



ESTRATÉGIAS DE DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONTROLE GLOBAL

Cristhian Alberto Celestino Cortez

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Química, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Orientador: José Carlos Costa da Silva Pinto

Rio de Janeiro
Setembro de 2016

ESTRATÉGIAS DE DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONTROLE
GLOBAL

Cristhian Alberto Celestino Cortez

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA QUÍMICA.

Examinada por:

Prof. José Carlos Costa de Silva Pinto, D.Sc.

Prof. Lizandro de Sousa Santos, D.Sc.

Dr. Mario César Mello Massa de Campos, D.Sc.

Prof. Maurício Bezerra de Souza Junior, D.Sc.

Prof. Príamo Albuquerque Melo Junior, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
SETEMBRO DE 2016

Cortez, Cristhian Alberto Celestino

Estratégias de Definição de Estruturas de Controle Global/Cristhian Alberto Celestino Cortez. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XX, 224 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: José Carlos Costa da Silva Pinto

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Química, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 206 – 217.

1. Controle Global. 2. Estruturas de controle. 3. Controle regulatório. I. Pinto, José Carlos Costa da Silva. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Química. III. Título.

*Dedico este trabalho a meus
familiares e a meus colegas de
trabalho.*

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a minha esposa Livia, a meus Pais Teresa e Aldemir, a minha irmã Cristina, a meu orientador José Carlos e a meus colegas de trabalho pela paciência e pela compreensão nos momentos em que tiveram que compartilhar o meu tempo com esse trabalho.

Gostaria de agradecer à Petrobras pela liberação em tempo parcial para a execução dessa tese.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ESTRATÉGIAS DE DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS DE CONTROLE GLOBAL

Cristhian Alberto Celestino Cortez

Setembro/2016

Orientador: José Carlos Costa da Silva Pinto

Programa: Engenharia Química

A área de controle global de plantas tem como objetivo avaliar de uma forma ampla o problema de controle de uma planta industrial. O controle global de uma planta de processos visa definir muitas questões, como os pareamentos entre as variáveis manipuladas e controladas, o tipo de controlador mais adequado e as sintonias dos controladores. Nesse trabalho são analisadas algumas deficiências que as técnicas existentes apresentam e são propostas metodologias semi-heurísticas para definições da estrutura de controle global. Esse trabalho está dividido em duas partes: Metodologias baseadas em modelos estáticos e Metodologias baseadas em modelos dinâmicos.

Nas metodologias baseadas em modelos estáticos, a primeira abordagem é formulada com a intenção de elevar o grau de robustez de técnicas de otimização, com ênfase na solução do problema de definição de estruturas de controle. Na segunda abordagem é apresentada uma metodologia inédita com ênfase no controle das restrições, usando medidas quantitativas da linearidade e da sensibilidade das variáveis selecionadas em relação às respostas das variáveis controladas com o uso de modelos estáticos.

Na segunda parte desse trabalho, inicialmente são abordados alguns aspectos teóricos sobre o problema de definição de estruturas de controle, como a formalização do problema e o uso de otimização dinâmica para o estudo teórico do problema. São apresentadas propostas de metodologias de definição de estruturas de controle baseadas no uso de conceitos de otimização dinâmica e baseada em controladores do tipo Linear Regulatório Quadrático.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

DEFINITION OF STRATEGIES OF PLANTWIDE CONTROL STRUCTURES

Cristhian Alberto Celestino Cortez

September/2016

Advisor: José Carlos Costa da Silva Pinto

Department: Chemical Engineering

The area of plantwide control aims to assess the problem of control in an industrial plant with a broad perspective. The plantwide control of a process unit is related to many issues, including the pairings between the manipulated and controlled variables, definition of the most suitable controller type and implementation of controller tunings. In this work some deficiencies of the existing techniques and the development of a semi-heuristic methodology of plantwide control are discussed. The proposed methodology, based on local analyses, comprises three steps : assessment of the robustness of the operating point, definition of the regulatory control structure and definition of the supervisory control structure. This work is organized in two parts: Methodologies based on static models and Methodologies based on dynamic models.

In the methodologies based on static models, the first approach is formulated to improve robustness in the optimization, emphasizing the control structure problem. A methodology based on control of constraints is presented in the second approach, using quantitative metrics of linearity and of sensitivity of the selected variables.

In the second part of this work, firstly, some theoretical aspects of control structure problem are studied, as formalization of the problem and the dynamic optimization applied to theoretical studies of the problem. Methodologies of control structure definition based on dynamic optimization concepts and based on controllers of the type Linear Quadratic Regulator are presented.

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xvi
Lista de Símbolos	xviii
Lista de Abreviaturas	xix
1 Introdução	1
2 Uma Breve Revisão Bibliográfica sobre o Problema de Controle Global	6
2.1 Introdução	6
2.2 Técnicas baseadas no conhecimento do processo	9
2.2.1 Procedimento Heurístico de Luyben	10
2.2.2 Análise Crítica	11
2.3 Técnicas baseadas na teoria de controle e modelagem	12
2.3.1 Abordagens Clássicas	13
2.3.2 Controle Robusto	15
2.3.3 Controle Auto-Otimizante	18
2.3.4 Otimização Dinâmica	24
2.3.5 Abordagem Multiobjetivo	26
2.3.6 Análise Crítica das Técnicas Baseadas em Modelos e Teoria de Controle	27
2.4 Avaliação Global	27
I Técnicas Baseadas em Modelos Estáticos	29
3 Limitações na Definição de Estruturas de Controle	30
3.1 Aplicação do Método Local Exato	30
3.1.1 Descrição do Processo Aplicado	30
3.1.2 Ponto Ótimo de Operação	34

3.1.3	Seleção Inicial das Variáveis Manipuladas, Controladas e Perturbações	34
3.1.4	Aplicação do Método <i>Branch and Bound</i> Bidirecional	37
3.1.5	Comparação com a Estrutura de Controle Existente	38
3.1.6	Fragilidades Encontradas	38
3.2	Conclusões e Desdobramentos	39
4	Robustez em Projetos Ótimos	40
4.1	Introdução	40
4.2	Condições KKT sob Incertezas	42
4.3	Proposta de Condição de Otimalidade Robusta	43
4.3.1	Escopo da Metodologia	43
4.3.2	Curvatura e Perda de Desempenho	44
4.3.3	Perda de Desempenho com Restrições	45
4.3.4	Limites das Regiões dos Valores Característicos no Plano Complexo	45
4.3.5	Limites das Regiões dos Valores Característicos em Problemas com Restrições	47
4.3.6	Extensão das Condições de KKT para o Desempenho Robusto	48
4.4	Exemplos de Aplicação	50
4.4.1	Funções de Himmelblau	50
4.4.2	Projeto de um Reator Químico	53
4.4.3	Projeto de Estrutura de Controle	58
4.5	Conclusão	63
5	Um Novo Método de Definição de Estruturas de Controle	64
5.1	Uso de Modelos Estáticos para Definição da Estrutura de Controle	64
5.1.1	Estrutura da Camada Regulatória	65
5.1.2	Estrutura da Camada Supervisória	68
5.2	Resultados e Discussões	73
5.3	Aplicação da Proposta de Metodologia ao Caso Tennessee Eastman	73
5.3.1	Descrição do Processo Tennessee Eastman	73
5.3.2	Implementação	78
5.3.3	Estruturas de Controle Regulatório Encontradas na Literatura para a Planta Tennessee Eastman	78
5.3.4	Resultados da Aplicação da Metodologia	79
5.3.5	Sintonia dos Controladores	87
5.3.6	Resposta do Processo a Perturbação A/C	88
5.4	Comentários Finais	95

6 Aspectos Teóricos da Definição das Estruturas de Controle e Algumas Conjecturas 98

6.1 Domínio do Problema de Definição da Estrutura de Controle Ótimo 99

6.2 Estrutura de Controle Ótima 100

6.3 Independência entre Estrutura e Controladores Ótimos 101

6.3.1 Não Independência de Respostas entre a Estrutura de Controle e a Sintonia em um Controlador PID 102

6.4 Unicidade de Estrutura de Controle Ótima 104

6.5 Estabilidade e Estruturas de Controle 106

6.6 Estruturas de Controle em Sistemas Dinâmicos 109

6.6.1 Sistemas Dinâmicos 109

6.6.2 Sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias Não Autônomos e Métricas de Desempenho 110

6.6.3 Condição de Estacionariedade 112

6.6.4 Teorema de Noether 113

6.6.5 Invariantes no Caminho Ótimo e Espaço Tangente 115

6.6.6 Estrutura de Controle Ótimo e Invariância 117

6.6.7 Controle das Restrições 117

6.6.8 Controle das Relações de Conservação e Controle Auto-otimizante 119

6.7 Estrutura de Controle em Problemas do tipo LQR 121

6.7.1 Estrutura de Controle Ótima em Sistemas Lineares 121

6.7.2 Estrutura de Controle Ótima em Sistemas Não Lineares para Problemas do Tipo LQR 122

6.7.3 Degradação de Desempenho no Caso de Projeto do Controlador Ótimo Baseado em uma Única Região 124

6.8 Estrutura de Controle Utilizando Controladores PID 125

6.9 Limitações Impostas pelos Controladores 127

6.9.1 Flexibilidade do Controlador 127

6.9.2 Lema da Melhor Aproximação Aplicado à Definição de Estruturas de Controle 129

6.10 Comentários e Conclusão 130

7 Otimização Dinâmica Aplicada à Definição das Estruturas de Controle 131

7.1 Modelos de Testes 132

7.1.1 Reator de Van de Vusse 132

7.1.2 Unidade de Separação 135

7.2	Utilização do Método de <i>Multiple Shooting</i> para a Definição de Estruturas de Controle	144
7.3	Aplicação no Problema do Reator de Van de Vusse	146
7.4	Parametrização da Estrutura de Controle e Sintonia dos Controladores via Otimização Dinâmica	151
7.4.1	Aplicação do Método ao Reator de Van de Vusse	152
7.5	Aplicação do Método a Uma Coluna de Destilação	158
7.5.1	Formulação do Problema de Otimização	158
7.6	Conclusão	166
8	Métodos Baseados em Controladores LQR	168
8.1	Estrutura de Controle e Controladores LQR	168
8.2	Estrutura de Controle Mínima Baseada na Matriz de Ganhos LQR	169
8.2.1	Estabilidade em Malha Fechada	171
8.3	Aplicação da Metodologia Proposta	174
8.3.1	Aplicação a Sistemas Estabilizáveis em Malha Fechada	174
8.3.2	Sistema Estabilizável em Malha Fechada via Repovoamento	178
8.3.3	Aplicação no problema do Reator de Van Vusse	183
8.3.4	Aplicação na Coluna de Destilação	189
8.3.5	Aplicação no Problema de Tennessee Eastman	194
8.4	Conclusões	200
9	Conclusões e Trabalhos Futuros	201
9.1	Conclusões	201
9.2	Trabalhos Futuros	205
	Referências Bibliográficas	206
A	Glossário Matemático	218
B	Equação de Euler-Lagrange	220
C	Parâmetros Físicos do Exemplo da Coluna de Destilação	221
C.1	Parâmetros Construtivos dos Equipamentos	221
C.2	Estados Iniciais dos Equipamentos	223

Lista de Figuras

1.1	Metodologias exploradas durante a tese.	4
2.1	Divisão das técnicas de definição de estruturas de controle (Adaptado de ANTELO <i>et al.</i> (2007)).	8
2.2	Malha de controle com incertezas (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).	15
2.3	Malha de controle com incertezas proposta por DOYLE (1984).	16
2.4	Perda imposta por manter constantes os <i>setpoints</i> (SKOGESTAD, 2000).	20
2.5	Procedimento multiobjetivo para a seleção de estruturas de controle (SHARIFZADEH e THORNHILL, 2011).	27
3.1	Unidade de processamento de gás natural.	33
4.1	Perda de desempenho devido à curvatura.	44
4.2	Discos Gershgorin de uma matriz de Hessiana com 3 linhas.	47
4.3	Limites dos valores característicos.	49
4.4	Função de Himmelblau.	51
4.5	Função lucro do reator.	54
4.6	Efeitos das incertezas no tempo de residência na perda de desempenho tolerável e na distância limite tolerável na otimização do reator.	55
4.7	Efeitos das incertezas nas distâncias dos discos de Gershgorin no tempo de residência no problema de otimização do reator.	56
4.8	Efeitos das incertezas no volume do reator na perda de desempenho tolerável e a distância do limite tolerável no problema de otimização do reator.	57
4.9	Efeitos das incertezas no volume do reator nas distâncias dos discos de Gershgorin no problema de otimização do reator.	57
4.10	Esquema do reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964).	59
4.11	Função custo do reator de Van de Vusse.	61
5.1	Restrições de processo definindo o polígono de operação da planta.	65

5.2	Relação entre o ganho e o acoplamento.	67
5.3	Diagrama do processo Tennessee Eastman (DOWNS e VOGEL, 1993).	74
5.4	Diagrama do processo Tennessee Eastman com os pareamentos de controle encontrados.	86
5.5	Pressão no reator no problema do processo Tennessee Eastman.	89
5.6	Redução da abertura do elemento final de controle XMV2 no problema do processo Tennessee Eastman.	89
5.7	Nível do reator no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	90
5.8	Nível de fundo da torre <i>stripper</i> no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	90
5.9	Nível do vaso separador no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	91
5.10	Percentual do componente G na corrente de purga no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	92
5.11	Percentual do componente H na corrente de purga no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	92
5.12	Vazão de produto no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	93
5.13	Variáveis controladas no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	94
5.14	Custo como função do tempo no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	95
6.1	Abordagem teórica do problema.	99
6.2	Transformações entre os conjuntos que definem o problema de controle.	100
6.3	Trajectoria no espaço de estados.	110
6.4	Trajektorias ótimas no espaço \mathcal{U}	128
7.1	Esquema do reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964).	133
7.2	Coluna de destilação com condensação parcial.	135
7.3	Correntes de cada estágio da coluna de destilação.	137
7.4	Algoritmo de cálculo de cada estágio da coluna de destilação (JHON e HEE LEE, 2003).	139
7.5	Entradas e saídas do vaso de topo.	140
7.6	Método de <i>multiple shooting</i> para a obtenção da trajetória ótima (BOCK e PLITT, 1984).	145
7.7	Vazões de entrada e saída do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	147
7.8	Carga térmica trocada pelo reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	148

7.9	Concentração dos componentes A e B no reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	148
7.10	Volume do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	149
7.11	Temperatura da jaqueta e do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	149
7.12	Método para a obtenção de estrutura e sintonia ótimas.	152
7.13	Concentração dos componentes A e B no reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	154
7.14	Volume do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	155
7.15	Temperatura da jaqueta e do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	155
7.16	Vazões de entrada e saída do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	155
7.17	Carga térmica trocada pelo reator no problema de controle do reator Van de Vusse.	156
7.18	Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a vazão de entrada no problema de controle do reator Van de Vusse.	156
7.19	Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a vazão de saída no problema de controle do reator Van de Vusse.	157
7.20	Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a carga térmica no problema de controle do reator Van de Vusse.	157
7.21	Temperatura de topo e fundo no problema de controle da coluna de destilação.	163
7.22	Pressão no problema de controle da coluna de destilação.	164
7.23	Composição de topo no problema de controle da coluna de destilação.	164
7.24	Composição de fundo no problema de controle da coluna de destilação.	165
7.25	Carga térmica no problema de controle da coluna de destilação.	165
7.26	Vazões de líquido nos diferentes estágios no problema de controle da coluna de destilação.	166
8.1	Algoritmo de definição de estrutura mínima de controle via controlador LQR.	173
8.2	Pólos do sistema de teste do procedimento LQR.	176
8.3	Resposta temporal do sistema de teste do procedimento LQR.	177
8.4	Trajetória das manipuladas do sistema de teste do procedimento LQR.	178

8.5	Pólos do problema antes do processo de repovoamento no procedimento LQR.	180
8.6	Resposta temporal dos estados não povoados no procedimento LQR. .	180
8.7	Pólos do sistema após o processo de repovoamento da matriz de ganhos no procedimento LQR.	181
8.8	Resposta temporal dos estados após o processo de repovoamento no procedimento LQR.	182
8.9	Resposta temporal das variáveis manipuladas após o processo de repovoamento no procedimento LQR.	183
8.10	Sinais de excitação nas variáveis manipuladas F_{in} , F_{out} e Q_k	184
8.11	Pólos do reator de Van de Vusse no procedimento LQR.	186
8.12	Resposta temporal do volume do reator no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.	187
8.13	Resposta temporal das concentrações no reator no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.	187
8.14	Resposta temporal das malhas de temperatura no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.	188
8.15	Resposta temporal das variáveis manipuladas no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.	188
8.16	Pólos do sistema linearizado em malha fechada resultante.	193
8.17	Identificação do sistema de Tennessee Eastman.	195

Lista de Tabelas

3.1	Variáveis candidatas a variáveis manipuladas no problema de controle da UPGN.	35
3.2	Variáveis candidatas a variáveis controladas no problema de controle da UPGN.	36
3.3	Perturbações selecionadas no problema de controle da UPGN.	36
3.4	Pareamento entre variáveis controladas e manipuladas no problema de controle da UPGN.	37
4.1	Variáveis de otimização do reator (PINTO, 1998).	54
4.2	Variáveis de otimização do reator de Van de Vusse (TRIERWEILER e ENGELL, 1997).	61
4.3	Critério de decisão entre dois pontos operacionais.	62
4.4	Função de perda de cada estrutura de controle possível no problema de controle do reator de Van de Vusse.	63
5.1	Variáveis medidas contínuas na planta Tennessee Eastman.	76
5.2	Variáveis medidas discretas da análise da planta Tennessee Eastman.	76
5.3	Variáveis medidas discretas da análise do gás de purga da planta Tennessee Eastman.	77
5.4	Variáveis medidas discretas da análise do produto da planta Tennessee Eastman.	77
5.5	Variáveis manipuladas na planta Tennessee Eastman.	77
5.6	Pareamento da camada regulatória da planta Tennessee Eastman (HEIDRICH, 2004), parte 1.	79
5.7	Pareamento da camada regulatória da planta Tennessee Eastman (HEIDRICH, 2004), parte 2.	79
5.8	Ponto ótimo de operação da planta Tennessee Eastman.	80
5.9	Pareamento da camada regulatória.	81
5.10	Parâmetros da estrutura de controle, parte1.	83
5.11	Parâmetros da estrutura de controle, parte2.	84
5.12	Parâmetros da estrutura de controle, parte3.	85

