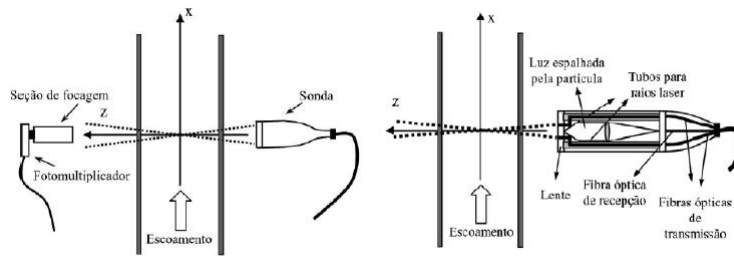


Figura 2.7: Configurações do fotodetector. À esquerda *forward scatter* e à direita *backward scatter*. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22]

Tabela 2.1: Traçadores recomendados para aplicação na água. Retirado de LOUREIRO e PINHO [22].

Material	Diâmetro (μm)	Comentários
Pó de alumínio	< 10	Preserva a polarização da luz
Bolhas	0,1 - 5	Gerado por atomização
Vidro	10 - 150	Barato, mas apresenta variação no diâmetro nominal
Látex	1 - 5	Tamanho homogêneo
Leite em pó	0,3 - 3	Barato e eficiente

2.4.2 Fotodetector e traçadores

Na utilização do LDA, o fotodetector normalmente é encontrado em duas posições: à frente (*forward scatter*) ou posterior (*backward scatter*) ao volume de controle (LOUREIRO e PINHO [22]). Estes arranjos são mostrados na Figura 2.7. É preferível se utilizar o arranjo *forward scatter* pois o domínio da luz refletida é sempre muito maior à frente do volume de controle.

As partículas traçadoras são as responsáveis por espalhar a luz e são inseridas no escoamento. Dentre as características desejáveis para os traçadores, podem ser citados: devem acompanhar o escoamento, espalhar a luz com eficiência, baixo custo e geradas com facilidade, não tóxicas, não corrosivas e não abrasivas e quimicamente inativas. Para aplicação na água, as partículas mais utilizadas e suas características são mostradas na Tabela 2.1.

2.5 Técnica de correlação por blocos

Na técnica LDA, devido ao fato de a velocidade ser medida no tempo pela passagem aleatória de uma partícula traçadora no volume de controle, os dados de velocidade terão um intervalo de tempo muito curto. Com isto, é possível obter informações

sobre a flutuação desta velocidade em relação a média. Para se processar os dados do LDA e obter momentos, funções de correlação ou espectro da flutuação da velocidade turbulenta, é necessário usar técnicas especiais (NOBACH [26]).

A técnica utilizada será a técnica de correlação por blocos de NOBACH [26]. Cada combinação de duas velocidades u_i e u_j da série de dados do LDA, medidos nos tempos t_i e t_j , é processado para cada intervalo, $k\Delta\tau, k = 0, \dots, K$, onde $\Delta\tau$ é o tempo de defasagem e k é o número do bloco onde a função de auto-correlação está sendo calculada por:

$$\hat{R}_k = \frac{\hat{\sigma}_u^2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i u_j w_i w_j b_k(t_j - t_i)}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i^2 w_i w_j b_k(t_j - t_i) \right] \left[\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_j^2 w_i w_j b_k(t_j - t_i) \right]}} \quad (2.39)$$

onde $\hat{\sigma}_u^2$ é a variância da velocidade, w_i e w_j são os pesos e b_k é a função de máscara difusa que é calculada por:

$$b_k(t_j - t_i) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right|, & \text{para } \left| \frac{t_j - t_i}{\Delta\tau} - k \right| < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.40)$$

Os pesos w_i e w_j são calculados como sendo a diferença entre os tempos de passagem das partículas, que foi mostrado por FUCHS *et al.* [11] como sendo independente da distribuição de partículas.

$$w_i = t_i - t_{i-1} \quad (2.41)$$

$$w_j = t_{j+1} - t_j \quad (2.42)$$

Já a variância da velocidade é calculada por:

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^2 w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (2.43)$$

De acordo com NOBACH [26], ao se usar tempos de defasagem fixos, como $\tau = k\Delta\tau$, os produtos de velocidade apresentam baixa representabilidade, especialmente para tempos de defasagem pequenos. Uma solução para melhorar este fato é o cálculo de um tempo de defasagem médio, como sendo:

$$\hat{\tau}_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (t_j - t_i) w_i w_j b_k(t_j - t_i)}{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w_i w_j b_k(t_j - t_i)} \quad (2.44)$$

NOBACH [26] apresentou ainda uma forma funcional para modelar $r(\tau)$, dada por:

$$R(\tau) = An_2 e^{-n_1 \tau} - An_1 e^{-n_2 \tau} \quad (2.45)$$

onde os parâmetros n_1 e n_2 são obtidos por um processo de otimização, uma vez que o parâmetro A pode ser calculado por:

$$A = \frac{\sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} \hat{R}(\hat{\tau}_{\hat{k}}) (n_2 e^{-n_1 \hat{\tau}_{\hat{k}}} - n_1 e^{-n_2 \hat{\tau}_{\hat{k}}})}{\sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} (n_2 e^{-n_1 \hat{\tau}_{\hat{k}}} - n_1 e^{-n_2 \hat{\tau}_{\hat{k}}})^2} \quad (2.46)$$

O peso $W_{\hat{K}}$ é calculado como:

$$W_{\hat{K}} = \hat{\tau}_{\hat{k}}^{-2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w_i w_j b_{\hat{k}}(t_j - t_i) \quad (2.47)$$

Para encontrar os valores de n_1 e n_2 é necessário minimizar a função objetivo:

$$F_{obj} = \sum_{\hat{k}=0}^{\hat{K}} W_{\hat{K}} \left[\hat{R}(\hat{\tau}_{\hat{k}}) - R(\hat{\tau}_{\hat{k}}) \right]^2 \quad (2.48)$$

De acordo com NOBACH [26], a melhor maneira de estimar a microescala temporal de Taylor (χ_f) é usar a parábola osculante à função modelada $R(\tau)$, dada por:

$$R_{\tau}(\tau) = a - c\tau^2 \quad (2.49)$$

As Equações 2.45 e 2.49 satisfazem as seguintes condições:

$$R_{\tau}(0) = R(0) \quad (2.50)$$

$$R_{\tau}''(0) = R''(0) \quad (2.51)$$

resultando em:

$$a = A(n_2 - n_1) \quad (2.52)$$

$$2c = An_1 n_2 (n_2 - n_1) \quad (2.53)$$

Da equação (2.49) e da definição da microescala temporal de Taylor, temos que:

$$R_{\tau}(\chi_f) = a - c\chi_f^2 = 0 \quad (2.54)$$

ou

$$\chi_f = \sqrt{\frac{2}{n_1 n_2}} \quad (2.55)$$

Através da relação $\lambda_f = \bar{u}\chi_f$, pode-se calcular a energia de dissipação turbulenta através da Equação 2.20.

2.6 Modelos de eficiência de coalescência

Existem três maneiras de calcular a eficiência de coalescência (η), que é a probabilidade de ocorrer a coalescência dado o choque entre duas partículas, nos quais ARAUJO [2], ARAUJO [1] e YIXIANG e LUCAS [41] fazem uma extensa revisão dos modelos existentes na literatura. A primeira maneira de calcular η são modelos baseados na energia de colisão, onde a probabilidade de ocorrer a coalescência aumenta com a energia de colisão (YIXIANG e LUCAS [41]). O primeiro modelo foi proposto por HOWARTH [13] e correlaciona a energia interfacial da bolha (E_σ) com a energia cinética (E_{cin}) como sendo:

$$\eta = \exp(-CE_\sigma/E_{cin}) \quad (2.56)$$

A energia interfacial é calculada da seguinte forma:

$$E_\sigma = \sigma(V_1^{2/3} + V_2^{2/3}) \quad (2.57)$$

onde V é o volume de cada bolha envolvida na colisão. A energia cinética é calculada baseada no volume médio $\bar{V} = V_1V_2/(V_1 + V_2)$ e na velocidade relativa de aproximação u_{aprox} :

$$E_{cin} = \frac{1}{2}\rho_d\bar{V}u_{aprox}^2 \quad (2.58)$$

Um outro modelo foi desenvolvido por SIMON [38] onde a eficiência é obtida como sendo:

$$\eta = \exp\left(\frac{\sigma(V_1^{2/3} + V_2^{2/3})}{\rho_d\epsilon^{2/3}(V_1^{11/9} + V_2^{11/9})}\right) \quad (2.59)$$

A segunda maneira de calcular a eficiência são modelos baseados na drenagem do filme líquido formado entre as bolhas durante a colisão, que relacionam o tempo de contato entre bolhas (t_i) e o tempo necessário para que ocorra a coalescência (t_c), através de uma simplificação do modelo de ROSS [35] feita por COLALOGLOU e TAVLARIDES [7], que possui a seguinte forma:

$$\eta = \exp\left(-\frac{t_c}{t_i}\right) \quad (2.60)$$

Se o tempo de contato (t_i) for maior que o tempo necessário para que ocorra a coalescência (t_c), então a coalescência irá acontecer com uma probabilidade η . Os modelos existentes se diferenciam basicamente pela modelagem dos tempos t_i e t_c e estes modelos baseados na drenagem do filme líquido é onde se concentram a grande maioria dos modelos para eficiência de coalescência existentes na literatura.

A terceira forma é a utilização da velocidade crítica de colisão, que é a velocidade acima da qual não ocorrerá a coalescência. Este modelo foi proposto por LERH *et al.* [20]. RIBEIRO JR. e MEWES [33] e RIBEIRO JR. e MEWES [32] testaram a influência da temperatura e da adição de eletrólitos na velocidade crítica de colisão.

Neste trabalho serão utilizados os modelos para eficiência de coalescência baseados na drenagem do filme líquido e na velocidade crítica de colisão. Por este motivo, estes dois tipos de modelos serão estudados mais detalhadamente.

2.6.1 Modelos de eficiência de coalescência baseados na drenagem do filme líquido

O primeiro modelo baseado na drenagem do filme líquido foi o modelo de ROSS [35] e relaciona o tempo de contato entre as bolhas (t_i) e o tempo necessário para que ocorra a coalescência (t_c), considerando-os variáveis aleatórias e considerando que t_c possui distribuição normal. Seu modelo possui a seguinte forma:

$$\eta = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{t_c}{t_i}\right) \exp\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma_{t_c}^2}{t_i^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2} \sigma_{t_c}^2 - t_c t_i}{2 t_i \sigma_{t_c}}\right) \quad (2.61)$$

COLALOGLOU e TAVLARIDES [7] simplificaram a Equação 2.61 considerando que t_c não é uma variável aleatória, ou seja, $\sigma_{t_c} = 0$. Com isto, obtiveram a expressão para eficiência de coalescência que é utilizada por todos os modelos que se baseiam na modelagem da drenagem do filme líquido:

$$\eta = \exp\left(-\frac{t_c}{t_i}\right) \quad (2.62)$$

Para modelar o tempo de coalescência t_c , é necessário saber se as interfaces das bolhas são deformáveis ou não e qual é a mobilidade das interfaces das bolhas durante o contato (móveis, parcialmente móveis e imóveis). Uma ilustração de bolhas com interfaces deformáveis e não deformáveis é mostrada na Figura 2.8. A mobilidade das interfaces das bolhas é mostrada na Figura 2.9.

Bolhas com diâmetros muito pequenos ($d < 1 \text{ mm}$) possuem formato totalmente esférico e podem ser consideradas como interfaces não deformáveis. Para este caso, CHESTERS [3] estimou o tempo de drenagem do filme líquido (t_c) em função da força de interação entre partículas durante a colisão (F) e as espessuras do filme líquido no início da etapa de drenagem (h_i) e no final da drenagem (h_f):

$$t_c = \frac{3\pi\mu}{2F} r_{eq}^2 \ln\left(\frac{h_i}{h_f}\right) \quad (2.63)$$

onde r_{eq} é o raio equivalente das bolhas e pode ser calculado como $r_{eq} = 2(1/r_1 +$

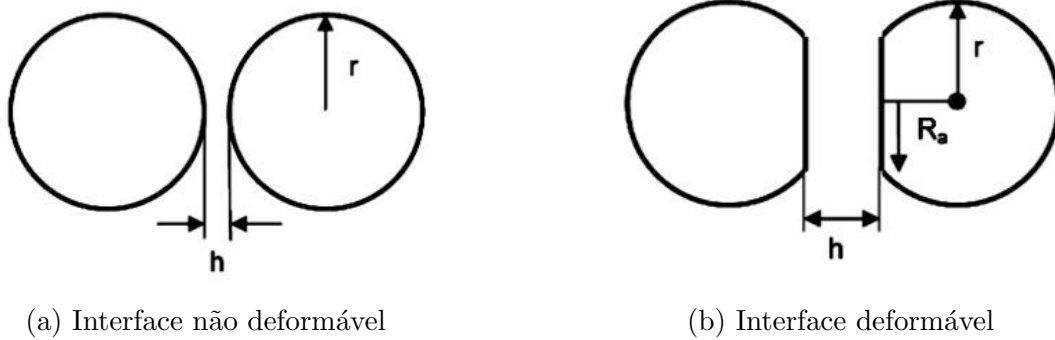


Figura 2.8: Bolhas com interfaces deformáveis e não deformáveis. Retirado de SIMON [38]

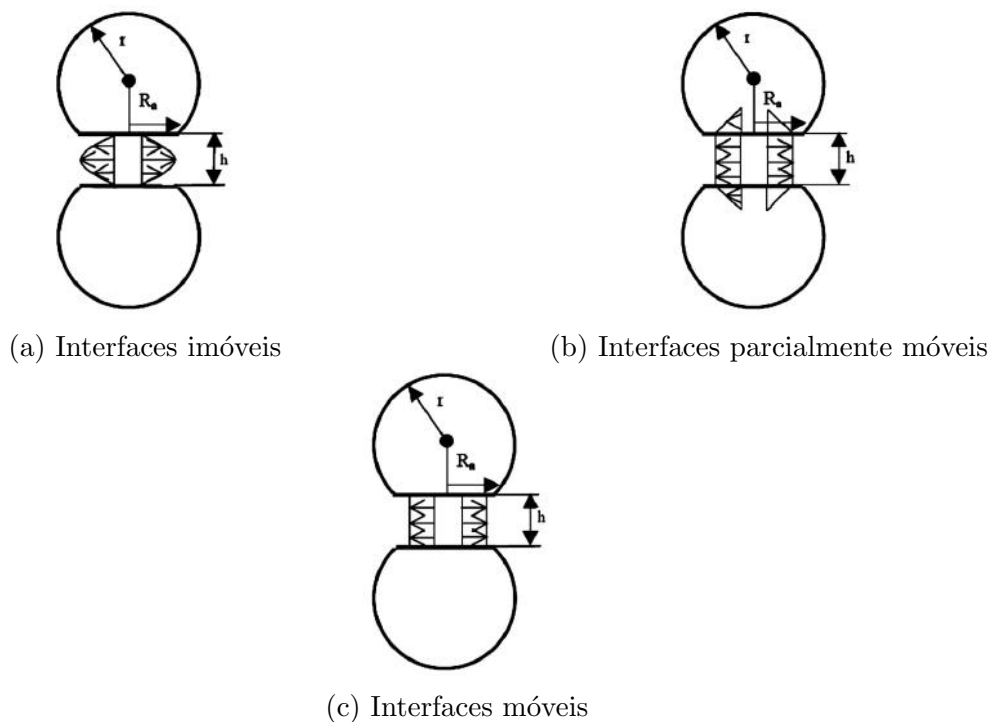


Figura 2.9: Mobilidade de interfaces de bolhas. Retirado de SIMON [38]

$1/r_2)^{-1}$.

Para bolhas com interfaces deformáveis e imóveis, o filme líquido possui perfil parabólico e a drenagem deste filme é governada por forças viscosas. Esta aproximação de interface imóvel só pode ser aplicada para sistemas muito dispersos ou que possuam uma certa concentração de surfactantes. CHESTERS [3] estimou o tempo de drenagem para este caso:

$$t_c = \frac{3\mu F}{16\pi\sigma^2} r_{eq}^2 \left(\frac{1}{h_f^2} - \frac{1}{h_i^2} \right) \quad (2.64)$$

No caso de bolhas com interfaces deformáveis e parcialmente móveis, CHES-

TERS [3] estimou o tempo de drenagem do filme fluido como:

$$t_c = \frac{\pi\mu_d F^{1/2}}{2(2\pi\sigma/r_{eq})^{3/2}}(h_f^{-1} - h_i^{-1}) \quad (2.65)$$

A drenagem do filme líquido para bolhas com interfaces deformáveis e móveis é controlada por forças inerciais e viscosas. CHESTERS [4] propôs o seguinte modelo para drenagem do filme fluido:

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \left[\frac{\sigma}{3\mu r} \frac{d\Lambda}{dt} \right] \exp\left(-\frac{12\mu t}{\rho R_a^2}\right) - \frac{\sigma}{3\mu r}, \quad \Lambda = \frac{1}{2}\ln h \quad (2.66)$$

A variável R_a representa o raio do disco que se forma quando duas partículas estão em contato, como mostrado nas Figuras 2.8 e 2.9. A Equação 2.66 não possui solução analítica e a solução desta equação é feita considerando-se dois limites. Para fluidos muito viscosos, a solução se torna:

$$t_c = \frac{3\mu r}{2\sigma} \ln\left(\frac{h_i}{h_f}\right) \quad (2.67)$$

Para bolhas em escoamentos turbulentos, a drenagem do filme é controlada pelas forças de inércia. Para este caso, a solução se torna:

$$t_c = \frac{1}{2} \frac{\rho(\epsilon d)^{1/3} r^2}{\sigma} \quad (2.68)$$

A força de interação entre partículas durante a colisão (F) normalmente não é constante e pode ser afetada pela variação na área de contato entre as bolhas durante a aproximação, pelo arraste do filme líquido ou ainda por oscilações das próprias bolhas. CHESTERS [3] determinou esta força para colisões viscosas e inerciais. Para colisões viscosas, com bolhas menores que a escala de Kolmogorov, esta força foi dada como proporcional à taxa de cisalhamento $\sqrt{\epsilon/\nu}$ na forma:

$$F \approx 6\pi\mu r^2 \sqrt{\epsilon/\nu} \quad (2.69)$$

Para colisões inerciais, a força F foi estimada como sendo:

$$F \approx \pi r_a^2 \left(\frac{2\sigma}{r}\right) \quad (2.70)$$

Para o tempo de contato entre bolhas, t_i , CHESTERS [3] também mostrou relações para as colisões viscosas (bolhas menores que a escala de Kolmogorov) ou inerciais (bolhas maiores que a escala de Kolmogorov). Para as colisões viscosas, CHESTERS [3] diz que este tempo deve ser inversamente proporcional à taxa de

cisalhamento:

$$t_i \approx (\epsilon/\nu)^{-1/2} \quad (2.71)$$

Para colisões inerciais, CHESTERS [3] obteve o tempo de contato através de um balanço de energia como:

$$t_i \approx \left[\frac{4\rho_d}{3\rho + 1} \frac{\rho r^3}{2\sigma} \right]^{1/2} \quad (2.72)$$

Existem muitos modelos para eficiência de coalescência presentes na literatura. YIXIANG e LUCAS [41] mostram diversos modelos onde a diferença consiste na modelagem dos tempos t_i e t_c . Para a escolha dos modelos a utilizar, é necessário conhecer o tamanho das bolhas ou gotas, as escalas de turbulência do escoamento e o comportamento de sua interface.

No presente trabalho, a escala de Kolmogorov calculada de acordo com a Equação 2.21 está na faixa de 0,01 *mm* e, portanto, bolhas com diâmetros da ordem de milímetros estarão provavelmente no sub-intervalo inercial do espectro de turbulência (colisões inerciais). Para bolhas de ar em água, a literatura considera que estas bolhas possuem interface deformável e móvel. Para este caso, com colisões inerciais e bolhas com interface deformável e móvel, destaca-se o modelo de KAMP *et al.* [15], que é tido como um dos modelos mais evoluídos para este caso. Os modelos de PRINCE e BLANCH [30] e LUO [23] são considerados clássicos. Estes foram os três modelos utilizados no presente trabalho e serão melhores descritos a seguir.

Modelo de Prince e Blanch

O modelo de PRINCE e BLANCH [30] é dado por:

$$-\frac{dh}{dt} = \left\{ \frac{8}{R_a^2 \rho} \left[-\frac{4C_s}{R_g T} \left(\frac{d\sigma}{dC_s} \right)^2 + h^2 \left(\frac{2\sigma}{r_{eq}} + \frac{A_H}{6\pi h^3} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (2.73)$$

onde C_s representa a concentração de surfactantes, A_H é a constante de Hamaker, R_g é a constante universal dos gases e h é a espessura do filme líquido entre duas bolhas. O constante de Hamaker está associada à interação entre duas moléculas devido às forças de van der Waals.

Desprezando a presença de surfactantes e as forças de van de Waals e integrando a Equação 2.73 de $t = 0$ a t_c e de $h = h_0$ até h_f , temos:

$$t_c = \left(\frac{r_{eq}\rho}{6\sigma} \right)^{1/2} \ln \left(\frac{h_0}{h_f} \right) \quad (2.74)$$

Para o tempo de contato, o modelo de PRINCE e BLANCH [30] utiliza o modelo dado por LEVICH [21] como sendo $t_i \propto r_b^{2/3}/\epsilon^{1/3}$, onde r_b é uma distância característica aproximada pelo raio equivalente da bolha. O modelo de eficiência de

coalescência se torna:

$$\eta = \exp \left(-C_{PB} \frac{\sqrt{2} \ln(h_0/hf)}{\sqrt{6} \sqrt[3]{2}} \left(\frac{We}{2} \right)^{1/2} \right) \quad (2.75)$$

onde o número de Weber é definido como

$$We \equiv \frac{\rho(\epsilon d_{eq})^{2/3} d_{eq}}{2\sigma} \quad (2.76)$$

Modelo de Luo

LUO [23] utilizou o mesmo tempo de drenagem dado por CHESTERS [3] para escoamentos turbulentos e colisões dominadas por forças inerciais, dado pela Equação 2.68. Para o tempo de contato entre bolhas, LUO [23] desenvolveu um modelo para levar em conta a diferença dos diâmetros das bolhas e foi baseado no conceito de filme paralelo. O tempo tomou a forma:

$$t_i = (1 - \zeta_{ij}) \sqrt{\frac{\rho_d/\rho + C_{vm}}{3(1 + \zeta_{ij}^2)(1 + \zeta_{ij}^3)}} \quad (2.77)$$

A variável C_{vm} representa o coeficiente virtual de massa e, embora ele varie durante o processo de aproximação das bolhas, normalmente ele é tomado como constante entre 0,5 e 0,8. A variável ζ_{ij} representa a relação entre os diâmetros das bolhas e é calculada como:

$$\zeta_{ij} = \frac{d_i}{d_j} \quad (2.78)$$

O modelo final de eficiência de coalescência de LUO [23] é dado por:

$$\eta = \exp \left(-c \frac{[0,75(1 + \zeta_{ij}^2)(1 + \zeta_{ij}^3)]^{1/2}}{(\rho_d/\rho + C_{vm})^{1/2} (1 + \zeta_{ij})^3} We^{1/2} \right) \quad (2.79)$$

onde o número de Weber é definido conforme a equação (2.76).

Modelo de Kamp *et al.*

O modelo de KAMP *et al.* [15] baseia-se na conservação de energia do movimento durante a colisão, considerando bolhas de diferentes tamanhos, velocidades distintas e movendo-se sobre um mesmo eixo de direção, com alto número de Reynolds e baixo número de Weber. O aumento da energia de superfície se deve à diminuição da energia cinética, desprezando-se o trabalho das forças viscosas e/ou forças de corpo e considerando-se o sistema isotérmico.

Utilizou-se a modelagem de LAMB [19] para determinar o tempo de contato entre as bolhas. Desprezando-se as forças viscosas e as iterações do tipo van der

Waals, o tempo de coalescência foi calculado como:

$$t_c = k_1 \frac{\rho V_0 d_{eq}^2}{8\sigma} \quad (2.80)$$

onde k_1 é uma constante de ordem unitária e a velocidade característica do choque (V_0) é definida como sendo proporcional à flutuação turbulenta da velocidade de dois pontos no escoamento separados por uma distância igual a soma dos raios das bolhas:

$$V_0 \propto \left[\overline{u^2(d_i, d_j)} \right]^{1/2} \quad (2.81)$$

Incorporando os fatores de correção associados aos efeitos da massa virtual e da flutuação diferenciada das bolhas, a velocidade característica resulta em:

$$V_0 = k_2 C_t k_{vm} (\epsilon d_m)^{1/3}, \quad d_m = \frac{d_i + d_j}{2} \quad (2.82)$$

onde k_2 é uma constante ajustável de ordem unitária. KAMP *et al.* [15] mostraram que uma boa aproximação para o valor de k_{vm} é $k_{vm} \approx 1/\sqrt{1,61}$. O coeficiente C_t correlaciona a diferença de velocidade entre as duas fases, devido a grande diferença de densidade entre elas. Este coeficiente pode ser calculado como:

$$C_t^2 = \frac{9 + 43, 2\nu l_e / d^2 u^*}{1 + 43, 2\nu l_e / d^2 u^*} \quad (2.83)$$

onde l_e representa a escala turbulenta integral e u^* é a escala turbulenta de velocidade. Uma aproximação entre estas duas escalas pode ser feita com a energia de dissipação turbulenta como $\epsilon \approx u^{*3}/l_e$. Uma aproximação para o coeficiente C_t , que foi utilizada por ARAUJO [2] e também será utilizada neste trabalho, é:

$$C_t^2 = \frac{9 + 43, 2\nu / (\epsilon d_m^4)^{1/3}}{1 + 43, 2\nu / (\epsilon d_m^4)^{1/3}} \quad (2.84)$$

O tempo de contato é definido como o intervalo de tempo entre o instante em que as bolhas se tocam, até o momento em que elas começam a se afastar. O tempo de contato foi obtido como:

$$t_i = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\rho C_{vm} d_{eq}^3}{3\sigma} \right)^{1/2} \quad (2.85)$$

Logo, a razão do tempo de coalescência pelo tempo de contato obtida é:

$$\frac{t_c}{t_i} = C'_{KC} \frac{1}{2\pi} \left(\frac{6W e_{eq}}{C_{vm}} \right)^{1/2} \quad (2.86)$$

na qual C_{KC} é um parâmetro empírico, e We_{eq} é definido como:

$$We_{eq} \equiv \rho V_0^2 d_{eq} / 2\sigma \quad (2.87)$$

Denominado de coeficiente virtual de massa, C_{vm} é fornecido por uma expressão funcional dos diâmetros em série convergente truncada:

$$C_{vm} = \frac{L_k N - M^2}{L_k - 2M + N} \frac{1}{d_{eq}^3} \quad (2.88)$$

nos quais L, M e N são coeficientes geométricos expressos em séries convergentes dada por:

$$L_k = d_i^3 \left(1 + \frac{3d_j^3}{(d_i + 2d_j)^3} + \frac{3d_i^3}{(2d_i + 3d_j)^3} + O\left(\frac{d_i^9 d_j^9}{l^{18}}\right) \right) \quad (2.89)$$

$$M = \frac{d_i^3 d_j^3}{(d_i + d_j)^3} \left(\frac{251}{72} + O\left(\frac{d_i^9 d_j^9}{l^{18}}\right) \right) \quad (2.90)$$

$$N = d_j^3 \left(1 + \frac{3d_i^3}{(d_j + 2d_i)^3} + \frac{3d_j^3}{(2d_j + 3d_i)^3} + O\left(\frac{d_i^9 d_j^9}{l^{18}}\right) \right) \quad (2.91)$$

Com base na Equação 2.86, a eficiência de coalescência é calculada como:

$$\eta = \exp \left[-C_{KC} \left(\frac{6We_{eq}}{C_{vm}} \right)^{1/2} \right] \quad (2.92)$$

2.6.2 Velocidade crítica de colisão

LERH *et al.* [20] analisaram experimentalmente a coalescência. Para tal, foi utilizada uma célula trapezoidal de 0,225 m de comprimento e seção de escoamento retangular com dimensão de 0,028 m × 0,028 m na entrada e 0,060 m × 0,060 m na saída. O líquido escoava de cima para baixo, e as bolhas eram injetadas na parte inferior por um capilar, fazendo com que elas se movessem em contra-corrente. O líquido era circulado com uma bomba e sua velocidade ajustada por uma válvula. Um esquema do aparato experimental pode ser visto na Figura 2.10.

Foi utilizada uma câmera de alta velocidade para observar o movimento das bolhas, juntamente com espelhos perpendiculares. O resultado para água destilada e ar, mostrando se a colisão resulta em coalescência (*coalescence*) ou não (*bouncing*) é mostrado na Figura 2.11. De acordo com os autores, o resultado de uma colisão depende apenas da velocidade relativa normal de aproximação à superfície de contato. É chamada de velocidade crítica o valor de velocidade acima do qual não ocorre coalescência. Para o caso de água destilada e ar, a velocidade crítica foi estimada

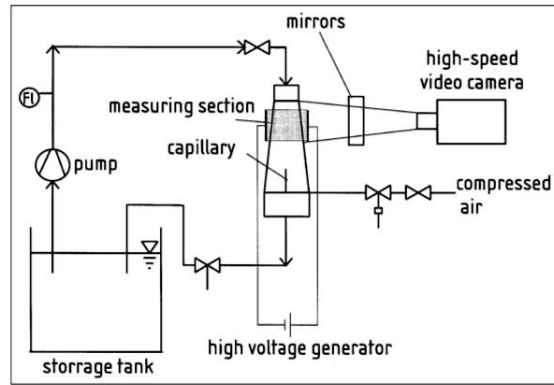


Figura 2.10: Aparato experimental para estudo de coalescência. Retirado de LERH *et al.* [20]

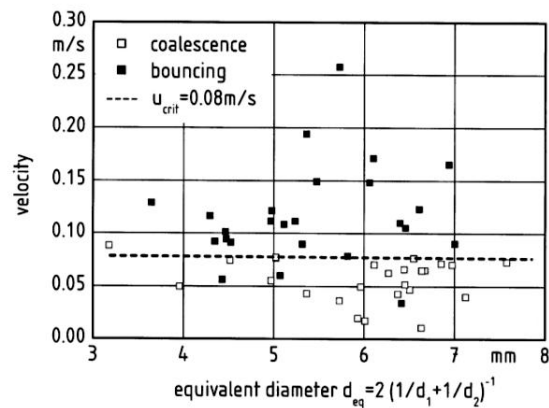


Figura 2.11: Resultado experimental de coalescência. Retirado de LERH *et al.* [20].

em $0,08 \text{ m/s}$ e independe dos diâmetros das bolhas envolvidas na colisão.

RIBEIRO JR. e MEWES [33] estudaram o efeito da temperatura na coalescência de bolhas, utilizando quatro temperaturas diferentes na faixa $10 \leq T \leq 40^\circ\text{C}$ e duas fases líquidas distintas (água e etanol), sendo a fase dispersa ar. O aparato experimental consiste em uma célula de coalescência, um tanque de armazenamento (5 litros) conectado a um banho com controle de temperatura. Um esquema pode ser visto na Figura 2.12.

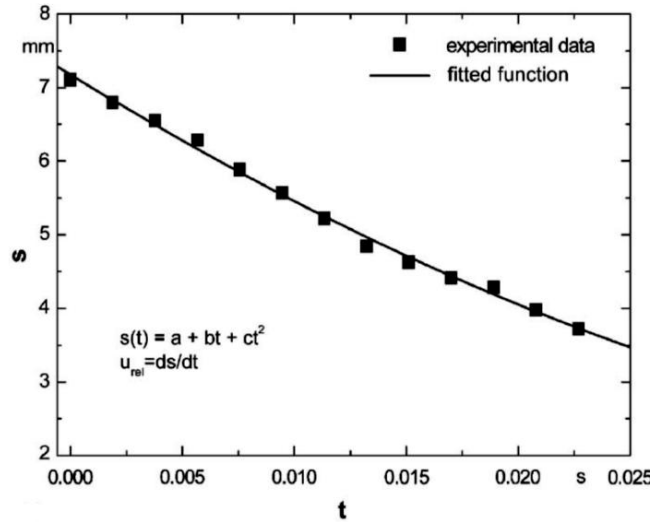


Figura 2.13: Distância entre os centros das bolhas. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [33].