5.13	Parâmetros de sintonia dos controladores no problema de controle do processo Tennessee Eastman.	88
7.1	Variáveis do reator de Van de Vusse (TRIERWEILER e ENGELL, 1997).	134
7.2	Composição da carga da coluna de destilação.	136
7.3	Perturbações na entrada do reator.	146
7.4	Variáveis medidas no problema de controle da coluna de destilação.	160
7.5	Variáveis manipuladas no problema de controle da coluna de destilação.	160
7.6	Solução inicial viável para o problema de otimização da coluna de destilação.	161
7.7	Estrutura de controle encontrada no problema de controle da coluna de destilação.	162
7.8	Média dos pesos por classe de variável.	163
8.1	Pareamentos indicados para o processo de Tennessee Eastman com o procedimento LQR.	199
C.1	Parâmetros construtivos da coluna.	221
C.2	Parâmetros construtivos do vaso de topo.	222
C.3	Parâmetros construtivos dos trocadores de calor.	222
C.4	Parâmetros construtivos das válvulas de controle.	222
C.5	Composições da fase líquida nos estágios da coluna.	223
C.6	Composições das fases no vaso de topo.	224
C.7	Abertura das válvulas de controle no instante inicial.	224

Lista de Símbolos

H	Head da bomba
S	Matriz de sensibilidade
L	Função perda
σ	Valor singular
g_{ij}	Ganho em malha aberta entre a variável manipulada i e a variável controlada j
$grgd_{ij}$	Ganho relativo a distúrbio
J	Função objetivo
Ψ	Variáveis medidas
Γ	Estrutura de controle
U	Conjunto das variáveis manipuladas
Ω	Conjunto das variáveis controladas
G	Modelo MIMO em malha aberta
λ	Valores característicos
\mathcal{H}	Matriz Hessiana
K_p	Ganho proporcional do controlador PID
T_i	Tempo integral do controlador PID
T_d	Tempo derivativo do controlador PID
ω	Variável independente no domínio da frequência
K_{lqr}	Matriz de ganhos do controlador LQR
$D_{k\lambda}$	Matriz de sensibilidade dos valores característicos
\Re	Domínio dos números reais

Lista de Abreviaturas

<i>RGA</i>	Matriz de ganhos relativos
<i>DRGA</i>	Matriz de ganhos relativos dinâmica
<i>NRGA</i>	Matriz de ganhos relativos de sistemas não quadrados
<i>SVA</i>	Análise de valor singular
<i>LQR</i>	Regulador Linear Quadrático
<i>LQG</i>	Regulador Linear Quadrático Gaussiano
<i>GRGD</i>	Matriz de ganhos relativos de distúrbios
<i>KKT</i>	Karush-Kuhn-Tucker
<i>AKKT</i>	Karush-Kuhn-Tucker aproximado
<i>SP</i>	<i>Setpoint</i>
<i>PV</i>	Variável de processo
<i>PSO</i>	Otimização por Enxame de Partículas
<i>UPGN</i>	Unidade de Processamento de Gás Natural
<i>NLP</i>	Programação não linear
<i>RTO</i>	Otimização em Tempo Real
<i>IMSL</i>	<i>International Mathematics and Statistics Library</i>
<i>PRBS</i>	Sequência Binária Pseudo Aleatória
<i>PEM</i>	Preditor de Erro Estimado
<i>IMC</i>	Controlador de Modelo Interno
<i>RPN</i>	Número de Performance Robusta

<i>MIQP</i>	Programação Quadrática Mista
<i>CSTR</i>	Reator Tanque Contínuo Perfeitamente Agitado

Capítulo 1

Introdução

Processos industriais são compostos por estruturas complexas, interconectadas, que atendem a critérios econômicos, além de estarem sujeitos a restrições de capacidades de equipamentos, operacionais e ambientais. Em função dessas razões, são necessárias definições e implementações de controle que atendam aos requisitos de desempenho, mantendo a estabilidade e reduzindo os efeitos das perturbações não medidas (STEPHANOPOULOS, 1984).

A área de controle global de plantas, ou controle de planta inteira (em uma tradução mais literal do termo em inglês *plant wide control*), tem como objetivo avaliar de uma forma ampla o problema de controle de uma planta industrial (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). O controle global de uma planta de processos visa definir muitas questões relacionadas, por exemplo, com os pareamentos entre as variáveis manipuladas e controladas, o tipo de controlador mais adequado e as sintonias dos controladores. De um modo geral, pode-se definir os itens que compõem um estudo de controle global como:

- A estrutura de controle, caracterizada pelo pareamento entre as variáveis manipuladas e a combinação das variáveis medidas;
- O controlador, que é o algoritmo matemático que manipula os graus de liberdade, com o intuito de criar trajetórias para uma combinação das variáveis medidas;
- A sintonia do controlador, que é a parametrização do controlador, com o objetivo de atender a algum critério.

A definição do pareamento entre as variáveis controladas e manipuladas é a tarefa mais básica na definição do controle global da planta, embora nem sempre seja muito bem resolvida. Isso decorre do fato de que a maioria das plantas de processos químicos possui centenas de medições disponíveis e variáveis para manipulação, o que pode causar uma explosão combinatorial da quantidade de possíveis estruturas

de controle em plantas complexas. Em função desse cenário, o uso de heurísticas para a simplificação dos problemas da definição estrutural do controle constitui atualmente a forma de resolução mais popular para definir a estrutura de controle global (LUYBEN *et al.*, 1998), (MORARI *et al.*, 1980), (STEPHANOPOULOS e NG, 2000).

Na indústria, na maioria dos casos práticos a definição da estrutura de controle regulatório de uma unidade de processos constitui uma decisão conjunta entre a equipe de engenheiros de processo e a equipe de engenheiros de controle. A decisão é normalmente baseada nas experiências dos engenheiros de processo e controle, adquiridas pelo acompanhamento de unidades industriais existentes e por estudos isolados de partes das unidades de processo. Em unidades novas essa tarefa é realizada durante a fase de projeto básico, que pode durar meses. Na indústria, quando as definições das estruturas de controle são realizadas de forma sistemática, é usualmente utilizada uma mistura de considerações *top-down* dos objetivos de controle e dos graus de liberdade disponíveis, combinados com estratégias para estabilização (LUYBEN *et al.*, 1998). Devido a essa forma de trabalho, podem ocorrer por muitas vezes a perda da priorização dos objetivos econômicos dessas unidades e da visão global de como as unidades de processo devem atuar mediante perturbações.

Com o intuito de reduzir esses efeitos indesejáveis, diversas técnicas de controle de planta inteira foram desenvolvidas (DOWNS e SKOGESTAD, 2011). As soluções do problema de controle global seguem diversas vertentes, predominando a utilização de heurísticas para a simplificação do problema. Na maioria das vezes em que técnicas semi-heurísticas são aplicadas, como o número de estruturas de controle viáveis é maior que a unidade, o problema de definição da estrutura de controle é transformado em um problema de otimização. Esse problema pode ser encarado como um problema de otimização dinâmica (SHARIFZADEH e THORNHILL, 2011) ou estática (HALVORSEN *et al.*, 2003), contínua ou inteira (CAO e KARIWALA, 2009), com modelos linearizados (HEIDRICH, 2004) ou não, baseados em análise local (ALSTAD, 2005) ou global (MOLINA *et al.*, 2011), não sendo fechado um consenso nos diversos trabalhos dessa área sobre como modelar o problema de otimização.

Nesse trabalho é apresentada no Capítulo 2 uma revisão da bibliografia da área de controle global de plantas. Nos capítulos subsequentes são descritas algumas abordagens usadas para a solução do problema de definição de estruturas de controle. Na primeira parte desse trabalho são apresentadas metodologias baseadas em modelos estáticos do processo. No Capítulo 3 é apresentado um exemplo com o propósito de avaliar uma das classes de técnicas baseadas no uso de controle auto-otimizante (HALVORSEN *et al.*, 2003). No Capítulo 4 é proposta uma abordagem formulada com a intenção de elevar o grau de robustez de técnicas de otimização,

com ênfase na solução do problema de definição de estruturas de controle. Com a intenção de resolver o problema de definição de estruturas de controle com o uso de modelos estáticos, no Capítulo 5 é apresentada uma metodologia inédita que aborda o problema com ênfase no controle das restrições, usando medidas quantitativas da linearidade e da sensibilidade das variáveis selecionadas em relação às respostas das variáveis controladas. Na segunda parte desse trabalho são apresentadas metodologias e estudos sobre o uso de modelos dinâmico no problema de definição de estruturas de controle. No Capítulo 6 são apresentados alguns aspectos teóricos sobre o problema de definição de estruturas de controle, como a formalização do problema e o uso de otimização dinâmica para o estudo teórico do problema. Em decorrência de algumas conclusões relatadas no Capítulo 6, são propostas no Capítulo 7 abordagens baseadas no uso de conceitos de otimização dinâmica para a solução do problema proposto. No Capítulo 8 é apresentada uma metodologia para a definição de estruturas de controle baseada em controladores do tipo LQR (KALMAN, 1960). Finalmente, no Capítulo 9 são apresentadas algumas conclusões obtidas ao longo do trabalho e propostas sugestões para trabalhos futuros. No Apêndice A é apresentado um glossário matemático para facilitar a leitura da tese. No Apêndice B é apresentada a solução da equação de Euler-Lagrange, utilizada nos estudos teóricos do Capítulo 6. No Apêndice C são apresentados os parâmetros físicos do exemplo da coluna de destilação. De forma resumida, as técnicas estudadas nessa tese podem ser representadas pela Figura 1.1.

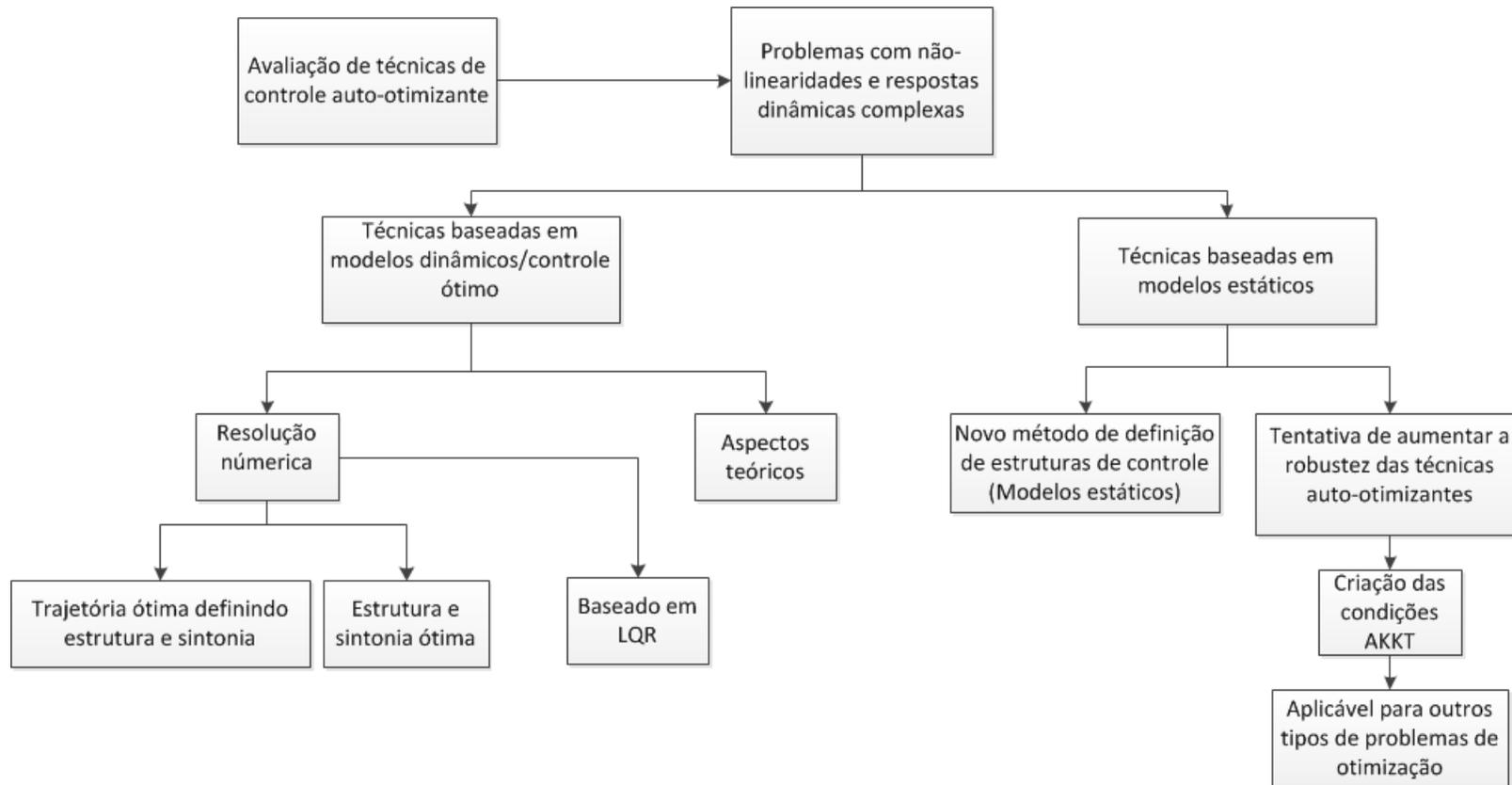


Figura 1.1: Metodologias exploradas durante a tese.

A presente tese foi desenvolvida integralmente no Laboratório de Modelagem, Simulação e Controle de Processos (LMSCP) do Programa de Engenharia Química (PEQ) do Instituto Alberto Luiz Coimbra (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e no Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello (CENPES) da Petrobras.

Capítulo 2

Uma Breve Revisão Bibliográfica sobre o Problema de Controle Global

Neste capítulo é apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre as técnicas de definição de estruturas de controle de planta inteira. São abordadas técnicas usadas em diferentes segmentos dessa área particular do conhecimento, incluindo técnicas totalmente heurísticas e técnicas baseadas puramente em algoritmos de otimização e controle.

2.1 Introdução

Unidades de processos químicos de grande porte apresentam características não encontradas em unidades simples, como o elevado grau de integração energética, os inúmeros ciclos de massa e energia e centenas de malhas de controle. Por isso, não é trivial a definição do melhor ponto de operação, do melhor comportamento dinâmico e nem mesmo da melhor estratégia de controle. Especificamente em relação à estrutura de controle global, devido à elevada dimensão que o problema pode apresentar, as variáveis a serem controladas nem sempre podem ser definidas com facilidade (STEPHANOPOULOS e NG, 2000). Em decorrência da elevada dimensão de alguns desses problemas, simplificações são usualmente realizadas, como, por exemplo, o uso de análises locais (ARAUJO, 2007).

Esse problema fundamental foi levantado nos primórdios dos estudos realizados na área por BUCKLEY (1964), mostrando como o projeto de estruturas de controle para toda uma planta de processos químicos não constitui uma questão recente. Na concepção do autor, a atividade de controle de processo é a arte de combinar variáveis, fazendo-as trabalhar de forma conjunta para atender aos objetivos deter-

minados. Essa definição ainda norteia filosoficamente os estudos de controle global. De uma maneira geral, LUYBEN *et al.* (1998) definem controle global como a atividade que envolve a definição da instrumentação, da lógica e das estratégias de operação segura, visando ao atendimento dos objetivos do projeto. Diversos são os trabalhos realizados na área de controle global, desde os trabalhos pioneiros conduzidos por BUCKLEY (1964), sendo que o problema permanece como um problema aberto para novas iniciativas.

A área de controle global conta com abordagens baseadas em modelos e baseadas em heurísticas, com enfoque ascendente ou descendente. Com a intenção de facilitar o entendimento das diversas vertentes, alguns autores propuseram classificações dessas técnicas em grupos. Para ANTELO *et al.* (2007), de um modo geral, as técnicas de controle global podem ser divididas em três grandes classes, como descrito abaixo:

- Técnicas baseadas na teoria de controle e modelagem, fundamentadas na modelagem matemática, otimização e técnicas de controle robusto. Nessa classe de técnicas, um problema de otimização não linear de grandes dimensões é formulado e resolvido;
- Técnicas baseadas no conhecimento do processo, em que o problema é decomposto em subproblemas de menores dimensões com auxílio de heurísticas;
- Técnicas híbridas, que utilizam características das duas classes anteriores.

A Figura 2.1 mostra a divisão de algumas técnicas de definição de estruturas de controle de acordo com a divisão acima proposta.