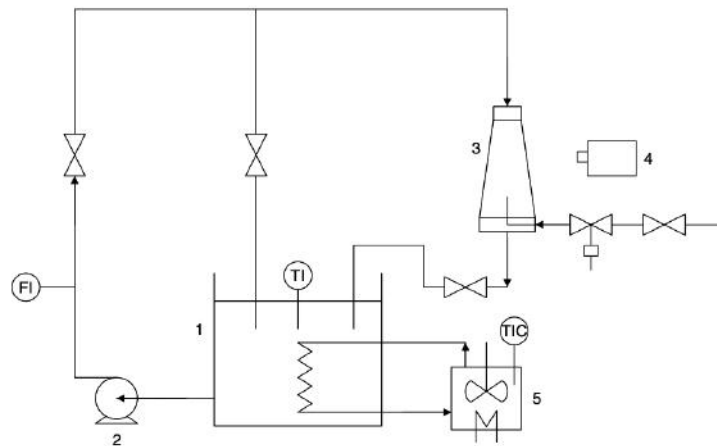


Figura 2.12: Esquema experimental para análise de coalescência. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [33]

A célula de coalescência possui um comprimento de 210 mm , com uma seção retangular de escoamento de dimensão 24 $mm \times 5 \text{ mm}$ na entrada e 60 $mm \times 5 \text{ mm}$ na saída, reduzindo a velocidade do líquido ao longo da célula. As bolhas foram injetadas na parte inferior por um capilar, se movendo em contra-corrente ao escoamento do líquido. Para a filmagem do escoamento, foi utilizada uma câmera de alta velocidade (Speedcam +500 Weinberger). Para estimar a velocidade relativa de aproximação perpendicular, os autores mediram a distância entre os centros das bolhas e realizaram um ajuste parabólico dos dados, onde a derivada da função no momento do choque resulta na velocidade relativa. Esta etapa pode ser vista na Figura 2.13.

Nos resultados, os autores verificaram que a eficiência de coalescência aumenta

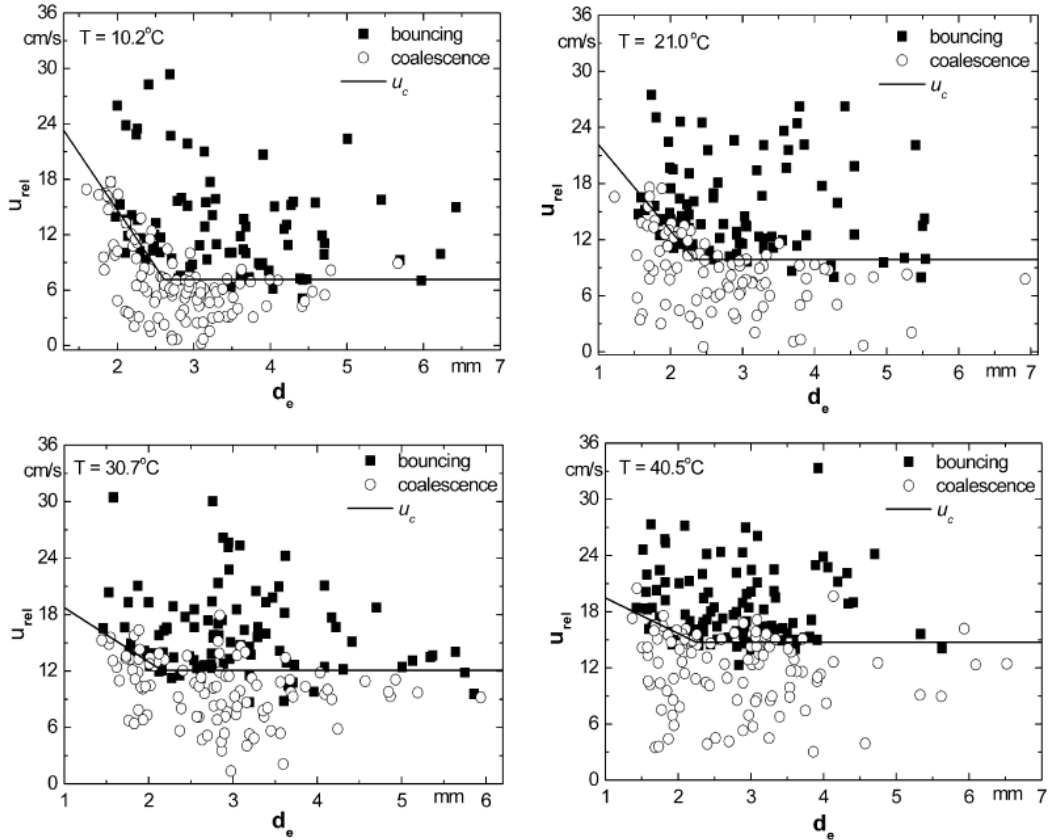


Figura 2.14: Influência do diâmetro equivalente na velocidade crítica. Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [32].

com a temperatura (aumento da velocidade crítica). Para o sistema água destilada e ar, a velocidade crítica foi aproximadamente 7 cm/s para 10°C , $9,57 \text{ cm/s}$ para 20°C e 12 cm/s para 30°C .

RIBEIRO JR. e MEWES [32] estudaram o efeito de eletrólitos na coalescência de bolhas. O efeito dos eletrólitos na velocidade crítica foi estudada em água pura e em duas soluções de NaCl (0,1 e 0,3% p/p), em quatro temperaturas diferentes na faixa $10 \leq T \leq 40^\circ\text{C}$. O aparato experimental foi o mesmo utilizado por RIBEIRO JR. e MEWES [33]. Como resultado, os autores viram que o diâmetro das bolhas envolvidas no choque influenciam sim a velocidade crítica de colisão, independente ou não da presença de eletrólitos. Para diâmetros equivalentes inferiores a $2,8 \text{ mm}$, a velocidade crítica aumenta com a diminuição do diâmetro equivalente, sendo o diâmetro equivalente calculado como $d_{eq} = 2(1/d_1 + 1/d_2)^{-1}$. O resultado para as quatro diferentes temperaturas na ausência de eletrólitos pode ser visto na Figura 2.14.

Quanto a presença de eletrólitos, os autores verificaram que a adição de NaCl prejudicou a coalescência, diminuindo a velocidade crítica. Na Figura 2.15, o lado esquerdo mostra gráficos para uma solução de NaCl a 0,1 % p/p enquanto que os gráficos do lado direito são para a concentração de 0,3 % p/p.

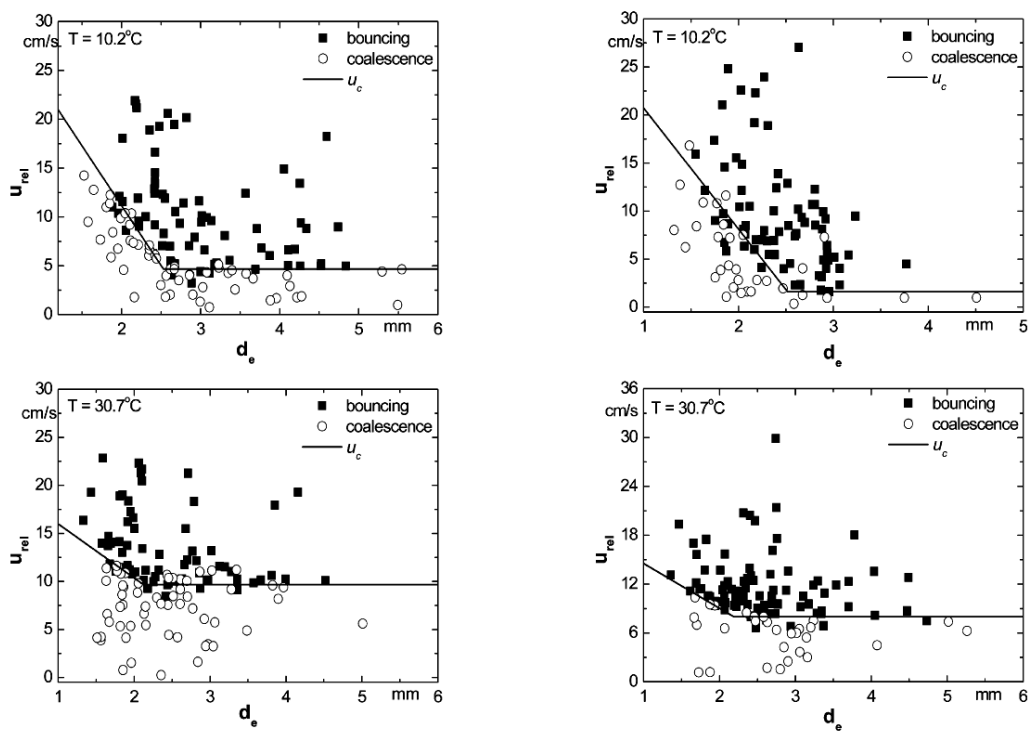


Figura 2.15: Influência de eletrólitos na velocidade crítica. Solução de NaCl a 0,1 % p/p (lado esquerdo) e a 0,3 % p/p (lado direito). Retirado de RIBEIRO JR. e MEWES [32].

Capítulo 3

Metodologia

No seu trabalho de construção e caracterização fluidodinâmica de uma célula de coalescência, COELHO [6] obteve apenas uma medida de velocidade utilizando duas técnicas. Para aumentar a confiança nos dados, novas medições de velocidade do escoamento no interior da célula foram realizadas, utilizando a técnica óptica baseada no efeito Doppler Anemometria Laser-Doppler (ALD) ou mais conhecida pela sua sigla em inglês Laser-Doppler Anemometry (LDA). A energia de dissipação turbulenta foi novamente estimada através do método de NOBACH [26]. Para o estudo da coalescência foi utilizada a técnica de dimensionamento de bolhas por sombras, que é baseada na utilização de câmeras de alta velocidade.

Este capítulo será dividido em três seções: descrição da célula de coalescência utilizada, descrição do procedimento experimental para ambas as técnicas de medição utilizada e descrição do procedimento de análise dos dados de ambas as técnicas utilizadas.

3.1 Célula de coalescência utilizada

Por se tratar de uma continuação do trabalho de COELHO [6], esta seção é destinada ao trabalho de COELHO [6] na construção da célula de coalescência.

A geometria da célula de coalescência utiliza os mesmos princípios das células usadas por LERH *et al.* [20] e RIBEIRO JR. e MEWES [33]. A geometria consiste em uma expansão, onde irá ocorrer uma redução gradual da velocidade do escoamento, e com isto, bolhas de diferentes tamanhos irão se agrupar em diferentes regiões da célula, levando a colisões de bolhas e, possivelmente, à coalescência.

Devido ao comprimento de 1095 *mm* da célula de coalescência, e também por facilidade construtiva, a célula de coalescência foi dividida em quatro partes: entrada, expansão, contração e saída. Unindo estas partes existem flanges, que possuem uma camada de borracha entre elas, para evitar vazamentos. A flange que une a entrada e a expansão foi projetada para permitir a introdução de um promotor ou atenuador

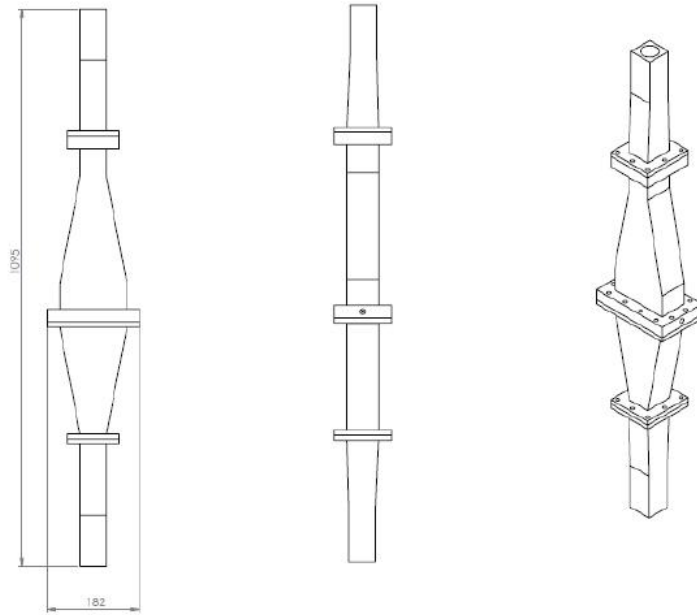


Figura 3.1: Desenho da célula de coalescência em CAD. Retirado de COELHO [6]

de turbulência, enquanto que a flange localizada no meio da célula possui um orifício lateral, permitindo a injeção de ar.

A célula foi construída em acrílico e possui 40 mm de diâmetro na entrada e saída, possuindo 120 mm no ponto mais largo de sua expansão e 50 mm de espessura. O desenho da célula em CAD pode ser visto na Figura 3.1, onde é possível notar a presença do orifício de injeção de ar na flange central.

A unidade experimental como um todo, que inclui um reservatório, bomba centrífuga e conexões, possui $0,80\text{ m}$ de comprimento, $0,56\text{ m}$ de largura e $2,00\text{ m}$ de altura e é composta por:

- reservatório de material plástico com capacidade de 100 litros;
- bomba centrífuga modelo BC-98 da marca Schneider de $1/3\text{ cv}$ de potência com vazão máxima de $4,5\text{ m}^3/h$ e pressão de 18 m.c.a.
- medidor de vazão magnético, modelo VMS Pro da marca Incontrol;
- uma válvula globo da marca Mipel para controle da vazão;
- cinco válvulas esféricas;
- tubulação de PVC com diâmetros de $3/4$ e $1/4$ polegadas;
- uma célula em acrílico.

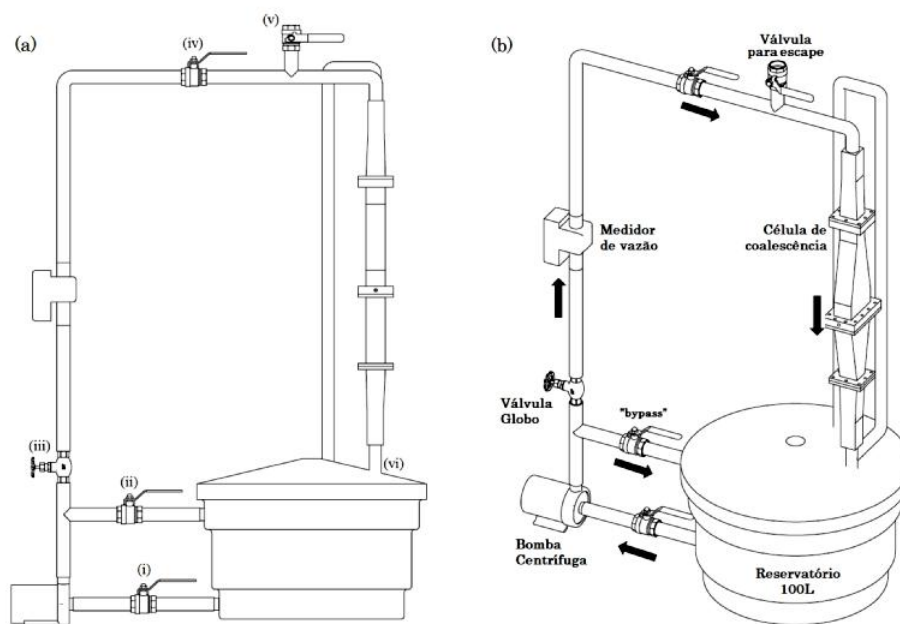


Figura 3.2: Sistema experimental. (a) Vista frontal. (b) Vista trimétrica. Retirado de COELHO [6]

Um esquema do sistema experimental pode ser visto na Figura 3.2. A bomba e o medidor de vazão podem ser vistos na Figura 3.3. A célula de coalescência pode ser vista na Figura 3.4.

3.2 Descrição do procedimento experimental

Nesta seção serão descritos os procedimentos experimentais para a operação de ambas as técnicas: operação da célula de coalescência, medidas de LDA e dimensionamento de bolhas por sombras.

3.2.1 Operação da célula de coalescência

Para a operação da unidade experimental, de acordo com a Figura 3.2, primeiramente deve-se ligar a bomba centrífuga e manter a válvula globo (iii) fechada e a válvula de *bypass* (ii) totalmente aberta. Nota-se que a válvula que conecta a bomba ao reservatório (i) deve estar sempre aberta. Em seguida, abrir lentamente a válvula globo (iii) e fechar a válvula que liga a célula ao reservatório (vi). Após o preenchimento da célula, deve-se continuar abrindo a válvula globo (iii) e fechando a válvula de *bypass* (ii), ambas lentamente, de forma que a vazão para a célula aumente, até o nível de água aparecer na válvula de escape (v), devendo fechar a



(a)



(b)

Figura 3.3: (a) Bomba centrífuga. (b) Medidor de vazão magnético. Retirado de COELHO [6]



Figura 3.4: Célula de coalescência em acrílico. Retirado de COELHO [6]

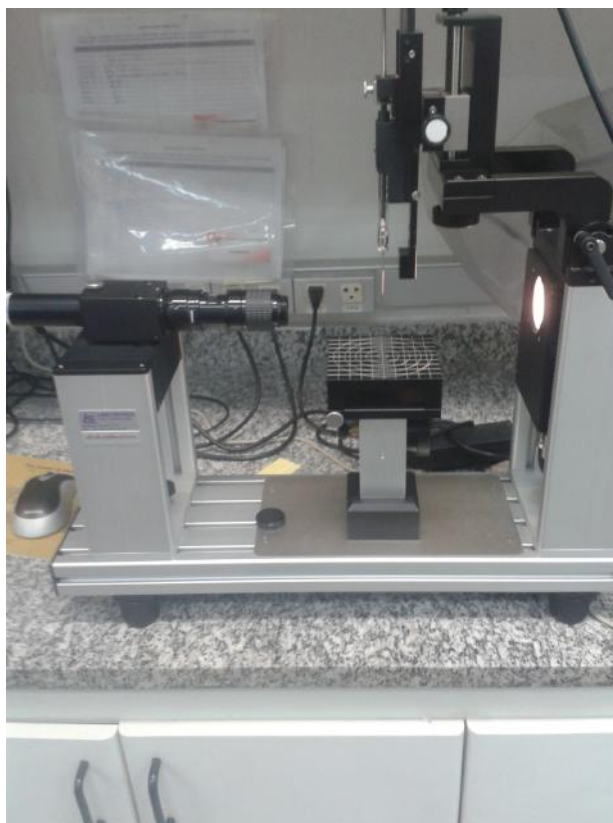


Figura 3.5: Medidor eletrônico de tensão

mesma quando isto acontecer. Esta válvula de escape tem por objetivo retirar os bolsões de ar que ficam aprisionados no interior da unidade, e que podem prejudicar a realização de medidas. Por fim, ajusta-se a vazão até a desejada modificando a abertura da válvula globo (iii).

Após as medições de caracterização do escoamento, tanto a célula de coalescência quanto o reservatório foram retirados para limpeza para retirar os resíduos das partículas traçadoras que possam influenciar o processo de coalescência. Ambos foram lavados com água corrente e também utilizado um pouco de sabão. O sabão é um surfactante muito poderoso e para garantir sua completa remoção, a célula e o reservatório foram deixados em água e esta água foi trocada duas vezes em um período de 4 dias.

Para garantir que a água destilada utilizada nos experimentos não estava com algum contaminante que pudesse influenciar o processo de coalescência, como um possível resto de sabão do processo de lavagem, foi medida a tensão superficial de uma água recém destilada no mesmo equipamento que destilou a água utilizada no experimento e também medida a tensão superficial da água que foi utilizada no experimento. Para realizar as medidas, foi utilizado um medidor eletrônico da marca Dataphysics e modelo Oca 10, localizado no laboratório do Grupo Interdisciplinar de Fenômenos Interfaciais (GRIFIT) e mostrado na Figura 3.5.



Figura 3.6: Destilador de água utilizado

Para se obter a água destilada, foi utilizado um destilador da marca *Marte* com capacidade de 10 litros por hora, que é mostrado na Figura 3.6.

A injeção de ar no interior da célula de coalescência foi realizada com um pequeno compressor da marca *OPTIMA*, com frequência de 60 *Hz*, 4,5 *W* de potência e pressão de 4,0 *P.S.I.* O compressor de ar é mostrado na Figura 3.7.

3.2.2 Medidas de LDA

O LDA foi utilizado com a configuração *forward scatter*, ou seja, o fotodetector situado em posição oposta ao emissor de lasers. O sistema LDA utilizado, da marca Dantec Dynamics pode ser visto na Figura 3.8. As configurações gerais do LDA foram as mesmas utilizadas por COELHO [6], a fim de os resultados serem medidos sob as mesmas condições. O laser utilizado possui um comprimento de onda de 514,5 *nm*. O fotodetector utilizado foi o Dantec Dynamics Color Separator 55x35 acoplado a uma lente AF Micro Nikkor de 60 mm 1:2.8 D Nikon. Para garantir que as amostras fossem retiradas sempre na mesma posição, foram utilizados posicionadores Sigma Koki LTD modelo SGSP32-200 para o laser e SGSP46-500 para o fotodetector.

Os traçadores utilizados foram partículas de vidro revestidas de prata, com um diâmetro médio de 14 μm e densidade 1,02 g/cm^3 .

A técnica LDA foi utilizada para caracterizar o escoamento em 4 diferentes alturas da célula de coalescência, sendo que em cada altura as medidas foram tomadas em diferentes pontos do eixo x, como mostrado na Figura 3.9. Em cada ponto, foram



Figura 3.7: Compressor de ar utilizado na injeção de bolhas



Figura 3.8: Sistema LDA utilizado nos experimentos

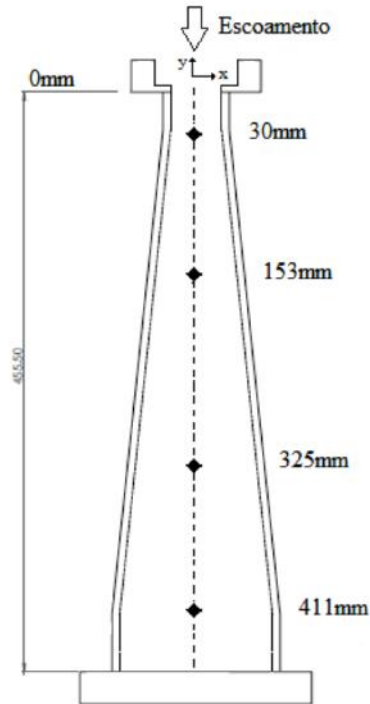


Figura 3.9: Posições para medida do LDA

Tabela 3.1: Posições de medida para o LDA

Altura (mm)	Posição no eixo x (mm)
30	-15, -9, -3, 0, 3, 9, 15
153	-20, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, 20
325	-30, -20, -10, -5, 0, 5, 10, 20, 30
411	-30, -20, -10, -5, 0, 5, 10, 20, 30

utilizadas vazões de 1,5, 2,0, 2,5 e 3,0 m^3/h . As medidas foram feitas em duplicatas sucessivas, ou seja, foram medidas em sucessão. Em cada medida foram tomados 100.000 pontos.

Todos os pontos de medição são resumidos na Tabela 3.1.

Após a operação da célula, conforme descrito na seção anterior, é necessário retirar as bolhas que ficam aprisionadas dentro do sistema. Estas bolhas podem interferir na medição da técnica. Para remove-las, a vazão é deixada na mais alta possível, e desta forma as bolhas eventualmente acabam sendo arrastadas. Se houverem bolhas muito grandes, é necessário quebrá-las para que estas possam ser arrastadas. Para tal, a vazão é diminuída, através do fechamento da válvula globo (iii) da Figura 3.2 e abertura da válvula de *bypass* (ii), com posterior abertura rápida da válvula globo (iii) e fechamento da válvula de *bypass* (ii).

3.2.3 Dimensionamento de bolhas por sombras

Muito conhecida pelo nome *Shadow Sizer*, seu nome em inglês, esta técnica consiste em filmar o escoamento utilizando uma câmera de alta velocidade e resolução temporal, incluindo uma fonte de luz difusa para gerar contraste, para então realizar um processamento das imagens para estimar as propriedades das bolhas, tanto geométricas quanto dinâmicas. O objeto em estudo é iluminado através da emissão de flashes pela fonte de luz, e então a câmera capta imagens de sombra do objeto. É necessário o uso de um difusor para a iluminação, de modo que a luz fique uniforme na região de amostragem, tendo sido utilizadas duas folhas de papel manteiga. O software utilizado foi o *DynamicStudio v4.10*, da empresa *Dantec Dynamics*. Este software é utilizado para diversas técnicas, como o LDA, PIV (*Particle Image Velocimetry*) e também para o *Shadow Sizer*. A montagem do equipamento pode ser vista nas Figuras 3.10 e 3.11 .



(a) Iluminação de LED



(b) Câmera de alta velocidade

Figura 3.10: Componentes do Shadow Sizer

Foi utilizada uma lente de 100 mm da marca *Zeiss*. As variáveis que devem ser monitoradas para o processo de filmagem são:

- **Frequência:** Determina o intervalo em que as fotos serão tiradas.
- **Tempo de exposição:** Um maior tempo de exposição aumenta a quantidade de luz recebida. Foi-se utilizado um tempo de exposição de $50\ \mu\text{s}$

É necessário ter um cuidado especial com a operação da câmera. Assim como a maioria dos equipamentos ópticos, a câmera é muito sensível e o recebimento de muita luz proveniente da iluminação de LED pode danificar a mesma. Sendo assim,



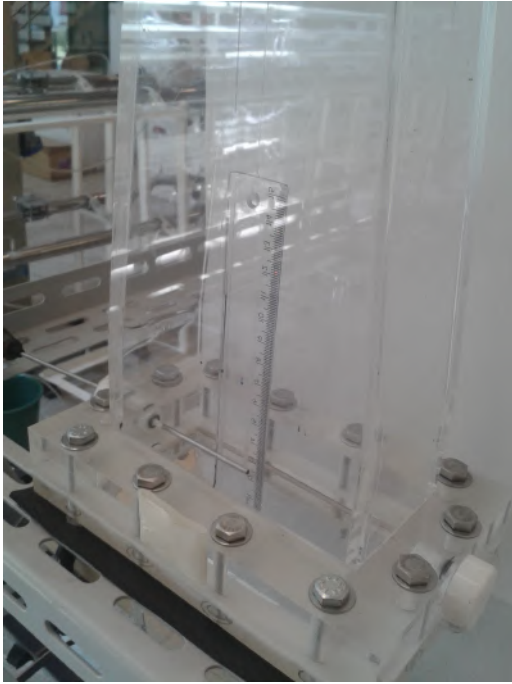
Figura 3.11: Montagem do Shadow Sizer

antes de ligar a câmera e a iluminação, o diafragma da câmera deve estar sempre fechado, para diminuir a quantidade de luz recebida, e ser aberto aos poucos. Com a opção de "colorencoding" selecionada no *software*, se aparecerem pontos verdes na imagem, significa que ela está recebendo muita luz e o diafragma deve ser fechado imediatamente.

Após a célula estar operando e a vazão estiver na desejada, bolhas são injetadas pelo orifício lateral localizado no centro da célula, utilizando o compressor de ar. Após as bolhas se arranjam no interior da célula de acordo com o seu tamanho (cerca de 2 minutos), o escoamento era então filmado. Foram filmadas as alturas de 30, 153, 325 e 411 *mm* e utilizadas as vazões de 1,5, 2,0, 2,5 e 3,0 m^3/h .

É necessário fornecer ao *software* uma imagem que contenha uma distância conhecida, para que posteriormente possa ser feito o cálculo das propriedades. Foi utilizada uma régua comum de acrílico, posicionada na região central da célula. Com a régua posicionada, focou-se a imagem da câmera na régua. Após este processo, a posição e o foco da câmera não devem mais ser alterados. Este processo é repetido para cada altura de filmagem. O posicionamento da régua pode ser visto na Figura 3.12.

Na Figura 3.13, podemos ver o processo de calibração no *software* através da opção *Measure Scale Factor*. É informada a distância absoluta entre os pontos A



(a) Imagem frontal



(b) Imagem lateral

Figura 3.12: Posicionamento da régua para calibração

e B na figura, sendo fornecido então o fator de escala, que correlaciona os pixels da imagem com a distância. É interessante sempre usar a maior distância disponível, pois desta forma pode-se minimizar a propagação do erro associado ao processo. É possível também modificar a origem do eixo de coordenadas para o cálculo, através do botão *Origin*.

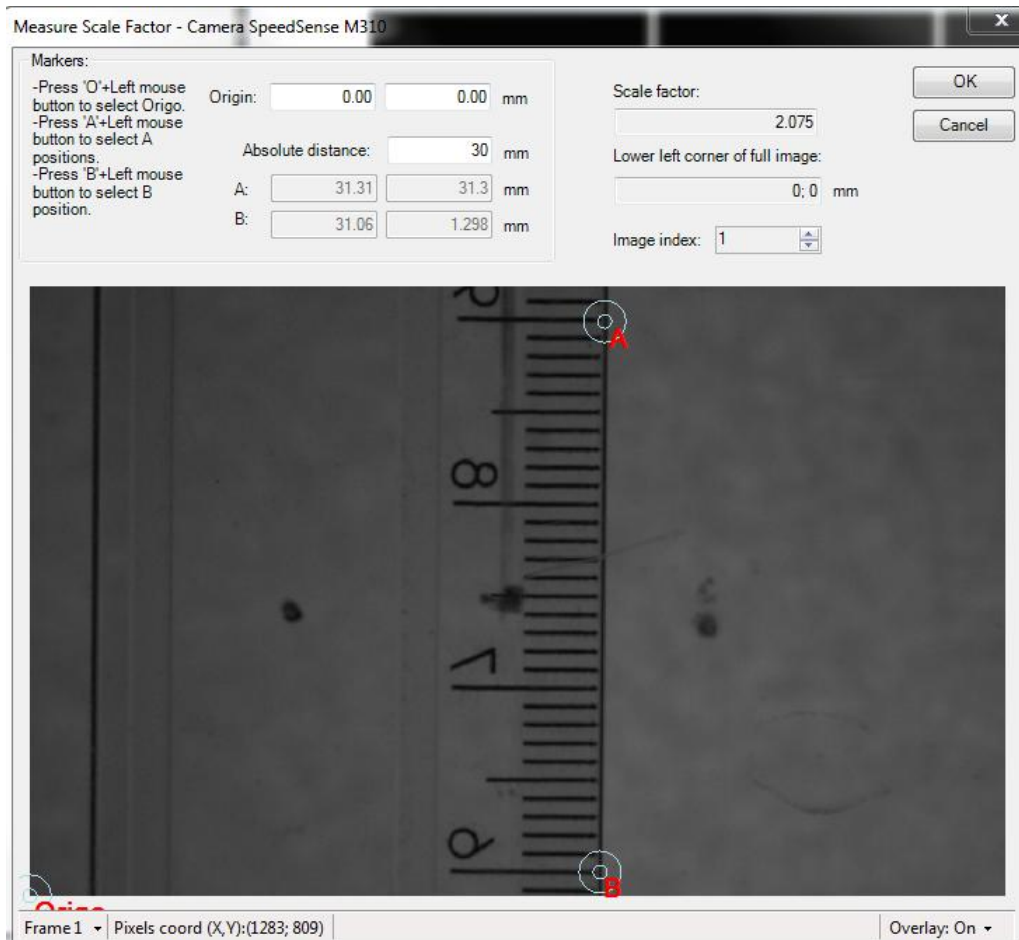


Figura 3.13: Processo de calibração do software

3.3 Procedimento para análise dos dados

Nesta seção serão apresentados os procedimentos utilizados em ambas as técnicas.

3.3.1 LDA

Com os dados do LDA, é possível construir perfis de velocidade para todas as alturas e vazões. Os resultados serão também comparados ao de COELHO [6]. Para a estimação da microescala de Taylor, um código desenvolvido por LAGE [18] implementou o método de correlação por blocos desenvolvido por NOBACH [26], que utilizou o pacote livre de otimização não-linear NLOPT (desenvolvido por JOHNSON [14]) para minimizar a Equação 2.48. Optou-se por usar tempos de defasagem de 4, 2, 1, 0,5 e 0,25 *ms* com 100, 150, 250, 350 e 500 intervalos, respectivamente. Cada tempo de defasagem terá a microescala de Taylor calculada pelo método de otimização não linear.

Na utilização do pacote NLOPT, foram realizadas otimizações global e local. Para a otimização global, foi utilizado o método de busca aleatória controlada (CRS)

com mutação local. As técnicas CRS se iniciam com uma população de pontos aleatórios e aleatoriamente desenvolvem estes pontos seguindo regras heurísticas. O algoritmo original de otimização CRS foi desenvolvido por PRICE [29]. A população inicial para esta otimização foi 500 e as tolerâncias da função objetivo e para o valor do ponto ótimo utilizadas foram 10^{-5} e 10^{-8} , respectivamente. Para a otimização local, foi utilizado o método de Otimização Restrita por Aproximação Linear (COBYLA). Este método foi desenvolvido por POWELL [28]. As tolerâncias utilizadas foram as mesmas para o método de otimização global. Um exemplo da estimação para a microescala de Taylor pode ser visto no Apêndice A.

NOBACH [26] reporta que o valor da escala de Taylor seria obtido assintoticamente conforme o tempo de defasagem tende a zero. Neste intuito, uma primeira questão que surge são quais tempos de defasagem utilizar. A segunda questão seria definir janelas de medição, que seriam regiões em que a taxa de dissipação poderia ser considerada constante.

A primeira análise para definir os tempos de defasagem e a janela de medição será a identificação de outliers, que são pontos que parecem não fazer parte da série de dados por estarem distante dela, e são desconsiderados. É usualmente associado a erros experimentais ou a variabilidade da amostra. Existem diversos métodos estatísticos para a identificação de outliers, como o teste de Grubbs e o teste de Tietjen-Moore (TIETJEN e MOORE [40]). A principal limitação destes dois testes é que o número de outliers deve ser exatamente especificado. Se o número de outliers não for especificado corretamente, os resultados destes testes podem ser errados. Por outro lado, no teste ESD (*Extreme Studentized Deviate*) generalizado (ROSNER [34]), é necessário apenas indicar um limite superior para a quantidade de outliers. Dado um limite superior de outliers, κ , o teste ESD generalizado irá fazer κ testes diferentes: um teste para um outlier, um teste para dois outliers, e assim sucessivamente até κ outliers.

O teste consiste em, dado $i = 1, 2, \dots, \kappa$, calcular:

$$R_i = \frac{\text{MAX}_i |x_i - \bar{x}|}{s} \quad (3.1)$$

onde \bar{x} é a média da amostra e s o seu desvio padrão. Em seguida, remove-se o valor que maximiza $|x_i - \bar{x}|$ e calcula-se novamente o valor da Equação 3.1. Isto resulta em r testes estatísticos: $R_1, R_2, \dots, R_\kappa$. Estes valores serão comparados a um valor crítico, Ω_i , calculado como:

$$\Omega_i = \frac{(n-i)t_{p_t, n-i-1}}{\sqrt{(n-i-1 + t_{p_t, n-i-1}^2)(n-i+1)}} \quad (3.2)$$

onde n é a quantidade de dados na amostra, $t_{p_t, G}$ é o ponto de porcentagem $100p_t$

e G graus da liberdade da distribuição t de Student, onde:

$$p_t = 1 - \frac{\alpha_c}{2(n - i + 1)} \quad (3.3)$$

onde α_c representa o nível de confiança. O número de outliers é calculado como sendo o maior i que satisfaz a $R_i > \Omega_i$.

Após a identificação e exclusão dos outliers, a próxima etapa é realizar testes estatísticos para comparar os conjuntos de dados com diferentes tempos de defasagem. O primeiro teste aplicado é o teste F. De acordo com MONTGOMERY [25], este teste indica a probabilidade de que as variâncias dos dois conjuntos de dados sejam iguais. Calcula-se a razão das variâncias dos conjuntos (F_0), ou seja:

$$F_0 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (3.4)$$

O valor de F_0 é então comparado ao valor de $F_{\alpha_c/2, n_1-1, n_2-1}$, que é a distribuição de Fisher com porcentagem $\alpha_c/2$, sendo α_c a confiança, $n_1 - 1$ e $n_2 - 2$ são os graus de liberdade, sendo n_1 e n_2 os tamanhos das amostras. Se $F_0 > F_{\alpha_c/2, n_1-1, n_2-1}$, a hipótese das variâncias serem iguais é rejeitada.

O segundo teste é o teste T. De acordo com MONTGOMERY [25], este teste indica a probabilidade de dois conjuntos de dados pertencerem a mesma população. Como existe uma forte tendência que as variâncias das amostras sejam diferentes, o teste é aplicado como:

$$t_T = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (3.5)$$

O valor de t_T é então comparado com a distribuição t de Student com G graus de liberdade, sendo que:

$$G = \frac{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(\sigma_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(\sigma_2^2/n_2)^2}{n_2-1}} \quad (3.6)$$

Se $|t_T| > t_{\alpha_c/2, G}$, onde o segundo termo é a porcentagem $\alpha_c/2$ do ponto superior da distribuição t com G graus de liberdade, a hipótese de que as médias são iguais é rejeitada.

Para a decisão final de quais tempos de defasagem utilizar, será feito uma análise do desvio padrão e do erro a 95 % da estimação da microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Por fim, as taxas de dissipação de energia turbulenta e seus erros serão calculados de acordo com a Equação 2.20.

Foi realizado um ensaio para estimar a temperatura da água durante a operação da célula. A temperatura foi medida próximo a saída de água para o reservatório,

Tabela 3.2: Propriedades da água pura

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	ρ (kg/m^3)	μ (Pa s)	σ (N/m)
25	994,2	$9,30 \times 10^{-4}$	0,073
30	992,9	$8,28 \times 10^{-4}$	0,072
35	991,5	$7,53 \times 10^{-4}$	0,071

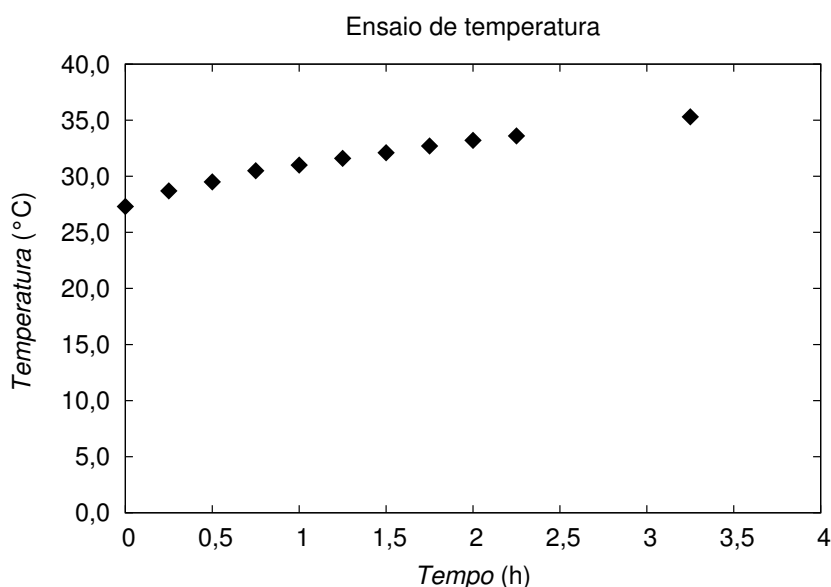


Figura 3.14: Ensaio de temperatura para a operação da célula

com o auxílio de um termopar. O resultado pode ser visto na Figura 3.14. A temperatura da água vai aumentando durante o experimento, devido ao calor cedido pela bomba. No uso do LDA e do dimensionamento de bolhas por sombras, a célula opera por cerca de 30 minutos antes do início dos ensaios, onde a temperatura está perto de 30°C , logo esta será a temperatura considerada para a utilização das propriedades da água. Dependendo dos ensaios, a célula poderia ficar ligada por mais tempo, por isso o efeito da temperatura será estudado para a determinação da taxa de dissipação de energia turbulenta e na eficiência de coalescência. De acordo com DAUBERT e DANNER [8], as propriedades da água pura são mostradas na Tabela 3.2.

Influência da temperatura na determinação da dissipação turbulenta

Como a temperatura não foi acompanhada em cada experimento, para avaliar o efeito da temperatura na determinação da taxa de dissipação de energia turbulenta, serão feitos cálculos considerando microescalas de Taylor (λ_f) genéricas de 2,0, 3,0 e 4,0 mm a temperaturas de 25, 30 e 35°C . As propriedades da água são as mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.3: Influência da temperatura no cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta

λ_f (mm)	T (°C)	ϵ (m^2/s^3)
2	25	14,0
	30	12,9
	35	11,3
3	25	6,2
	30	5,7
	35	5,0
4	25	3,5
	30	3,2
	35	2,8

Considerando uma variância da velocidade de 0,002 m/s , que representa a faixa de variância obtida no ensaios do LDA, a influência da temperatura na determinação da taxa de dissipação de energia turbulenta através da Equação 2.20 pode ser vista na Tabela 3.3.

Os dados da Tabela 3.3 indicam que uma variação de 5 °C na temperatura da água em relação à temperatura de 30 °C leva a uma variação máxima na taxa de dissipação de energia turbulenta de 12 %.

3.3.2 Dimensionamento de bolhas por sombra

Antes do cálculo das propriedades das bolhas, as imagens receberam um tratamento, no próprio software, no sentido de aumentar o contraste entre as bolhas e o fundo, para que possam ser identificadas uma maior quantidade de bolhas e também esta identificação possa ser de uma melhor qualidade. A sequência dos filtros utilizados é mostrada na Figura 3.15.

Os filtros consistem em:

- (a) **Image Arithmetic - Subtraction:** Operação de subtração entre as imagens e uma imagem de referência, que foi tomada apenas com o escoamento de água, sem bolhas. Como resultado, espera-se apenas a presença de bolhas nas imagens.
- (b) **Image Processing Library - Invert Pixel Values:** Os valores de pretos e brancos são invertidos, para ser possível aumentar o contraste posteriormente.
- (c) **Image Math:** Aumento do contraste entre bolha e fundo
- (d) **Image Processing Library - Invert Pixel Values:** Mesmo filtro aplicado na etapa (b). As bolhas voltam a ser escuras e o fundo branco

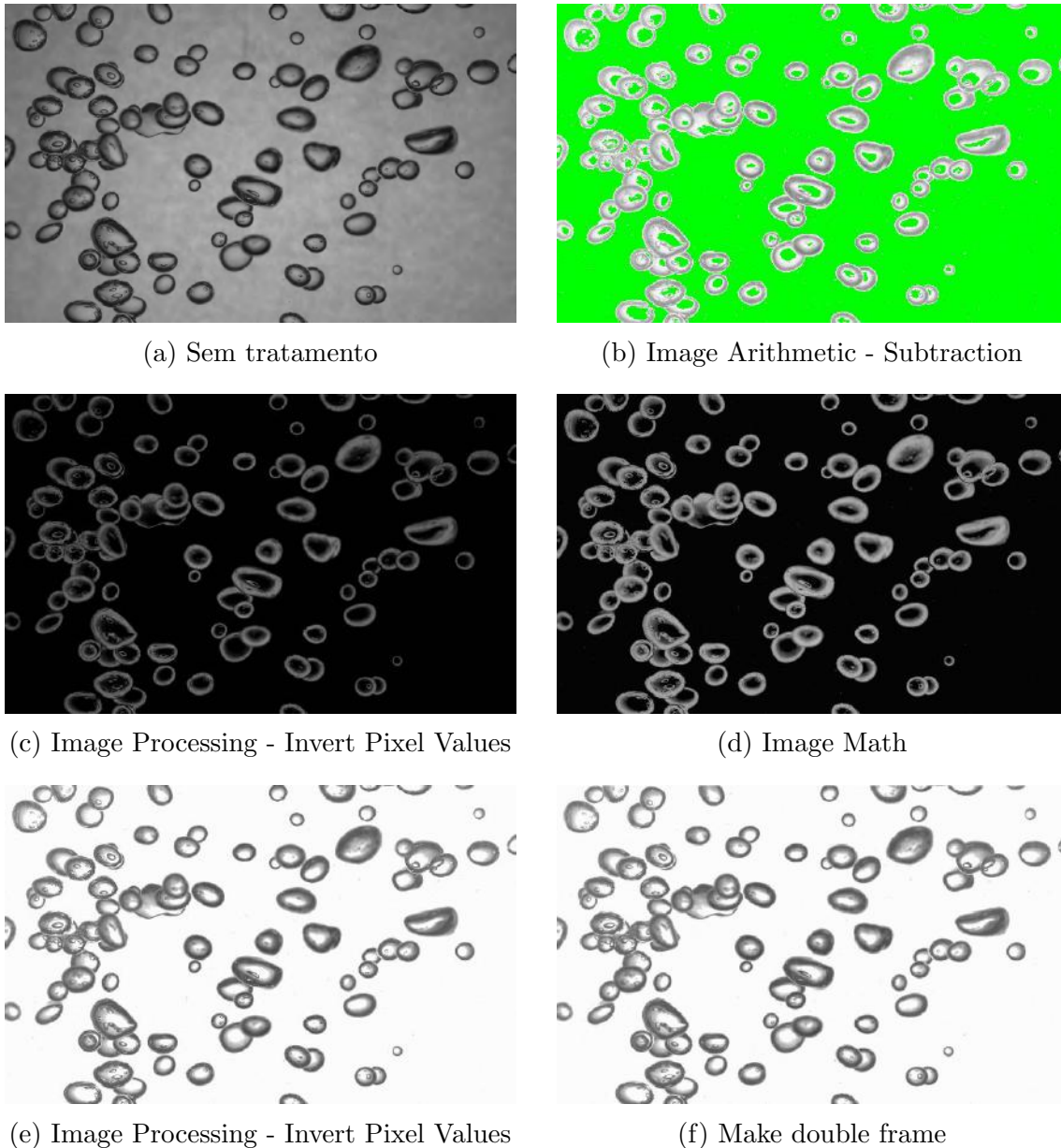


Figura 3.15: Filtros utilizados no tratamento das imagens

- (e) **Make Double Frame:** As imagens são colocadas em duplo frame, ou seja, elas são agrupadas em duplas, primeira imagem com a segunda imagem, segunda imagem com a terceira imagem, e assim sucessivamente. Isto é feito para que o *software* possa calcular as propriedades dinâmicas das bolhas, através da distância percorrida por uma bolha entre duas imagens. Sem esta etapa, seria possível apenas calcular as propriedades geométricas

Podemos ver na Figura 3.15 que o tratamento foi satisfatório. Um bom contraste foi gerado entre as bolhas e o fundo.

Após o tratamento das imagens, estas são analisados com a opção *Shadow Processing*, onde as colisões são identificadas e as propriedades das bolhas envolvidas são calculadas. Para cada bolha, são calculados o diâmetro equivalente, a

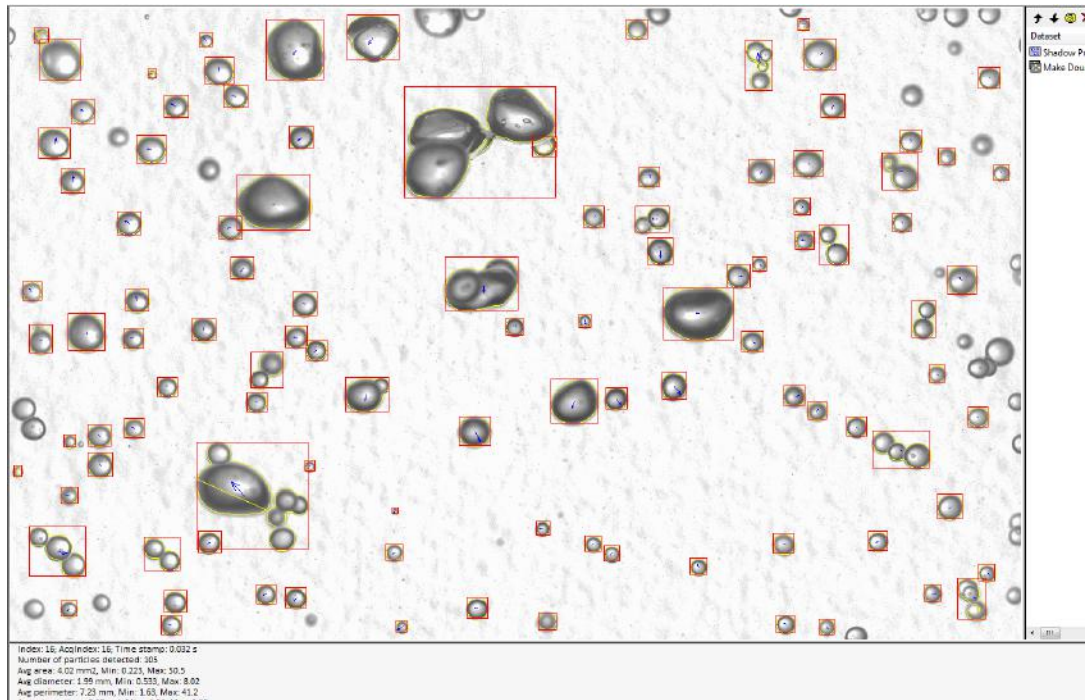


Figura 3.16: Resultado do Shadow Processing

posição de seu centro e as velocidades no eixo x e y antes e após o choque. Além disso, foi calculado o tempo que durou a colisão (t_{col}), que foi calculado como o tempo total em que as bolhas permanecem em contato. O início da colisão foi definido como o instante da primeira imagem em que as superfícies das bolhas se encostam e o final da colisão foi definido como o instante da imagem em que as superfícies das bolhas se separam. Assim, t_{col} é estimado pelo número de imagens em que as bolhas permanecem em contanto multiplicado pelo tempo de 2 ms , que é o inverso da frequência utilizada na filmagem.

Foram analisados os casos de altura 325 mm e vazões de $2,0$, $2,5$ e $3,0\text{ m}^3/h$, pois estes casos apresentam uma energia de dissipação turbulenta com um erro aceitável e bolhas maiores em relação às presentes na altura de 411 mm . Para cada colisão identificada, a eficiência de coalescência será analisada pelos modelos de KAMP *et al.* [15], LUO [23] e PRINCE e BLANCH [30] e também pelo cálculo da velocidade relativa normal de aproximação.

Na Figura 3.16, podemos perceber a identificação de uma grande quantidade de bolhas. Como pode ser visto, quando existem bolhas próximas, o software as considera como uma só, dificultando o processo de análise. Diante deste fato, a quantidade de colisões que podem ser efetivamente estudadas diminui bastante, pois é necessário que as colisões aconteçam de forma mais isoladas das outras bolhas.

Tabela 3.4: Influência da temperatura no cálculo da eficiência de coalescência

Temperatura (°C)	<i>Kamp et al.</i>	<i>Luo</i>	<i>Prince e Blanch</i>
25	0,553	0,751	0,585
30	0,549	0,749	0,584
35	0,545	0,748	0,582

Influência da temperatura no cálculo da eficiência de coalescência

Para verificar o efeito da temperatura no cálculo da eficiência de coalescência, serão feitos cálculos da eficiência de coalescência dos modelos de KAMP *et al.* [15], LUO [23] e PRINCE e BLANCH [30] considerando uma taxa de dissipação de energia turbulenta de $2 \text{ m}^2/\text{s}^3$ e diâmetros de bolhas de 2 mm , que estão na faixa das bolhas obtidas neste trabalho. Como a temperatura será considerada $30 \text{ }^\circ\text{C}$, a eficiência de coalescência será calculada também a 25 e $35 \text{ }^\circ\text{C}$. Os resultados podem ser vistos na Tabela 3.4. Os cálculos mostram que a temperatura tem um efeito muito pequeno no cálculo da eficiência de coalescência.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Os resultados serão apresentados em duas seções, a caracterização do escoamento utilizando a técnica LDA e os resultados de coalescência utilizando o dimensionamento de bolhas por sombras.

4.1 Caracterização do escoamento

Os perfis de velocidade são construídos utilizando-se a média da velocidade instantânea dada pelo LDA para 100.000 pontos. Nos perfis são apresentados a velocidade média das duas medidas com seus respectivos erros, e comparadas aos resultados obtidos por COELHO [6].

De acordo com os resultados mostrados nas Figuras 4.1 a 4.4, os perfis de velocidade apresentam poucas variações e estão com boa concordância quando comparados aos medidos anteriormente.

No cálculo da microescala de Taylor, são apresentados os valores separados das réplicas e os valores de COELHO [6]. Para cada medida, é calculada a microescala de Taylor média entre todos os tempos de defasagem que convergiram no método de otimização. Os resultados podem ser vistos da Figura 4.5 a 4.12 e um exemplo do código para calcular a microescala de Taylor pode ser visto no Apêndice A. As faixas das taxas de aquisição obtidas pelo LDA podem ser vistas na Tabela 4.1.

Como pode ser visto nos resultados para a microescala de Taylor, os valores são muito dispersos e com erros muito grandes, devido a grande variação no valor da microescala com os diferentes tempos de defasagem. Os valores da microescala parecem oscilar em torno de um valor médio, e os resultados próximos ao centro apresentam uma menor variação. O método proposto será tentar encontrar as regiões nas diferentes alturas em que os valores da microescala de Taylor podem ser considerados pertencentes a mesma população de dados, e então aproximados por um valor médio. Esta região do escoamento será chamada de janela de medição, pois nelas serão obtidos os resultados para coalescência.

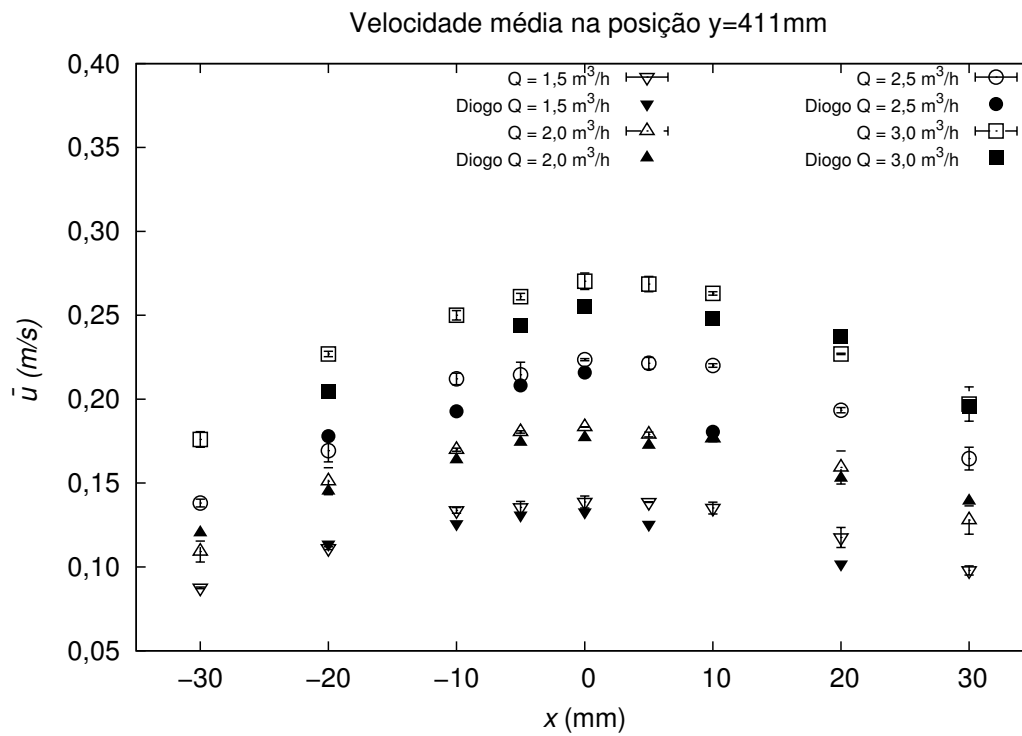


Figura 4.1: Perfis de velocidade para a altura de 411 mm

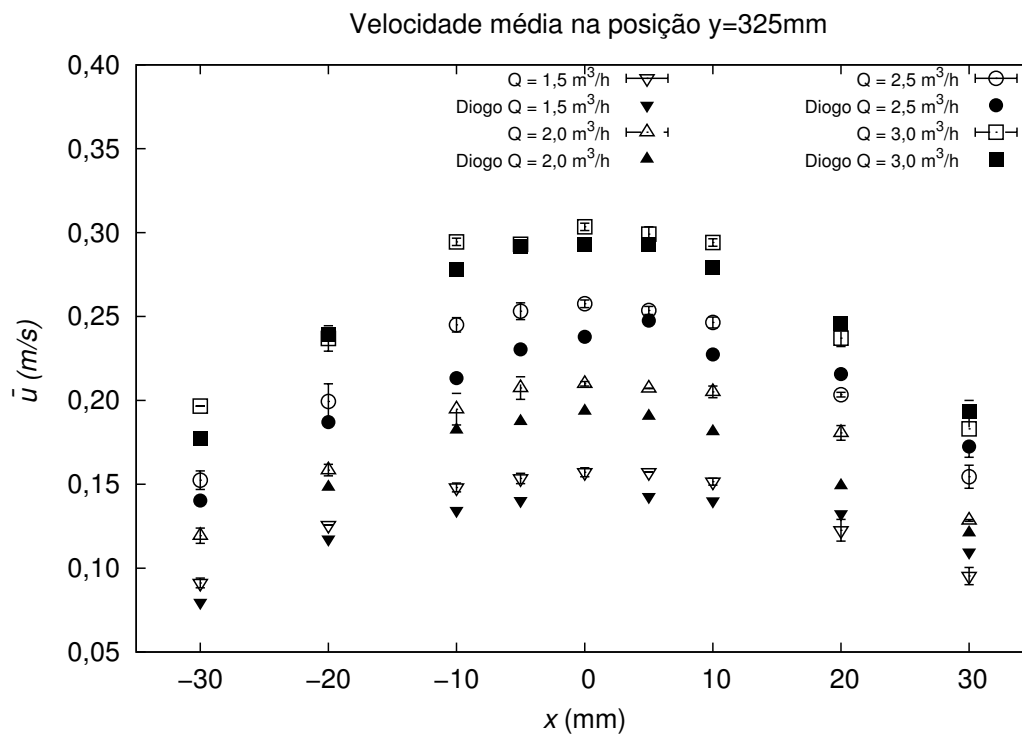


Figura 4.2: Perfis de velocidade para a altura de 325 mm

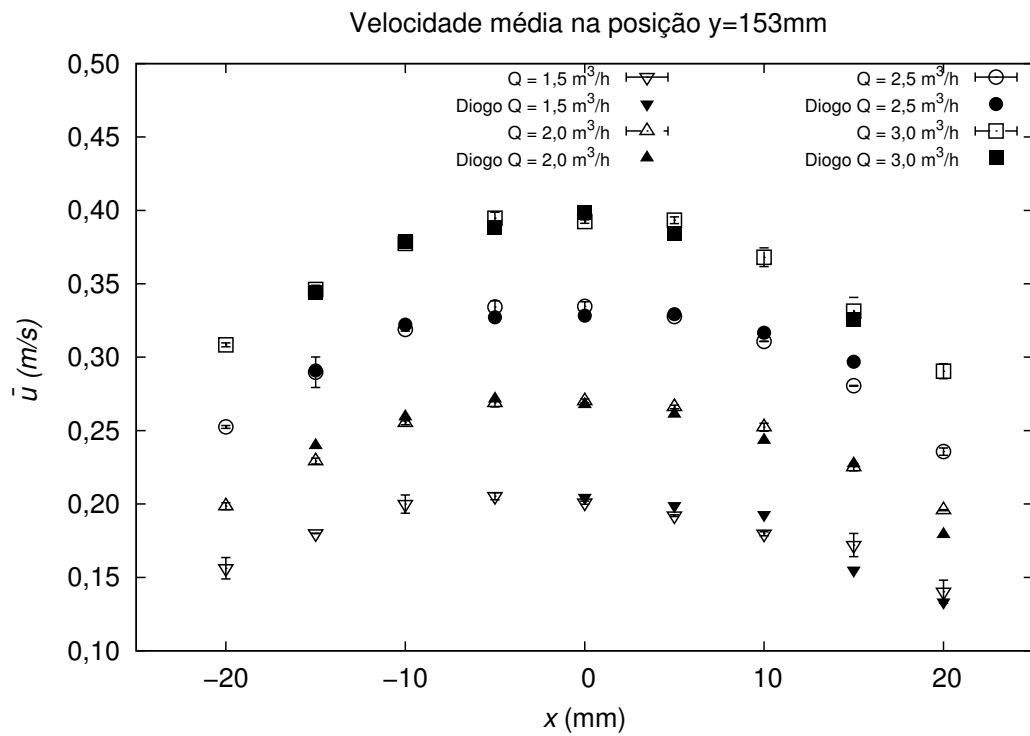


Figura 4.3: Perfis de velocidade para a altura de 153 mm

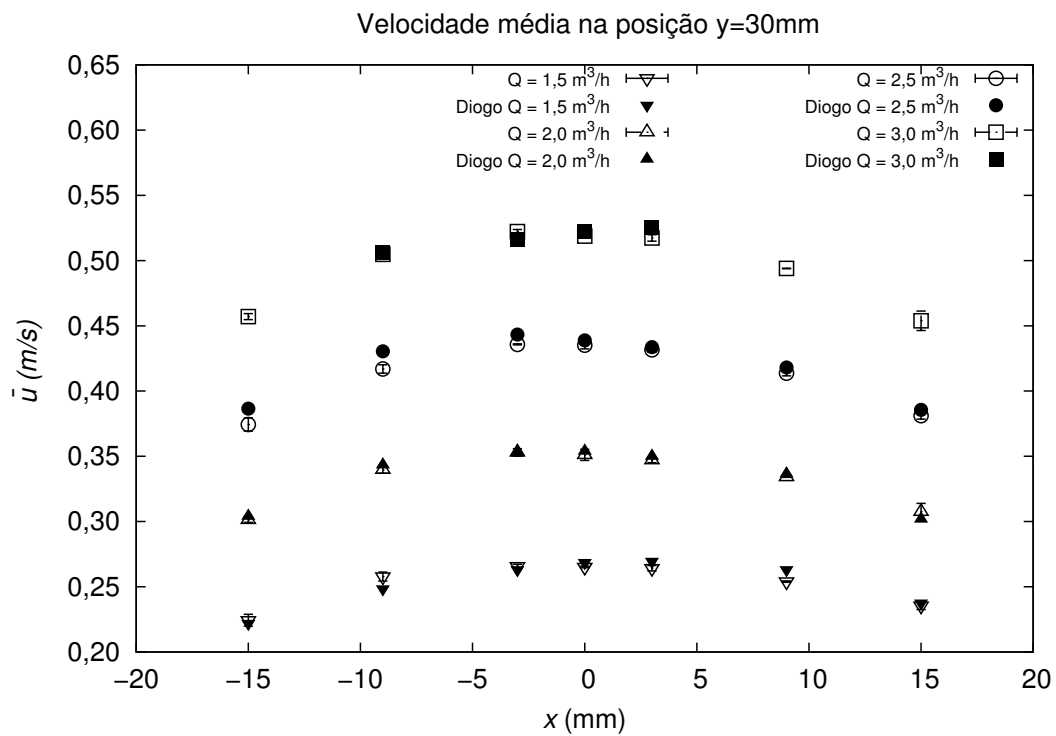


Figura 4.4: Perfis de velocidade para a altura de 30mm

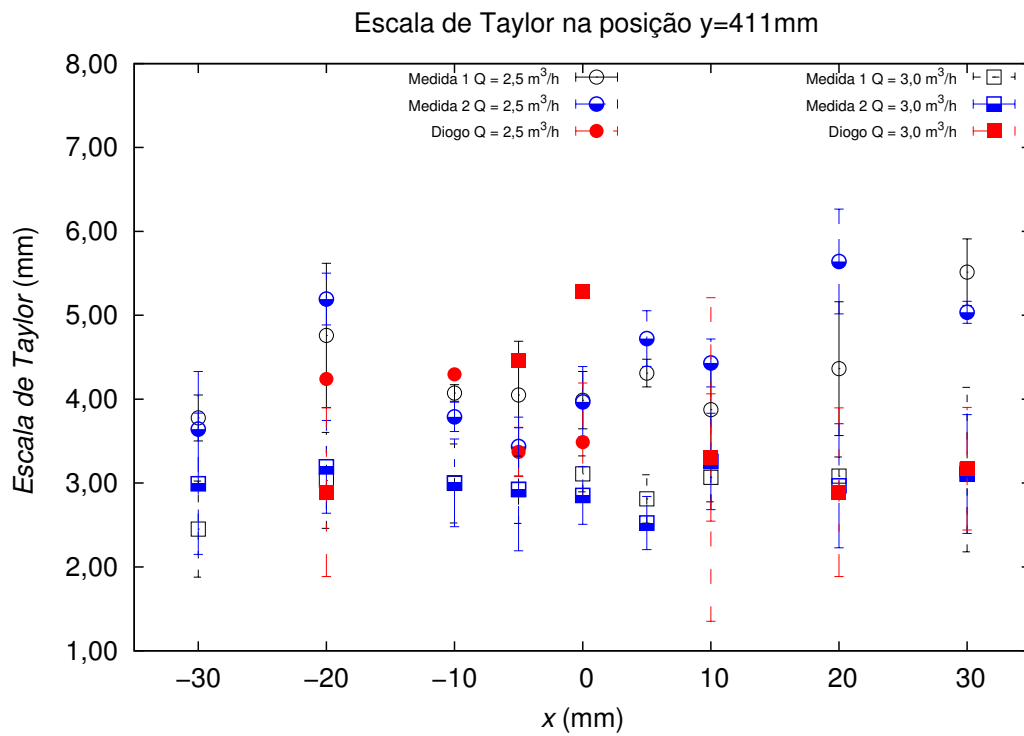


Figura 4.5: Escala de Taylor para altura 411 mm e vazões $3,0\text{ m}^3/\text{h}$ e $2,5\text{ m}^3/\text{h}$