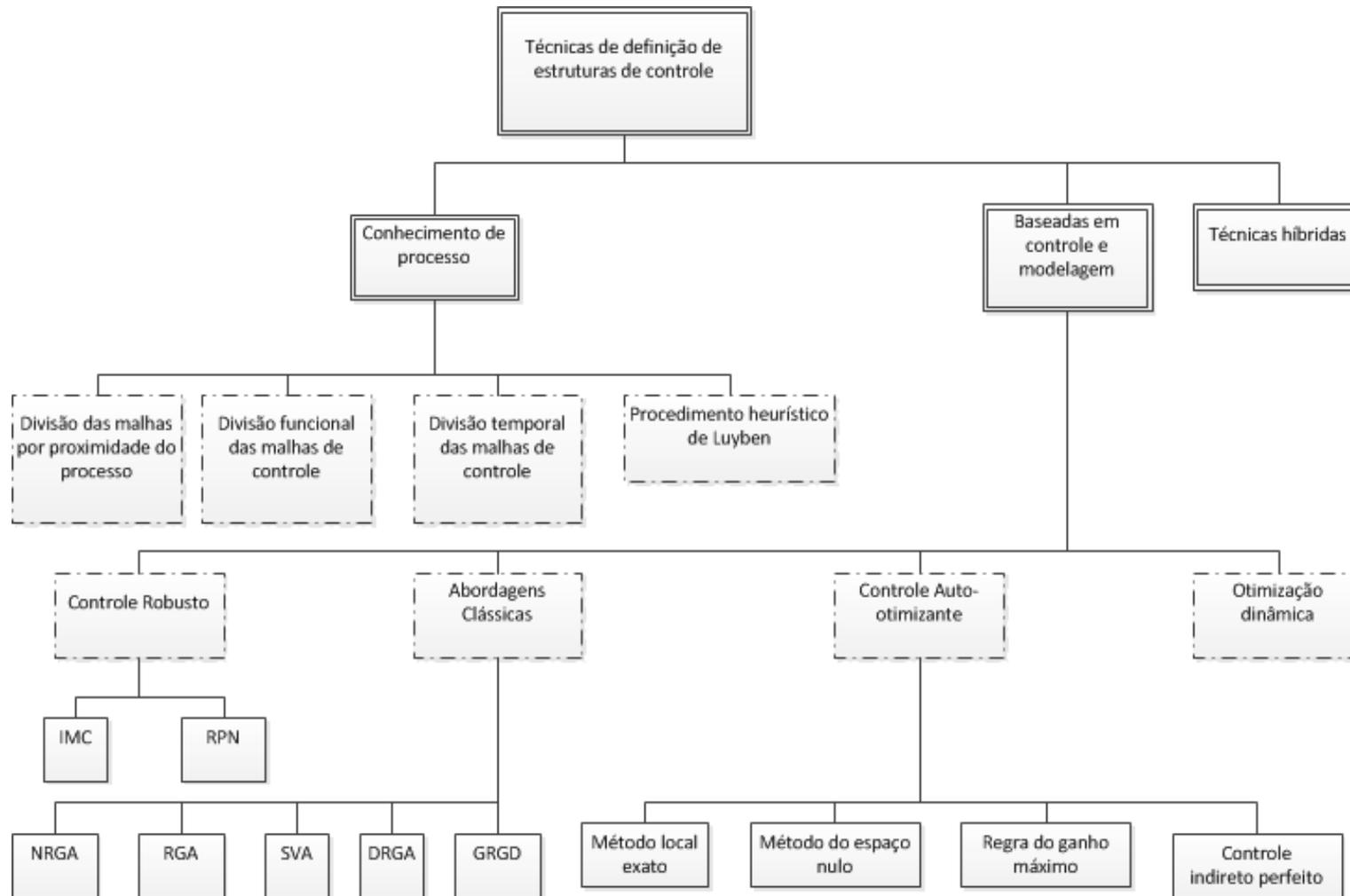


Figura 2.1: Divisão das técnicas de definição de estruturas de controle (Adaptado de ANTELO *et al.* (2007)).

Outra forma de classificar as diversas metodologias existentes na área de controle global leva em conta o sentido de análise e de projeto (ÅSTRÖM e WITTENMARK, 1997), como proposto a seguir.

- Ascendentes (*bottom-up*), que tratam inicialmente os subproblemas, solucionando dentro desses subproblemas questões que envolvem primeiramente os problemas estruturais e posteriormente as especificações desejadas. Os requisitos globais são resolvidos iterativamente por meio da combinação/inserção dos subsistemas, até que o objetivo final seja atingido;
- Descendentes (*top-down*), em que o passo inicial é a definição do problema de controle global, que consiste em definir as variáveis medidas, as variáveis controladas, as variáveis manipuladas e os objetivos de controle. O problema é dividido em problemas menores, sendo solucionado iterativamente até que um critério específico seja atendido.

Uma ampla discussão sobre a melhor forma de classificar as metodologias de controle global pode ser encontrada no trabalho de VASUDEVAN *et al.* (1997). Na presente revisão bibliográfica é utilizada a divisão proposta por ANTELO *et al.* (2007), por facilitar a inserção das técnicas propostas nesse trabalho nas classes já definidas.

2.2 Técnicas baseadas no conhecimento do processo

Projetos de estruturas de controle baseadas somente no conhecimento do processo são vastamente utilizadas na indústria e apresentam características muito interessantes para aplicações práticas. Grande parte dessas técnicas divide o problema de forma hierárquica segundo algum critério, como mostrado a seguir.

- **Divisão das malhas de controle por proximidade no processo**
 - Esta técnica propõe a divisão da unidade de processo e o projeto dos controles para cada subdivisão da planta. Após essa etapa, são realizadas as integrações de cada uma das subdivisões com as demais (UMEDA *et al.*, 1978).
- **Divisão funcional das malhas de controle**
 - Esta técnica propõe que os controles sejam separados em função dos objetivos perseguidos, como o balanço de energia, a produção, o controle de inventário e a qualidade de produto (BUCKLEY, 1964);

- Para isso são definidas regiões bem estabelecidas de controle, como para a produção, os reciclados, os balanços de energia e os balanços de material (LUYBEN *et al.*, 1998);
- De forma conveniente, as malhas de controle são divididas em camadas regulatória e supervisória (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).

- **Divisão temporal das malhas de controle**

- Esta técnica propõe a divisão das malhas de controle de acordo com a dinâmica do processo, tratando inicialmente as malhas mais rápidas, como por exemplo as vazões, e posteriormente as mais lentas, geralmente ligadas à qualidade de produto (MCAVOY, 1994);
- Como consequência, este tipo de abordagem agrupa então partes do processo em função do horizonte de tempo (STEPHANOPOULOS e NG, 2000).

2.2.1 Procedimento Heurístico de Luyben

Como um dos autores mais ativos no ramo de definição de estruturas de controle baseada no conhecimento do processo, LUYBEN *et al.* (1998) descreveram como principais objetivos do controle global:

- Operação do processo segura e suave;
- Rejeição das condições de operação inseguras;
- Minimização de emissões ambientais inesperadas;
- Operação da planta em modo automático, minimizando a necessidade de atenção da equipe de operação;
- Robustez no controle de qualidade de produto frente a perturbações;
- Transição rápida durante mudanças de taxas de produção e de qualidade de produto.

A integração de processos em projetos de engenharia é por muitas vezes realizada em etapas anteriores à definição da estrutura de controle, sendo necessária a adaptação dessa estrutura em função do cenário criado. Segundo LUYBEN *et al.* (1998), a necessidade do controle global surge como função de três requisitos da integração de processo:

- Reciclo de material;

- Integração energética;
- Inventário de componentes químicos.

Para a resolução desse problema complexo, criado em grande parte pela integração de processo, LUYBEN *et al.* (1998) propuseram uma abordagem para resolver questões relacionadas ao controle da qualidade de produtos, ao gerenciamento dos gastos de energia, à reposição de reagentes e ao controle da taxa de produção, sempre levando em consideração as leis fundamentais de conservação de massa e energia do processo. O procedimento proposto deve ser realizado em nove passos:

1. Definir os objetivos do controle;
2. Estabelecer os graus de liberdade disponíveis para o controle;
3. Definir a forma de gerenciamento do gasto de energia;
4. Definir as taxas de produção;
5. Estabelecer as restrições ligadas à segurança, qualidade de produto, operação e meio ambiente;
6. Fixar nos controles de inventários e ciclos ao menos uma das vazões;
7. Verificar os balanços por componentes;
8. Determinar o controle das unidades operacionais individuais;
9. Otimizar economicamente e proceder à verificação dinâmica da controlabilidade.

Essa metodologia foi aplicada na definição da estrutura de controle nas plantas de processo de obtenção do monômero de acetato vinílico, na planta do processo de Tennessee Eastman e na planta de processo de Hidrodesalquilação (HDA) (LUYBEN *et al.*, 1997).

2.2.2 Análise Crítica

Técnicas baseadas no conhecimento do processo, ou filosofias de processo, permeiam as decisões de projeto no ambiente industrial, mesmo que muitas vezes de forma indireta. A segmentação das unidades industriais por critérios funcionais ou por proximidade “geográfica” é bastante usada como forma sistemática para obtenção da estrutura de controle global. No meio industrial, os critérios temporais são comumente utilizados na última etapa de preparação para o correto funcionamento da unidade industrial, a etapa das sintonias das malhas de controle; porém,

na prática esses critérios são pouco usados na etapa de concepção da estrutura de controle.

Um dos pontos frágeis dessa classe de métodos é a possibilidade de inserção de subjetividade na etapa de projeto, devido ao baixo nível de especificação do desempenho quantitativo da estrutura global. A subjetividade, implícita devido ao não uso de modelos matemáticos, pode gerar distorções em alguns casos, podendo mascarar o real objetivo global da estrutura de controle. De um modo geral, o sucesso dessas técnicas depende excessivamente da qualidade do profissional que executa a atividade de definição da estrutura de controle global, sendo difícil de generalizar e de sistematizar.

2.3 Técnicas baseadas na teoria de controle e modelagem

O estudo do problema de controle global foi realizado unicamente com auxílio de procedimentos heurísticos durante muitos anos, em parte pela deficiência das técnicas de controle e otimização, das ferramentas e, em alguns casos, dos modelos de processo existentes na época. No início da década de 1980 surgiram estudos que abordaram o problema de uma forma mais quantitativa, como descrito nos trabalhos de MORARI *et al.* (1980) e DOUGLAS (1982) *apud* OGUNNAIKE (1996). As metodologias baseadas em teoria de controle e modelagem apresentam um grande apelo acadêmico, sendo amplamente estudadas atualmente.

Para a solução dessa classe de problemas, são utilizadas técnicas de otimização, modelagem e, em alguns casos, controle robusto. O problema de pareamento entre variáveis controladas e manipuladas, base para a definição da estrutura de controle, apresenta carácter combinatorial, fato que impossibilita o uso de procedimentos rudimentares de otimização. O tratamento de problemas de grandes dimensões por meio de modelos dinâmicos (SHARIFZADEH e THORNHILL, 2011) e pareamentos discretos (CAO e KARIWALA, 2009; KARIWALA e CAO, 2008) une ramos complexos da área de otimização, como otimização dinâmica, otimização não-linear e otimização discreta mista. Para tornar factível a resolução desses problemas de otimização, são necessárias simplificações, como, por exemplo, a pré-seleção de variáveis candidatas a variáveis controladas, o uso de linearização de modelos não lineares complexos e o uso de modelos estáticos. A aproximação dos modelos não-lineares dinâmicos por modelos estáticos e linearizados localmente é usada em diversas técnicas de resolução do problema de controle global (ALSTAD, 2005; HALVORSEN *et al.*, 2003; SKOGESTAD, 2000).

2.3.1 Abordagens Clássicas

Nessa seção são apresentados métodos lineares baseados na sensibilidade entre as entradas e saídas do processo. Dentre essas técnicas de pareamento entre variáveis controladas e manipuladas, a análise da matriz RGA é uma das mais populares (CHEN *et al.*, 1994; CHIU e ARKUN, 1991; REYES *et al.*, 2015; VU *et al.*, 2014).

A matriz de ganhos relativos RGA é largamente utilizada para a definição do pareamento entre as variáveis controladas e manipuladas, pois permite visualizar a interação entre essas variáveis e a necessidade de desacoplamentos. O cálculo de cada elemento da RGA é definido como a razão adimensional de dois ganhos de estado estacionário (BRISTOL, 1966):

$$g_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_u}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_y} = \frac{\text{ganho de malha aberta}}{\text{ganho de malha fechada}}. \quad (2.1)$$

O ganho de malha aberta é calculado com todas as variáveis manipuladas, exceto u_j , constantes. Já o ganho de malha fechada é calculado com todas as variáveis controladas constantes, exceto y_i . A interpretação de cada elemento da matriz RGA pode ser feita do seguinte modo (SEBORG *et al.*, 2004):

- Caso $g_{ij} = 1$, o pareamento entre variável controlada e manipulada pode ser realizado, pois a variável controlada é sensível à variável manipulada e não existe interação com outras malhas;
- Caso $g_{ij} = 0$, o pareamento entre variável controlada e manipulada não deve ser feito, pois a variável controlada não é sensível à variável manipulada;
- Caso $g_{ij} < 0$, o comportamento em malha fechada é contrário ao comportamento em malha aberta, havendo interação entre malhas e não sendo recomendado o pareamento;
- Caso $g_{ij} > 1$, outro controlador em malha fechada reduz o ganho entre a variável manipulada e a controlada em questão. Quando g_{ij} é muito grande, é impossível controlar as duas saídas simultaneamente;
- Caso $0 < g_{ij} < 1$, o ganho em malha fechada é maior que o ganho em malha aberta, sendo mais recomendado o pareamento para valores superiores a 0.5.

Uma das formas de cálculo da matriz **RGA** é o produto de Schur (elemento por elemento) da matriz de ganhos (**G**) (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005),

$$\mathbf{RGA} = \mathbf{G} \otimes (\mathbf{G}^{-1})^T. \quad (2.2)$$

CHANG e YU (1990) criaram um método equivalente ao RGA, adequado para sistemas não quadrados, em que o número de candidatas a variáveis controladas é maior que o número de variáveis manipuladas, chamado de NRGGA. Essa matriz pode ser definida de forma semelhante ao RGA, mas utilizando a pseudo-inversa¹ \mathbf{G}^+ ,

$$\mathbf{NRGGA} = \mathbf{G} \otimes (\mathbf{G}^+)^T. \quad (2.3)$$

As somas dos elementos das colunas dessa matriz estão relacionadas com a soma dos erros quadráticos das variáveis em regime permanente (SSE), sendo que as colunas com menor soma levam a um menor SSE (CHANG e YU, 1990).

A análise de valor singular (SVA) é outro método utilizado para a avaliação de sistemas não quadrados, também empregado para o pareamento de variáveis (DOWNS e MOORE, 1981). A razão entre o maior valor singular ($\bar{\sigma}$) e o menor valor ($\underline{\sigma}$) de uma certa matriz quadrada é chamada de número de condicionamento (γ_{sv}),

$$\gamma_{sv} = \frac{\bar{\sigma}}{\underline{\sigma}}. \quad (2.4)$$

Números de condicionamento elevados indicam mau condicionamento da matriz, refletindo a baixa sensibilidade e a baixa robustez da estrutura de controle. Na maioria dos casos, a rejeição dos distúrbios é um dos fatores primordiais de uma estratégia de controle; porém, a escolha inadequada do pareamento entre variáveis controladas e manipuladas pode levar a problemas nesse requisito.

Uma outra alternativa para a análise dos possíveis pareamentos entre variáveis controladas e manipuladas é análise via DRGA, que é o equivalente dinâmico da análise de RGA. O cálculo de g_{ij} deve ser realizado para cada frequência, sendo um possível pareamento o que apresenta valores de $0.5 \leq g_{ij}(\omega) \leq 1$ para toda a faixa de frequências de operação da malha de controle (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).

A análise da matriz de ganhos relativos dos distúrbios (GRGD) pode constituir uma alternativa para a avaliação dos efeitos dos distúrbios. Nesse caso, cada elemento dessa matriz pode ser definido como,

$$grgd_{ij} = \frac{\text{efeito do distúrbio em malha fechada}}{\text{efeito do distúrbio em malha aberta}}. \quad (2.5)$$

Essa técnica pode ser usada como um complemento de outros métodos, para a avaliação da capacidade de rejeição aos distúrbios do pareamento proposto entre

¹Matriz pseudo-inversa é uma generalização da matriz inversa para matrizes não quadradas (HORN e JOHNSON, 1985).

variáveis controladas e manipuladas (MOLINA *et al.*, 2011).

Os métodos abordados nessa seção têm sido utilizados com êxito em diversos casos práticos para definição de estruturas de controle, como por exemplo, na definição da estrutura de controle de unidades de tratamento de águas (VU *et al.*, 2014) e de unidades de destilação (DOWNS e MOORE, 1981), porém não são gerais. Em alguns casos estudados na literatura, em que os modelos são incertos e existem graus de liberdade excedentes, essas metodologias não solucionam totalmente o problema de pareamento entre variáveis controladas e variáveis manipuladas (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). Essa deficiência abriu espaço para o desenvolvimento de diversas técnicas baseadas em desempenho robusto, princípios econômicos e divisão das malhas de controle em camadas, como no caso do controle auto-otimizante (SKOGESTAD, 2000), como descrito adiante.

2.3.2 Controle Robusto

Sistemas de controle insensíveis às diferenças entre o modelo de processo, utilizado para o projeto de controle, e o processo real são chamados de robustos (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). A área de controle robusto é de grande interesse em sistemas ($\mathbf{G}(s)$) que apresentam incertezas de modelagem (Δ). De forma esquemática, um sistema desse tipo pode ser representado de acordo com a Figura 2.2.

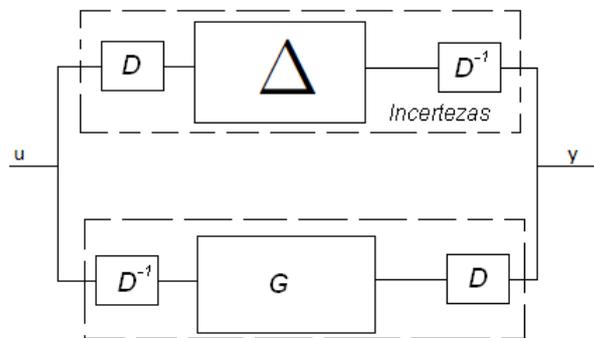


Figura 2.2: Malha de controle com incertezas (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005).