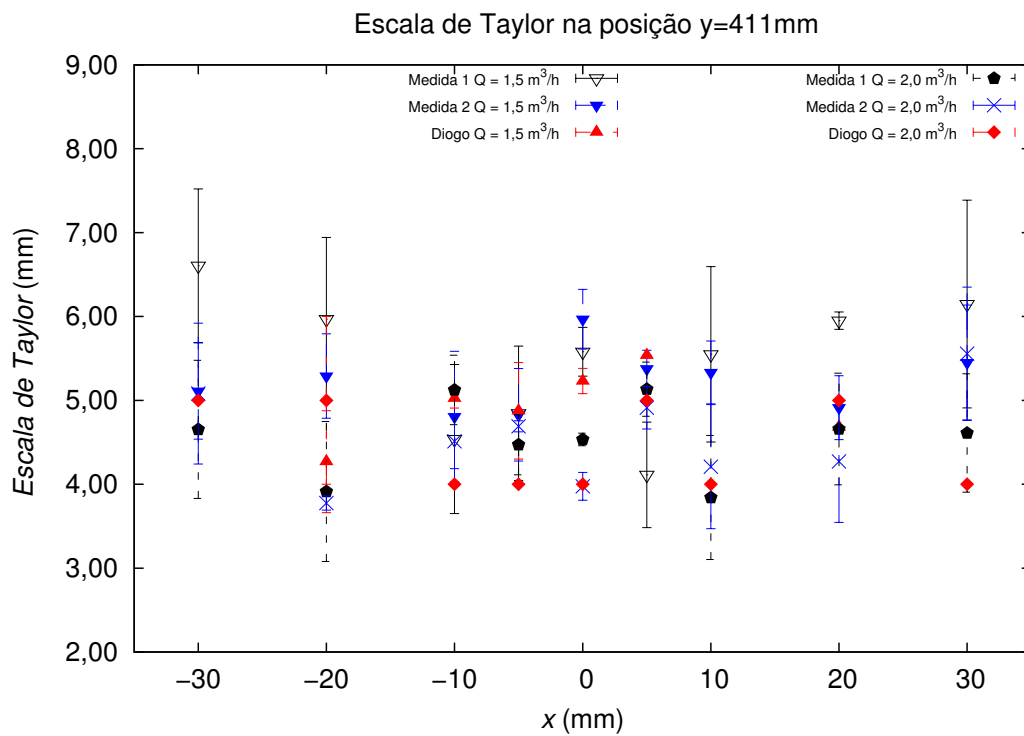


Figura 4.6: Escala de Taylor para altura 411 mm e vazões $2,0\text{ m}^3/\text{h}$ e $1,5\text{ m}^3/\text{h}$

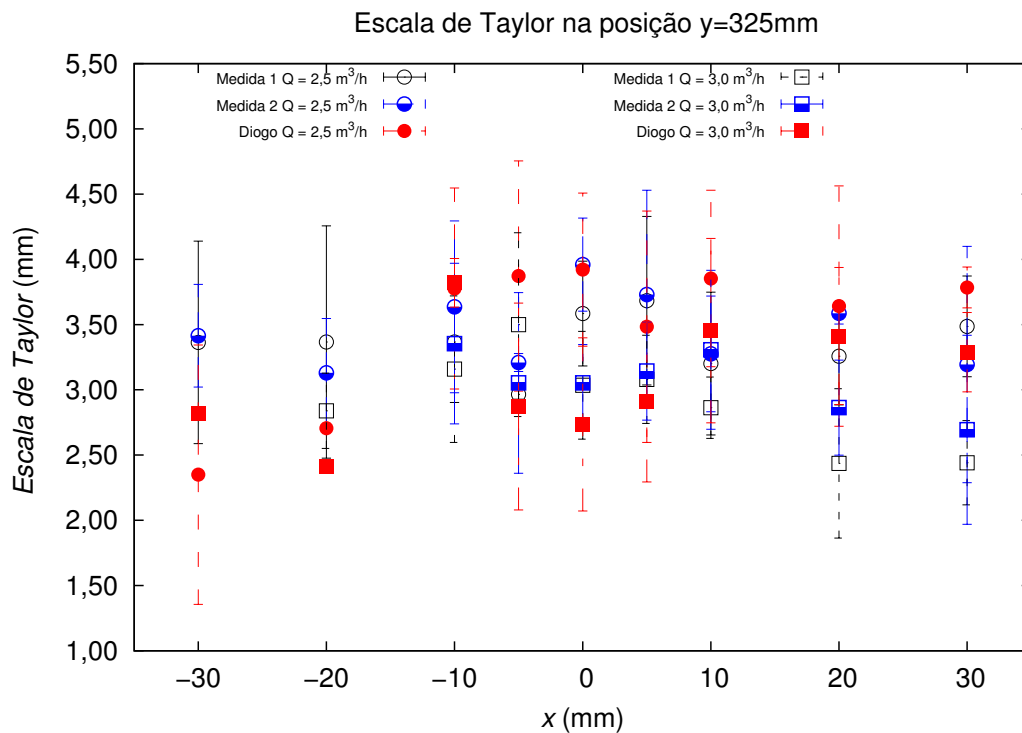


Figura 4.7: Escala de Taylor para altura 325 mm e vazões 3,0 m³/h e 2,5 m³/h

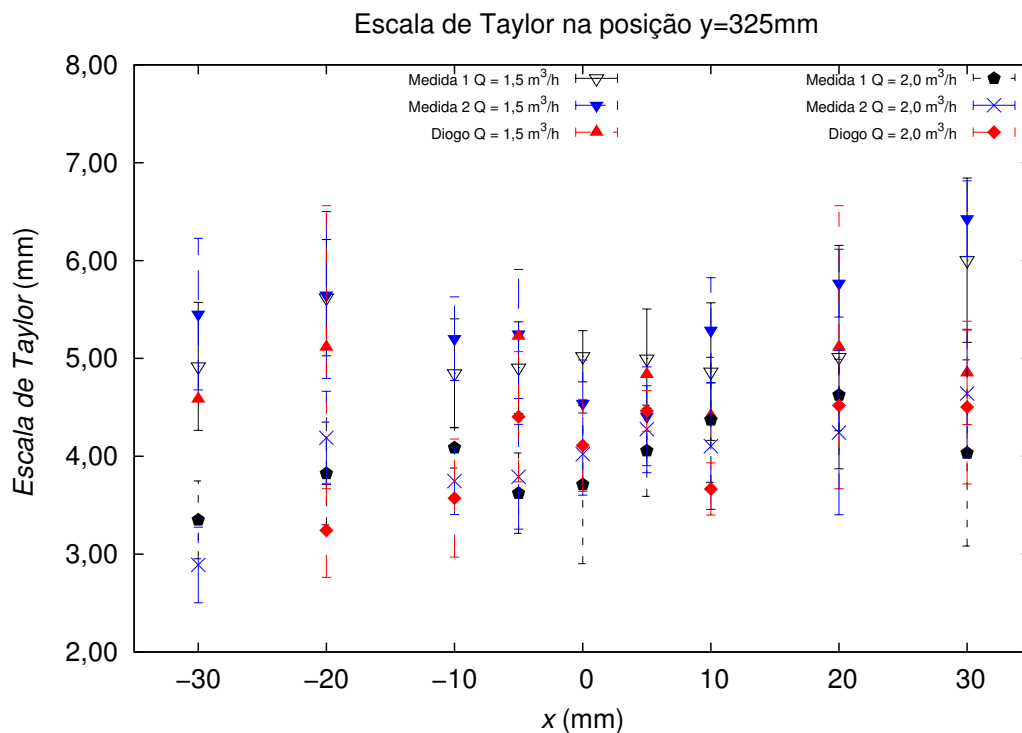


Figura 4.8: Escala de Taylor para altura 325 mm e vazões 2,0 m³/h e 1,5 m³/h

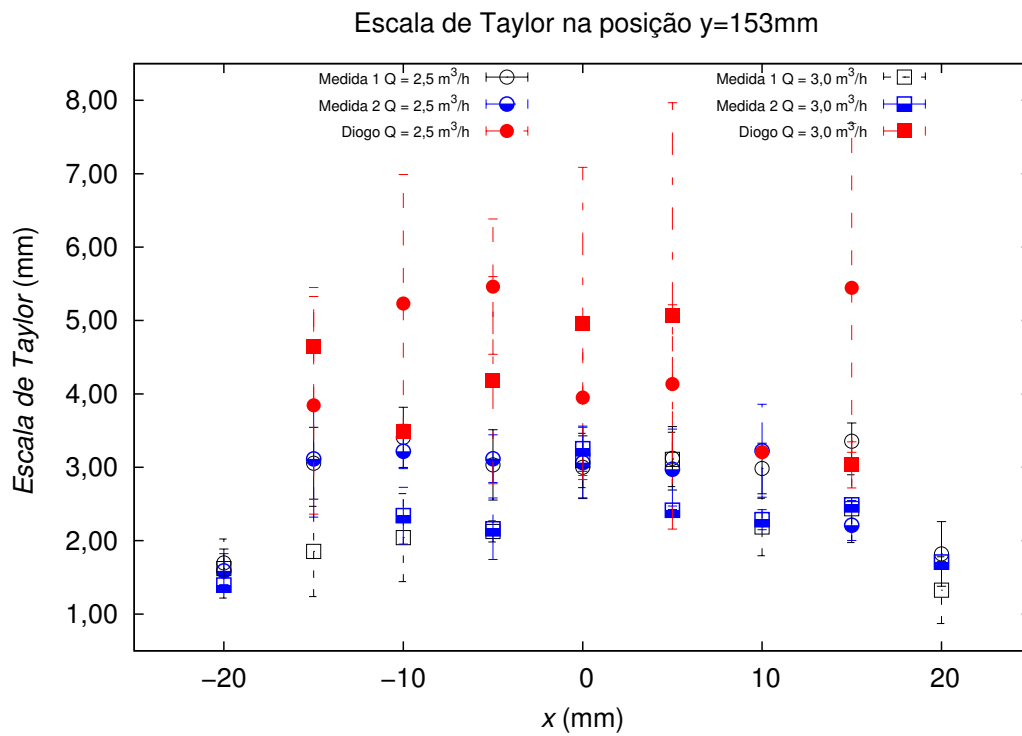


Figura 4.9: Escala de Taylor para altura 153 mm e vazões 3,0 m³/h e 2,5 m³/h

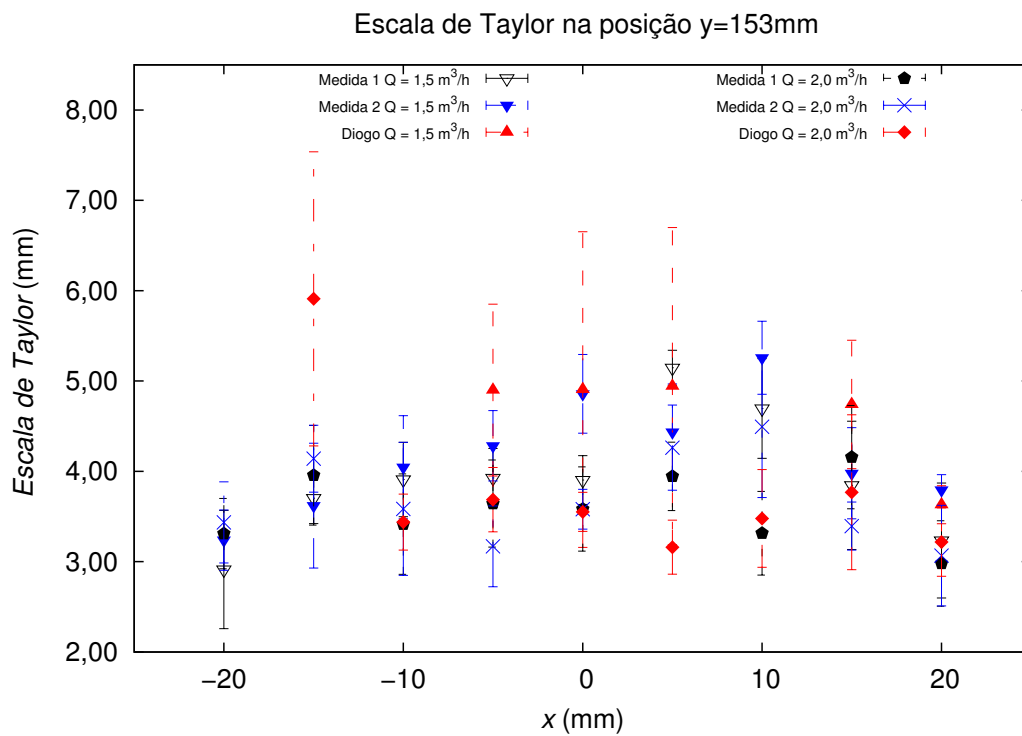


Figura 4.10: Escala de Taylor para altura 153 mm e vazões 2,0 m³/h e 1,5 m³/h

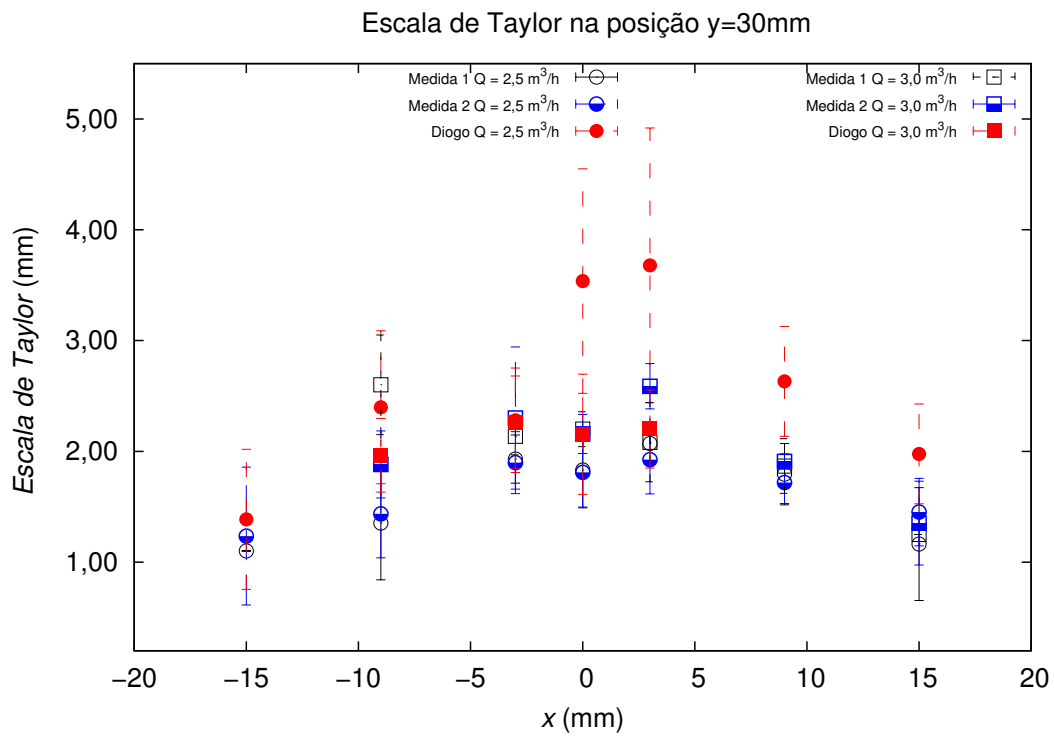


Figura 4.11: Escala de Taylor para altura 30 mm e vazões 3,0 m³/h e 2,5 m³/h

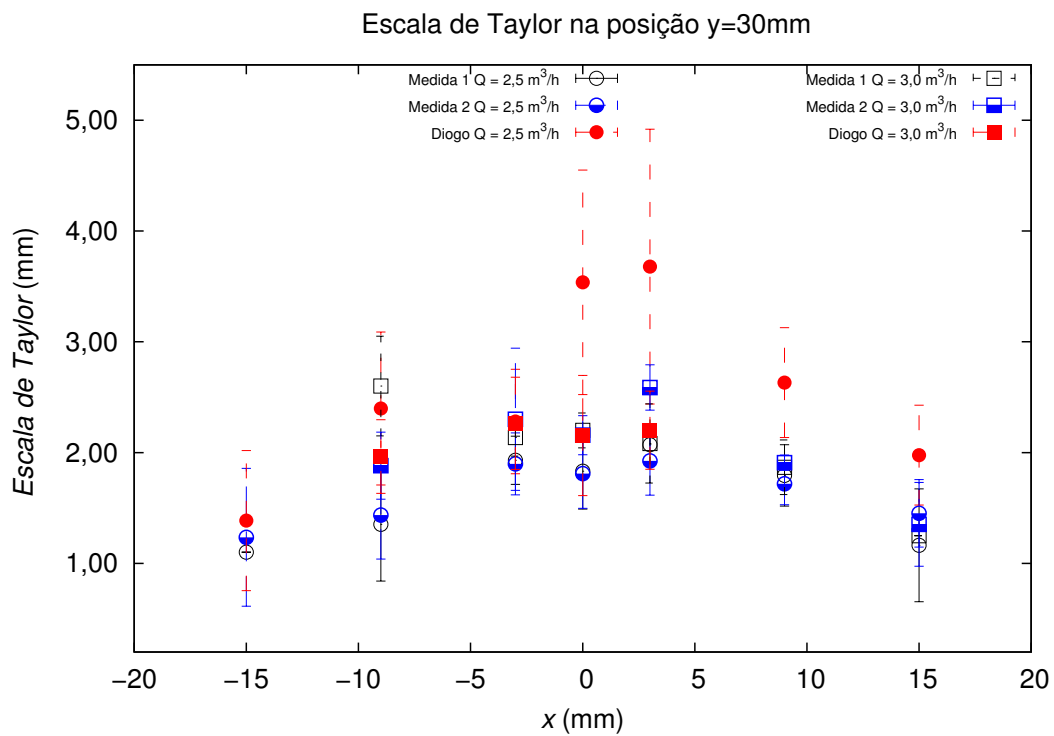


Figura 4.12: Escala de Taylor para altura 30 mm e vazões 2,0 m³/h e 1,5 m³/h

Tabela 4.1: Taxas de aquisição obtidas nas medidas do LDA

Altura (<i>mm</i>)	Vazão (m^3/h)	Taxa (<i>kHz</i>)
411	1,5	1,55 - 2,16
	2,0	1,58 - 2,65
	2,5	2,07 - 2,78
	3,0	1,15 - 1,85
325	1,5	1,53 - 2,01
	2,0	1,32 - 2,71
	2,5	1,42 - 2,47
	3,0	1,68 - 3,08
153	1,5	1,71 - 2,64
	2,0	2,03 - 3,21
	2,5	1,76 - 3,37
	3,0	1,61 - 2,58
30	1,5	2,07 - 2,66
	2,0	1,76 - 2,66
	2,5	1,54 - 2,03
	3,0	1,98 - 3,45

A primeira questão é quais tempos de defasagem utilizar. Como mencionado anteriormente, foram utilizados 5 tempos de defasagem para a estimação da micro-escala de Taylor utilizando o método de NOBACH [26]: 0,25, 0,5, 1, 2 e 4 *ms*. Dos resultados, os tempos de 4 *ms* apresentam um valor um pouco distante dos demais, sugerindo que este passo de tempo é muito longo e não satisfatório. Por este motivo, foram estudados os conjuntos de dados com os seguintes tempos de defasagem:

- (i) Tempos de defasagem 0,25, 0,5, 1 e 2 *ms*
- (ii) Tempos de defasagem 0,5, 1 e 2 *ms*
- (iii) Tempos de defasagem 1 e 2 *ms*

A segunda questão é definir as janelas de medição. Foram estudados três casos:

- (i) Janela de 2 *cm*, indo de -10 *mm* a 10 *mm*
- (ii) Janela de 4 *cm*, indo de -20 *mm* a 20 *mm*
- (iii) Janela de 6 *cm*, indo de -30 *mm* a 30 *mm*

Na análise de outliers, não foi possível encontrar muitos pontos que possam ser considerados outliers, pois os pontos estão muito dispersos. Os casos que tiveram pontos considerados outliers são mostrados nas Tabelas 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5.

Tabela 4.2: Outliers para altura de $y = 411 \text{ mm}$

Vazão	Defasagem	Janela	Outliers
3,0 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	4
		4 <i>cm</i>	4
		6 <i>cm</i>	3
3,0 m^3/h	0,5 - 2	2 <i>cm</i>	4
		4 <i>cm</i>	4
		6 <i>cm</i>	3
3,0 m^3/h	1 - 2	2 <i>cm</i>	4
		4 <i>cm</i>	4
		6 <i>cm</i>	3

Tabela 4.3: Outliers para altura de $y = 325 \text{ mm}$

Vazão	Defasagem	Janela	Outliers
2,5 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	0
		4 <i>cm</i>	0
		6 <i>cm</i>	1
2,5 m^3/h	0,5 - 2	2 <i>cm</i>	0
		4 <i>cm</i>	0
		6 <i>cm</i>	1
2,5 m^3/h	1 - 2	2 <i>cm</i>	0
		4 <i>cm</i>	0
		6 <i>cm</i>	1

No caso de altura 411 *mm*, foram identificados outliers apenas na vazão de 3,0 m^3/h . Nos 3 intervalos de tempo de defasagem, a quantidade de outliers foi a mesma em todas as janelas de medição. Na altura de 325 *mm*, somente a vazão de 2,5 m^3/h apresentou outlier, sendo que este ponto está na janela de 6 *cm*.

Para a altura de 153 *mm*, conforme mostra a Tabela 4.4, as vazões de 2,0, 2,5 e 3,0 m^3/h apresentaram outliers. O quantidade de outliers normalmente diminui com o aumento da janela de medição, pois mais pontos são analisados, e conseqüentemente o conjunto de dados pode ter uma maior variação. Na vazão de 2,5 m^3/h ocorre o inverso, o número de outliers aumenta com a janela de medição. Para a altura de 30 *mm*, apenas a vazão de 2,5 m^3/h apresentou outliers.

Para a aplicação dos testes T e F, obviamente os testes devem ser aplicados a conjuntos de dados disjuntos. Por exemplo, os dados da janela de 2 *cm* estão contidos nos dados da janela de 4 *cm*. Ao comparar as duas, deve-se excluir os dados da janela de 2 *cm* da janela de 4 *cm*. Primeiramente, foram comparadas as janelas de 2 e 4 *cm*. As taxas de aquisição obtidas no LDA (Tabela 4.1) estão no geral

Tabela 4.4: Outliers para altura de $y = 153 \text{ mm}$

Vazão	Defasagem	Janela	Outliers
2,0 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	1
		4 <i>cm</i>	1
		6 <i>cm</i>	0
2,0 m^3/h	0,5 - 2	2 <i>cm</i>	1
		4 <i>cm</i>	0
		6 <i>cm</i>	0
2,5 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	2
		4 <i>cm</i>	0
		6 <i>cm</i>	0
2,5 m^3/h	0,5 - 2	2 <i>cm</i>	2
		4 <i>cm</i>	3
		6 <i>cm</i>	0
2,5 m^3/h	1 - 2	2 <i>cm</i>	2
		4 <i>cm</i>	3
		6 <i>cm</i>	0
3,0 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	1
		4 <i>cm</i>	1
		6 <i>cm</i>	0
3,0 m^3/h	0,5 - 2	2 <i>cm</i>	1
		2 <i>cm</i>	1
		6 <i>cm</i>	0

Tabela 4.5: Outliers para altura de $y = 30 \text{ mm}$

Vazão	Defasagem	Janela	Outliers
2,5 m^3/h	0,25 - 2	2 <i>cm</i>	3
		4 <i>cm</i>	1
		6 <i>cm</i>	0

na faixa de 1,5 a 2,0 kHz , tendo alguns casos em que chegam a 3 kHz , indicando que o tempo de 0,25 ms corresponde a uma frequência mais alta que a dos dados. Além disto, o tempo de 0,25 ms parecia se afastar do comportamento assintótico reportado por NOBACH [26]. Por estes motivos, o tempo de defasagem de 0,25 ms foi desconsiderado. Desta forma, os resultados dos testes T e F comparando a janela de 2 e 4 cm podem ser vistos na Tabela 4.6 à 4.9.

De acordo com os resultados para o teste F comparando as janelas de 2 e 4 cm , a variância dos conjuntos de dados realmente é diferente. Em apenas 1 dos casos o conjunto de dados apresenta probabilidade maior que 95 % de possuírem a mesma variância. Logo, a aplicação do teste T considerando que o conjunto de

Tabela 4.6: Comparação entre as janelas de 2 e 4 *cm*. Altura de 411 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	63,56	20,80
	1 - 2	72,75	34,30
2,0	0,5 - 2	5,84	6,80
	1 - 2	7,64	22,00
2,5	0,5 - 2	0,44	8,70
	1 - 2	2,61	1,82
3,0	0,5 - 2	74,74	46,30
	1 - 2	98,93	35,30

Tabela 4.7: Comparação entre as janelas de 2 e 4 *cm*. Altura de 325 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	0,09	73,30
	1 - 2	0,98	58,40
2,0	0,5 - 2	67,13	1,60
	1 - 2	99,29	6,80
2,5	0,5 - 2	0,71	63,80
	1 - 2	0,92	88,80
3,0	0,5 - 2	10,25	12,90
	1 - 2	25,94	34,50

Tabela 4.8: Comparação entre as janelas de 2 e 4 *cm*. Altura de 153 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	0,00	26,30
	1 - 2	0,00	56,30
2,0	0,5 - 2	20,64	7,50
	1 - 2	17,73	23,10
2,5	0,5 - 2	1,19	0,00
	1 - 2	6,42	10,20
3,0	0,5 - 2	3,17	34,30
	1 - 2	18,73	32,50

Tabela 4.9: Comparação entre as janelas de 2 e 4 *cm*. Altura de 30 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	0,00	57,00
	1 - 2	15,34	98,70
2,0	0,5 - 2	0,04	13,60
	1 - 2	5,34	55,50
2,5	0,5 - 2	0,22	4,40
	1 - 2	-	-
3,0	0,5 - 2	-	-
	1 - 2	-	-

Tabela 4.10: Comparação entre as janelas de 1 e 2 *cm*. Altura de 411 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	90,69	17,90
	1 - 2	95,28	11,00
2,0	0,5 - 2	43,25	10,60
	1 - 2	39,40	13,50
2,5	0,5 - 2	65,56	57,50
	1 - 2	76,69	76,90
3,0	0,5 - 2	3,99	42,00
	1 - 2	9,27	22,00

dados possuem variâncias distintas é a mais indicada.

Pelos resultados dos testes T, os conjuntos de dados não podem ser considerados da mesma população, ou seja, os valores estimados para a microescala de Taylor dentro da janela de 2 *cm* são realmente diferentes dos resultados obtidos para a janela de 2 a 4 *cm*, para ambos os conjuntos de tempos de defasagem.

Para uma melhor análise desta estimativa da microescala de Taylor, serão comparados os conjuntos de dados da janela de 1 *cm* (indo de $x = -5$ até $x = 5$ *mm*) com a janela de 1 a 2 *cm*, sendo mostrados nas Tabela 4.10 a 4.13.

Dos resultados das Tabelas 4.10 a 4.13, a concordância entre os conjuntos de dados aumenta com a diminuição da janela de medição. Os dados no interior da janela de 1 *cm* provavelmente apresentariam maior semelhança entre si e seria uma boa aproximação considerar um valor médio com seu erro e desvio padrão da microescala de Taylor no interior da janela de medição de 1 *cm*. Conforme se afasta do eixo central da célula, as estimativas da microescala de Taylor variam e de acordo com as análises, a microescala não pode ser considerada como uma média, por se tratarem de conjuntos de dados diferentes. Logo, os pontos de medição no LDA além da janela de medição de 1 *cm* devem ser considerados separadamente. Para a

Tabela 4.11: Comparação entre as janelas de 1 e 2 *cm*. Altura de 325 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	9,31	16,70
	1 - 2	19,05	78,70
2,0	0,5 - 2	51,06	53,00
	1 - 2	38,19	43,20
2,5	0,5 - 2	24,40	32,00
	1 - 2	20,15	44,40
3,0	0,5 - 2	5,57	55,90
	1 - 2	10,19	79,00

Tabela 4.12: Comparação entre as janelas de 1 e 2 *cm*. Altura de 153 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	80,75	7,90
	1 - 2	90,30	8,20
2,0	0,5 - 2	39,25	52,60
	1 - 2	93,16	86,90
2,5	0,5 - 2	76,67	60,00
	1 - 2	57,21	44,20
3,0	0,5 - 2	8,05	37,90
	1 - 2	15,69	71,70

Tabela 4.13: Comparação entre as janelas de 1 e 2 *cm*. Altura de 30 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	Teste T (%)	Teste F (%)
1,5	0,5 - 2	0,00	14,30
	1 - 2	0,01	13,70
2,0	0,5 - 2	48,77	24,10
	1 - 2	42,83	17,40
2,5	0,5 - 2	56,89	75,30
	1 - 2	92,27	65,60
3,0	0,5 - 2	3,98	43,90
	1 - 2	1,42	56,70

Tabela 4.14: Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 411 *mm*

Vazão (m^3/h)	Defasagem (<i>ms</i>)	x (<i>mm</i>)	λ_f (<i>mm</i>)	Desvio Padrão	Erro
1,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	5,08	0,57	0,24
		-10, 10	5,06	0,40	0,22
		-20, 20	5,16	0,65	0,36
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	5,05	0,62	0,33
		-10, 10	4,97	0,38	0,27
		-20, 20	5,10	0,67	0,48
2,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,66	0,38	0,15
		-10, 10	4,54	0,54	0,27
		-20, 20	4,28	0,61	0,33
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,65	0,38	0,19
		-10, 10	4,49	0,57	0,36
		-20, 20	4,21	0,60	0,40
2,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,80	0,49	0,21
		-10, 20	3,87	0,42	0,25
		-20, 20	4,73	0,70	0,54
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,80	0,56	0,30
		-10, 10	3,87	0,50	0,39
		-20, 20	4,68	0,77	0,72
3,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,74	0,25	0,13
		-10, 10	2,98	0,31	0,20
		-20, 20	2,87	0,36	0,19
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,66	0,24	0,15
		-10, 10	2,92	0,35	0,30
		-20, 20	2,77	0,39	0,26

decisão final de quais tempos de defasagem utilizar, será feito uma análise do desvio padrão e do erro a 95 % da estimação da microescala de Taylor (λ_f) com os tempos de defasagem de 0,5, 1 e 2 *ms* e somente a utilização de 1 e 2 *ms*.