As técnicas de controle robusto utilizam como ideia central a condição de estabilidade e a distância da planta do limite de instabilidade. Semelhantemente ao conceito de margem de ganho para sistemas SISO, onde a estabilidade em malha fechada é garantida caso o ganho de malha aberta do sistema seja menor que a unidade (OGATA, 2011), para o caso MIMO, normas da matriz de ganhos ($\mathbf{G}(s)$) podem ser utilizadas para avaliações semelhantes.

Uma das possíveis formas de avaliar a robustez de um sistema MIMO é utilizando a norma-2 (HORN e JOHNSON, 1985), sendo nesse caso a condição de estabilidade

nominal definida de acordo Teorema (2.3.1) (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005):

Teorema 2.3.1 *Um sistema nominalmente estável $\mathbf{G}(s)$ e com suas incertezas $\Delta(s)$ estáveis, satisfazendo a condição $\|\Delta\|_\infty \leq 1$, é estável se e somente se,*

$$\bar{\sigma}(\mathbf{G}(j\omega)) < 1, \forall \omega. \quad (2.6)$$

Para retratar a robustez, é comum que as diversas técnicas já propostas utilizem índices, que representam a distância entre os pontos de operação e uma instabilidade oriunda de um erro de modelagem. A ideia de robustez é utilizada para o projeto das estruturas de controle, como também para a sintonia dos controladores (PEREZ, 2012).

A condição $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ pode ser arbitrada por meio da escolha adequada de uma matriz de escalonamento D . Dessa forma, a análise de estabilidade de um sistema, com o uso do Teorema (2.3.1), é transformada em,

$$\bar{\sigma}(\mathbf{D} \cdot \mathbf{G}(j\omega) \cdot \mathbf{D}^{-1}) < 1, \forall \omega. \quad (2.7)$$

MORARI e LEE (1990) estudaram a definição da estrutura global de controle de uma coluna de destilação de alta pureza, cujo o modelo é ilustrado na Figura 2.3. Para a representação da planta e suas incertezas, foi utilizado um modelo proposto por DOYLE (1984), em que as incertezas são representadas no bloco Δ . O bloco \mathbf{W}_d representa a ponderação das perturbações d e o bloco \mathbf{W}_p representa a ponderação do desempenho. A planta é modelada pelo bloco da matriz multivariável e o controlador é modelado pelo bloco K . A Figura 2.3 ilustra o diagrama usado nesse estudo.

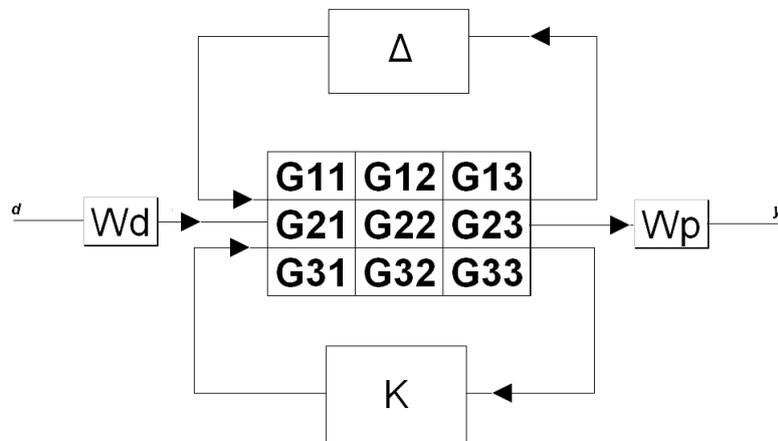


Figura 2.3: Malha de controle com incertezas proposta por DOYLE (1984).

Para a avaliação das diversas possibilidades de estruturas de controle, foram utilizados controladores IMC (Controlador de Modelo Interno) (MORARI e ZAFIRIOU, 1989). Cada possível estrutura foi testada e eliminada ou selecionada com o auxílio da métrica de robustez baseada no ínfimo ² da métrica,

$$\inf_{\mathbf{D} \in \mathbf{D}_{rp}} \left[\mathbf{D}(\mathbf{N}_{11} - \mathbf{N}_{12} \mathbf{Q}_{IMC} \mathbf{E}_{IMC} \mathbf{N}_{21})|_{z=1} \mathbf{D}^{-1} \right] \geq 1. \quad (2.8)$$

em que \mathbf{N} é a matriz,

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \hline \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_p & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{I} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc|c} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{13} \\ \hline \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} & \mathbf{G}_{23} \\ \hline \mathbf{G}_{31} & \mathbf{G}_{32} & \mathbf{G}_{33} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc|c} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_d & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{I} \end{array} \right], \quad (2.9)$$

fracionada com aplicação da técnica de LFT (Transformações Lineares Fracionárias) (BROWN e CHURCHILL, 2004), e \mathbf{Q}_{IMC} e \mathbf{E}_{IMC} representam os controladores.

TRIERWEILER e ENGELL (1997) desenvolveram uma metodologia para avaliação da robustez do sistema de controle, do pareamento e do controlador, baseado no inverso da resposta em malha aberta da planta, denominado RPN (Número de Performance Robusta). O RPN é a medida de como é potencialmente difícil a planta atingir o desempenho robusto desejado, sendo a melhor escolha, em termos de robustez, a que possuir menor valor do índice. Esse índice contabiliza o valor máximo da expressão:

$$\kappa(\mathbf{G}, \mathbf{T}, \omega) = \sqrt{\bar{\sigma} \left[\left(\mathbf{I} - \mathbf{T}(j\omega) \right) \mathbf{T}(j\omega) \right] \left[\gamma^* \left(\mathbf{G}(j\omega) \right) + \frac{1}{\gamma^* \left(\mathbf{G}(j\omega) \right)} \right]}, \quad (2.10)$$

em que $\gamma^* \left(\mathbf{G}(j\omega) \right)$ representa o número de condicionamento mínimo na frequência (ω) considerando somente a parte imaginária (j), \mathbf{T} é a função de transferência da sensibilidade complementar,

$$\mathbf{T}(j\omega) = -\frac{\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega)}{1 + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{K}(j\omega)}, \quad (2.11)$$

e $\bar{\sigma} \left[\left(\mathbf{I} - \mathbf{T}(j\omega) \right) \mathbf{T}(j\omega) \right]$ é o valor singular máximo da expressão $\left(\mathbf{I} - \mathbf{T}(j\omega) \right) \mathbf{T}(j\omega)$. Essa metodologia foi aplicada com êxito em uma coluna de destilação piloto.

O uso de técnicas de controle robusto é interessante para projetos de estruturas de controle, pois essas técnicas levam em consideração as incertezas inerentes à fase de projeto de uma planta industrial. A robustez é uma forma conservadora

²Ver definição de valor ínfimo no Apêndice A.

para o atendimento do critério mais relevante de uma estrutura de controle, que é a estabilidade. Como acontece em outras metodologias que atendem a um único objetivo, no entanto, os requisitos mínimos necessários de outros critérios, como critérios econômicos, podem não ser atendidos.

2.3.3 Controle Auto-Otimizante

A base do controle auto-otimizante é encontrar uma estrutura de controle que, mesmo sob a influência de perturbações, mantenha a planta nas proximidades do ponto ótimo de operação. Para MORARI *et al.* (1980), os objetivos de manter algumas variáveis em torno de seus *setpoints* podem ser divididos em econômicos e operacionais. Os objetivos econômicos estão associados à lucratividade da planta e devem ser satisfeitos somente quando os objetivos operacionais já estiverem sido satisfeitos, sendo necessários graus de liberdade disponíveis para o atendimento desses critérios. Já os objetivos operacionais estão ligados à qualidade de produtos, à segurança, à preservação do meio ambiente e às exigências operacionais.

SKOGESTAD (2000) propôs uma metodologia para a resolução do problema de controle global, utilizando a abordagem auto-otimizante, por meio da execução de um procedimento composto por cinco etapas:

1. Seleção das variáveis controladas;
2. Seleção das variáveis manipuladas;
3. Seleção das medições para controle, incluindo estabilização;
4. Seleção da estrutura de controle, que relaciona as variáveis controladas e manipuladas;
5. Seleção do tipo do controlador (PID, Controle Preditivo, etc).

De acordo com esse procedimento, as três primeiras etapas devem ser realizadas manualmente, utilizando o conhecimento do processo. A quarta etapa deve ser realizada manualmente de forma parcial. As variáveis ligadas ao bom funcionamento do controle regulatório, como, por exemplo, níveis, algumas pressões e vazões, devem ser pareadas utilizando o conhecimento do processo, reduzindo o número de variáveis manipuladas disponíveis para a camada econômica. Para o pareamento das variáveis restantes, caso existam, devem ser realizadas duas otimizações: uma para encontrar o ponto de operação ótimo e outra para a solução do pareamento das variáveis controladas e manipuladas que restaram. Na primeira otimização, o método deve utilizar uma função custo J que define matematicamente a qualidade da operação.

O ponto de operação de mínimo custo é utilizado como referência para a segunda otimização, sendo que o problema de otimização apresenta a seguinte formulação:

$$\min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) \quad (2.12)$$

sujeito a,

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) = 0, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) \leq 0. \quad (2.14)$$

Onde \mathbf{G} e \mathbf{Z} são o modelo da planta e as restrições de processo, respectivamente, em função das variáveis de estados (\mathbf{x}), das variáveis manipuladas (\mathbf{u}) e das variáveis de distúrbios (\mathbf{d}).

As p restrições ativas desse problema de otimização devem ser controladas, pareando p variáveis manipuladas, para evitar que as restrições sejam violadas. As variáveis manipuladas restantes devem ser pareadas utilizando o critério auto-otimizante, retratado pela função de perda \mathbb{L} . A diferença entre a função custo de um determinado ponto operacional com o ponto de mínimo custo é chamada de função perda:

$$\mathbb{L} = J - J_{opt}, \quad (2.15)$$

onde J_{opt} representa o valor da função objetivo no ponto ótimo.

Para SKOGESTAD (2000), a estrutura que atinge uma perda de desempenho aceitável mediante perturbações, com *setpoints* constantes, mesmo sem reotimização, é chamada de auto-otimizável. A Figura 2.4 ilustra duas estruturas de controle: C_1 , com perda aceitável, e C_2 , com perda acima da aceitável.

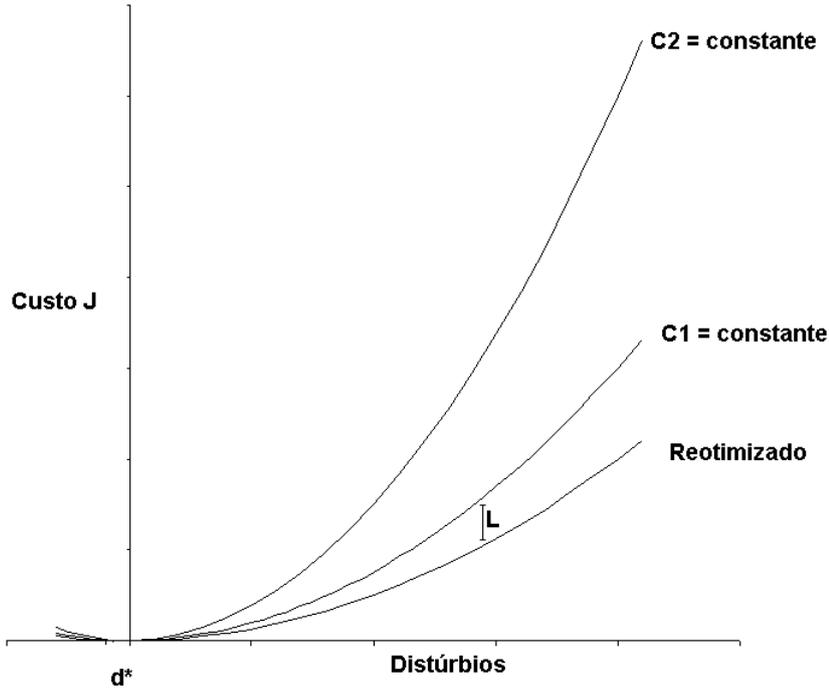


Figura 2.4: Perda imposta por manter constantes os *setpoints* (SKOGESTAD, 2000).

As variáveis auto-otimizantes são encontradas por meio da resolução de um segundo problema de otimização que minimize a função perda,

$$\min_{\mathbf{u}} \mathbb{L} = J - J_{opt}. \quad (2.16)$$

HALVORSEN *et al.* (2003) desenvolveram aproximações para a resolução do problema de otimização relacionado à função de perda, baseada na expansão da série de Taylor em torno do ponto ótimo,

$$J \approx J(u_{opt}) + \mathbf{J}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta \mathbf{u}_{opt} + \frac{1}{2} \Delta^T \mathbf{u}_{opt} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}} \cdot \Delta \mathbf{u}_{opt} + \dots \quad (2.17)$$

Considerando somente os termos das derivadas de primeira ordem em relação às variáveis manipuladas ($\mathbf{J}_{\mathbf{u}}$) e os termos das derivadas de segunda ordem em relação às variáveis manipuladas, a matriz Hessiana ($\mathcal{H}_{\mathbf{uu}}$), a função perda apresenta a seguinte forma,

$$\mathbb{L} = J(u_{opt}) + \mathbf{J}_{\mathbf{u}}^T \cdot \Delta \mathbf{u}_{opt} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_{opt} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}} \cdot \Delta \mathbf{u}_{opt} - J_{opt}, \quad (2.18)$$

$$\mathbb{L} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_{opt} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}} \cdot \Delta \mathbf{u}_{opt}, \quad (2.19)$$

cuja expressão em termos das variáveis controladas é,

$$\mathbb{L} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{c}_{\text{opt}}^T \cdot (\mathbf{G}^{-1})^T \cdot \mathcal{H}_{uu} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{c}_{\text{opt}}, \quad (2.20)$$

onde \mathbf{G} é a matriz de ganhos do processo entre as variáveis controladas \mathbf{c} e as variáveis manipuladas \mathbf{u} . As variáveis controladas podem ser escritas na seguinte forma:

$$\mathbf{n} = \mathbf{c} - \mathbf{c}_{\text{setpoint}}, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{c}_{\text{setpoint}} - \mathbf{c}_{\text{opt}}(\mathbf{d}), \quad (2.22)$$

$$\Delta \mathbf{c}_{\text{opt}} = \mathbf{v} + \mathbf{n}, \quad (2.23)$$

sendo que a aproximação linear da variável de controle nas proximidades do ponto ótimo, considerando os ganhos em relação às variáveis de distúrbio \mathbf{G}_d , pode ser definida na forma:

$$\Delta \mathbf{c} = \mathbf{\Gamma} \cdot \Delta \mathbf{y} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{G}_d \cdot \Delta \mathbf{d}. \quad (2.24)$$

Logo,

$$\mathbf{v} = (\mathbf{G} \cdot \mathcal{H}_{uu}^{-1} \cdot \mathcal{H}_{du} - \mathbf{G}_d) \cdot \Delta \mathbf{d}. \quad (2.25)$$

As variáveis controladas são, portanto, combinações lineares das variáveis medidas, representadas pela matriz $\mathbf{\Gamma}$. No caso discreto, a matriz $\mathbf{\Gamma}$ possui valores nulos em todos os elementos da linha, exceto na variável escolhida. Utilizando a norma-2, a função de perda pode ser reescrita então da seguinte forma,

$$\mathbb{L} = \frac{1}{2} \bar{\sigma} (\mathbf{M})^2, \quad (2.26)$$

$$\mathbf{M} = \mathcal{H}_{uu}^{1/2} \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{G}^y)^{-1} \cdot \left(\mathbf{\Gamma} \cdot \left[\left(\mathbf{G}^y \cdot \mathcal{H}_{uu}^{-1} \cdot \mathcal{H}_{du} - \mathbf{G}_d^y \right) \mathbf{W}_d \quad \mathbf{W}_n \right] \right), \quad (2.27)$$

onde \mathbf{W}_d e \mathbf{W}_n são as matrizes de escalonamento das variáveis ligadas aos distúrbios e aos erros de medição respectivamente. Essa abordagem é denominada de método local exato.

KARIWALA e CAO (2008) desenvolveram um método de otimização específico para a função perda descrita pela Equação (2.26). A técnica foi denominada de *branch and bound bidirecional* e utiliza propriedades dos autovalores da matriz Hessiana \mathcal{H}_{uu} , que podem ser ordenados em função da retirada ou inserção de colunas da matriz. Outra alternativa para a solução da mesma classe de problemas, mas com a introdução de restrições no número de medições disponíveis para determinadas variáveis controladas, é a que faz uso de programação quadrática inteira mista (MIQP) (YELCHURU e SKOGESTAD, 2012).

ALSTAD e SKOGESTAD (2007) propuseram uma metodologia para definição da estrutura de controle semelhante a de HALVORSEN *et al.* (2003), chamada de método do espaço nulo. De acordo com essa técnica, a estrutura de controle desejada é a que minimiza a diferença entre as variáveis controladas no ponto ótimo e em algum ponto próximo, mediante uma variação das perturbações,

$$\mathbf{c} = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{y}, \quad (2.28)$$

definindo que a matriz \mathbf{F} é escrita da seguinte forma,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_0^{opt}}{\partial d_0} & \dots & \frac{\partial y_0^{opt}}{\partial d_{nd}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_{ny}^{opt}}{\partial d_0} & \dots & \frac{\partial y_{ny}^{opt}}{\partial d_{nd}} \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Pode-se escrever as variáveis medidas em função das perturbações usando a aproximação linear,

$$\mathbf{y}^{opt}(\mathbf{d}) - \mathbf{y}^{opt}(\mathbf{d}^*) = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{d}^*), \quad (2.30)$$

sendo a relação equivalente, somente para as variáveis controladas,

$$\mathbf{c}^{opt}(\mathbf{d}) - \mathbf{c}^{opt} = \mathbf{\Gamma} \cdot (\mathbf{y}^{opt}(\mathbf{d}) - \mathbf{y}^{opt}(\mathbf{d}^*)) = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{d}^*). \quad (2.31)$$

Para o espaço nulo, em que a solução reduz para zero a diferença entre as variáveis controladas diante perturbações,

$$0 = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{d}^*). \quad (2.32)$$

Sabendo que a diferença entre as perturbações não é nula, a solução da estrutura de controle está contida na matriz $\mathbf{\Gamma}$, que deve resultar na expressão,

$$\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{0}. \quad (2.33)$$

Outra alternativa para definição da estrutura de controle foi proposta por HORI e SKOGESTAD (2008). A metodologia, denominada de regra do ganho máximo, tem como objetivo encontrar a combinação de variáveis que maximizem o menor valor singular,

$$\mathbf{L}_{max} = \underline{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}}^{-1/2}), \quad (2.34)$$

onde \mathbf{S}_1 é a matriz de escalonamento das variáveis de saída da planta cuja definição é,

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 1/\text{span}(c_0) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \vdots \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1/\text{span}(c_n) \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Sendo o $\text{span}(c_i)$ definido como,

$$\text{span}(c_i) = c_i^{\text{opt}} + |\text{erro implementacao}|. \quad (2.36)$$

De um modo geral, essa técnica possui como objetivo o aumento do menor valor singular, que reduz o número de condicionamento (γ_{sv}), refletindo em robustez e sensibilidade da estrutura de controle. Essa abordagem é semelhante à utilizada por HALVORSEN *et al.* (2003).

HORI *et al.* (2005) desenvolveram uma técnica que é um caso particular de auto-otimização, denominado de controle indireto perfeito. O objetivo desse método é encontrar uma variável secundária que resulte em uma diferença aceitável na variável primária, sob a influência de uma perturbação. Como no ponto de operação a variação da variável controlada é,

$$\Delta \mathbf{c} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{G}_d \cdot \Delta \mathbf{d} \quad (2.37)$$

a variável indireta apresenta-se na forma,

$$\Delta \mathbf{y}_1 = \mathbf{G}_1 \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{G}_{d1} \cdot \Delta \mathbf{d}, \quad (2.38)$$

Assim, a variável indireta, em função da variável controlada, pode ser definida de acordo com a seguinte expressão,

$$\Delta \mathbf{y}_1 = \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{c} + (\mathbf{G}_{d1} - \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{G}_d) \cdot \Delta \mathbf{d}. \quad (2.39)$$

A variável indireta escolhida é a que reduz ao mínimo a parcela relacionada ao distúrbio,

$$\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{G}^{-1} = \mathbf{G}_{d1} \cdot \mathbf{G}_d^{-1}. \quad (2.40)$$

Muitos métodos apresentados fazem uso das hessianas $\mathcal{H}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$ e $\mathcal{H}_{\mathbf{d}\mathbf{u}}$. No entanto, o cálculo destas matrizes pode dificultar o uso de algumas técnicas voltadas para estruturas auto-otimizantes. O trabalho de HORI e SKOGESTAD (2008) estudou a possibilidade de simplificar os métodos com o uso de uma matriz diagonal, ao invés da hessiana, que poderia ser encarada como uma ponderação. Utilizando as

desigualdades entre os valores singulares,

$$\underline{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}}^{-1/2}) \geq \underline{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G}) \cdot \underline{\sigma}(\mathcal{H}_{\mathbf{uu}}^{-1/2}), \quad (2.41)$$

$$\bar{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G} \cdot \mathcal{H}_{\mathbf{uu}}^{-1/2}) \geq \bar{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G}) \cdot \underline{\sigma}(\mathcal{H}_{\mathbf{uu}}^{-1/2}). \quad (2.42)$$

é possível estimar os limites aos quais o valor máximo da perda está restrito,

$$\frac{\underline{\sigma}(\mathcal{H}_{\mathbf{uu}})}{2(\underline{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G}))^2} \leq \mathbb{L}_{max} \leq \frac{\bar{\sigma}(\mathcal{H}_{\mathbf{uu}})}{2(\underline{\sigma}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{G}))^2}. \quad (2.43)$$

No caso em que a razão entre os dois limites tende à unidade, é possível utilizar uma matriz diagonal em substituição à matriz hessiana. Essa constatação reduz consideravelmente o número de simulações executadas, da ordem de $n_u^2 - n_u$, sendo n_u o número de variáveis manipuladas.

A mudança das restrições ativas em função das perturbações é bastante frequente em exemplos práticos, sendo esse um complicador para o uso de técnicas locais. MANUM e SKOGESTAD (2012) criaram uma forma de identificação das restrições ativas em função das perturbações, utilizando funções descritivas. A função descritiva identifica qual é a restrição ativa no momento, sinalizando a necessidade de reestimação da matriz da estrutura de controle. Essa matriz é recalculada por meio do método do espaço nulo. Trabalho semelhante, porém utilizando diferentes cenários operacionais para a identificação das restrições ativas, foi desenvolvido por DUTRA (2012).

Essa classe de metodologias já foi aplicada em reatores de polimerização (DUTRA, 2012), em unidades de hidrodessalquilação (ARAUJO, 2007), em unidades de transalquilação e desproporcionamento de tolueno (KLAFKE, 2011) e em unidades de hidrodessulfurização de diesel (SAYALERO *et al.*, 2012).

O controle auto-otimizante não constitui uma alternativa para o RTO (*real time optimization*) ou outras metodologias de controle ótimo em sua forma original, mas uma técnica complementar, pois não utiliza as informações da mudança das restrições ativas na definição da estrutura de controle. Entretanto, selecionando variáveis controladas apropriadas, é possível reduzir ou eliminar a atualização dos *setpoints* ou a necessidade de reotimização, pois os valores ótimos das variáveis auto-otimizantes são pouco sensíveis às perturbações (ARAUJO, 2007).

2.3.4 Otimização Dinâmica

O uso de técnicas de otimização dinâmica para a definição da estrutura de controle de uma planta é uma forma de resolver essa classe de problemas com um grau de simplificações bastante reduzido, em relação às técnicas que utilizam somente in-

formações de modelos estáticos. Metodologias baseadas em modelos dinâmicos, ao contrário das técnicas baseadas em estado estacionário, não requerem que a planta industrial opere nas proximidades do ponto ótimo de operação (GROS *et al.*, 2009). Essa característica é interessante, pois nem sempre as plantas de processo operam nas proximidades dessas regiões. Com o uso de modelos dinâmicos são adicionados aspectos referentes à trajetória dos estados no tempo e os possíveis efeitos de cada estrutura na trajetória, os quais não são observados com o uso de modelos estáticos.

VISSER *et al.* (2000) propuseram uma metodologia de controle baseada em reatualização e otimização dinâmica. Nessa técnica, a trajetória ótima dos estados é definida pela solução do problema de controle ótimo. Nesse caso, o problema de controle ótimo é resolvido de forma indireta, por meio da resolução do hamiltoniano (KIRK, 2004), com o uso das condições de mínimo de Pontryagin (COURANT e HILBERT, 1989). As trajetórias são calculadas para pequenos trechos, sendo a trajetória total composta pela concatenação de cada trecho. Para cada trecho do problema são encontradas as variáveis de saída $\mathbf{u}(t)$, as medições $\mathbf{y}(t)$ ou os estados $\mathbf{f}(\mathbf{y})$ mais apropriados para que a ação *feedback*,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}(t).\mathbf{f}(\mathbf{y}), \quad (2.44)$$

consiga solucionar o problema servo entre o ponto inicial e final da trajetória de cada trecho.

ZHOU *et al.* (2015) e DE LEON *et al.* (2003) utilizaram uma metodologia integrada em que é realizado o projeto de definição de estrutura de controle, a sintonia de controladores e a otimização do processo, em que poucas simplificações são utilizadas para a solução do problema de otimização. Essa metodologia foi aplicada a um reator CSTR semelhante ao reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964).

MOLINA *et al.* (2011) desenvolveram uma metodologia de controle global baseada em uma extensão do conceito teórico da matriz de ganho relativo não quadrada (**NRG**) e da matriz de ganhos relativos dos distúrbios (**GRDG**) com o intuito de realizar o pareamento, focando no comportamento servo e regulatório. Nesse método, o problema de controle global foi transformado em um problema de otimização, solucionado via algoritmo genético, com o intuito de minimizar a seguinte métrica:

$$SSD_{yr} = \sum_{i=1}^n \|e_{sp}(i)\|_2^2 + \sum_{j=1}^p \|e_d(j)\|_2^2, \quad (2.45)$$

em que $e_{sp}(i)$ e $e_d(j)$ são elementos dos vetores de desvio correspondentes à saída \mathbf{y}_r , em seu ponto nominal de operação, quando aplicado um degrau unitário no *setpoint* i e no distúrbio j . Uma expressão equivalente para a métrica, mas com a

possibilidade de priorizar algumas das variáveis controladas, é:

$$SSD_{yr} = tr(\mathbf{\Lambda}_1^2 \cdot \mathbf{S}_{sp}^T \cdot \mathbf{\Lambda}_2^2 \cdot \mathbf{S}_{sp}) + tr(\mathbf{\Theta}_1^2 \cdot \mathbf{S}_d^T \cdot \mathbf{\Theta}_2^2 \cdot \mathbf{S}_d), \quad (2.46)$$

sendo \mathbf{tr} traço da matriz ³, \mathbf{S}_{sp} e \mathbf{S}_d , os ganhos de processo em relação aos *setpoints* e em relação aos distúrbios respectivamente, ponderados por $\mathbf{\Lambda}$ e $\mathbf{\Theta}$ em função dos objetivos de projeto. A metodologia proposta por MOLINA *et al.* (2011) foi aplicada com sucesso no problema de controle da planta de Tennessee Eastman (DOWNS e VOGEL, 1993).

2.3.5 Abordagem Multiobjetivo

O número de trabalhos que utilizam uma abordagem multiobjetivo é relativamente reduzido, apesar do projeto de estruturas de controle baseados em um enfoque multiobjetivo constituir uma escolha intuitiva.

KARIWALA e CAO (2012) desenvolveram uma metodologia de definição de estruturas de controle baseado no método de otimização *branch and bound* (CAO e KARIWALA, 2009) adaptado para dois objetivos, um objetivo fundamentado na seleção das variáveis controladas e outro no pareamento entre variáveis controladas e variáveis manipuladas. Para a seleção das variáveis controladas foi utilizado o método de análise do valor singular (DOWNS e MOORE, 1981) e para o pareamento entre as variáveis manipuladas e as variáveis controladas foi utilizado o método de medição de interação para sistemas descentralizados desenvolvido por GROSDIDIER e MORARI (1986). Os dois critérios são utilizados para criar o conjunto ótimo de pareto (COSTA, 2009) das possíveis estruturas de controle que atendam aos dois objetivos. Essa metodologia foi aplicada na definição de estruturas de controle de uma unidade de Hidrodesalquiação (HDA).

SHARIFZADEH e THORNHILL (2011) desenvolveram um método em que a seleção das variáveis controladas segue os critérios de minimização de perdas econômicas, da manipulação das entradas, da variação das saídas e das mudanças nos estados do processo, agregadas em uma única função objetivo. A seleção inicial das variáveis de controle que entram no processo de otimização exclui as variáveis ligadas às restrições, pois são pré-selecionadas, como no método de SKOGESTAD (2000). De acordo com esse procedimento, foi utilizado um simulador comercial, não-linear e baseado em primeiros princípios. O processo de otimização foi realizado via algoritmo genético. Esse método foi aplicado com sucesso para o controle de uma unidade de hidrogenação de gasolina de pirólise. A Figura 2.5 ilustra o procedimento proposto por SHARIFZADEH e THORNHILL (2011).

³Ver a definição de traço da matriz no Apêndice A.

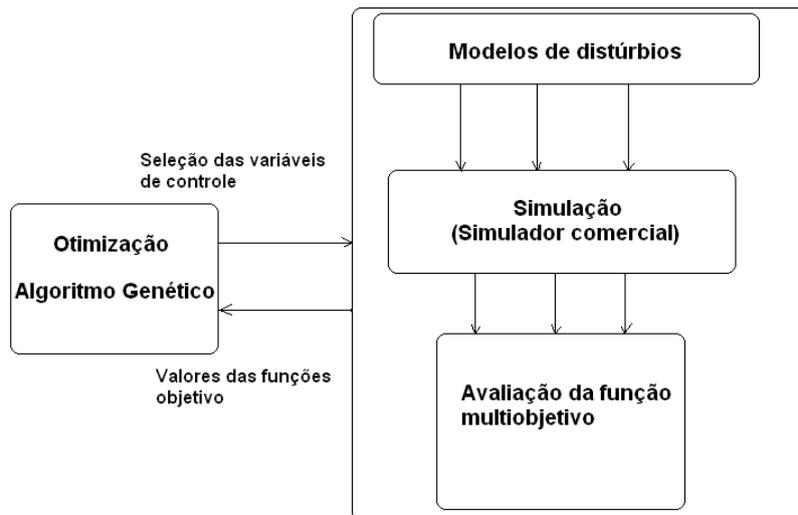


Figura 2.5: Procedimento multiobjetivo para a seleção de estruturas de controle (SHARIFZADEH e THORNHILL, 2011).

2.3.6 Análise Crítica das Técnicas Baseadas em Modelos e Teoria de Controle

As técnicas baseadas em modelos e teoria de controle apresentam em comum a intenção de quantificar o desempenho desejado da planta e do sistema de controle. Essa quantificação pode utilizar critérios de sensibilidade, econômicos, de estabilidade ou outro, em função das prioridades do projeto. Parte dessas técnicas inclui implícita ou explicitamente um enfoque multiobjetivo, que também é procurado qualitativamente em alguns métodos heurísticos. Na maioria das plantas industriais os critérios de estabilidade e econômicos são prioritários, pois estão ligados à operação segura da planta de processo e ao objetivo fim de qualquer unidade industrial: resultar em lucro financeiro. Entretanto, poucas técnicas explicitam o problema de controle global como multiobjetivo, como no caso de SHARIFZADEH e THORNHILL (2011), não sendo possível a quantificação dos objetivos secundários. Na fase de projeto de unidades industriais, o grau de incertezas presentes é bastante elevado, não sendo por muitas vezes conhecidas as respostas dinâmicas desses sistemas, nem mesmo a sensibilidade entre as variáveis manipuladas e controladas. Por essa razão, a robustez é um requisito interessante para a definição e posterior bom funcionamento da estrutura global.

2.4 Avaliação Global

Como mostrado brevemente nesse Capítulo, existem diversas metodologias para a definição da estrutura de controle de plantas de processos químicos. Em comum,

todas as técnicas tentam de alguma forma minimizar ou maximizar métricas. Entretanto, não existe um consenso de quais métricas devem ser avaliadas, mesmo as relacionadas à estabilidade. Outro ponto de divergência entre as técnicas citadas nesse Capítulo é o grau de refinamento necessário nos modelos utilizados como referência para a obtenção da estrutura de controle. Muitas técnicas usadas para a obtenção de estruturas de controle não utilizam informações da dinâmica do processo ou usam modelos linearizados, com a intenção de reduzir a complexidade do problema, mesmo com o efeito colateral de negligenciar informações potencialmente relevantes dos processos em estudo.

Nas etapas dos projetos das unidades de processos químicos, quando são definidas as estruturas de controle, as incertezas vinculadas aos equipamentos das plantas ainda são relativamente grandes. Entretanto, a maioria das técnicas ignora as incertezas na obtenção das estruturas de controle, considerando o comportamento dos modelos totalmente aderente ao da planta real. Uma questão relevante sobre essas metodologias é: Qual é o grau de confiança que essas técnicas apresentam para uso prático?

Nesse ramo da área de controle de processos, existem algumas outras questões em aberto como: Quais métricas devem ser avaliadas? Existem métricas que não podem ser negligenciadas? Qual é o grau de incertezas toleráveis no modelo? Pode o conjunto sintonia, controlador e estrutura ser fragmentado durante o projeto de controle? Com as ferramentas matemáticas e computacionais atuais, é ainda necessário o uso de modelos linearizados para a avaliação de estruturas de controle? Existe uma única estrutura de controle ótima ou satisfatória? Qual deve ser a extensão das análises locais na obtenção de estruturas de controle?

Nos Capítulos 3 a 8 da presente tese, algumas dessas questões formuladas são discutidas com mais detalhes.

Parte I

Técnicas Baseadas em Modelos

Estáticos

Capítulo 3

Limitações na Definição de Estruturas de Controle

A definição da estrutura de controle, como visto no capítulo anterior, pode ser feita segundo diversas abordagens, embora a maioria das técnicas apresente limitações comuns. O uso de simplificações, como linearizações, simulações estáticas e avaliações locais, restringe a validade da otimalidade das estruturas de controle. A Teoria de Controle Ótimo fornece ferramentas para a análise do problema de definição da estrutura de controle sem simplificações e a possibilidade de verificação das limitações geradas pelas simplificações.

Para o estudo dessas simplificações, nesse capítulo será apresentado um exemplo motivador de utilização do Método Local Exato (HALVORSEN *et al.*, 2003) aplicado a uma Unidade de Processamento de Gás Natural (UPGN) existente. Esse exemplo será utilizado para avaliação de algumas limitações impostas pelas técnicas de definição de estruturas de controle baseadas em modelos estáticos e em particular as técnicas da classe auto-otimizante.