Como pode ser visto nos resultados da Tabela 4.14 a 4.17, a inclusão do tempo de defasagem de 0,5 *ms* aumenta o desvio padrão em 54% dos 50 pontos, e nos outros diminuiu ou permaneceu igual. Isto indica que estes pontos são ligeiramente diferentes dos valores utilizando-se apenas os tempos de 1 e 2 *ms*. O erro a 95% caiu em 94% dos pontos. Isto se deve ao fato de ter aumentado o número de pontos incluídos na análise. Apesar do conjunto de dados com os tempos de 0,5, 1 e 2 *ms* serem ligeiramente diferentes dos obtidos utilizando-se apenas 1 e 2 *ms*, a diferença não é suficiente para sua inclusão afetar negativamente o desvio padrão de todos os pontos. Desta forma, os tempos de defasagem utilizados serão os tempos de 0,5, 1 e 2 *ms*.

Após estas análises, os valores da energia de dissipação turbulenta (ϵ) a serem

Tabela 4.15: Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 325 mm

Vazão (m^3/h)	Defasagem (ms)	x (mm)	λ_f (mm)	Desvio Padrão	Erro
1,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,88	0,39	0,19
		-10, 10	5,08	0,26	0,16
		-20, 20	5,42	0,37	0,23
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,80	0,36	0,22
		-10, 10	4,97	0,23	0,20
		-20, 20	5,29	0,37	0,28
2,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,01	0,34	0,15
		-10, 10	3,94	0,30	0,15
		-20, 20	4,04	0,62	0,29
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,97	0,37	0,18
		-10, 10	3,87	0,25	0,16
		-20, 20	3,93	0,51	0,36
2,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,59	0,37	0,15
		-10, 10	3,47	0,30	0,15
		-20, 20	3,27	0,31	0,16
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,49	0,31	0,15
		-10, 10	3,36	0,25	0,16
		-20, 20	3,15	0,27	0,18
3,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,92	0,31	0,13
		-10, 10	3,10	0,27	0,14
		-20, 20	2,77	0,42	0,27
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,85	0,32	0,17
		-10, 10	3,05	0,27	0,17
		-20, 20	2,74	0,34	0,29

utilizados são apresentados nas Tabelas 4.18 à 4.21, já fazendo o cálculo mostrado na Equação 2.20 que relaciona a microescala de Taylor com a energia de dissipação turbulenta.

Os erros associados à dissipação de energia turbulenta são maiores nos menores valores de y , pois nestas alturas a área de escoamento é menor, logo maiores velocidades de escoamento são atingidas. Em todas as alturas, os resultados pioram bastante conforme se aproxima da parede. Os erros relativos estimados para a influência da temperatura na taxa de dissipação de energia turbulenta são no máximo de 12%, o que no geral é menor ou da mesma ordem que os erros relativos calculados para a maioria dos pontos experimentais.

Tabela 4.16: Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 153 mm

Vazão (m^3/h)	Defasagem (ms)	x (mm)	λ_f (mm)	Desvio Padrão	Erro
1,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,37	0,46	0,20
		-10, 10	4,31	0,71	0,45
		-15, 15	3,83	0,30	0,18
		-20, 20	3,29	0,40	0,24
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	4,37	0,42	0,22
		-10, 10	4,33	0,71	0,60
		-15, 15	3,77	0,32	0,23
		-20, 20	3,26	0,46	0,35
2,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,55	0,35	0,14
		-10, 10	3,54	0,42	0,21
		-15, 15	3,99	0,68	0,35
		-20, 20	3,06	0,27	0,15
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,48	0,34	0,17
		-10, 10	3,47	0,32	0,20
		-15, 15	4,00	0,80	0,51
		-20, 20	3,01	0,26	0,10
2,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,02	0,33	0,15
		-10, 10	2,99	0,28	0,19
		-15, 15	2,88	0,43	0,28
		-20, 20	1,86	0,51	0,54
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,97	0,38	0,22
		-10, 10	2,89	0,27	0,25
		-15, 15	2,84	0,42	0,35
		-20, 20	1,96	0,63	1,00
3,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,89	0,69	0,34
		-10, 10	2,51	0,65	0,44
		-15, 15	2,58	0,83	0,59
		-20, 20	1,39	0,40	0,37
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,14	0,95	0,57
		-10, 10	2,51	0,79	0,83
		-15, 15	2,67	1,04	1,09
		-20, 20	1,49	0,26	0,65

Tabela 4.17: Erro na microescala de Taylor com os diferentes tempos de defasagem. Altura de 30 mm

Vazão (m^3/h)	Defasagem (ms)	x (mm)	λ_f (mm)	Desvio Padrão	Erro
1,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,11	0,25	0,10
		-10, 10	2,78	0,17	0,09
		-15, 15	2,24	0,30	0,16
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	3,07	0,26	0,13
		-10, 10	2,72	0,16	0,11
		-15, 15	2,12	0,27	0,19
2,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,38	0,26	0,11
		-10, 10	2,33	0,19	0,12
		-15, 15	1,74	0,34	0,26
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,32	0,27	0,15
		-10, 10	2,24	0,16	0,14
		-15, 15	1,68	0,28	0,70
2,5	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,13	0,65	0,32
		-10, 10	1,99	0,58	0,41
		-15, 15	1,30	0,34	0,42
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,23	0,82	0,55
		-10, 10	2,19	0,60	0,95
		-15, 15	-	-	-
3,0	0,5 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,14	0,26	0,12
		-10, 10	1,84	0,32	0,27
		-15, 15	-	-	-
	1 - 2	-0,5, 0, 0,5	2,03	0,29	0,21
		-10, 10	1,57	0,17	0,43
		-15, 15	-	-	-

Tabela 4.18: Energia de dissipação turbulenta para altura de 411 mm

Q (m^3/h)	x (mm)	λ_f (mm)	$\frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_f}$ (%)	ϵ (m^2/s^3)	$\Delta\epsilon/\epsilon$ (%)
1,5	-0,5, 0, 0,5	$5,08 \pm 0,24$	4,7	$0,49 \pm 0,07$	14,3
	-10, 10	$5,06 \pm 0,22$	4,3	$0,53 \pm 0,06$	11,3
	-20, 20	$5,16 \pm 0,36$	7,0	$0,53 \pm 0,06$	11,3
2,0	-0,5, 0, 0,5	$4,66 \pm 0,15$	3,3	$0,91 \pm 0,07$	7,7
	-10, 10	$4,54 \pm 0,27$	5,9	$1,20 \pm 0,25$	20,8
	-20, 20	$4,28 \pm 0,33$	7,7	$1,59 \pm 0,32$	20,1
2,5	-0,5, 0, 0,5	$3,80 \pm 0,21$	5,5	$2,42 \pm 0,30$	12,4
	-10, 10	$3,87 \pm 0,25$	6,5	$2,03 \pm 0,15$	7,4
	-20, 20	$4,73 \pm 0,54$	11,4	$2,35 \pm 0,83$	35,3
3,0	-0,5, 0, 0,5	$2,74 \pm 0,13$	4,7	$6,41 \pm 0,63$	9,8
	-10, 10	$2,98 \pm 0,20$	6,7	$5,75 \pm 1,28$	22,3
	-20, 20	$2,87 \pm 0,19$	6,6	$7,70 \pm 1,29$	16,7

Tabela 4.19: Energia de dissipação turbulenta para altura de 325 mm

Q (m^3/h)	x (mm)	λ_f (mm)	$\frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_f}$ (%)	ϵ (m^2/s^3)	$\Delta\epsilon/\epsilon$ (%)
1,5	-0,5, 0, 0,5	$4,88 \pm 0,19$	3,9	$1,41 \pm 0,94$	66,7
	-10, 10	$5,08 \pm 0,16$	3,1	$0,64 \pm 0,06$	9,4
	-20, 20	$5,42 \pm 0,23$	4,2	$0,70 \pm 0,04$	5,7
	-30, 30	$5,57 \pm 0,63$	11,3	$0,69 \pm 0,06$	8,7
2,0	-0,5, 0, 0,5	$4,01 \pm 0,15$	3,7	$1,70 \pm 0,12$	7,1
	-10, 10	$3,94 \pm 0,15$	3,8	$1,89 \pm 0,18$	9,5
	-20, 20	$4,04 \pm 0,29$	7,2	$2,45 \pm 0,45$	18,4
	-30, 30	$3,89 \pm 0,77$	19,8	$2,97 \pm 0,58$	19,5
2,5	-0,5, 0, 0,5	$3,59 \pm 0,15$	4,2	$3,41 \pm 0,31$	9,1
	-10, 10	$3,47 \pm 0,15$	4,3	$3,84 \pm 0,30$	7,8
	-20, 20	$3,27 \pm 0,16$	4,9	$5,80 \pm 0,62$	10,7
	-30, 30	$3,66 \pm 0,41$	11,2	$5,81 \pm 1,07$	18,4
3,0	-0,5, 0, 0,5	$2,92 \pm 0,13$	4,5	$6,82 \pm 0,77$	11,3
	-10, 10	$3,10 \pm 0,14$	4,5	$6,35 \pm 0,57$	9,0
	-20, 20	$2,77 \pm 0,27$	9,7	$10,50 \pm 2,45$	23,3
	-30, 30	$2,63 \pm 0,82$	31,2	$14,47 \pm 5,18$	35,8

Tabela 4.20: Energia de dissipação turbulenta para altura de 153 mm

Q (m^3/h)	x (mm)	λ_f (mm)	$\frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_f}$ (%)	ϵ (m^2/s^3)	$\Delta\epsilon/\epsilon$ (%)
1,5	-0,5, 0, 0,5	$4,37 \pm 0,20$	4,6	$1,18 \pm 0,09$	7,6
	-10, 10	$4,31 \pm 0,45$	10,4	$1,65 \pm 0,30$	18,2
	-15, 15	$3,83 \pm 0,18$	4,7	$2,31 \pm 0,21$	9,1
	-20, 20	$3,29 \pm 0,24$	7,3	$3,50 \pm 0,58$	16,6
2,0	-0,5, 0, 0,5	$3,55 \pm 0,14$	3,9	$3,11 \pm 0,31$	10,0
	-10, 10	$3,54 \pm 0,21$	5,9	$3,97 \pm 0,34$	8,6
	-15, 15	$3,99 \pm 0,35$	8,8	$4,27 \pm 0,69$	16,2
	-20, 20	$3,06 \pm 0,15$	4,9	$7,18 \pm 1,39$	19,4
2,5	-0,5, 0, 0,5	$3,02 \pm 0,15$	5,0	$6,95 \pm 0,81$	11,7
	-10, 10	$2,99 \pm 0,19$	6,4	$8,59 \pm 1,20$	14,0
	-15, 15	$2,88 \pm 0,28$	9,7	$11,91 \pm 3,38$	28,4
	-20, 20	$1,86 \pm 0,54$	29,0	$33,00 \pm 12,80$	38,8
3,0	-0,5, 0, 0,5	$2,89 \pm 0,34$	11,8	$11,66 \pm 3,04$	26,1
	-10, 10	$2,51 \pm 0,44$	17,5	$18,85 \pm 5,92$	15,5
	-15, 15	$2,58 \pm 0,59$	22,9	$24,66 \pm 10,09$	40,9
	-20, 20	$1,39 \pm 0,37$	26,6	$56,68 \pm 34,93$	61,6

Tabela 4.21: Energia de dissipação turbulenta para altura de 30 mm

Q (m^3/h)	x (mm)	λ_f (mm)	$\frac{\Delta\lambda_f}{\lambda_f}$ (%)	ϵ (m^2/s^3)	$\Delta\epsilon/\epsilon$ (%)
1,5	-0,5, 0, 0,5	$3,11 \pm 0,10$	3,2	$3,72 \pm 0,29$	7,8
	-10, 10	$2,78 \pm 0,09$	3,2	$5,20 \pm 0,49$	9,4
	-15, 15	$2,24 \pm 0,16$	7,1	$9,04 \pm 1,45$	16,04
2,0	-0,5, 0, 0,5	$2,38 \pm 0,11$	4,6	$11,03 \pm 1,33$	12,06
	-10, 10	$2,33 \pm 0,12$	5,1	$12,71 \pm 1,61$	12,7
	-15, 15	$1,74 \pm 0,26$	14,9	$29,09 \pm 10,02$	34,4
2,5	-0,5, 0, 0,5	$2,13 \pm 0,32$	15,0	$24,34 \pm 5,72$	25,5
	-10, 10	$1,99 \pm 0,41$	20,6	$37,01 \pm 18,05$	48,8
	-15, 15	$1,30 \pm 0,42$	32,3	$85,02 \pm 46,00$	54,1
3,0	-0,5, 0, 0,5	$2,14 \pm 0,12$	5,6	$28,65 \pm 5,36$	18,7
	-10, 10	$1,84 \pm 0,27$	14,7	$45,47 \pm 12,22$	26,9
	-15, 15	-	-	-	-

4.2 Estudo da coalescência

Foram realizadas duas medidas de tensão superficial da água recém destilada (σ_{Nova}) e da água utilizada nos experimentos ($\sigma_{Utilizada}$), sendo os resultados reportados na Tabela 4.22.

É possível notar que ocorre uma variação pequena na tensão superficial, podendo ter sido causada por gases que foram dissolvidos na água utilizada no experimento. Com estes resultados, é possível excluir a possibilidade de que não tenha acontecido coalescência nos experimentos analisados devido a presença de contaminantes na água.

Muitos choques entre bolhas foram vistos e foram calculados, para cada bolha, o diâmetro equivalente, os componentes da velocidade nos eixos horizontal e vertical, antes e depois dos choques. Na Figura 4.13 podemos ver alguns exemplos de colisões entre bolhas que foram registrados. Nesta figura, a coluna da esquerda representa as bolhas antes do choque, a do meio mostra o momento do choque e a direita representa o momento após o choque.

Para cada colisão analisada, foram calculados a quantidade de movimento das

Tabela 4.22: Medidas de tensão superficial da água utilizada

Medida	σ_{Nova} (mN/m)	$\sigma_{Utilizada}$ (mN/m)
1	73,48	74,54
2	73,76	74,20

bolhas antes e depois do choque e também a velocidade relativa normal de aproximação antes do choque, critério utilizado por LERH *et al.* [20], RIBEIRO JR. e MEWES [33] e RIBEIRO JR. e MEWES [32] para analisar a coalescência. Os cálculos para estas variáveis podem ser vistos no Apêndice B.

A velocidade relativa normal de aproximação estimada é correta apenas quando as bolhas não possuem velocidade fora do plano de filmagem (eixo z), pois esta componente da velocidade não pode ser calculada. Como as quantidades de movimento das duas bolhas antes e após o choque foram determinadas, é possível verificar se a colisão é aproximadamente elástica. Se a mesma for, é provável que a colisão tenha ocorrido no plano de filmagem e sem a interferência de outras bolhas, que podem transferir quantidade de movimento durante a colisão.

Foram realizadas filmagens em todas as alturas e em todas as vazões. Apesar dos modelos teóricos para o cálculo de eficiência de coalescência de KAMP *et al.* [15], LUO [23] e PRINCE e BLANCH [30] preverem uma boa probabilidade desta ocorrer, nenhuma coalescência foi observada. De todas as filmagens, serão apresentados os casos para a altura de $y = 325 \text{ mm}$: vazão de $2,0 \text{ m}^3/h$, $2,5$ e $3,0 \text{ m}^3/h$. Foi realizada também uma análise visual das colisões que aparentam ocorrer somente no plano de filmagem, ou seja, não há rotação das bolhas durante a colisão, e para estes casos foi feita uma estimativa da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas.

Caso de vazão $2,0 \text{ m}^3/h$ e $y=325 \text{ mm}$

Na Tabela 4.23 são mostrados as análises para as colisões entre bolhas logo antes de ocorrer o choque, para o caso de vazão $2,0 \text{ m}^3/h$ e altura $y = 325 \text{ mm}$. Nesta tabela, a primeira coluna *Col.* é uma abreviação para colisão, para poder identificar cada

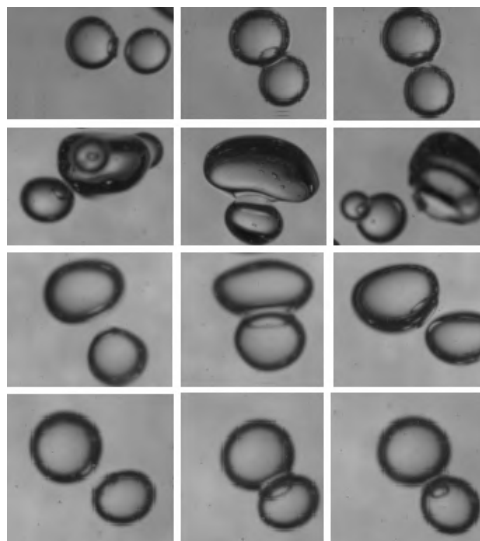


Figura 4.13: Colisões entre bolhas

Tabela 4.23: Análise das colisões antes do choque para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$

<i>Col.</i>	x_1, y_1 (<i>mm</i>)	$D_{eq,1}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,1}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,1}$ (<i>m/s</i>)	x_2, y_2 (<i>mm</i>)	$D_{eq,2}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,2}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,2}$ (<i>m/s</i>)	u_{aprox} (<i>cm/s</i>)
1	28,0, 30,2	1,49	0,009	0,102	28,2, 32,1	1,98	-0,116	0,0272	-8,2
2	49,5, 13,5	0,98	-0,033	-0,115	50,4, 12,8	1,09	-0,094	-0,075	-7,3
3	12,8, 11,2	1,20	0,006	-0,053	14,1, 10,6	1,41	0,008	-0,030	-0,8
4	35,2, 45,7	1,04	0,005	-0,004	35,4, 44,3	1,53	0,012	0,025	-2,9
5	10,6, 15,1	1,33	0,030	0,039	11,7, 16,3	1,39	-0,027	0,012	-5,8
6	33,2, 13,4	0,97	-0,081	-0,037	32,3, 12,5	1,24	-0,046	-0,033	-2,7
7	37,4, 38,8	1,18	-0,036	-0,113	35,8, 38,6	1,34	0,056	-0,093	-9,4
8	27,3, 16,6	1,14	-0,045	-0,023	27,6, 15,3	1,21	-0,077	0,013	-4,2
9	23,7, 46,3	1,72	-0,045	-0,065	21,5, 46,2	1,88	0,060	0,047	-10,8
10	24,7, 15,9	0,92	0,082	-0,026	24,74, 17,1	1,26	0,063	-0,086	-6,1
11	27,7, 22,1	1,33	0,059	-0,068	37,5, 30,6	1,34	0,015	0,021	2,5
12	31,1, 14,8	1,01	-0,084	-0,116	30,0, 13,4	1,44	0,083	-0,010	-8,5
13	33,4, 31,51	1,16	-0,065	-0,152	33,1, 30,0	1,17	-0,056	-0,083	-6,9
14	8,8, 32,2	1,13	-0,066	0,068	8,3, 33,3	1,22	-0,097	0,060	0,8
15	30,2, 42,1	1,40	0,020	-0,128	28,3, 42,2	1,66	0,058	-0,127	-3,8
16	60,4, 18,3	1,21	-0,036	-0,090	59,4, 17,2	1,29	0,069	-0,042	-10,7

evento. Os subíndices 1 e 2 são para identificar cada bolha envolvida na colisão, e o par ordenado (x, y) representa o centro de cada bolha. A velocidade relativa normal de aproximação (u_{aprox}) calculada também é mostrada nesta tabela.

As colisões 11 e 14 apresentam $u_{aprox} > 0$. Este fato indica que a colisão não é normal ao plano da câmera. As velocidades de ascensão das bolhas nesta região, de acordo com o gráfico apresentado na Figura 4.2, estão na faixa de 15 - 21 *cm/s*. Na Figura 2.2 de CLIFT *et al.* [5], como a água destilada não chega a ser considerada pura, as bolhas se encontrariam na faixa hachurada. De acordo com esta figura, as bolhas deveriam ter diâmetros na faixa aproximada de 0,9 - 1,7 *mm*, resultado que está de acordo com os apresentados na tabela.

Na Tabela 4.24 são mostrados os valores de eficiência de coalescência estimados pelos modelos de KAMP *et al.* [15], LUO [23] e PRINCE e BLANCH [30]. Nesta tabela é mostrada também a relação $QM_{t,antes}/QM_{t,depois}$. Em todas as filmagens, incluindo os próximos casos, o centro da célula se encontra na posição $x = 38,5$ *mm* e $y = 27,5$ *mm*. Os valores da energia de dissipação turbulenta utilizados nos cálculos de eficiência são obtidos de acordo com a Tabela 4.19 e foram utilizados por faixas, ou seja, os valores não foram interpolados mas sim utilizados o valores mais próximos do ponto. Foram utilizados os valores obtidos por KIRKPATRICK e LOCKETT [17] para as espessuras iniciais e finais do filme líquido, sendo $h_0 = 10^{-5}$ *m* e $h_f = 10^{-8}$ *m*. Os valores das constantes dos modelos de KAMP *et al.* [15], LUO [23] e PRINCE e BLANCH [30] são os valores indicados pelos próprios autores e valem 1.

Tabela 4.24: Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$

Colisão	ϵ (m^2/s^3)	<i>Kamp et al.</i>	<i>Luo</i>	<i>Prince e Blanch</i>	$\frac{QM_{t,antes}}{QM_{t,depois}}$
1	$1,89 \pm 0,18$	0,26	0,52	0,40	1,04
2	$1,89 \pm 0,18$	0,45	0,66	0,54	1,08
3	$2,45 \pm 0,45$	0,33	0,57	0,45	0,76
4	$1,70 \pm 0,12$	0,37	0,62	0,50	2,59
5	$2,97 \pm 0,58$	0,30	0,55	0,41	1,81
6	$1,70 \pm 0,12$	0,43	0,65	0,54	0,81
7	$1,70 \pm 0,12$	0,39	0,62	0,50	0,43
8	$1,89 \pm 0,18$	0,41	0,63	0,51	0,80
9	$2,45 \pm 0,45$	0,23	0,49	0,35	5,31
10	$2,45 \pm 0,45$	0,38	0,62	0,51	0,81
11	$1,89 \pm 0,18$	0,36	0,60	0,47	0,68
12	$1,70 \pm 0,12$	0,39	0,63	0,52	1,10
13	$1,70 \pm 0,12$	0,42	0,65	0,52	0,78
14	$2,97 \pm 0,58$	0,35	0,58	0,45	0,21
15	$1,89 \pm 0,18$	0,31	0,60	0,43	0,66
16	$2,45 \pm 0,45$	0,35	0,59	0,46	0,89

Os resultados mostram que os modelos teóricos preveem boa probabilidade de ocorrer a coalescência. O modelo de LUO [23] prevê a maior eficiência de coalescência, enquanto o de KAMP *et al.* [15] prevê a menor. O fato dos modelos estarem prevendo coalescência quando não ocorreu nenhuma indica que os valores das constantes dos modelos indicados pelos próprios autores não são corretos para a célula de coalescência utilizada, devendo estas constantes serem ajustadas para zerarem as eficiências de coalescência previstas.

As colisões 1, 2, 12 e 16 apresentam colisões aproximadamente elásticas, pois QM_{antes}/QM_{depois} está próximo de 1. Por este motivo, estas colisões foram analisadas momentos antes de ocorrer o choque, para poder analisar a variação na velocidade relativa normal de aproximação entre as bolhas, como consequência da variação de velocidade de cada bolha estimada pelo software. Como mencionado anteriormente, algumas colisões não possuem muitos dados anteriores para serem analisados, devido a presença de bolhas próximas que podem atrapalhar a análise. Nesta análise, foram incluídas também as colisões 3 e 13, pois elas possuem bastantes dados e uma variação na quantidade de movimento na ordem de 0,8. A variável u_{aprox} é plotada em função do tempo antes de ocorrer o choque. Como a frequência de medição foi de 500 *Hz*, as fotos possuem um intervalo de tempo de 2 *ms*. Estes casos podem ser vistas na Figura 4.14 e as fotos das colisões podem ser vistas na Figura 4.15, onde a coluna da esquerda representa as bolhas antes do choque, a do

Tabela 4.25: Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 2,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Colisão	$D_{eq,1}$	$Erro_{Rel,1}$ (%)	$D_{eq,2}$	$Erro_{Rel,2}$ (%)
1	$1,472 \pm 0,015$	1,0	-	-
2	$0,965 \pm 0,015$	1,5	$1,114 \pm 0,013$	1,2
3	$1,203 \pm 0,008$	0,7	$1,404 \pm 0,012$	0,8
12	$1,017 \pm 0,014$	1,4	$1,427 \pm 0,038$	2,7
13	$1,165 \pm 0,011$	0,9	$1,193 \pm 0,011$	0,9
16	$1,227 \pm 0,013$	1,0	$1,280 \pm 0,013$	1,0

meio mostra o momento do choque e a direita representa o momento após o choque.

Da Figura 4.14, todos os casos deveriam coalescer de acordo com o critério de RIBEIRO JR. e MEWES [33], porém pode-se observar que as velocidades das bolhas estimadas pelo software variam bastante para um intervalo de tempo tão pequeno de aquisição das imagens (2 ms). O comportamento esperado eram dados mais constantes. A colisão 12 possui poucos dados anteriores para uma melhor análise e as colisões 2 e 13, nos 8 ms que antecedem a colisão, a velocidade apresenta um comportamento mais constante, conforme esperado. Estas variações na velocidade relativa normal de aproximação podem ocorrer pela interferência fluidodinâmica causada pela presença de outras bolhas, pela presença de velocidade fora do plano de filmagem ou ainda por oscilações de forma das bolhas.

As interfaces das bolhas sofrem deformações durante o seu escoamento. Por este motivo, é interessante também calcular o erro associado à estimação do diâmetro equivalente de cada bolha pelo software. As colisões que tiveram suas velocidades relativas de aproximação calculadas em momentos anteriores às colisões, tiveram também estimados os erros dos diâmetros equivalentes de cada bolha. Estes resultados podem ser vistos na Tabela 4.25. Destes resultados, podemos ver que o erro relativo associado à estimação dos diâmetros equivalentes é baixo, da ordem de 1%. Isto se deve ao fato destas bolhas serem pequenas, e como consequência suas interfaces não sofrem muitas deformações. Desta forma, o efeito das deformações da bolha sobre a variabilidade de u_{approx} pode ser desconsiderado.

Na Tabela 4.26 são mostradas as análises das bolhas após o choque. Nesta tabela, o termo t_{col} indica o tempo que durou a colisão, ou seja, o tempo em que as bolhas permaneceram juntas. Os diâmetros das bolhas, quando comparados antes e depois do choque, praticamente não sofrem alteração. O tempo de colisão varia de 12 à 106 ms e possui uma média de 44 ms .

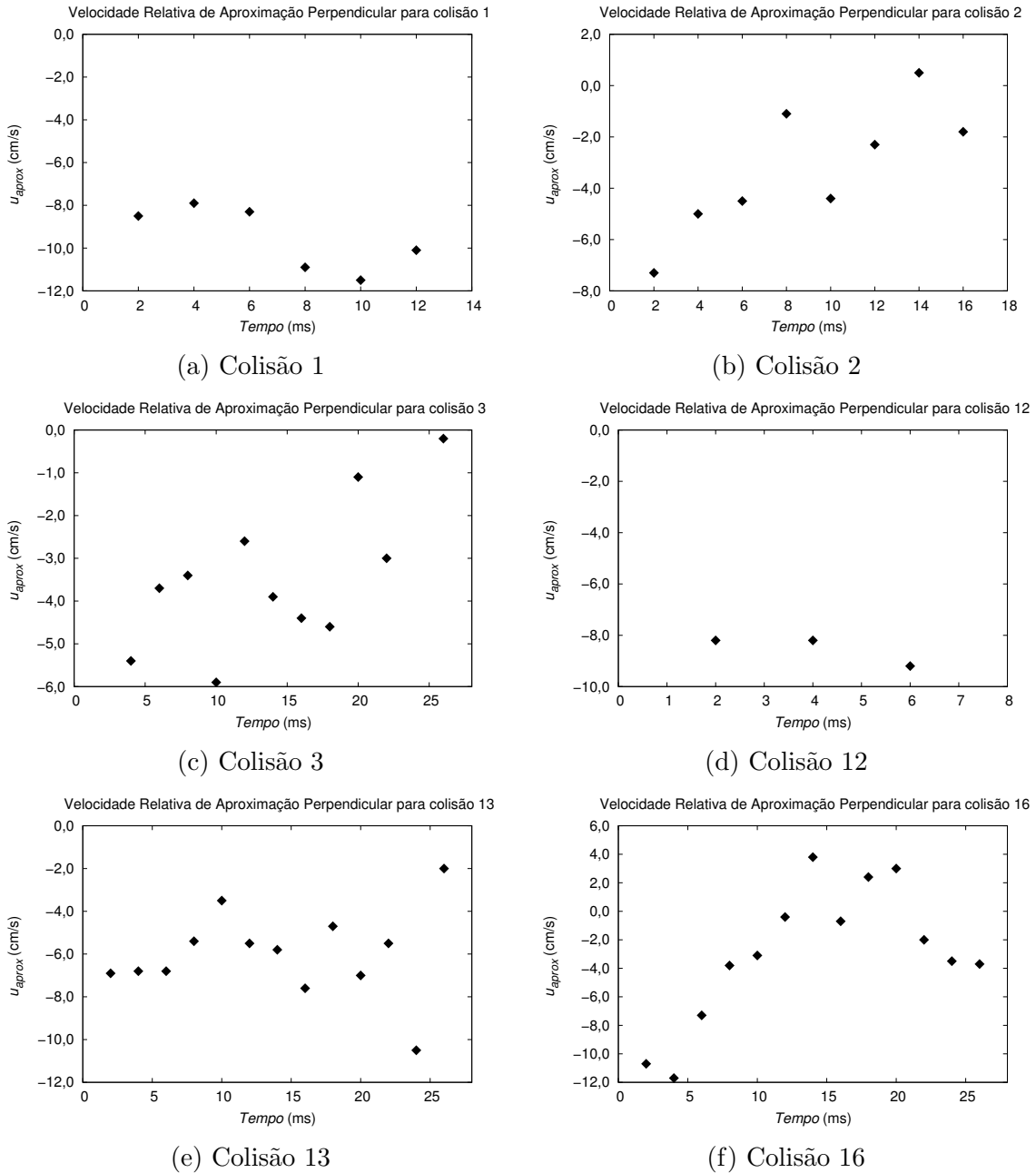
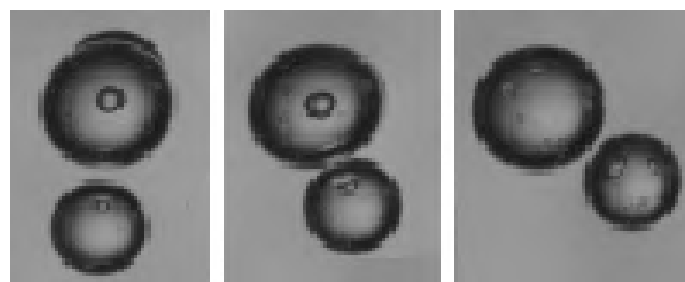


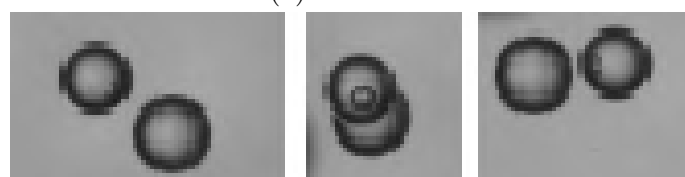
Figura 4.14: Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 2,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Caso de vazão $2,5 \text{ m}^3/h$ e $y=325 \text{ mm}$

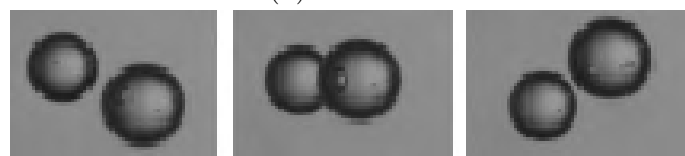
Na Tabela 4.27 são mostradas as análises das colisões entre bolhas logo antes de ocorrer o choque, para o caso de vazão $2,5 \text{ m}^3/h$ e altura $y = 325 \text{ mm}$. Somente a colisão de número 3 apresenta $u_{aprox} > 0$, o que deve ser efeito da colisão ter acontecido fora do plano da câmera. Da Figura 4.2, a velocidade do escoamento se encontra na faixa de $0,18 - 0,26 \text{ cm/s}$, e de acordo com a Figura 2.2, as bolhas deveriam apresentar diâmetros na faixa aproximada de $1,5 - 2,4 \text{ mm}$. As bolhas apresentadas na tabela se encontram nesta faixa de diâmetro.