3.1 Aplicação do Método Local Exato

Nessa seção será mostrado um breve estudo de caso da técnica do método local exato (HALVORSEN *et al.*, 2003), com o intuito de avaliar algumas deficiências dessa técnica e de técnicas semelhantes. O método em questão será aplicado em uma planta de processamento de gás natural.

3.1.1 Descrição do Processo Aplicado

O objetivo principal das unidades de processamento de gás natural (UPGN) é extrair as frações mais pesadas de hidrocarbonetos e água do gás, atendendo a especificações de poder calorífico, do ponto de orvalho da água e do ponto de orvalho dos

hidrocarbonetos, regulamentados pela Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP). Durante o processamento do gás natural, alguns produtos podem ser gerados, como líquido de gás natural (LGN), gás liquefeito de petróleo (GLP) e nafta, que possuem maior valor econômico que o gás natural. As UPGNs podem apresentar diversas configurações de processos, em função primordialmente do teor de água e da riqueza (fração de C3+) do gás. No caso avaliado, a operação de absorção é usada para retirar as frações mais pesadas do gás. A absorção de gás envolve a transferência de um componente solúvel de uma fase gasosa para um absorvente líquido relativamente não-volátil (FOUST *et al.*, 1982).

Na unidade em estudo, ilustrada na Figura 3.1, o gás natural é inicialmente resfriado por um permutador a propano (P-01) para o aumento da eficiência de absorção. O gás resfriado é injetado um pouco acima do fundo de uma torre de pratos perfurados, torre absorvedora (T-01), onde entra em contato com o óleo de absorção frio injetado no topo da coluna. Este óleo de absorção, com composição próxima da aguarrás, possui afinidade com as frações mais pesadas do gás natural, C3+, levando-as para o fundo da torre. Desta forma, o gás de topo é obtido com fração reduzida de compostos mais pesados que o propano, especificando o gás industrial para venda.

O óleo de absorção do fundo da torre absorvedora pode arrastar uma quantidade excessiva de etano, comprometendo a produção de gás e a qualidade dos subprodutos da unidade (LGN). Por essa razão, é necessária mais uma etapa de processamento do gás, a desetanização. O líquido de fundo da torre absorvedora é enviado para um vaso onde ocorre uma leve vaporização, vaso de *flash* (V-03). As correntes gasosa de topo e líquida de fundo do vaso são recebidas em diferentes pontos para a torre desetanizadora (T-02). Nesta torre existem duas seções, com mecanismos de separação diferentes: absorção, na seção de topo, e fracionamento, na seção de fundo. A seção de absorção utiliza o mesmo princípio da torre absorvedora, em que o óleo de absorção e o gás entram em contato e as frações mais pesadas do gás são levadas para o fundo com o óleo. Já a seção de fracionamento opera de modo diferente. Nesta seção o líquido do fundo do vaso de *flash* é enviado para um estágio intermediário da torre, onde o mesmo entra em contato com os vapores e líquidos de outros estágios. Para que ocorra o correto trânsito de líquido e vapor nesta seção, é necessário que a torre possua um refeedor (P-02), que é aquecido pelo óleo de absorção quente. O líquido do fundo da torre desetanizadora é uma mistura de LGN e óleo de absorção, sendo assim necessária mais uma etapa de separação.

A etapa de fracionamento do líquido de fundo da torre desetanizadora tem como objetivo separar o LGN, produto com valor econômico significativo para a unidade, e o óleo de absorção, que deve ser reaproveitado durante toda a campanha da unidade. Para a separação, inicialmente o líquido de fundo da torre desetanizadora é pré-

aquecido pelo óleo de absorção quente (P-03) retirado do fundo da torre fracionadora (T-03). A carga aquecida é enviada para uma seção intermediária da torre, onde entra em contato com o líquido dos estágios mais altos e com os vapores dos estágios mais baixos. Esta torre possui um forno (F-01) como refeedor de fundo e um resfriador a ar como condensador de topo.

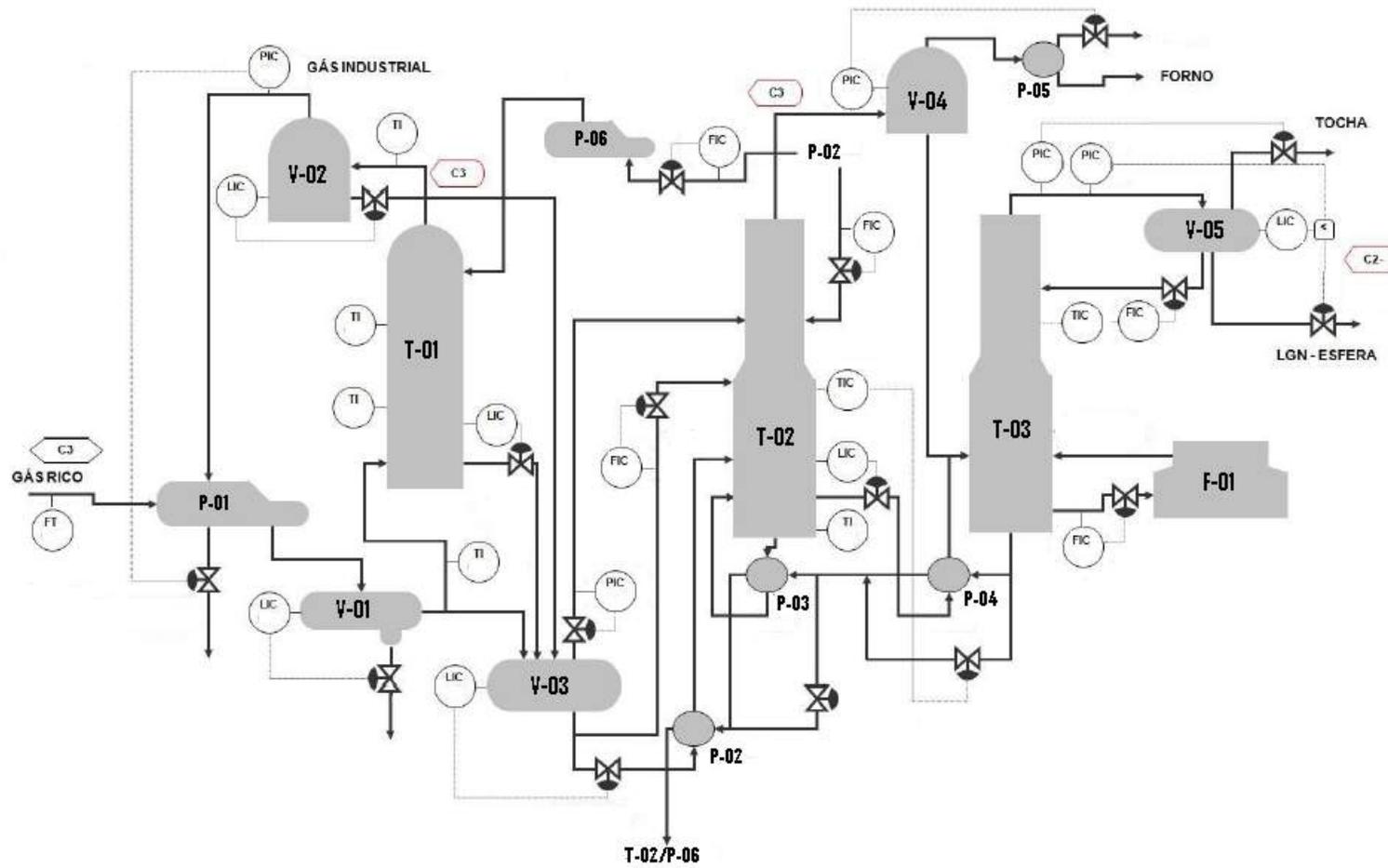


Figura 3.1: Unidade de processamento de gás natural.

3.1.2 Ponto Ótimo de Operação

Foi realizada a otimização do ponto de operação da planta, com um modelo estático já existente, utilizando os algoritmos nativos do simulador estático PRO-II® (INVENSYS, 2011), via programação sequencial quadrática (GRIVA *et al.*, 2009). A função objetivo utilizada leva em consideração a produção de gás industrial no topo das colunas T-01 e T-02, a produção de LGN e o gasto de gás combustível para o F-01. Não foram inseridos os gastos com o ciclo de refrigeração a propano nesse trabalho, pois a planta em questão não apresenta grau de liberdade para atuação neste sistema. A expressão usada para representar a função objetivo foi:

$$J = (m_{T01} + m_{T02})P_{gas} + m_{T03}P_{lgn} - m_{F01}P_{gas}, \quad (3.1)$$

sujeito às seguintes restrições,

$$Q_{gasrico} = 5496.91 \text{ lbmol}/h, \quad (3.2)$$

$$Q_{oleoabsT01} + Q_{oleoabsT02} \leq 1000 \text{ lbmol}/h, \quad (3.3)$$

onde m_{T01} , m_{T02} e m_{T03} são as vazões mássicas dos produtos de topo das torres T-01, T-02 e T-03, respectivamente, m_{F01} é a vazão mássica de gás combustível. P_i são os preços dos produtos e insumos, $Q_{gasrico}$ é a vazão de gás rico, $Q_{oleoabsT01}$ e $Q_{oleoabsT02}$ são as vazões de óleo de absorção para cada uma das torres absorvedoras.

3.1.3 Seleção Inicial das Variáveis Manipuladas, Controladas e Perturbações

A forma de seleção de variáveis controladas usada na metodologia analisada requer a pré-seleção das variáveis controladas, das variáveis manipuladas disponíveis e de um conjunto de perturbações. Por essa razão, é necessário um conhecimento prévio do comportamento da planta para a redução do espaço de busca. Para a seleção das variáveis manipuladas, foram usadas as variáveis responsáveis pelos controles de inventários da planta, com controles independentes de nível e de pressão estabelecidos, pois estas malhas estão ligadas diretamente à estabilidade e segurança do processo, tópicos prioritários na operação da planta (KLAFKE, 2011). A Tabela 3.1 apresenta a lista das candidatas a variáveis manipuladas pré-selecionadas. As variáveis são classificadas como dinâmicas, que necessitam de um modelo dinâmico para serem observadas, e estáticas, que podem ser observadas através de um modelo estático.

Tabela 3.1: Variáveis candidatas a variáveis manipuladas no problema de controle da UPGN.

Manipuladas	Estado
Vazão de óleo de absorção da T-01	Estático
Vazão de óleo de absorção da T-02	Estático
Vazão de refluxo da T-03	Estático
Vazão de carga fria para a T-02	Estático
Vazão de carga quente para a T-02	Estático
Vazão de óleo pelo refeedor de fundo da T-02 (P-03)	Estático
Vazão de óleo pelo pré-aquecedor de carga da T-03	Estático
Carga térmica forno F-01	Estático
Vazão de fundo da T-01	Dinâmico (controle de nível)
Vazão de fundo da T-02	Dinâmico (controle de nível)
Vazão de fundo do V-03	Dinâmico (controle de nível)
Vazão de retirada do V-05	Dinâmico (controle de nível)
Vazão de retirada de fundo V-02	Dinâmico (controle de nível)

A pré-seleção das variáveis controladas seguiu outra diretriz. Em função do conhecimento prévio do processo e de discussões com a equipe de operação da planta, algumas variáveis ligadas à qualidade do produto foram escolhidas. Essa etapa tem como objetivo reduzir a dimensão do problema de otimização. Como o número de medições disponíveis é da ordem de 10^2 , o número de estruturas possíveis seria por volta de 10^{10} . Com a etapa de pré-seleção de 18 variáveis candidatas a variáveis controladas, ocorre a redução da dimensão do problema de otimização em 10^5 ordens de grandeza. A Tabela 3.2 apresenta as variáveis escolhidas como candidatas a variáveis controladas do problema.

Tabela 3.2: Variáveis candidatas a variáveis controladas no problema de controle da UPGN.

Candidatas a controladas
Fração de C3 no topo da T-01
Fração de C3 no topo da T-02
Fração de C2 no destilado da T-03
Fração de óleo de absorção no topo da T-03
Fração de C5 no fundo da T-03
Fração de C2 no fundo da T-02
Fração de C2 no fundo da T-01
Temperatura de entrada de carga na T-01
Temperatura de entrada de carga fria na T-02
Temperatura de entrada da carga vaporizada na T-02
Temperatura de entrada de carga na T-03
Temperatura de topo da T-01
Temperatura de topo da T-02
Temperatura de topo da T-03
Temperatura do prato sensível da T-02
Temperatura de fundo do T-03
Temperatura do óleo de absorção após o P-02
Temperatura do óleo de absorção na entrada da T-01

Foram escolhidas para o presente estudo somente as perturbações consideradas mais importantes e de alto impacto sobre a produção e qualidade do produto. Seguindo essa premissa foram selecionadas somente duas variáveis. A Tabela 3.3 mostra as perturbações selecionadas.

Tabela 3.3: Perturbações selecionadas no problema de controle da UPGN.

Perturbações selecionadas
Vazão de carga da unidade
Fração de propano na carga da unidade

Após a definição da função objetivo e das variáveis envolvidas no problema, é necessário executar a etapa de construção da matriz de ganhos \mathbf{G} (controladas x manipuladas), da matriz de ganhos \mathbf{G}_d (controladas x perturbações) e da matriz hessiana \mathcal{H}_{uu} . O cálculo da matriz hessiana foi feito de acordo com a Equação (3.4)

(ARAÚJO, 2007), em que cada elemento da matriz:

$$\mathcal{H}_{u_i u_j} = \frac{J(u_i + \delta u_i, u_j + \delta u_j) - J(u_i + \delta u_i) - J(u_j + \delta u_j) + J_{opt}}{\delta u_i \delta u_j}. \quad (3.4)$$

Como o ponto ótimo deve ser um ponto de máximo, a matriz hessiana deve ser negativa definida. Procedimento semelhante deve ser realizado para o cálculo de \mathcal{H}_{ud} . Para a construção da matriz de ganhos \mathbf{G} foram realizadas sete simulações, em que somente uma variável manipulada foi modificada de cada vez. As variações utilizadas para o cálculo das derivadas foram de 0.5 % em relação ao valor original da variável manipulada. Para o cálculo da matriz de ganhos para as perturbações, \mathbf{G}_d , foi executado o mesmo procedimento. Em função da formulação escolhida, foram necessárias trinta e seis simulações.

3.1.4 Aplicação do Método *Branch and Bound* Bidirecional

Com as matrizes calculadas, foi realizado o processo de busca do pareamento ótimo entre as variáveis controladas e manipuladas por meio do algoritmo *branch and bound* bidirecional, como descrito em seções anteriores (CAO e KARIWALA, 2009). A busca foi realizada de forma bastante rápida, com custo computacional de 0.0625s, em função do número reduzido de avaliações realizadas. Nesse procedimento, foi utilizado um computador Intel COREi5, com 3Giga Bytes de memória RAM, para execução de um código fonte escrito em Matlab®^(R), o mesmo utilizado por CAO e KARIWALA (2009). Em função da natureza combinatorial do problema, existem para esse caso 31824 combinações possíveis. A Tabela 3.4 mostra o melhor pareamento obtido de acordo com o critério do método local exato (HALVORSEN *et al.*, 2003).

Tabela 3.4: Pareamento entre variáveis controladas e manipuladas no problema de controle da UPGN.

Manipuladas	Controladas
Vazão de óleo de absorção da T-01	Fração de C3 no topo da T-02
Vazão de óleo de absorção da T-02	Fração de C2 no destilado da T-03
Vazão de refluxo da T-03	Fração de óleo no topo da T-03
Vazão de carga fria para a T-02	Fração de C5 no fundo da T-03
Vazão de carga quente para a T-02	Fração de C2 no fundo da T-02
Vazão de óleo pelo P-03	Fração de C2 no fundo da T-01
Vazão de óleo pré-aquecedor de carga T-03	Temp. de entrada de carga fria na T-02
Carga térmica forno F-01	Temperatura de topo da T-03

3.1.5 Comparação com a Estrutura de Controle Existente

A estrutura de controle regulatório existente é bastante precária em termos de otimização da produção, pois somente as malhas de controle de temperatura das colunas T-02 e T-03 observam de forma mais acurada a qualidade de produtos. Na estrutura encontrada pela metodologia apresentada nesse trabalho, as informações de composição de produtos apresentam um papel de destaque, pois representam a maioria dos pareamentos. Variáveis importantes para a qualidade de produto, como fração de propano no topo da coluna T-02 (pareamento um) e fração de etano no topo da coluna T-03 (pareamento dois) estão presentes no resultado final. Outro aspecto interessante é o aparecimento de relações não muito comuns, mas que são utilizadas pela equipe de operação de unidades desse tipo, como o caso do pareamento dois. Esse pareamento é usado para evitar a chegada excessiva de etano no topo da coluna T-03, para evitar instabilidade na torre e perda de especificação de produto. Relações mais diretas também foram observadas, como o caso do pareamento três, que combinou a fração de óleo de absorção no LGN ao refluxo de topo da coluna T-03; o caso da temperatura de topo da coluna T-03 combinado à carga térmica do F-01 (pareamento sete) e o pareamento seis, que combinou a fração de etano no fundo da coluna T-02 com a carga térmica do próprio refeedor de fundo.

3.1.6 Fragilidades Encontradas

Para o estudo de caso em questão, foi verificado que nas proximidades do ponto ótimo de operação existem outros pontos vizinhos que também apresentam gradiente nulo, que podem significar múltiplas soluções ótimas locais ou singularidades. Como nessa técnica não existe um estudo prévio da extensão da vizinhança do ponto ótimo, existe a possibilidade de baixa robustez na escolha da estrutura de controle. As incertezas inerentes às fases de projeto podem afetar a escolha do melhor ponto de operação, afetando os cálculos das derivadas primeiras e das Hessianas e, consequentemente, da estrutura de controle. Outra fragilidade é a impossibilidade de projetar a estrutura de controle para pontos de operação diferentes do ponto ótimo, pois em unidades industriais é bastante comum a operação em pontos de operação que não necessariamente são ótimos locais.