(a) Colisão 1



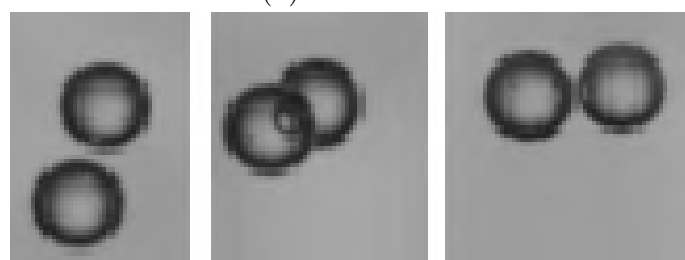
(b) Colisão 2



(c) Colisão 3



(d) Colisão 12



(e) Colisão 13



(f) Colisão 16

Figura 4.15: Colisões aproximadamente elásticas estudadas para o caso $Q = 2,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Tabela 4.26: Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 2,0m^3/h$ e $y = 325mm$

<i>Col.</i>	x_1, y_1 (<i>mm</i>)	$D_{eq,1}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,1}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,1}$ (<i>m/s</i>)	x_2, y_2 (<i>mm</i>)	$D_{eq,2}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,2}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,2}$ (<i>m/s</i>)	t_{col} (<i>ms</i>)
1	21,9, 34,2	1,50	-0,094	0,022	20,5, 35,4	1,97	-0,091	0,093	48
2	48,4, 10,0	0,97	-0,043	-0,129	47,5, 9,9	1,1	-0,079	-0,107	26
3	12,6, 10,2	1,20	0,006	-0,025	13,9, 11,0	1,39	0,034	0,004	32
4	35,3, 44,4	1,04	0,018	0,007	34,8, 45,7	1,58	-0,023	0,061	38
5	10,2, 16,5	1,34	-0,041	0,057	11,7, 17,2	1,40	0,012	0,067	30
6	24,6, 12,2	0,92	-0,085	0,009	25,8, 12,4	1,24	-0,018	0,042	106
7	34,4, 35,0	1,14	-0,023	0,028	33,3, 34,2	1,32	-0,059	0,019	62
8	27,3, 13,2	1,16	0,023	-0,029	26,5, 14,3	1,20	0,050	-0,044	68
9	23,2, 45,5	1,70	-0,030	-0,030	21,8, 46,9	1,91	-0,660	0,052	12
10	26,0, 11,4	0,90	0,043	-0,088	26,1, 12,5	1,30	0,044	-0,056	60
11	39,7, 19,2	1,33	-0,002	-0,008	39,4, 18,0	1,31	-0,038	-0,064	50
12	28,5, 12,3	1,01	-0,119	-0,062	27,5, 13,2	1,44	-0,101	0,003	22
13	31,2 25,5	1,19	-0,029	-0,095	30,1, 25,6	1,17	-0,058	-0,080	42
14	8,4, 33,3	1,17	0,018	-0,014	7,2, 33,8	1,22	-0,001	-0,019	30
15	32,0, 39,0	1,38	0,051	-0,091	30,4, 38,5	1,68	0,003	-0,064	32
16	55,6, 11,1	1,19	-0,047	-0,085	57,0, 10,9	1,24	-0,048	-0,059	50

Tabela 4.27: Análise das colisões antes do choque para o caso $Q = 2,5m^3/h$ e $y = 325mm$

<i>Col.</i>	x_1, y_1 (<i>mm</i>)	$D_{eq,1}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,1}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,1}$ (<i>m/s</i>)	x_2, y_2 (<i>mm</i>)	$D_{eq,2}$ (<i>mm</i>)	$u_{x,2}$ (<i>m/s</i>)	$u_{y,2}$ (<i>m/s</i>)	u_{aprox} (<i>cm/s</i>)
1	34,8, 19,0	2,28	0,115	-0,029	36,2, 17,1	1,78	0,047	0,028	-8,6
2	31,3, 40,5	1,77	0,012	0,083	33,9, 43,1	1,98	-0,141	-0,086	-22,7
3	58,7, 36,5	2,76	-0,074	0,013	60,1, 39,6	4,61	-0,091	0,089	6,3
4	43,0, 19,6	1,62	-0,073	-0,197	48,9, 17,3	2,01	-0,213	-0,026	-19,3
5	21,8, 20,5	1,77	-0,020	-0,191	19,5, 19,2	1,93	0,118	-0,136	-14,7
6	60,4, 35,9	2,26	-0,002	0,054	63,2, 35,3	2,27	-0,141	0,016	-12,5
7	31,1, 16,5	1,54	-0,086	0,013	30,4, 14,5	2,06	-0,041	0,090	-8,7
8	49,1, 31,4	1,42	0,042	-0,183	51,1, 31,9	1,82	0,004	-0,141	-2,8
9	27,3, 16,8	1,40	0,038	0,028	25,7, 15,7	2,05	0,065	0,037	-2,8
10	37,0, 31,7	1,79	0,004	-0,142	38,9, 33,3	2,03	-0,155	-0,166	-14,0
11	27,6, 29,5	1,79	-0,036	-0,074	29,3, 30,5	1,88	-0,098	-0,086	-5,9
12	22,3, 9,6	1,40	0,047	-0,057	21,0, 8,5	1,64	0,077	-0,021	-4,6
13	70,3, 28,4	1,57	-0,009	-0,059	72,3, 29,0	1,79	-0,053	-0,039	-3,7
14	42,9, 40,4	1,81	0,046	0,085	45,8, 39,9	2,03	-0,301	-0,002	-32,5
15	36,0, 6,0	2,08	-0,025	0,168	35,9, 8,5	2,21	0,072	0,100	-7,3
16	59,6, 15,8	1,64	-0,135	0,024	58,2, 16,9	1,77	-0,125	0,014	-1,4

Tabela 4.28: Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 2,5m^3/h$ e $y = 325mm$

Colisão	ϵ (m^2/s^3)	<i>Kamp et al.</i>	<i>Luo</i>	<i>Prince e Blanch</i>	$\frac{QM_{t,antes}}{QM_{t,depois}}$
1	$3,41 \pm 0,31$	0,15	0,45	0,28	1,21
2	$3,41 \pm 0,31$	0,18	0,43	0,30	0,73
3	$5,80 \pm 0,62$	0,01	0,18	0,01	2,64
4	$3,41 \pm 0,31$	0,18	0,44	0,31	3,12
5	$5,80 \pm 0,62$	0,13	0,37	0,24	0,38
6	$5,81 \pm 1,07$	0,09	0,32	0,18	1,13
7	$3,41 \pm 0,31$	0,18	0,44	0,31	1,33
8	$3,84 \pm 0,30$	0,20	0,46	0,33	0,91
9	$3,84 \pm 0,30$	0,17	0,44	0,33	2,57
10	$3,41 \pm 0,31$	0,18	0,43	0,29	0,88
11	$3,84 \pm 0,30$	0,18	0,43	0,29	1,31
12	$5,80 \pm 0,62$	0,18	0,43	0,30	1,05
13	$5,81 \pm 1,07$	0,15	0,40	0,27	1,45
14	$3,41 \pm 0,31$	0,17	0,43	0,29	0,68
15	$3,41 \pm 0,31$	0,15	0,40	0,26	1,00
16	$5,80 \pm 0,62$	0,15	0,40	0,26	0,69

Na Tabela 4.28 são mostrados os resultados dos modelos teóricos para cada colisão. Os modelos predizem eficiências de coalescência menores em relação ao caso de vazão $2,0 m^3/s$. As eficiências são, em geral, baixas, porém suficiente para que em alguma coalescência ocorresse. Novamente, as constantes dos modelos são inadequadas e devem ser ajustadas.

As colisões 6, 7, 8, 10, 12 e 15 são aproximadamente elásticas e tiveram suas velocidades relativas normais de aproximação analisadas momentos antes das colisões, de acordo com a Figura 4.16. As colisões podem ser vistas na Figura 4.17. Para a colisão 15, existem muitas bolhas próximas e não foi possível obter as velocidades relativas. Mais uma vez, os resultados variam mais que o esperado e os motivos podem ser os mesmos citados anteriormente: influência de outras bolhas, velocidade fora do plano de filmagem ou deformação das bolhas. Na colisão 12, existe variação de aproximadamente $5 cm/s$ em um intervalo de tempo de $2 ms$. De acordo com o critério de RIBEIRO JR. e MEWES [33], apenas a colisão 10 não deveria coalescer, pois para um diâmetro equivalente de $1,9 mm$, a velocidade crítica é de aproximadamente $13 cm/s$, enquanto que a colisão 10 tem $u_{approx} = 14 cm/s$. Entretanto, a variabilidade de u_{approx} não permite chegar a uma conclusão final.

As colisões 6, 7, 8, 10 e 12 tiveram também analisados os erros relativos a determinação dos diâmetros equivalentes das bolhas envolvidas nas colisões, como pode ser visto na Tabela 4.29. Os erros são bem baixos e não chegam a 1% com exceção

Tabela 4.29: Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 2,5 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Colisão	$D_{eq,1}$	$Erro_{Rel,1}$ (%)	$D_{eq,2}$	$Erro_{Rel,2}$ (%)
6	$2,244 \pm 0,012$	0,6	$2,239 \pm 0,014$	0,6
7	$1,527 \pm 0,008$	0,5	$2,051 \pm 0,013$	0,6
8	$1,415 \pm 0,012$	0,9	$1,797 \pm 0,052$	2,9
10	$1,799 \pm 0,014$	0,7	$2,024 \pm 0,012$	0,6
12	$1,389 \pm 0,013$	0,9	$1,625 \pm 0,010$	0,6

Tabela 4.30: Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 2,5 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

<i>Col.</i>	x_1, y_1 (mm)	$D_{eq,1}$ (mm)	$u_{x,1}$ (m/s)	$u_{y,1}$ (m/s)	x_2, y_2 (mm)	$D_{eq,2}$ (mm)	$u_{x,2}$ (m/s)	$u_{y,2}$ (m/s)	t_{col} (ms)
1	36,4, 20,3	2,23	0,042	0,096	37,6, 29,4	1,79	0,153	0,039	20
2	26,4, 40,5	1,78	-0,117	0,058	28,1, 39,2	1,97	-0,068	-0,020	54
3	55,4, 38,1	2,93	0,407	-0,110	63,5, 44,5	4,76	0,237	0,062	112
4	39,3, 14,9	1,61	-0,139	-0,090	39,9, 13,0	1,95	-0,998	-0,189	32
5	18,7, 12,0	1,77	-0,085	0	19,9, 13,8	2,05	-0,046	0,019	88
6	56,2, 37,1	2,26	-0,145	0,05	58,5, 38,2	2,38	-0,045	0,039	56
7	29,5, 16,1	1,47	-0,082	0,017	27,4, 16,7	2,02	-0,152	0,0426	28
8	48,6, 25,9	1,40	-0,127	-0,112	49,2, 28,3	1,78	-0,114	-0,0821	36
9	32,9, 16,51	1,38	0,132	0,012	34,7, 16,7	2,07	0,186	0,004	70
10	36,1, 29,7	1,86	-0,126	-0,174	37,3, 31,3	2,03	-0,068	-0,101	14
11	26,6, 28,6	1,75	-0,123	-0,047	28,5, 29,34	1,92	-0,040	-0,143	12
12	25,9, 4,5	1,37	0,048	-0,118	24,9, 6,0	1,63	0,010	-0,058	62
13	68,7, 28,2	1,59	-0,105	-0,020	70,3, 29,0	1,84	-0,070	0,017	28
14	44,5, 40,9	1,90	0,202	-0,139	42,1, 40,3	2,02	-0,052	-0,0082	20
15	39,2, 10,6	2,05	0,063	0,199	38,0, 12,6	2,17	-0,0094	0,166	38
16	57,8, 16,4	1,62	-0,024	0,065	56,4, 17,2	1,75	-0,112	-0,011	16

da bolha 2 na colisão 8, que teve apenas 3 pontos de diâmetro analisados. As bolhas nesta faixa de diâmetro ainda possuem o formato esférico, por isto suas interfaces não sofrem muitas deformações e o erro na estimação do diâmetro permanece baixo.

Na Tabela 4.30 é mostrada a análise das bolhas após o choque, juntamente com o tempo total de colisão (t_{col}). Mais uma vez, os diâmetros das bolhas permanecem praticamente os mesmos. O tempo de colisão variou de 12 à 112 ms , com média de 43 ms .

Caso de vazão $3,0 \text{ m}^3/h$ e $y=325 \text{ mm}$

Na Tabela 4.31 são mostradas as análises das bolhas envolvidas nas colisões, logo antes do choque, para o caso de vazão $3,0 \text{ m}^3/h$. Todos os casos apresentam $u_{aprox} < 0$. De acordo com a Figura 4.2, as velocidades do escoamento variam na faixa de

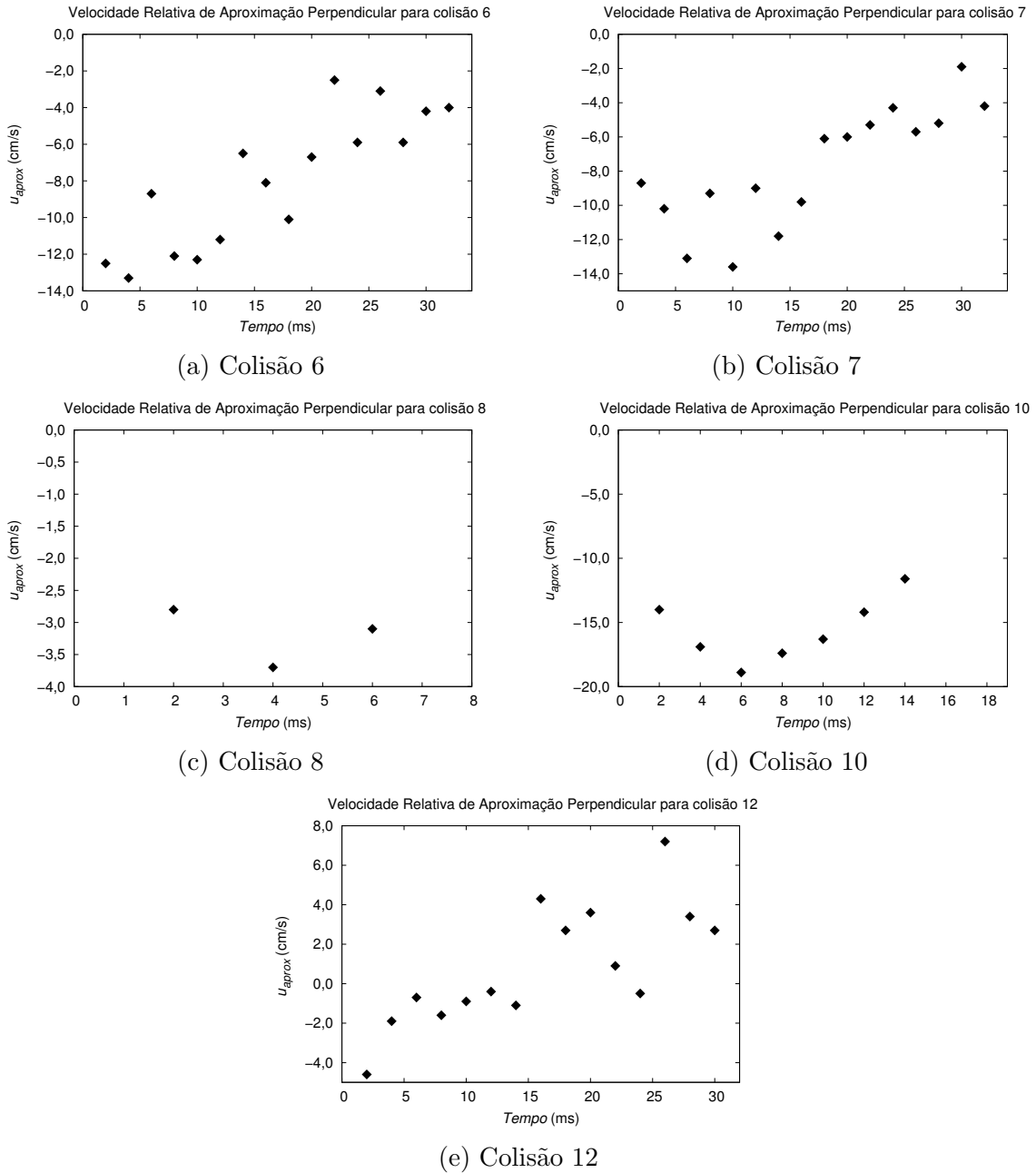


Figura 4.16: Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 2,5 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

24 - 30 cm/s , e de acordo com CLIFT *et al.* [5], nesta faixa de velocidade as bolhas deveriam ter diâmetros na faixa aproximada de 2 - 15 mm .

Na Tabela 4.32 são mostrados os resultados para a eficiência de coalescência prevista pelos modelos teóricos. As eficiências são baixas e podem explicar neste caso a não coalescência, porém dos outros casos já foi visto que as constantes dos modelos são inadequadas.

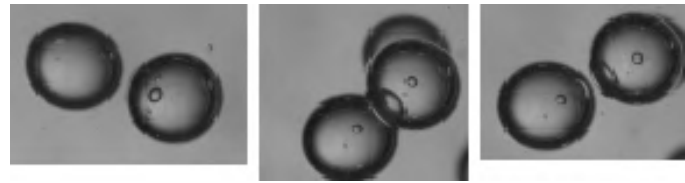
As colisões 1, 3, 7, 9, 10 e 17 são aproximadamente elásticas e tiveram os momentos anteriores às colisões analisados, para analisar a variação da estimativa das

Tabela 4.31: Dados para as colisões do caso $Q = 3,0m^3/h$ e $y = 325mm$

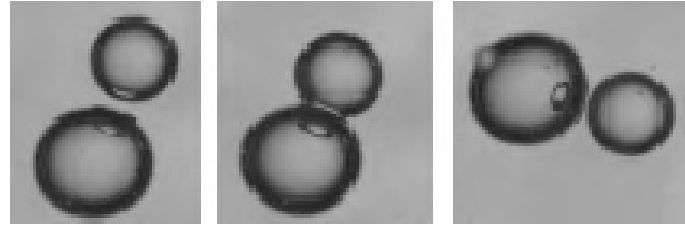
<i>Col.</i>	x_1, y_1 (mm)	$D_{eq,1}$ (mm)	$u_{x,1}$ (m/s)	$u_{y,1}$ (m/s)	x_2, y_2 (mm)	$D_{eq,2}$ (mm)	$u_{x,2}$ (m/s)	$u_{y,2}$ (m/s)	u_{aprox} (cm/s)
1	32,1, 15,6	2,38	0	0,125	30,0, 13,7	2,63	0,038	0,197	-7,6
2	10,5, 36,0	2,07	-0,032	-0,273	8,1, 36,3	2,36	0,064	-0,132	-7,6
3	54,23, 7,95	2,43	-0,169	-0,027	51,6, 8,5	2,54	-0,032	0,019	-12,5
4	18,8, 19,6	2,7	-0,017	0,105	22,2, 29,9	3,34	-0,144	-0,176	-30,6
5	29,5, 9,4	2,20	-0,132	0,132	30,5, 12,1	2,81	-0,191	0,044	-10,3
6	48,0, 14,3	2,20	-0,020	0,166	46,2, 17,1	2,90	0,183	0,080	-18,3
7	30,7, 6,2	3,15	-0,225	0,135	29,2, 9,6	3,84	-0,141	-0,008	-16,5
8	11,7, 5,9	2,55	0,053	0,015	10,5, 3,7	2,51	0,010	0,106	-6,1
9	49,1, 41,9	2,41	0,211	-0,210	46,6, 40,1	2,96	0,140	0,008	-6,8
10	55,0, 22,2	2,42	-0,053	-0,119	52,7, 24,2	2,80	0,063	-0,146	-10,5
11	9,2, 3,3	2,19	0,132	0,193	14,1, 5,6	4,54	-0,178	0,165	-29,4
12	38,8, 18,3	2,78	-0,055	0,060	36,5, 21,7	5,3	-0,045	-0,058	-10,3
13	30,1, 28,4	3,07	0,124	0,031	29,8, 32,7	4,93	0,043	-0,045	-7,0
14	51,9, 5,1	3,83	-0,021	0,250	51,8, 9,2	5,26	-0,068	0,130	-11,9
15	32,2, 27,7	2,62	0,033	-0,139	29,1, 26,5	3,12	0,134	-0,092	-11,1
16	66,5, 33,6	2,45	-0,165	0,192	65,3, 35,9	2,65	-0,031	0,220	-4,0
17	29,6, 32,4	3,22	0,006	-0,192	30,1, 28,9	3,61	-0,105	-0,131	-7,7

Tabela 4.32: Previsões dos modelos de eficiência para o caso $Q = 3,0m^3/h$ e $y = 325mm$

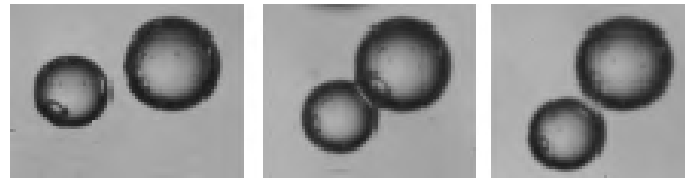
Colisão	ϵ (m^2/s^3)	<i>Kamp et al.</i>	<i>Luo</i>	<i>Prince e Blanch</i>	$\frac{QM_{t,antes}}{QM_{t,depois}}$
1	$6,82 \pm 0,77$	0,06	0,26	0,09	1,08
2	$14,47 \pm 5,18$	0,04	0,21	0,06	0,62
3	$10,50 \pm 2,45$	0,04	0,22	0,06	1,06
4	$10,50 \pm 2,45$	0,02	0,16	0,04	0,60
5	$6,35 \pm 0,57$	0,06	0,27	0,09	0,76
6	$6,35 \pm 0,57$	0,06	0,26	0,09	0,71
7	$6,35 \pm 0,57$	0,02	0,17	0,04	0,86
8	$14,47 \pm 5,18$	0,03	0,18	0,04	1,36
9	$10,50 \pm 2,45$	0,03	0,19	0,05	1,07
10	$10,50 \pm 2,45$	0,03	0,20	0,05	0,87
11	$14,47 \pm 5,18$	0,00	0,13	0,03	1,48
12	$6,82 \pm 0,77$	0,01	0,15	0,03	1,19
13	$6,35 \pm 0,57$	0,01	0,15	0,03	4,55
14	$6,35 \pm 0,57$	0,01	0,11	0,02	0,78
15	$6,82 \pm 0,77$	0,04	0,22	0,06	0,54
16	$14,47 \pm 5,18$	0,02	0,17	0,04	0,70
17	$6,35 \pm 0,57$	0,03	0,18	0,05	1,06



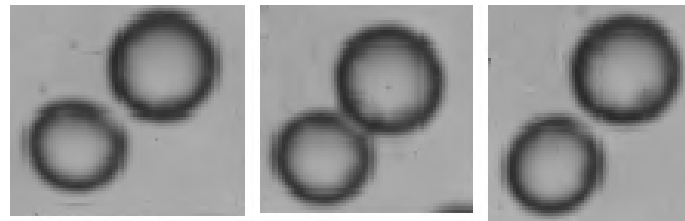
(a) Colisão 6



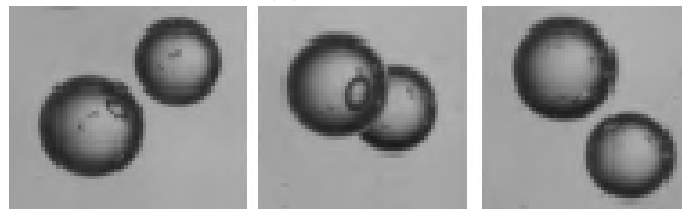
(b) Colisão 7



(c) Colisão 8



(d) Colisão 10



(e) Colisão 12

Figura 4.17: Colisões aproximadamente elásticas estudadas para o caso $Q = 2,5 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

velocidades das bolhas estimadas pelo software. Estas análises podem ser vistos na Figura 4.18 e as colisões na Figura 4.19. Os resultados continuam apresentando grandes variações em curtos intervalos de tempo pelos mesmos motivos já apresentados. Seguindo o critério de RIBEIRO JR. e MEWES [33], apenas a colisão 7 não deveria coalescer, já que apresenta $u_{approx} = 16,5 \text{ cm/s}$. Porém, novamente a variabilidade de u_{approx} não nos pertine uma conclusão final.

Os erros relativos à estimação do diâmetro equivalente das bolhas é mostrado na Tabela 4.33. Para bolhas maiores, os erros relativos aumentam, pois estas não possuem mais um formato totalmente esférico. Novamente, os erros inferiores a 5%

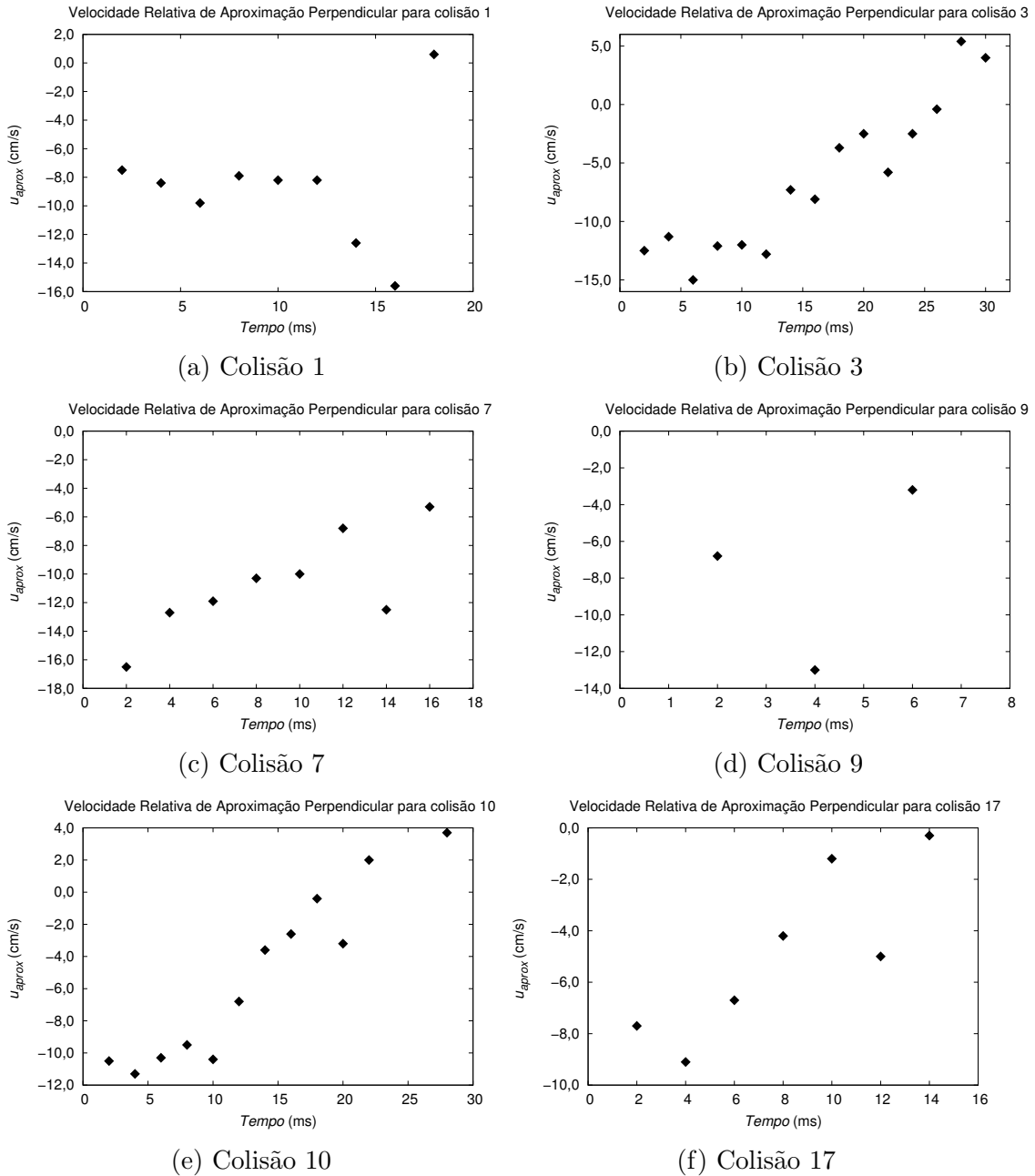
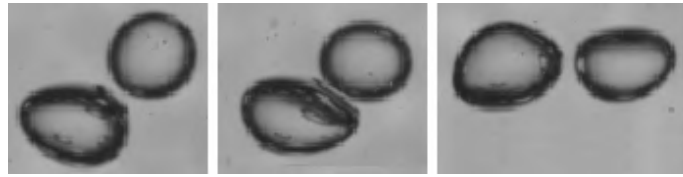


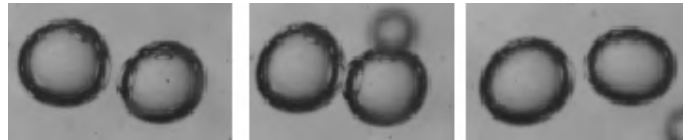
Figura 4.18: Velocidades relativas momentos antes do choque. Caso $Q = 3,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

não explicam a variabilidade de u_{aprox} .

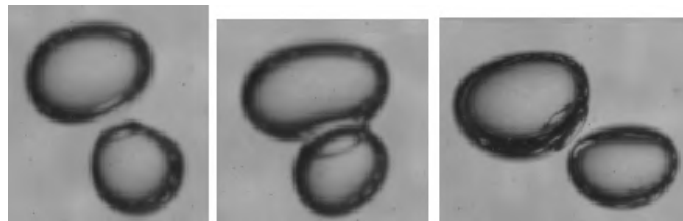
Na Tabela 4.34 são mostrados os resultados da análise das bolhas após o choque, juntamente com o tempo de duração da colisão. Destes resultados, vemos que as bolhas com maiores diâmetros sofrem uma maior variação no seu diâmetro, quando comparados os momentos antes e após o choque. Esta variação chega à $0,48 \text{ mm}$ para a bolha 2 da colisão 11, representando uma variação de 8,6%. O tempo de colisão varia de 12 à 112 ms , com uma média de 50 ms .