O pareamento entre algumas variáveis manipuladas com variáveis controladas baseadas em composições, provenientes de análise com taxa de amostragem muito menor do que as variáveis consideradas contínuas, mostra uma das fragilidades do uso de ferramentas que utilizam somente informações estáticas. Como as dinâmicas são negligenciadas com o uso de apenas informações estáticas, aspectos como fator de incontabilidade θ/τ (CAMPOS e TEIXEIRA, 2006), definido como a razão entre o tempo morto e a constante de tempo do processo, podem gerar instabilidades nas

plantas. No caso específico do uso de informações subamostradas, o uso de variáveis controladas compostas como ponderações de um conjunto de variáveis pode amenizar esses efeitos, pois geram inferências lineares que respondem de forma mais contínua; porém, esse comportamento nem sempre é garantido.

Aspectos como resposta aproximadamente linear da variável escolhida e estabilidade não são vistos de uma forma integrada com a metodologia usada, sendo a estabilidade um aspecto impossível de ser analisado sem a informação temporal. Problemas mais comuns também foram encontrados, como, por exemplo, problemas numéricos. Em função da técnica utilizar informações da derivada segunda para identificar a singularidade e da derivada ser calculada numericamente, por algumas vezes foram encontrados problemas de convergência da simulação estática em pontos de operação próximos do ponto ótimo, obtidos por perturbação. Por isso, é necessário, para aplicação dessa classe de metodologias, o uso de simulações bastante robustas para o entorno do ponto de operação ótimo.

3.2 Conclusões e Desdobramentos

Os aspectos levantados nesse capítulo dão diretrizes para o desenvolvimento de técnicas para a resolução dos problemas de estruturas de controle global ótimas. Primeiramente, o uso de modelos estáticos, sem o conhecimento das respostas temporais, não torna possível projetar uma estrutura de controle ótimo, no senso da Teoria de Controle Ótimo. O projeto da estrutura de controle deve levar em conta a sintonia como parte do projeto, de forma integrada, para que seja obtida a trajetória ótima requerida. A estrutura de controle, acompanhada de sua sintonia, não é única e depende do modelo dinâmico que descreve o processo. Caso a técnica de definição da estrutura de controle não leve em consideração alguns dos aspectos comentados nesse capítulo, não é possível garantir que a trajetória das variáveis de estado estejam próximas do ponto ótimo.

Em decorrência desse estudo, foram desenvolvidas nesse trabalho diversas técnicas ligadas à definição de estruturas de controle. No Capítulo 4 foi desenvolvida uma metodologia para auxílio do processo de tomada de decisão do melhor ponto de projeto para o método local exato. No Capítulo 5 foi desenvolvido um método para definição de estrutura de controle independente do ponto de operação. Na segunda parte da tese foram estudadas formas de compensar os efeitos da dinâmica na definição das estruturas de controle.

Capítulo 4

Robustez em Projetos Ótimos

4.1 Introdução

As incertezas estão presentes em todo o ciclo de vida das unidades de processo químico, desde a concepção até a operação. Unidades de processo são projetadas com a ajuda de modelos matemáticos imprecisos e, às vezes, baseados em cenários imprecisos. Incertezas podem ser originadas de um grande número de aspectos, incluindo aspectos químicos, físicos e econômicos ou não modeladas do processo analisado. As incertezas podem afetar os projetos das unidades de processamento e fazer com que ocorra aumento das despesas de capital e superdimensionamento de equipamentos de processo (GROSSMANN *et al.*, 1983a).

Particularmente, operações unitárias do processo estão normalmente sujeitas a diferentes fontes de flutuações estocásticas, incluindo a obtenção de medições imprecisas, processamento de cargas de composições desconhecidas e ocorrência de perturbações no processo não medidas. Estas perturbações aleatórias fazem com que a estimativa dos estados do processo seja muito difícil, transformando o ponto de operação de referência ideal em uma região de operação incerta (GROSSMANN *et al.*, 1983b).

A área de otimização de processos fornece ferramentas teóricas e numéricas de suma importância para o correto dimensionamento e operação de processos químicos (EDGAR *et al.*, 2001). Por esta razão, ferramentas para projetos de unidades e operação ótima de processos encontram amplo uso nessa área do conhecimento, embora, na maioria dos casos, as incertezas de processo tenham sido frequentemente negligenciadas durante a análise dos problemas industriais reais (QUELHAS *et al.*, 2013). Com a intenção de levar em consideração as incertezas durante a análise de otimização, foram propostas na literatura várias metodologias como discutido por OSTROVSKY *et al.* (2012), BIEGLER (2010) e SHINDIN *et al.* (2014)).

Geralmente, os principais objetivos a serem atingidos durante a otimização de

processos sujeitos a incertezas é o cálculo do valor esperado da função objetivo e da probabilidade de satisfazer as restrições existentes, usando métodos conhecidos de programação não-linear (BIEGLER, 2010), baseadas em um estágio (tais como abordagens minimax) ou formulações de dois estágios (envolvendo a otimização na primeira etapa e a análise dos distúrbios na segunda etapa). Particularmente, desenvolvimentos consideráveis foram obtidos em relação à utilização de métodos de dois estágios para a solução de problemas de otimização que estão sujeitos a restrições rígidas (OSTROVSKY *et al.*, 2012). Outra forma popular para resolver problemas de otimização que estão sujeitos a incertezas está relacionada com técnicas de otimização robusta não-probabilística (LI e IERAPETRITOU, 2008). Neste caso, problemas de otimização sob incertezas são resolvidos por meio da análise do pior caso e o princípio de Wald maxmin (WALD, 1945). O princípio maxmin introduz um decisor para a análise de problemas, que pode ser utilizado para a análise do pior caso.

As classes de técnicas de otimização previamente mencionadas não são necessariamente focadas em satisfazer aspectos matemáticos formais que definem as condições de otimalidade. Isto ocorre porque, em um sentido formal, especialmente quando dados do processo estão sujeitos a incertezas, as condições Karush-Kuhn-Tucker (KKT) não são necessariamente atendidas durante o processo de otimização. Por exemplo, algumas técnicas numéricas apenas avaliam valores da função objetivo ou as condições KKT de primeira ordem (KENNEDY e EBERHART, 1995). Por esta razão, ANDREANI *et al.* (2010) estudou aspectos teóricos de algoritmos numéricos de otimização que fazem uso de aproximações das condições KKT de primeira ordem (AKKT). Particularmente, o autor mostrou que as condições AKKT podem depender das características da região que contém o ponto ótimo, enquanto que o tamanho desta região pode ser uma função da magnitude das imprecisões das variáveis e da curvatura da função objetivo.

Com base nas observações anteriores, nesta seção é proposta uma extensão das condições de otimalidade (KKT), de modo a levar em conta as imprecisões das variáveis independentes de processo. Neste capítulo, para melhorar a robustez das soluções de otimização de processos, duas novas condições de otimalidade de segunda ordem são propostas. O objetivo dessas novas condições não é a substituição das análises numéricas exaustivas dos problemas de otimização não lineares de grande escala que estão sujeitas a incertezas, mas fornecer ferramentas numéricas simples para classificação dos pontos ótimos incertos, além de análises preliminares de problemas de otimização sob incertezas. Por isso, nesse capítulo é introduzido um novo critério de decisão para pontos ótimos de operação, mas não um novo algoritmo de otimização.

4.2 Condições KKT sob Incertezas

Pontos ótimos locais podem ser definidos pelas condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (SECCHI e BISCAIA, 2012) sob a forma:

$$\nabla J(x^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla g_i(x^*) + \sum_{j=1}^l \eta_j \nabla h_j(x^*) = 0, \quad (4.1)$$

$$\mu_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (4.2)$$

$$g_i(x^*) \leq 0, \quad \text{onde } i = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

$$h_j(x^*) = 0, \quad \text{onde } j = 1, \dots, l \quad (4.4)$$

$$\mu_i g_i(x^*) = 0 \quad \text{onde } i = 1, \dots, m \quad (4.5)$$

$$\lambda_k < 0, \quad (4.6)$$

em que a Equação (4.1) representa a condição de primeira ordem para o problema de otimização restrito, definindo um ponto de solução estacionária, e a Equação (4.6) representa a condição de segunda ordem, em que o sinal dos valores característicos da matriz Hessiana (λ_k) caracterizam o ponto estacionário como um ponto de mínimo, um ponto de máximo ou um ponto de sela. A Equação (4.2) representa os multiplicadores de Lagrange, as Equações (4.3) e (4.4) representam as restrições de desigualdade e de igualdade, respectivamente, e a Equação (4.5) representa as condições de complementariedade.

As condições KKT são necessárias para caracterizar o ponto ótimo, porém outras condições também podem ser impostas para algumas análises especiais (JANAK *et al.*, 2007). Por exemplo, pontos ótimos locais podem ser analisados com ajuda dos valores da função objetivo, da curvatura da função objetivo ou outros índices utilizados com menor frequência. Estes critérios alternativos podem ser importantes para avaliar a “qualidade” da solução ótima e melhorar a tomada de decisão, especialmente quando as incertezas estão presentes (GABREL *et al.*, 2014).

Na presença de incertezas (γ_e), o ponto ótimo (\mathbf{x}^*) não pode ser encontrado precisamente. Nestes casos, uma região (R_u) que inclui todos os valores dos possíveis candidatos no entorno do ponto nominal devem ser avaliados. Esta região incerta pode ser definida como,

$$R_u = \{x_{R_u} \in R_u, \|x_{R_u} - x^*\| \leq \gamma_e\}. \quad (4.7)$$

Em um contexto formal, as condições KKT devem ser estendidas para a região R_u , a fim de assegurar que todo o ponto candidato dentro da região apresente características de ponto ótimo. No entanto, em quase todos os casos, dentro da

região R_u a Equação (4.1) pode ser somente aproximada,

$$\lim_{x_{R_u} \rightarrow x^*} \nabla J(x_{R_u}) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla g_i(x_{R_u}) + \sum_{j=1}^l \eta_j \nabla h_j(x_{R_u}) \rightarrow 0. \quad (4.8)$$

A perda de desempenho e a característica da concavidade dentro de uma região incerta R_u não são consideradas em condições de otimização tradicionais, mas estes critérios podem ser importantes no comportamento dos pontos dentro da região R_u (ARELLANO-GARCIA e WOZNY, 2009). Para melhorar a robustez das condições KKT, é apresentada a seguir uma metodologia de tomada de decisão. Nesta metodologia é considerada uma perda tolerável das condições KKT de primeira ordem no ponto ótimo e nos pontos restantes da região R_u . Em conjunto, são avaliadas novas condições de segunda ordem para a região R_u para o processo de tomada de decisão.

4.3 Proposta de Condição de Otimalidade Robusta

Como normalmente aplicado em controle robusto, em que as métricas de robustez são representadas como distâncias entre a resposta do sistema e o início da região de instabilidade (MORARI e LEE, 1990), duas métricas são propostas abaixo para representar a robustez dos pontos ótimos calculados que estão sujeitas a incertezas. Estas duas medidas são baseadas nos valores característicos da matriz Hessiana da função objetivo e nas diferenças entre estes valores característicos.

4.3.1 Escopo da Metodologia

A metodologia proposta é aplicada às funções objetivo (J) e suas respectivas restrições (g_i e h_i), que na região R_u satisfazem localmente:

- Classe C^n , com $n > 2$ (KREYSZIG, 1989); ¹
- O resíduo da expansão da série de Taylor de acordo com,

$$\sum_{n>2} \left(\frac{\partial^n J}{\partial x^n} + \sum_i \frac{\partial^n g_i}{\partial x^n} + \sum_i \frac{\partial^n h_i}{\partial x^n} \right) \rightarrow 0. \quad (4.9)$$

Nestes casos, a matriz Hessiana (\mathcal{H}) pode ser considerada constante em toda a região R_u .

¹Funções de classe C^n são funções n vezes deriváveis.

4.3.2 Curvatura e Perda de Desempenho

A forma da função objetivo é importante para reduzir a perda de desempenho em um cenário de incertezas paramétricas (PINTO, 1998). Um pressuposto semelhante pode ser feito quando as incertezas estão presentes nas variáveis independentes. Se a expansão da série de Taylor da função objetivo for executada ao redor do ponto ótimo nominal (x^*), pode-se demonstrar que (BURDEN e FAIRES, 2011):

$$J \approx J_{x^*} + \frac{1}{2} \gamma_e^T \cdot \mathcal{H} \cdot \gamma_e, \quad (4.10)$$

$$\Delta J \approx J - J_{x^*} = \frac{1}{2} \gamma_e^T \cdot \mathcal{H} \cdot \gamma_e. \quad (4.11)$$

Quando os valores característicos da matriz Hessiana λ_i são pequenos, J e J_{x^*} estão próximos uns dos outros e a perda de desempenho é pequena (e vice-versa). Uma interpretação semelhante pode ser feita com as incertezas nos valores de γ_e . Esta afirmação é ilustrada na Figura 4.1.

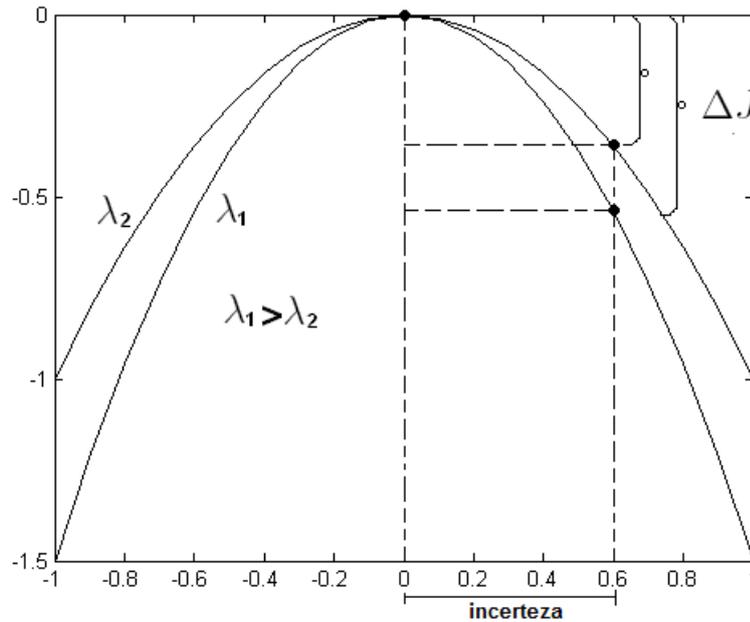


Figura 4.1: Perda de desempenho devido à curvatura.

Para um modelo impreciso, o cálculo do ponto operacional ótimo é inexato e a perda de desempenho do processo pode ser grande. A existência de funções objetivo planas em torno dos pontos operacionais pode melhorar a robustez da solução quando modelos matemáticos são imprecisos, reduzindo assim a perda de desempenho. O nível aceitável de perda de desempenho, perto do ponto ótimo nominal, está intimamente ligado aos valores característicos. Partindo do princípio de que exista uma perda tolerável, a equação dessa relação pode ser escrita como,

$$\Delta J \leq \epsilon_e. \quad (4.12)$$

Combinando com a Equação (4.11), a condição necessária para a perda tolerável pode ser escrita como,

$$\boldsymbol{\gamma}_e^T \cdot \boldsymbol{\mathcal{H}} \cdot \boldsymbol{\gamma}_e \leq 2\epsilon_e. \quad (4.13)$$

De acordo com esta expressão, pequenos valores característicos podem acomodar mais incertezas $\boldsymbol{\gamma}_e$ do que as grandes valores característicos, a fim de garantir desempenhos aceitáveis. A Equação (4.13) pode ser aplicada sobre o problema de otimização, a fim de assegurar a robustez do ponto ótimo obtido.

4.3.3 Perda de Desempenho com Restrições

Problemas de otimização com restrições podem ser tratados com a ajuda de ferramentas numéricas e teóricas que são semelhantes às apresentadas anteriormente, quando aplicado em um espaço mapeado em uma dimensão reduzida (GRIVA *et al.*, 2009). Restrições de desigualdade ativas (cuja quantidade é representada por m_{ativos}) e restrições de igualdade (em que quantidade é representada por NL) reduzem a dimensão efetiva do problema de otimização. Nesses casos, o espaço original deve ser mapeado para um subespaço na forma, $T(\mathbf{x}) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^{n-NL-m_{ativos}}$ (GRIVA *et al.*, 2009). A relação entre os elementos do espaço original, X , e do subespaço de soluções viáveis V é,

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{Z} \cdot \mathbf{v}, \quad (4.14)$$

onde \mathbf{Z} representa o espaço nulo do mapeamento proposto.

No caso restrito, a análise de perda de desempenho pode ser feita pelo mapeamento da incerteza na forma,

$$\boldsymbol{\gamma}_{ev} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \boldsymbol{\gamma}_e, \quad (4.15)$$

de modo que o problema mapeado (ϕ) admite uma formulação que é semelhante à utilizada para representar o problema sem restrições,

$$\Delta\phi_M = \phi_M(v) - \phi_M(v_o) = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\gamma}_{ev}^T \cdot \nabla^2 \phi_M(\mathbf{v}) \cdot \boldsymbol{\gamma}_{ev}. \quad (4.16)$$

4.3.4 Limites das Regiões dos Valores Característicos no Plano Complexo

Funções objetivo e restrições, quando definido em problemas que estão sujeitos a incertezas, também apresentam imprecisões em suas primeiras e segundas derivadas. Como consequência, os elementos da matriz Hessiana ($\boldsymbol{\mathcal{H}}_{kr}$) também são afetados

por incertezas e suas localizações exatas no plano complexo não são conhecidas com precisão. Por esta razão, os valores dos elementos de Hessiana podem ser descritos na forma,

$$\mathcal{H}_{kr} = \mathcal{H}_{kr}^o \pm e_{kr}, \quad (4.17)$$

onde \mathcal{H}_{kr}^o é a componente determinística do elemento da Hessiana e e_{kr} representa o erro associado devido às incertezas.