(a) Colisão 1



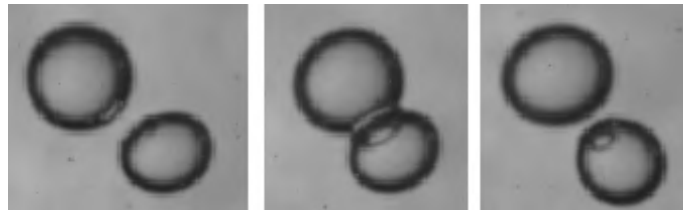
(b) Colisão 3



(c) Colisão 7



(d) Colisão 9



(e) Colisão 10



(f) Colisão 17

Figura 4.19: Colisões aproximadamente elásticas estudadas para o caso $Q = 3,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Tabela 4.33: Diâmetros equivalentes médios para o caso $Q = 3,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Colisão	$D_{eq,1}$	$Erro_{Rel,1}$ (%)	$D_{eq,2}$	$Erro_{Rel,2}$ (%)
1	$2,357 \pm 0,027$	1,1	$2,508 \pm 0,094$	3,8
3	$2,399 \pm 0,017$	0,7	$2,517 \pm 0,022$	0,9
7	$3,184 \pm 0,049$	1,5	$4,040 \pm 0,191$	4,7
9	$2,443 \pm 0,072$	2,9	$2,907 \pm 0,115$	3,9
10	$2,365 \pm 0,014$	0,6	$2,817 \pm 0,018$	0,6
17	$3,210 \pm 0,115$	3,6	$3,616 \pm 0,015$	0,4

Tabela 4.34: Análise das colisões após o choque para o caso $Q = 3,0 \text{ m}^3/h$ e $y = 325 \text{ mm}$

Col.	x_1, y_1 (mm)	$D_{eq,1}$ (mm)	$u_{x,1}$ (m/s)	$u_{y,1}$ (m/s)	x_2, y_2 (mm)	$D_{eq,2}$ (mm)	$u_{x,2}$ (m/s)	$u_{y,2}$ (m/s)	t_{col} (ms)
1	31,4, 21,9	2,40	0,095	0,190	27,8, 21,7	2,69	-0,116	0,091	46
2	10,0 31,4	2,03	0,069	-0,146	9,3, 33,7	2,36	0,074	-0,073	22
3	53,0, 8,7	2,34	-0,006	0,078	49,9, 8,0	2,58	-0,113	-0,067	16
4	16,1, 25,2	2,56	-0,143	-0,129	19,0, 25,9	3,27	-0,007	-0,090	30
5	22,3, 10,8	2,36	-0,064	0,033	21,7, 13,1	2,95	-0,125	0,085	86
6	51,3, 15,9	2,32	0,133	-0,039	50,4, 18,51	2,92	0,093	0,075	28
7	25,9, 15,8	3,33	-0,046	0,099	22,7, 17,9	4,21	-0,074	0,111	112
8	13,4, 5,4	2,60	0,120	-0,106	10,8, 4,6	2,50	0,044	-0,011	16
9	54,1, 29,7	2,42	0,058	-0,217	51,4, 30,3	2,89	-0,012	-0,215	50
10	55,6, 19,5	2,36	0,148	-0,192	55,9, 21,8	2,84	0,020	-0,060	22
11	9,7, 10,3	2,26	-0,005	0,222	10,0, 13,7	5,02	-0,113	0,250	42
12	46,5, 24,3	2,70	0,08	0,044	43,0, 27,1	4,93	-0,045	0,102	100
13	29,8, 30,5	3,29	0,102	-0,005	33,6, 32,6	5,28	0,294	0,121	64
14	53,7, 10,7	3,93	0,133	-0,003	53,3, 15,1	4,92	0,065	0,150	64
15	35,9, 25,0	2,56	0,021	0,056	33,0, 23,3	3,19	-0,093	0,009	64
16	62,9, 41,2	2,52	0,040	0,167	63,0, 41,3	2,52	0,040	0,167	34
17	33,2, 17,3	3,19	0,083	-0,234	31,1, 20,6	3,70	0,001	-0,139	60

Estimativa da velocidade através da distância entre os centros das bolhas

Existem muitas colisões em que as bolhas giram após o contato, indicando que elas possuem velocidade fora do plano de filmagem. É possível notar que existem colisões mostradas nas Figuras 4.15, 4.17 e 4.19 que, mesmo aparentando ser aproximadamente elásticas na análise bidimensional, não o são, pois as bolhas giram após o contato, existindo pois uma combinação de efeitos que fazem a colisão parecer ser elástica na análise bidimensional. Assim, foi feita uma análise visual de todas as colisões apresentadas e foram selecionadas aquelas colisões que parecem ocorrer somente no plano de filmagem, ou seja, não há rotação das bolhas durante a colisão.

Para as colisões selecionadas, a metodologia de RIBEIRO JR. e MEWES [33] e

RIBEIRO JR. e MEWES [32] foi aplicada, isto é, a distância entre os centros das bolhas foi plotada contra o tempo antes da colisão, t e foi feito um ajuste parabólico destes pontos, sendo a velocidade de colisão estimada como a derivada da equação ajustada avaliada no momento da colisão ($t = 0$). Esta análise não utiliza os valores de velocidade fornecidos pelo *software*, utilizando apenas as posições dos centros das bolhas, que são mais acuradamente avaliadas.

As colisões que ocorrem somente no plano de filmagem após uma análise visual e não sofrem interferência de outras bolhas são as colisões 3 e 5 para vazão de $2,0 \text{ m}^3/h$, 1, 8 e 11 para vazão $2,5 \text{ m}^3/h$ e as colisões 8, 14 e 16 para vazão de $3,0 \text{ m}^3/h$. Embora não tenham sido consideradas elásticas, as colisões:

- 5 para a vazão de $2,0 \text{ m}^3/h$ ($QM_{antes}/QM_{depois} = 1,81$),
- 1 e 11 para a vazão $2,5 \text{ m}^3/h$ ($QM_{antes}/QM_{depois} = 1,21$ e $1,31$ respectivamente) e
- 8, 14 e 16 para a vazão de $3,0 \text{ m}^3/h$ ($QM_{antes}/QM_{depois} = 1,36, 0,78$ e $0,70$ respectivamente)

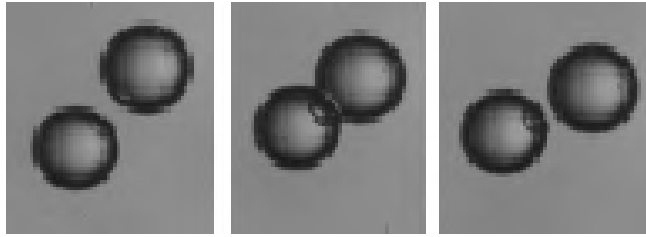
acontecem somente no plano de filmagem. Isto indica a existência de interferência de outras bolhas nas movimentações dos pares considerados. Estas colisões podem ser vistas na Figura 4.20.

Embora a altura de 153 mm não tenha sido incluída nas análises anteriores, 3 colisões para esta altura e vazão de $1,5 \text{ m}^3/h$ serão analisadas. Estas colisões podem ser vistas na Figura 4.21.

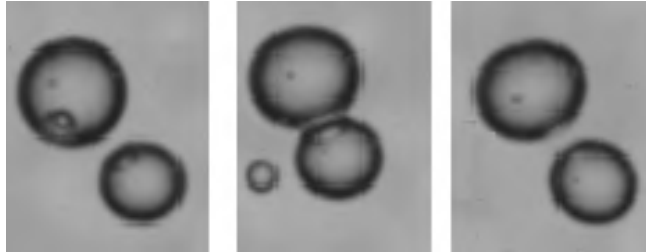
As distâncias entre os centros das bolhas versus o tempo antes da colisão podem ser vistas nas Figuras 4.22 a 4.32, juntamente com os polinômios de segundo grau ajustados, que são fornecidos nas Tabelas 4.35 e 4.36.

Tabela 4.35: Cálculo da velocidade através da distância entre os centros das bolhas para altura de 325 mm

Vazão (m^3/h)	Colisão	Equação	u_{col} (cm/s)
2,0	3	$-2,99 \times 10^{-4}t^2 + 4,64 \times 10^{-2}t + 1,23$	4,64
	5	$-1,12 \times 10^{-3}t^2 + 6,33 \times 10^{-2}t + 1,39$	6,33
2,5	1	$-1,68 \times 10^{-3}t^2 + 7,15 \times 10^{-2}t + 2,03$	7,15
	8	$-4,02 \times 10^{-4}t^2 + 4,77 \times 10^{-2}t + 1,52$	4,77
	11	$-5,06 \times 10^{-4}t^2 + 7,55 \times 10^{-2}t + 1,81$	7,55
3,0	8	$-1,66 \times 10^{-3}t^2 + 6,01 \times 10^{-2}t + 2,36$	6,01
	14	$-3,52 \times 10^{-3}t^2 + 10,6 \times 10^{-2}t + 3,68$	10,6
	16	$-9,14 \times 10^{-4}t^2 + 11,1 \times 10^{-2}t + 2,25$	11,1



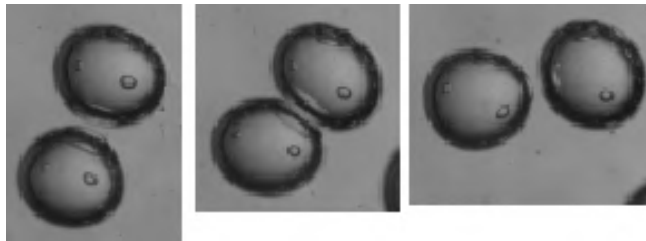
(a) Colisão 5 para vazão de $2,0 \text{ m}^3/h$



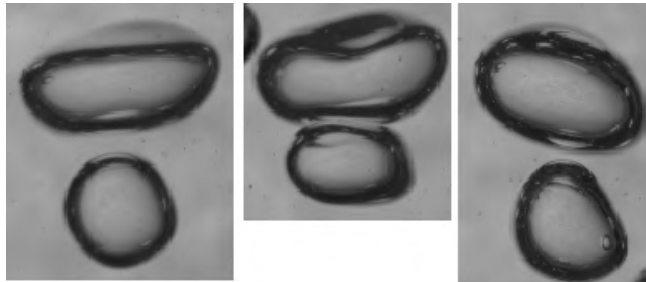
(b) Colisão 1 para vazão de $2,5 \text{ m}^3/h$



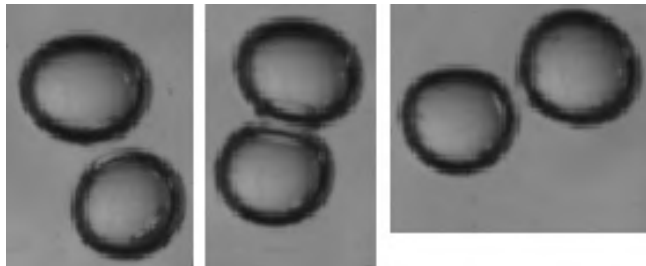
(c) Colisão 11 para vazão de $2,5 \text{ m}^3/h$



(d) Colisão 8 para vazão de $3,0 \text{ m}^3/h$

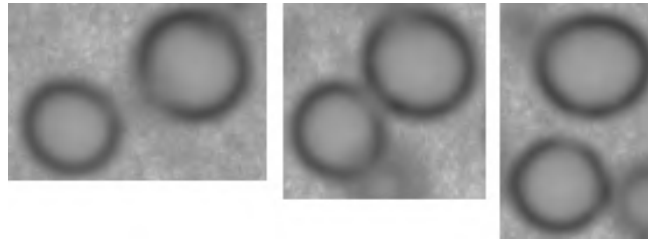


(e) Colisão 14 para vazão de $3,0 \text{ m}^3/h$

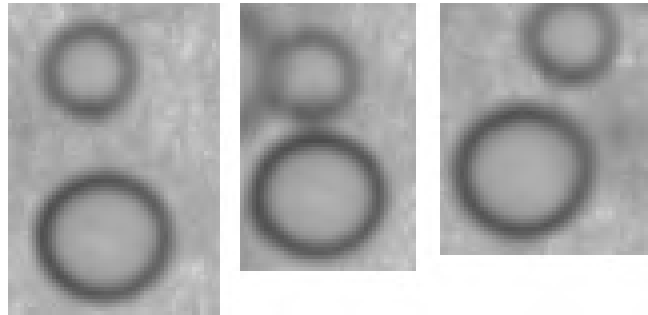


(f) Colisão 16 para vazão de $3,0 \text{ m}^3/h$

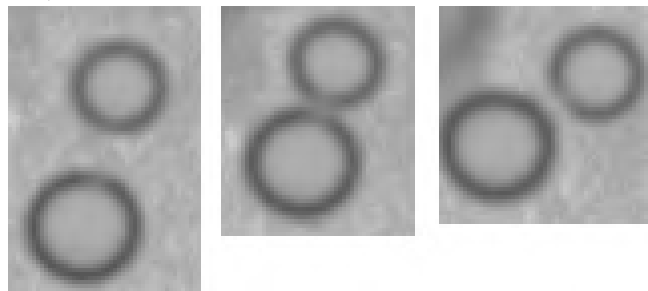
Figura 4.20: Colisões que acontecem somente no plano de filmagem para altura de 325 mm



(a) Colisão 1 para altura de 153mm e vazão de $1,5\text{ m}^3/\text{h}$



(b) Colisão 2 para altura de 153 mm e vazão de $1,5\text{ m}^3/\text{h}$



(c) Colisão 3 para altura de 153 mm e vazão de $1,5\text{ m}^3/\text{h}$

Figura 4.21: Colisões que acontecem somente no plano de filmagem para altura de 153 mm e vazão $1,5\text{ m}^3/\text{h}$

Tabela 4.36: Cálculo da velocidade através da distância entre os centros das bolhas para altura de 153 mm

Vazão (m^3/h)	Colisão	Equação	u_{col} (cm/s)
1,5	1	$-2,10 \times 10^{-3}t^2 + 7,27 \times 10^{-2}t + 2,08$	7,27
	2	$-5,00 \times 10^{-4}t^2 + 11,15 \times 10^{-2}t + 1,18$	11,15
	3	$-11,10 \times 10^{-3}t^2 + 6,34 \times 10^{-2}t + 1,11$	6,34

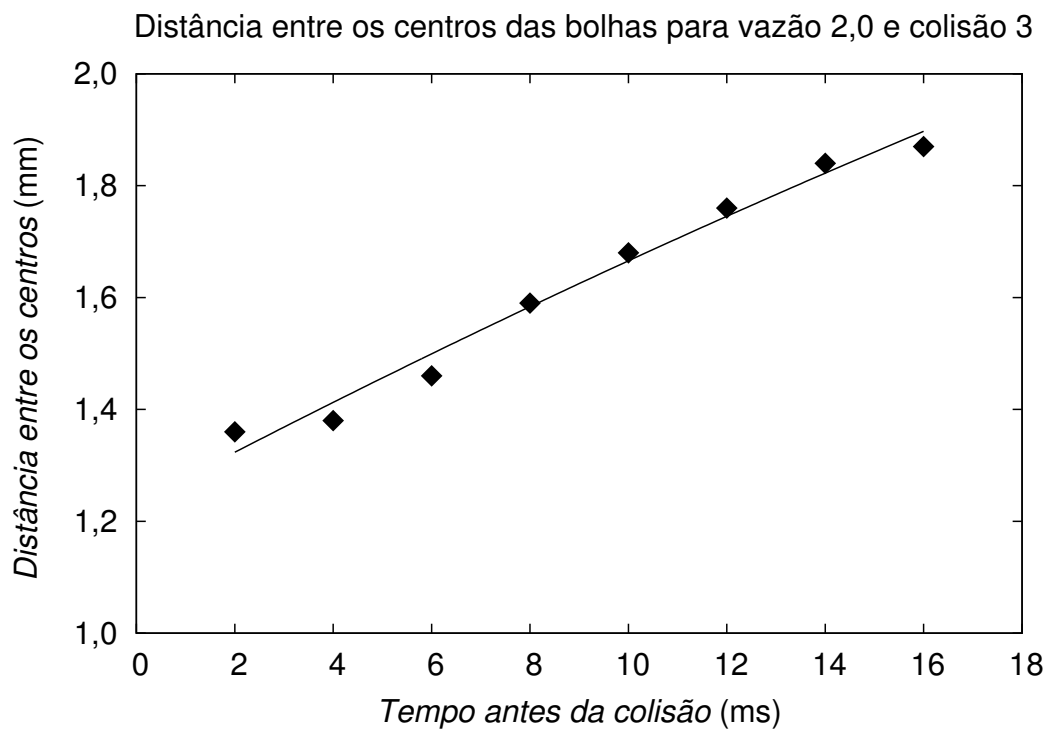


Figura 4.22: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 3 e vazão $2,0 \text{ m}^3/h$

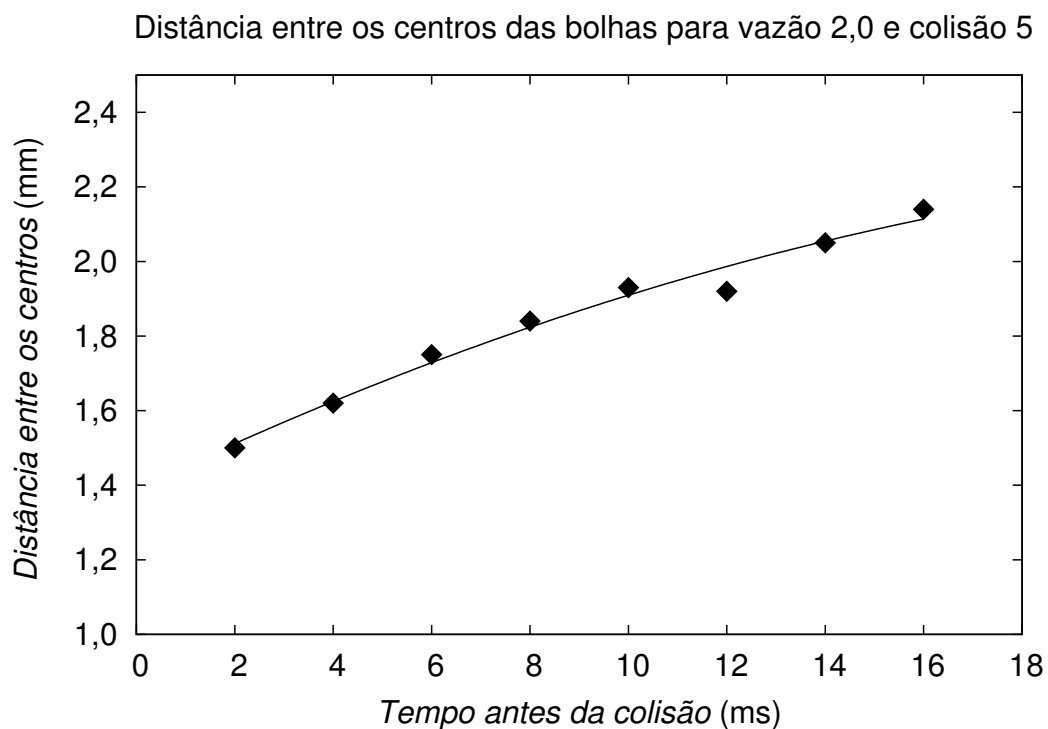


Figura 4.23: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 5 e vazão $2,0 \text{ m}^3/h$

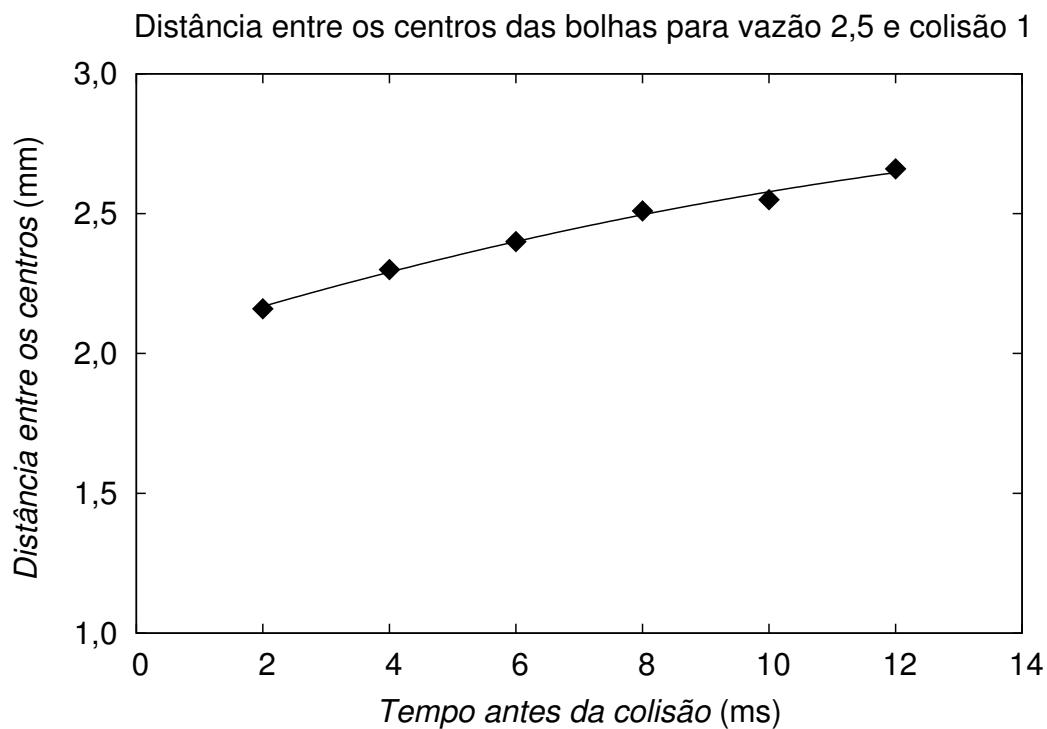


Figura 4.24: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 1 e vazão $2,5 \text{ m}^3/h$

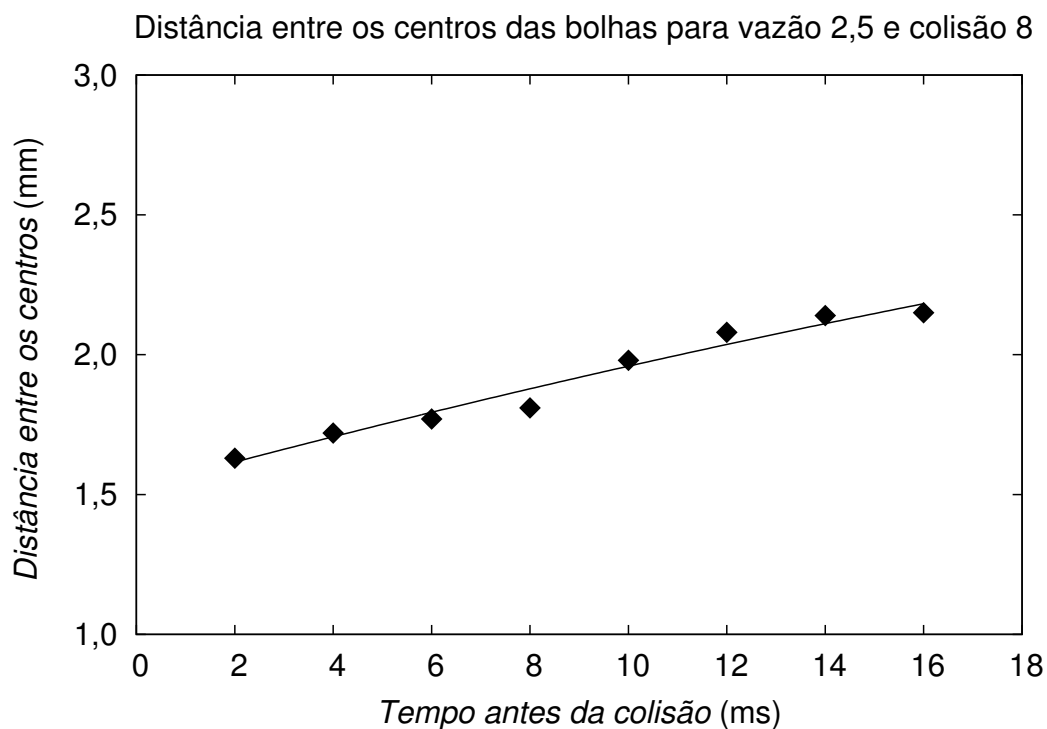


Figura 4.25: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 8 e vazão $2,5 \text{ m}^3/h$

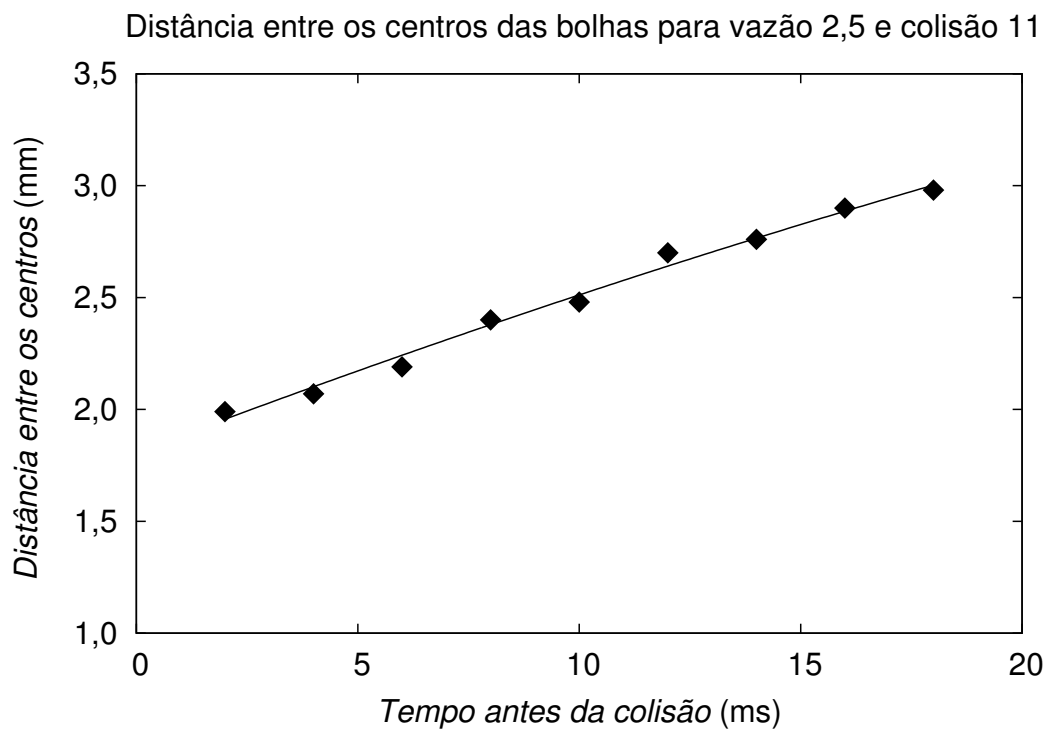


Figura 4.26: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 11 e vazão $2,5 \text{ m}^3/\text{h}$

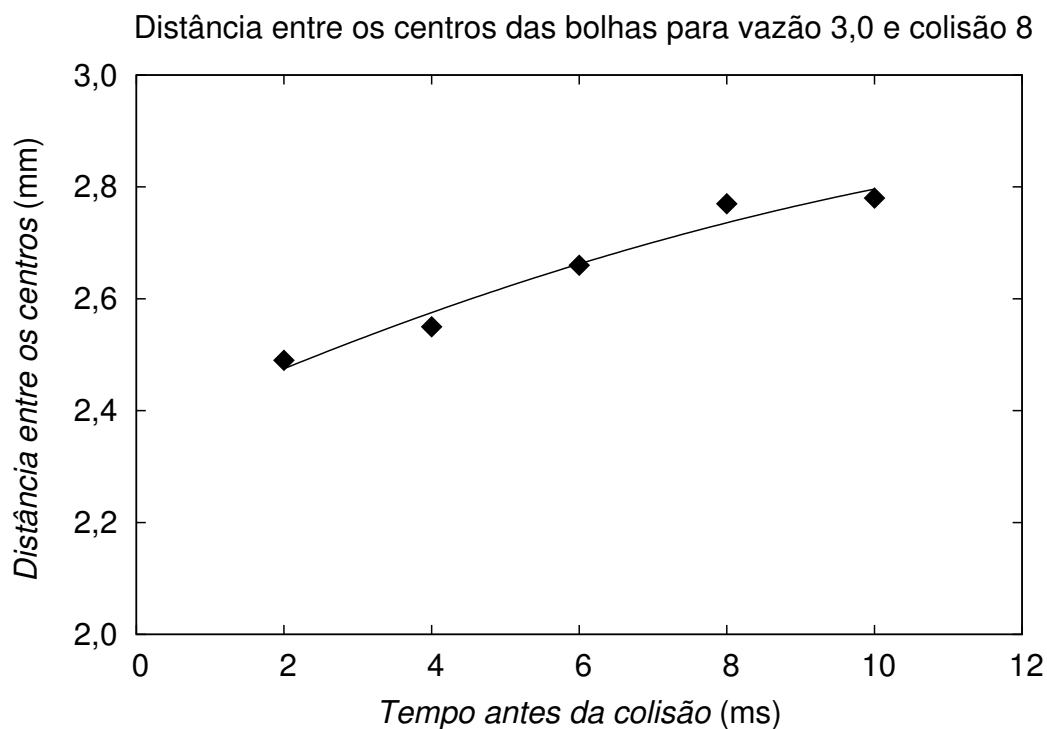


Figura 4.27: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 8 e vazão $3,0 \text{ m}^3/\text{h}$

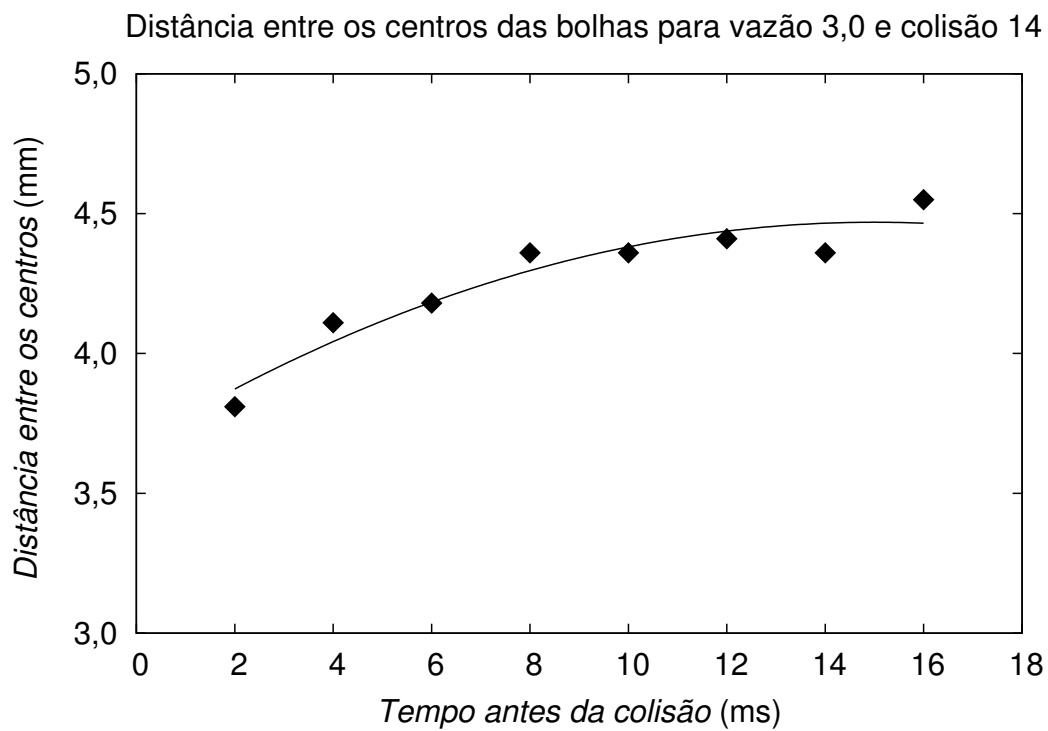


Figura 4.28: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 14 e vazão $3,0 \text{ m}^3/\text{h}$

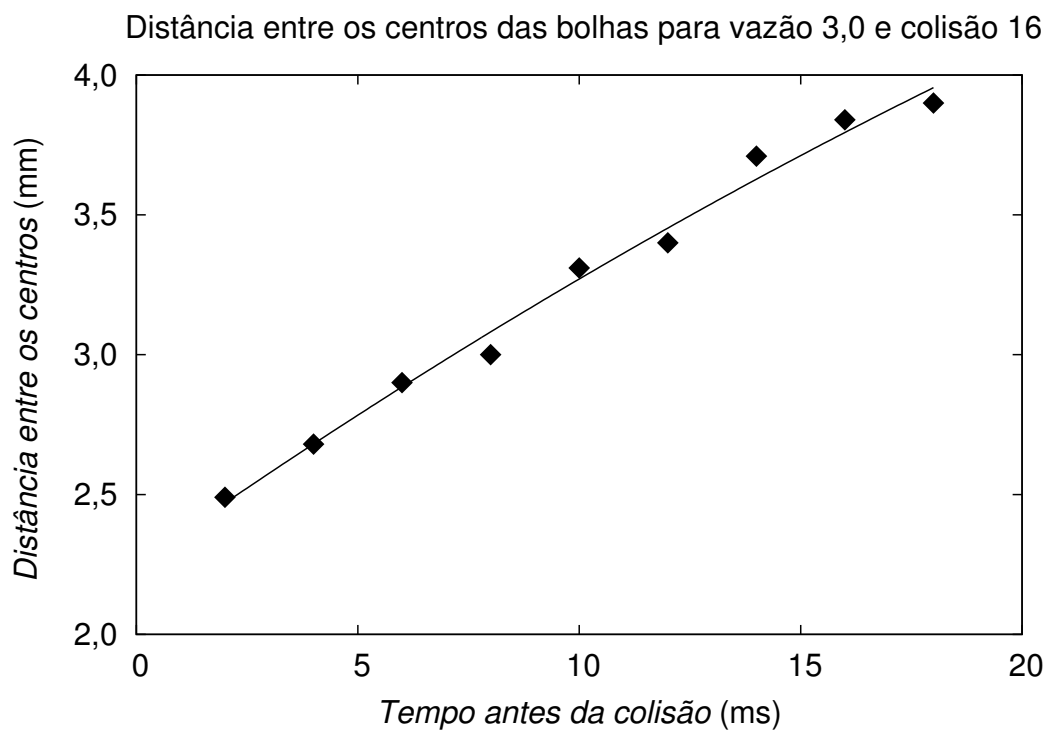


Figura 4.29: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 16 e vazão $3,0 \text{ m}^3/\text{h}$

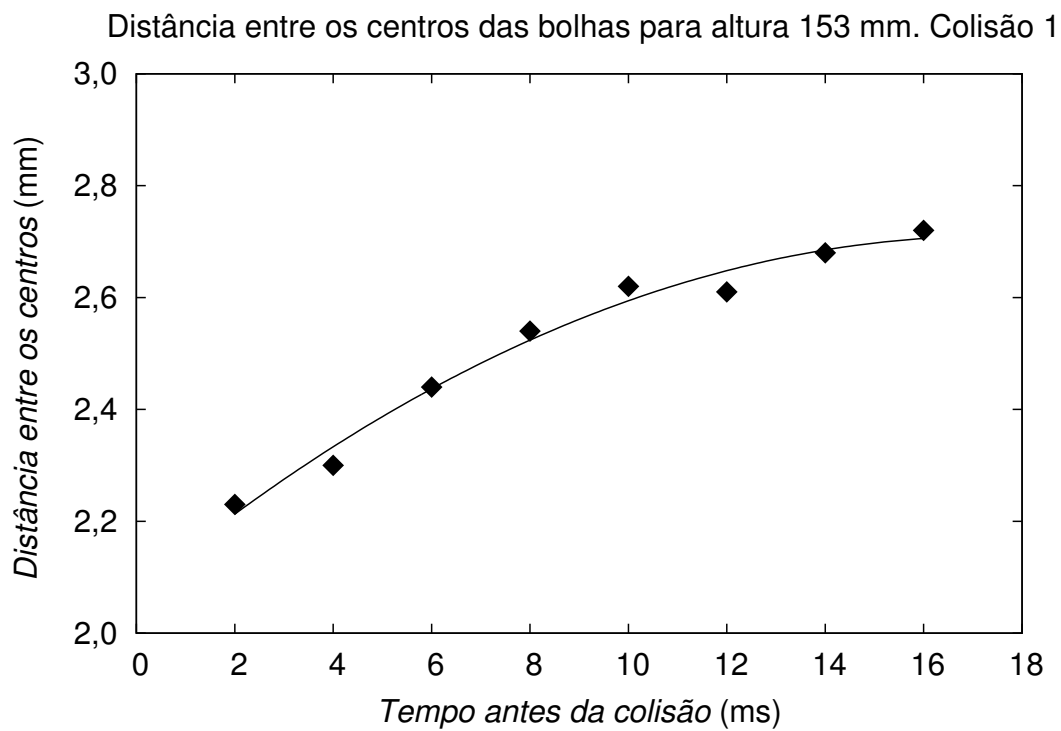


Figura 4.30: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 1, altura 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$

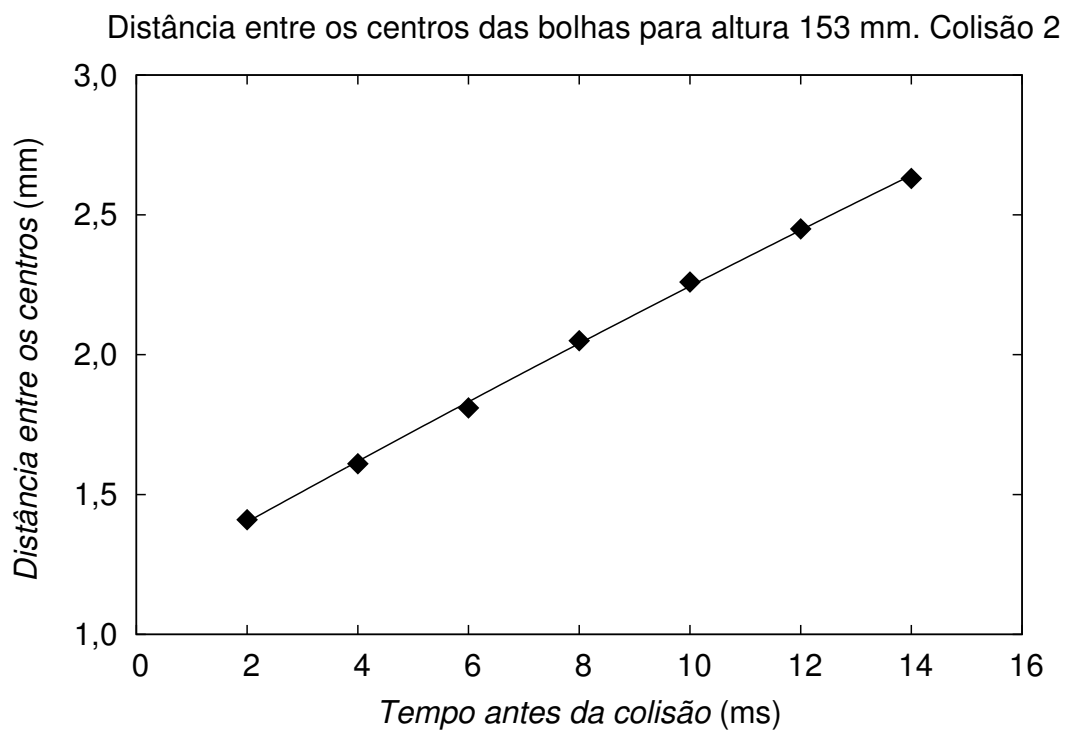


Figura 4.31: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 2, altura 153 mm e vazão $1,5 \text{ m}^3/h$

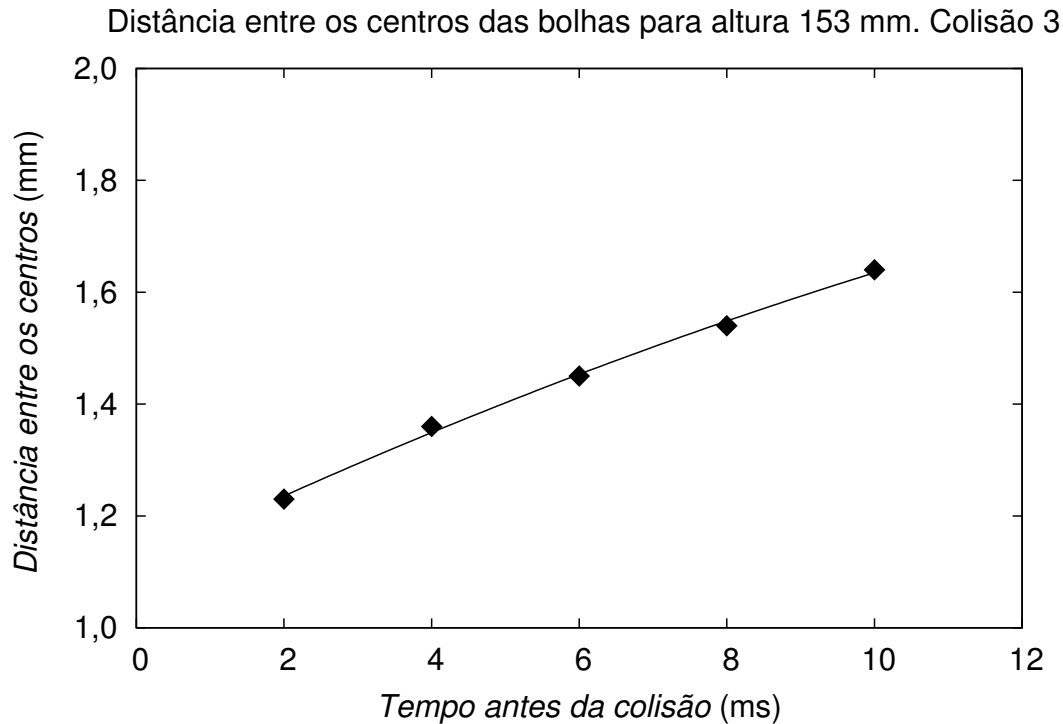


Figura 4.32: Cálculo da velocidade de colisão através da distância entre os centros das bolhas. Colisão 3, altura 153 mm e vazão 1,5 m³/h

De acordo com a Figura 2.14, para as temperaturas de 20, 30 e 40 °C, a menor velocidade de colisão em que não há coalescência é de aproximadamente 8 cm/s. Oito dos onze casos analisados nas Tabelas 4.35 e 4.36 tem $u_{col} < 8$ cm/s. Assim, de acordo com RIBEIRO JR. e MEWES [33], estatisticamente a coalescência deveria ter acontecido na maioria dos casos.

Para fins de comparação, os resultados obtidos por RIBEIRO JR. e MEWES [33] para a temperatura de 30 °C foram plotados juntamente com os resultados obtidos neste trabalho na Figura 4.33. Os resultados obtidos ficam bem abaixo da velocidade crítica estimada por RIBEIRO JR. e MEWES [33].

Para explicar este fato, deve-se olhar para a célula experimental utilizada por RIBEIRO JR. e MEWES [33] que possuía apenas 5 mm de profundidade, sendo que nela foram analisadas bolhas de 1 a 4 mm de diâmetro. Evidentemente, as escalas da turbulência nesta célula não podiam ser maiores que 5 mm. Além disso, há um efeito de parede considerável na velocidade de ascensão das bolhas, pois a razão entre o diâmetro da bolha e a largura da célula era igual a 0,25 – 0,80. Uma menor velocidade terminal implica em uma menor velocidade do líquido para equilibrar as bolhas em uma dada posição da célula. Assim, este é um segundo efeito que também reduz o nível de turbulência na fase líquida. Como RIBEIRO JR. e MEWES [33] não mediram nem a vazão alimentada na célula e nem a turbulência no seu interior, seus resultados são apenas comparativos para os efeitos de temperatura e concentração de

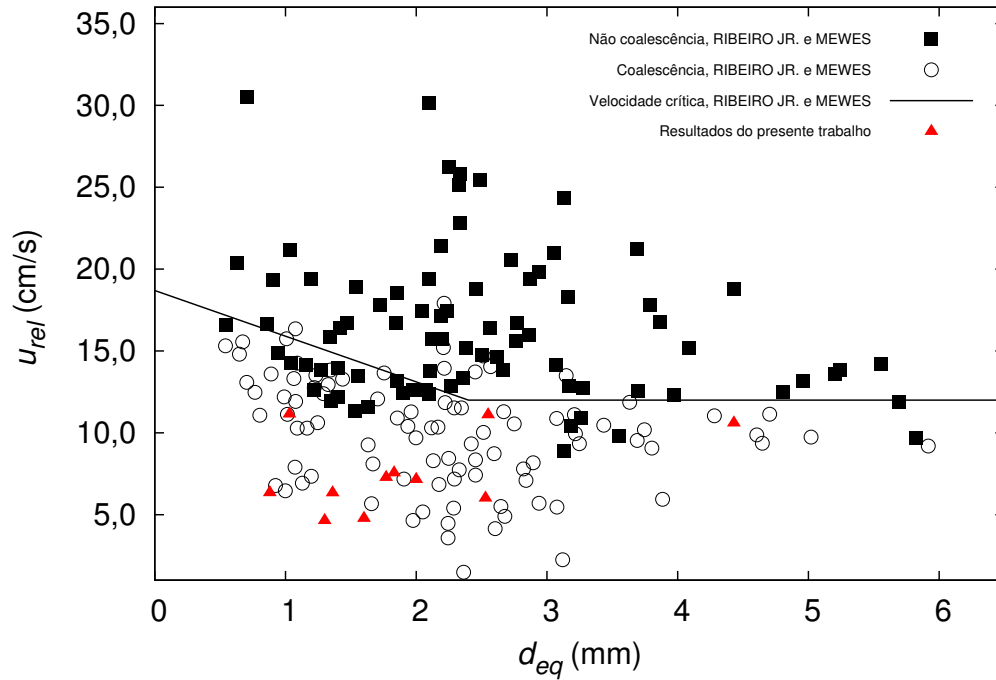


Figura 4.33: Comparação dos resultados com os de RIBEIRO JR. e MEWES [33]

eletrólitos, sendo difíceis de serem extrapolados para condições reais de escoamentos bifásicos.

Por outro lado, a célula utilizada neste trabalho possui 50 mm de profundidade e níveis muito maiores de turbulência podem ser atingidos. Como mostra a Tabela 4.19 para a altura de $y = 325$ mm que foi usada para a análise das colisões, a escala longitudinal de Taylor está na faixa de 2,5 – 5 mm, o que indica que existem escalas turbulentas bem maiores que isto.

Conclui-se assim que, na célula do presente trabalho, existe um maior nível de turbulência que reduz o tempo de contato entre as bolhas em uma colisão, impedindo as mesmas, enquanto que na célula usada por RIBEIRO JR. e MEWES [33] a turbulência era muito menos intensa, permitindo a ocorrência de coalescências pelo aumento do tempo de contato.

Capítulo 5

Conclusões

O escoamento no interior da célula foi bem caracterizado utilizando a técnica de LDA. Perfis de velocidade foram obtidos e estes estão em bom acordo com os medidos anteriormente por COELHO [6]. A energia de dissipação turbulenta foi estimada utilizando a técnica de correlação por blocos desenvolvida por NOBACH [26]. Através de análises estatísticas, como remoção de outliers, testes T e F e análises de desvio padrão e erros, concluiu-se que a microescala de Taylor, estimada com o método de NOBACH [26] para posterior estimação da energia de dissipação turbulenta, pode apenas ser tomada como uma média em uma janela de medição de 1 *cm* em torno do centro, sendo que os outros pontos em que a microescala foi estimada devem ter analisados separadamente. A inclusão do tempo de defasagem de 0,5 *ms* não impacta significativamente o desvio padrão dos resultados, por isto os tempos de defasagem utilizados no método de otimização de NOBACH [26] para a estimação da microescala são os tempos de 0,5, 1 e 2 *ms*.

O escoamento foi filmado em todas as alturas utilizando a técnica de dimensionamento de bolhas por sombras. Foram identificadas quase 50 colisões entre bolhas, e suas propriedades antes e após o choque foram calculadas. Embora os modelos teóricos prevejam boas probabilidades de ocorrer a coalescência, não aconteceu nenhuma. Os valores das constantes dos modelos de eficiência de coalescência propostos pelos próprios autores não são adequados para a célula estudada.

Para as colisões consideradas aproximadamente elásticas em uma análise bidimensional, a chance da colisão ter acontecido no plano de filmagem e não ter interferência de outras bolhas próximas é maior. Assim, a velocidade relativa normal de aproximação destas colisões foi estudada. Porém, ela apresentou grandes variações de seus valores nos instantes anteriores à colisão, cujas causas são a interferência fluidodinâmica causada pela presença de outras bolhas e a presença de velocidade normal ao plano de filmagem.

Foi realizada também uma análise visual das colisões para selecionar colisões que ocorrem no plano da imagem obtida, ou seja, quando não havia rotação de

uma bolha sobre a outra durante a colisão. Então, as velocidades de colisão destes eventos foram estimadas através do procedimento de RIBEIRO JR. e MEWES [33], que consiste no ajuste da distância entre os centros das bolhas antes da colisão por um polinômio de segundo grau em função do tempo antes da colisão. Nos 11 casos analisados, não houve coalescência das bolhas, embora ela devesse ocorrer segundo RIBEIRO JR. e MEWES [33] para todos os casos.

No seu trabalho, RIBEIRO JR. e MEWES [33] não mediram a turbulência no seu escoamento e a sua célula experimental possuía uma profundidade de apenas 5 *mm*, indicando que existiam níveis bem menores de turbulência, o que explica o fato da coalescência ter ocorrido para velocidades normais de colisão similares às analisadas no presente trabalho.

De acordo com os ensaios de medida da tensão superficial da água utilizada no experimento, não existem contaminantes presentes na água que interfiram no processo de coalescência, o que indica que os altos níveis de turbulência presentes na célula experimental são os responsáveis pela não visualização da coalescência. É necessária a instalação de atenuadores de turbulência na flange superior da célula em trabalhos futuros para tentar observar a coalescência.

Referências Bibliográficas

- [1] ARAUJO, J. F. M., 2010, *Modelos de quebra e coalescência de bolhas para o escoamento de emulsões*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- [2] ARAUJO, J. F. M., 2006, *Estudo dos modelos de quebra e coalescência para escoamentos polidispersos*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- [3] CHESTERS, A. K., 1971, “The modelling of coalescence process in fluid-liquid dispersions: A review of current understanding”, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, v. 60, pp. 259–270.
- [4] CHESTERS, A. K., 1975, “The applicability of dynamic-similarity criteria to isothermal, liquid-gas, two-phase flows without mass transfer”, *International Journal of Multiphase Flow*, pp. 191–212.
- [5] CLIFT, R., GRACE, J. R., WEBER, M. E., 1978, *Bubbles, Drops and Particles*. 1 ed. New York, Academic Press.
- [6] COELHO, D. B., 2014, *Projeto e construção de uma célula de coalescência de bolhas*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- [7] COLALOGLOU, C. A., TAVLARIDES, L. L., 1977, “Description of interaction processes in agitated liquid-liquid dispersions”, *Chemical Engineering Science*, v. 32, pp. 1289–1297.
- [8] DAUBERT, T. E., DANNER, R. P., 1985, “Data Compilation Tables of Properties of Pure Compounds”, *American Institute of Chemical Engineers*.
- [9] FAVERO, J. L., 2014, *Simulação de escoamentos multifásicos polidispersos multivariados*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- [10] FREIRE, A. P. S., MENUT, P. P. M., SU, J., 2002, *Turbulência*. Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Ciências Mecânicas.
- [11] FUCHS, W., NOBACH, H., TROPEA, C., 1994, “Laser Doppler anemometry data simulation: application to investigate the accuracy of statistical estimators”, *AIAA J*, pp. 1883–1889.

- [12] HINZE, J. O., 1975, *Turbulence*. 2 ed. New York, McGraw-Hill.
- [13] HOWARTH, W. J., 1967, “Coalescence of drops in a turbulent flow field”, *AIChE Journal*, pp. 1007–1013.
- [14] JOHNSON, S. G., 2014, “The NLOpt nonlinear-optimization package”, <http://ab-initio.mit.edu/nlopt>.
- [15] KAMP, A. M., CHESTERS, A. K., COLIN, C., et al., 2001, “Bubble coalescence in turbulent flows: A mechanistic model for turbulence-induced coalescence applied to microgravity bubbly pipe flow”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 27, pp. 1363–1396.
- [16] KARAMANEV, D. G., 1996, “Equations for calculations of the terminal velocity and drag coefficient of solid sheres and gas bubbles”, *Chemical Engineering Communications*, v. 147.
- [17] KIRKPATRICK, R. D., LOCKETT, M. J., 1974, “The influence of Approach Velocity on Bubble Coalescence ”, *Chemical Engineering Science*, v. 29, pp. 2363–2373.
- [18] LAGE, P. L. C., 2014, “Implementação do método de Nobach utilizando otimização não linear”, *Comunicação pessoal*.
- [19] LAMB, H., 1932, *Hydrodynamics*. 6th ed. Cambridge, Combridge University Press.
- [20] LERH, F., MILLIES, M., MEWES, D., 2002, “Bubble-Size Distributions and Flow Fields in Bubble Columns”, *AIChE Journal*, pp. 2426–2443.
- [21] LEVICH, V. G., 1962, *Physicochemical Hydrodynamics*. New Jersey, Prentice-Hall.
- [22] LOUREIRO, J. B. R., PINHO, F. T., 2006, “Fundamentos de anemometria laser-Doppler”. In: *Turbulência*, cap. 5, Rio de Janeiro, ABCM.
- [23] LUO, H., 1993, *Coalescence, breakup and liquid circulation in bubble column reactors*. Tese de Doutorado, Norwegian Institute of Technology.
- [24] MÖLLER, S. V., SILVESTRINI, J. H., 2004, *Turbulência*, v. 4. Rio de Janeiro, ABCM.
- [25] MONTGOMERY, D. C., 2001, *Design and Analysys of Experiments*. 5th ed. New Jersey, JOHN WILEY & SONS.

- [26] NOBACH, H., 2002, “Local time estimation for the slotted correlation function of randomly sampled LDA data”, *Experiments in Fluids*, pp. 337–345.
- [27] POPE, S. B., 2003, *Turbulent flows*. Cambridge, Cambridge University Press.
- [28] POWELL, M. J. D., 1994, “A direct search optimization method that models the objective and constraint functions by linear interpolation”, *Advances in Optimization and Numerical Analysis*, pp. 51–67.
- [29] PRICE, W. L., 1978, “A controlled random search procedure for global optimization”, *Towards Global Optimization 2*, pp. 71–84.
- [30] PRINCE, M. J., BLANCH, H. W., 1990, “Bubble coalescence and break-up in air-sparged bubble columns”, *AIChE Journal*, pp. 1485–1499.
- [31] RAMKRISHNA, D., 2000, *Population Balances: Theory and Applications to Particulate Systems in Engineering*. San Francisco, Academic Press.
- [32] RIBEIRO JR., C. P., MEWES, D., 2007, “The effect of electrolytes on the critical velocity for bubble coalescence”, *Chemical Engineering Journal*, v. 126, pp. 23–33.
- [33] RIBEIRO JR., C. P., MEWES, D., 2006, “On the effect of liquid temperature upon bubble coalescence”, *Chemical Engineering Science*, v. 61, pp. 5704–5716.
- [34] ROSNER, B., 1983, “Percentage Points for a Generalized ESD Many-Outlier Procedure”, *Technometrics*.
- [35] ROSS, S. L., 1971, *Measurements and models of the dispersed phase mixing process*. Tese de Doutorado, The University of Michigan.
- [36] SANTOS, F. P., 2014, *Desenvolvimento e implementação de métodos numéricos usando placas gráficas para a solução da equação de balanço populacional*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- [37] SILVA, L. F. L. R., 2008, *Desenvolvimento de metodologias para simulação de escoamentos polidispersos usando código livre*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- [38] SIMON, M., 2004, *Koaleszenz von Tropfen und Tropfenschwärmen*. Tese de Doutorado, Teschinschen Universtität Kaiserslautern.
- [39] TENNEKES, H., LUMLEY, J. L., 1972, *A First Course in Turbulence*. Massachusetts, The MIT Press.

- [40] TIETJEN, G. L., MOORE, H. R., 1972, “Some Grubbs-Type statistics for the detection of several outliers”, *Technometrics*, v. 14, n. 3.
- [41] YIXIANG, L., LUCAS, D., 2010, “A literature review on mechanisms and models for the coalescence process of fluid particles”, *Chemical Engineering Science*, pp. 2851–2863.

Apêndice A

Cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta utilizando otimização não linear

A implementação do método de NOBACH [26] utiliza otimização não linear para minimizar a Equação 2.48 e foi implementado por LAGE [18]. Para o caso $y = 153 \text{ mm}$, $Q = 1,5 \text{ m}^3/h$ e $x = 0 \text{ mm}$, o dado do LDA que possui dados de velocidade por tempo é utilizado pelo código e o processo de otimização para o tempo de defasagem de $0,25 \text{ ms}$ é mostrado na Figura A.1.

Conforme explicado anteriormente, para a otimização global foi utilizado o método de CRS com mutação local com uma população inicial de 500. Para a otimização local, foi utilizado o método COBYLA. As tolerâncias da função objetivo e para o valor do ponto ótimo utilizadas em ambas as técnicas foram 10^{-5} e 10^{-8} respectivamente.

Para todos os tempos de defasagem, os parâmetros (A , n_1 e n_2) e os resultados para o cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta são mostrados na Tabela A.1.

Tabela A.1: Cálculo da taxa de dissipação de energia turbulenta utilizando otimização não linear para o caso $y = 153 \text{ mm}$, $Q = 1,5 \text{ m}^3/h$ e $x = 0 \text{ mm}$

Defasagem (ms)	A	n_1	n_2	λ_f (mm)
0,25	0,00197	0,0132	0,3690	4,0744
0,5	0,0018	0,0129	0,4057	3,9267
1	0,0017	0,0128	0,4240	3,8634
2	0,0017	0,0128	0,4237	3,8710
4	0,0016	0,0127	0,4463	3,7825


```

Reading y153Q15x0_1_TL=0.25_Nslots=500.out
dt= 0.25 K= 500 Umean= 0.201626 u2= 0.000748255 Drate= 2.54987 MDlag= 0.392178
Allocating space for data ... Allocation completed.
*****
d2fdt2 > 0 - Taylor scale was not computed!*****
Starting the model based variance estimation of longitudinal Taylor microscale
=> Initial guess: eta=(0.01 1.01) x=(0.00995017 0.635781)
*****
Optimization using 450 of 500 data points
=> R[last]/R[0] = 0.289155 Fraction of weight sum = 0.999896
-----
found local minimum after 224 evaluations at f(0.0132731,0.30319) = 6.232508582e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.013362 0.361242 0.00201724 )
*** local optimization from guess: Taylor scale = 4.1042 (mm) 20.3554 (ms)***
*** Reduction of objective function = 0.133128
-----
found global minimum after 15668 evaluations at f(0.0132731,0.30319) = 6.232508582e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.013362 0.361242 0.00201724 )
global optimization: Taylor scale = 4.1042 (mm) 20.3554 (ms)
found refined global minimum after 54 evaluations at f(0.0132731,0.30319) = 6.232508582e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.013362 0.361242 0.00201724 )
*** refinement of global minimum: Taylor scale = 4.1042 (mm) 20.3554 (ms) ***
*** Reduction of objective function = 0.133128
** => local and global minimum are equivalent
*****
Optimization using 500 of 500 data points
=> R[last]/R[0] = 0.26333 Fraction of weight sum = 1
-----
found local minimum after 251 evaluations at f(0.0131844,0.30859) = 6.818138812e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.0132721 0.369022 0.00197263 )
*** local optimization from guess: Taylor scale = 4.0744 (mm) 20.2078 (ms)***
*** Reduction of objective function = 0.144923
-----
found global minimum after 13802 evaluations at f(0.0131844,0.30859) = 6.818138812e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.0132721 0.369022 0.00197263 )
global optimization: Taylor scale = 4.0744 (mm) 20.2078 (ms)
found refined global minimum after 53 evaluations at f(0.0131844,0.30859) = 6.818138812e-07
Model constantes: (eta1 eta2 A) = ( 0.0132721 0.369022 0.00197263 )
*** refinement of global minimum: Taylor scale = 4.0744 (mm) 20.2078 (ms) ***
*** Reduction of objective function = 0.144923
** => local and global minimum are equivalent
*****

```

Figura A.1: Processo de otimização não linear para o caso de $y = 153 \text{ mm}$, $Q = 1,5 \text{ m}^3/h$ e $x = 0 \text{ mm}$ e tempo de defasagem de $0,25 \text{ ms}$

Apêndice B

Cálculo da quantidade de movimento e velocidade relativa normal de aproximação

Para cada bolha, a sua massa é calculada por

$$m_b = \rho \frac{\pi}{6} d_a^3 \quad (\text{B.1})$$

onde d_a é o diâmetro do círculo de mesma área da bolha obtida na imagem. Então, a quantidade de movimento é calculada para os eixos x (QM_x) e y (QM_y) para então ser computada a quantidade de movimento total (QM_t), desprezando-se a velocidade na direção normal ao plano da imagem, da seguinte forma:

$$QM_x = m_b u_x \quad (\text{B.2})$$

$$QM_y = m_b u_y \quad (\text{B.3})$$

$$QM_t = \sqrt{QM_x^2 + QM_y^2} \quad (\text{B.4})$$

Se a relação $QM_{t,antes}/QM_{t,depois} \approx 1$ for obedecida, a colisão é considerada normal e elástica.

A velocidade relativa normal de aproximação (u_{approx}) também é calculada. Neste caso, os subíndices 1 e 2 são usados para identificar cada bolha envolvida na colisão, e o par ordenado (x, y) representa o centro de cada bolha. Primeiramente, são calculadas as componentes da velocidade relativa entre as bolhas:

$$u_{rel,x} = u_{x,1} - u_{x,2} \quad (\text{B.5})$$

$$u_{rel,y} = u_{y,1} - u_{y,2} \quad (\text{B.6})$$

Em seguida, calcula-se as componentes da distância entre os centros de cada bolha e o seu módulo, $|\delta|$:

$$\delta_x = x_1 - x_2 \quad (\text{B.7})$$

$$\delta_y = y_1 - y_2 \quad (\text{B.8})$$

$$|\delta| = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \quad (\text{B.9})$$

Finalmente, é necessário calcular os componentes do vetor unitário que fornece a direção estimada do eixo de colisão, \mathbf{S} :

$$S_x = \frac{\delta_x}{|\delta|} \quad (\text{B.10})$$

$$S_y = \frac{\delta_y}{|\delta|} \quad (\text{B.11})$$

Finalmente, é calculada a velocidade relativa normal de aproximação:

$$u_{aprox} = u_{rel,n} = \mathbf{u}_{rel} \cdot \mathbf{S} = u_{rel,x}S_x + u_{rel,y}S_y \quad (\text{B.12})$$