Os valores característicos (λ_k) da matriz Hessiana podem ser representados graficamente como pontos dentro de uma região do plano complexo (R_T). A região que contém os valores característicos pode ser estimada de uma forma aproximada, com a ajuda dos discos Gershgorin, como (HORN e JOHNSON, 1985):

$$R_T = \bigcup_k R_k, \quad (4.18)$$

onde as regiões R_k associadas a cada linha da matriz Hessiana são,

$$R_k = \{|\lambda_k - \mathcal{H}_{kk}| \leq \sum_{r \neq k} |\mathcal{H}_{kr}|\}, 1 \leq k \leq n. \quad (4.19)$$

A distância euclidiana (DEZA e DEZA, 2010) da origem $d(R_k, 0)$ pode ser atribuída a cada região R_k , vinculada a cada linha, e classificada em duas categorias distintas:

- Quando os sinais dos valores característicos não podem mudar localmente sob pequenas incertezas,

$$d(R_k, 0) > 0; \quad (4.20)$$

- Quando os sinais de valores característicos podem mudar localmente sob pequenas incertezas,

$$d(R_k, 0) = 0. \quad (4.21)$$

A menor distância da origem representa a linha menos robusta da matriz Hessiana e a distância ($d(R_T, 0)$) entre a região R_T e a origem do plano complexo. Graficamente, no caso de uma matriz de Hessiana com valores característicos negativos (com pouca tendência de mudança de sinal) com 3 linhas, os discos podem ser ilustrados como na Figura 4.2.

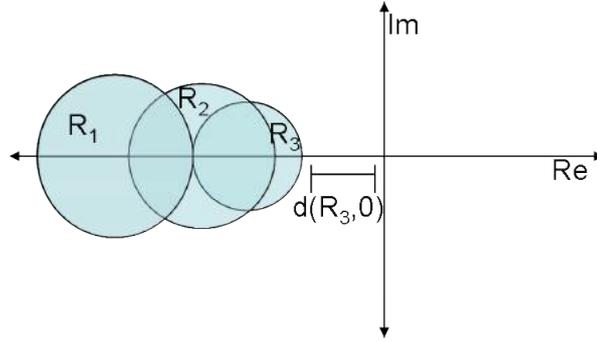


Figura 4.2: Discos Gershgorin de uma matriz de Hessiana com 3 linhas.

Quando a linha menos robusta é positiva, de acordo com a Equação (4.20), os sinais dos valores característicos não mudam localmente e, sem dúvida, a condição KKT de segunda ordem pode ser estendida para o cenário incerto.

Obviamente, se os valores característicos forem calculados precisamente com a ajuda de procedimentos numéricos apropriados, a computação dos discos de Gershgorin pode parecer inútil, pois os valores característicos obtidos para a análise dos pontos ótimos obtidos podem ser usados e suas respectivas vizinhanças. No entanto, os discos Gershgorin também indicam como os valores característicos podem ser sensíveis a alterações das variáveis de projeto (ou componentes incertos da Hessiana). Portanto, a partir deste ponto de vista, os discos de Gershgorin podem fornecer informações interessantes para as análises de grandes problemas não-lineares, em que a função objetivo responde aos efeitos sinérgicos de muitas incertezas das variáveis de projeto em modelos matemáticos incertos. Portanto, pode ser conjecturado que, quanto maior for a distância entre os discos Gershgorin e a origem, maior é a robustez do problema de otimização proposto. Além disso, se o usuário não estiver interessado na computação de todos os valores característicos em um problema de otimização em particular, a fim de economizar tempo de computação, como em alguns problemas de otimização em tempo real realizados em plantas de processo (MARTINEZ *et al.*, 2014), os discos de Gershgorin podem ser usados para formalmente assegurar que a solução satisfaz a condição de KKT de segunda ordem.

4.3.5 Limites das Regiões dos Valores Característicos em Problemas com Restrições

A condição de segunda ordem deve ser mapeada para o subespaço das soluções viáveis quando a otimização é restrita (GRIVA *et al.*, 2009). Assim, os discos Gershgorin devem ser avaliados para a matriz Hessiana transformada no subespaço V :

$$\mathcal{H}.z = \mathbf{Z}^T \cdot \mathcal{H} \cdot \mathbf{Z}. \quad (4.22)$$

Nestes casos, cada região do disco pode ser expressa na forma

$$Rz_k = \{\lambda_k \in R_k, d(R_k, Hz_{kk}) \leq \sum_{r \neq k} |\mathcal{H}z_{kr}|\}. \quad (4.23)$$

Da mesma forma, conforme definido na Seção 4.3.4, cada distância deve ser avaliada com a Equação(4.20).

O uso de discos Gershgorin para avaliar valores característicos é uma ferramenta conservadora, quando comparada com outras técnicas, como as ovais de Cassini (XIAN e DUNHE, 1994) e técnicas baseadas em geometria hiperbólica (MULLER-HERMES e SZEHR, 2015) que possuem regiões geométricas menores e consequentemente melhores aproximações dos valores característicos. Assim, é necessária uma região maior no plano complexo do que nos casos das ovais de Cassini e de geometria hiperbólicas para assegurar positividade da matriz Hessiana.

4.3.6 Extensão das Condições de KKT para o Desempenho Robusto

O ponto ótimo com desempenho robusto, ou ponto ótimo com a perda de desempenho tolerável, pode ser definido como o ponto ótimo que atende às Equações (4.13), (4.20) e as condições KKT. A condição de KKT robusta estendida, para um ponto de mínimo, que é sujeito a incertezas pode ser formulada como:

$$\lim_{x_{R_u} \rightarrow x^*} \nabla J(x_{R_u}) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla g_i(x_{R_u}) + \sum_{j=1}^l \eta_j \nabla h_j(x_{R_u}) \rightarrow 0, \quad (4.24)$$

$$\mu_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (4.25)$$

$$g_i(x_{R_u}) \leq 0, \quad \text{onde } i = 1, \dots, m \quad (4.26)$$

$$h_j(x_{R_u}) = 0, \quad \text{onde } j = 1, \dots, l \quad (4.27)$$

$$\mu_i g_i(x_{R_u}) = 0, \quad \text{onde } i = 1, \dots, m \quad (4.28)$$

$$\lambda_k > 0, \quad (4.29)$$

$$\gamma_e^T \cdot \mathcal{H} \cdot \gamma_e \leq 2\epsilon_e, \quad (4.30)$$

$$d(R_k, 0) > 0. \quad (4.31)$$

Estas duas novas condições (Equações 4.30 e 4.31) impõem limites máximos e mínimos para os valores característicos da Hessiana. Graficamente, os limites de valores próprios podem ser representados como ilustrado na Figura 4.3.

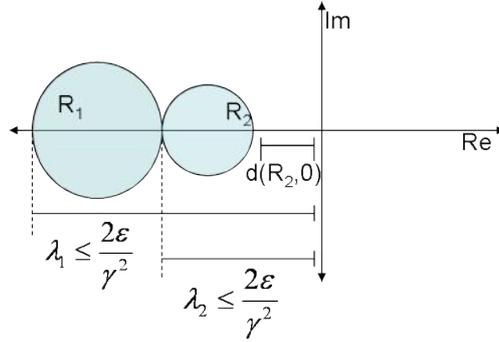


Figura 4.3: Limites dos valores característicos.

Neste sentido, a existência de grandes valores característicos pode levar ao desenvolvimento de funções objetivo muito íngremes, de modo que pequenas incertezas podem levar a grandes flutuações da função objetivo. De acordo com a formulação proposta para o problema de otimização, estas soluções devem ser evitadas, a fim de reduzir os efeitos das incertezas na função objetivo na solução ótima obtida. No caso oposto, a existência de pequenos valores característicos pode permitir que a região dos discos Gershgorin contenha a origem do plano complexo, de modo que a curvatura da função objetivo nas vizinhanças do ponto ótimo pode mudar, tornando a existência do ponto ótimo incerto. De um ponto de vista pragmático, as duas condições adicionais impõem limites aceitáveis para os valores característicos da solução, a fim de garantir a robustez dos pontos ótimos obtidos e da função objetivo. Esta análise dos valores característicos pode constituir uma estratégia alternativa para realizar a análise local e prever o comportamento da vizinhança do ponto ótimo, quando as variáveis independentes estão sujeitas a incertezas. No entanto, se a função objetivo não é suave ou contínua, os valores característicos podem mudar abruptamente quando perturbados, fazendo a análise da vizinhança do ponto ótimo mais difícil.

Propõe-se também aqui que estas duas condições adicionais possam ser usadas para classificar as melhores soluções e para orientar o processo de tomada de decisão, particularmente quando a análise estocástica detalhada do problema de otimização deve ser evitada para reduzir os custos computacionais, como em problemas de otimização em tempo real (SOUZA *et al.*, 2010) e durante a análise combinatorial das variáveis de projeto em problemas de controle multivariáveis (SKOGESTAD, 2004). No caso de classificação, a robustez dos pontos ótimos pode ser definida em termos dos valores característicos obtidos. No caso da tomada de decisão, a robustez dos pontos ótimos pode ser utilizada para a comparação entre os pontos máximos e mínimos locais, de modo que a solução mais apropriada possa ser selecionada para aplicação prática. Na próxima seção são apresentados três exemplos para ilustrar a análise prática realizada com ajuda destas duas condições adicionais de otimização.

4.4 Exemplos de Aplicação

Nessa seção são apresentados três exemplos de aplicação dos critérios de robustez discutidos nesse capítulo. O primeiro exemplo ilustra o uso dos índices no caso de tomada de decisão. No segundo caso é apresentado o uso desses critérios no projeto de reatores, enquanto no terceiro caso é apresentado um exemplo de definição de estruturas de controle.

4.4.1 Funções de Himmelblau

Este exemplo numérico mostra como as condições propostas, expressas pelas Equações (4.30) e (4.31), podem ser usadas para a tomada de decisão. Neste exemplo, formulado para ilustrar a utilização das condições propostas em uma situação de referência simples, incertezas estão presentes apenas nas variáveis x e y .

A otimização da função de Himmelblau constitui um problema de otimização sem restrições e expresso como:

$$\max_{x,y} J = 200 - (x^2 + y - 11)^2 - (x + y^2 - 7)^2. \quad (4.32)$$

Este problema apresenta quatro pontos de máximo (BABU e ANGIRA, 2006), que são:

$$J_1(3, 2) = 200; \quad (4.33)$$

$$J_2(2.8051, 3.1313) = 200; \quad (4.34)$$

$$J_3(-3.7793, -3.2832) = 200; \quad (4.35)$$

$$J_4(3.5844, -1.8481) = 200. \quad (4.36)$$

Todos os pontos de máximo estão próximos do ponto de mínimo, como mostrado pela superfície da Figura 4.4.

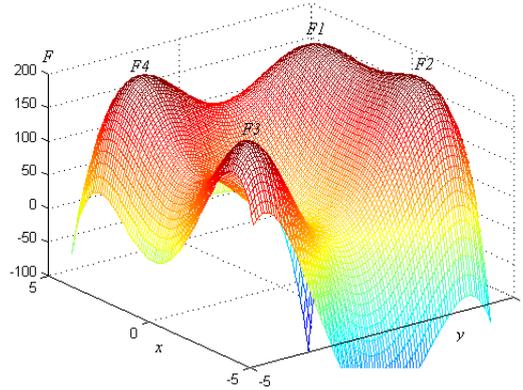


Figura 4.4: Função de Himmelblau.

O critério de tolerância pode ser avaliado com a ajuda dos valores característicos das matrizes Hessianas obtidas para os diferentes pontos de máximo, pois γ_e é constante nos quatro pontos. Os quatro valores característicos dos pontos de máximo são: $\lambda_1 = -82.28$, $\lambda_2 = -64.94$, $\lambda_3 = -133.78$ e $\lambda_4 = -105.41$. Esta análise é mais fácil do que a realizada com os discos Gershgorin porque os valores característicos inferiores (em valor absoluto) levam à redução das perdas de desempenho. A classificação em critério de tolerância é realizada na seguinte forma:

$$|\lambda_2| < |\lambda_1| < |\lambda_4| < |\lambda_3|. \quad (4.37)$$

Se a perda de desempenho tolerável for igual a 1 % do valor máximo, as incertezas máximas aceitáveis para a direção x em cada ponto são: $\gamma_1 = 0.156$, $\gamma_2 = 0.175$, $\gamma_3 = 0.122$ e $\gamma_4 = 0.138$. A análise pode certamente ser realizada ao longo de direções distintas do espaço de concepção, embora isto não seja realizado aqui com o propósito de tornar a análise simples. Por exemplo, a operação menos robusta é realizada ao longo da direção do autovetor associado com o maior valor característico absoluto, impondo variabilidades máximas conjuntas para as variáveis de projeto que constituem uma direção particular de análise. Portanto, se o critério proposto for considerado, o ponto 2 pode ser classificado como o mais robusto entre os quatro pontos de máximo disponíveis.

Em um problema de projeto real, γ_e e ϵ_e provavelmente são definidos simultaneamente pelo analista, já que eles definem as incertezas das variáveis de projeto (relacionado com os instrumentos e procedimentos de medição) e das receitas desejadas (que também devem satisfazer as restrições econômicas). Como γ_e aumenta e ϵ_e diminui, algumas das soluções matemáticas dos problemas sem restrições se tornam inviáveis, não satisfazendo os requisitos de robustez impostos. Como consequência, apenas as soluções suficientemente robustas são fornecidas pelo procedi-

mento numérico de otimização.

A fim de calcular as distâncias entre os discos Gershgorin e a origem do plano complexo, em primeiro lugar as matrizes Hessianas devem ser calculadas. As matrizes Hessianas nos quatro pontos ótimos são:

$$\mathcal{H}_1 = \begin{bmatrix} -74 & -20 \\ -20 & -34 \end{bmatrix}; \quad (4.38)$$

$$\mathcal{H}_2 = \begin{bmatrix} -64.9495 & -1.3048 \\ -1.3048 & -80.4409 \end{bmatrix}; \quad (4.39)$$

$$\mathcal{H}_3 = \begin{bmatrix} -116.2655 & 28.2500 \\ 28.2500 & -88.2345 \end{bmatrix}; \quad (4.40)$$

$$\mathcal{H}_4 = \begin{bmatrix} -104.7850 & -6.9452 \\ -6.9452 & -29.3245 \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Este exemplo tem duas variáveis independentes e, conseqüentemente, dois valores característicos em cada ponto de máximo. De acordo com a Equação (4.31), as distâncias entre os discos de Gershgorin e a origem do plano complexo são:

$$\mathbf{d}(R_1, 0) = [54 \quad 14], \quad (4.42)$$

$$\mathbf{d}(R_2, 0) = [63.6447 \quad 79.1361], \quad (4.43)$$

$$\mathbf{d}(R_3, 0) = [88.0155 \quad 59.9845], \quad (4.44)$$

$$\mathbf{d}(R_4, 0) = [97.8398 \quad 22.3793]. \quad (4.45)$$

Admitindo mais uma vez que as incertezas estão presentes apenas na variável x , a fim de avaliar as distâncias de discos Gershgorin desde a origem, a classificação da robustez dos discos é:

$$\mathbf{d}(R_4, 0) > \mathbf{d}(R_3, 0) > \mathbf{d}(R_2, 0) > \mathbf{d}(R_1, 0). \quad (4.46)$$

O ponto 1 pode ser considerado como o ponto menos robusto do conjunto, porque a sua distância a partir da origem é a mais baixa do conjunto analisado. A análise local, sem uma avaliação detalhada da vizinhança, indica que os valores característicos do ponto 1 são os mais próximos da origem, que é a referência de mudança de sinal.

Neste caso, as diferenças entre as incertezas toleráveis são pequenas, tornando o critério baseado nos discos de Gershgorin mais importante do que o critério de tolerância. Considerando a abordagem proposta, o ponto 4 pode ser considerado como

o ponto mais robusto de todo o conjunto e pode ser selecionado para implementação real, como o ponto de máxima robustez.

4.4.2 Projeto de um Reator Químico

Este exemplo foi proposto com o objetivo de mostrar as possibilidades de uso da técnica desenvolvida além do projeto de estruturas de controle. Este exemplo mostra como as condições expressas pelas Desigualdades (4.30) e (4.31), podem ser utilizadas para a classificação dos pontos ótimos, como robusto ou não robusto, durante o projeto de um reator químico. Neste exemplo particular, um reator contínuo de tanque agitado (CSTR) deve ser concebido para a seguinte reação química (PINTO, 1998),



onde a matéria-prima é A, o produto desejado é B e C é um subproduto. No problema originalmente proposto por PINTO (1998), as incertezas estavam presentes nos parâmetros cinéticos. No presente estudo, as incertezas foram inseridas no volume (V) e no tempo de residência (θ), que são as variáveis de otimização, a fim de simplificar a apresentação. Deve ficar claro que as incertezas dos parâmetros cinéticos levam a um projeto do volume do reator e tempo de residência incertos, tornando de fato os dois problemas muito semelhantes.

O problema de otimização é baseado na maximização dos lucros de dois anos de operação, olhando para o volume do reator e para o tempo de residência ótimos. A função lucro a ser maximizada é:

$$L_M = L_Q - L_I, \quad (4.48)$$

onde L_Q é o custo operacional,

$$L_Q = \frac{[C_B.US\$B + C_C.US\$C - C_{A0}.US\$A - US\$Q] \cdot V \cdot \Delta t}{\Theta}, \quad (4.49)$$

e L_I é o custo de investimento,

$$L_I = US\$V.V^2. \quad (4.50)$$

Os modelos cinéticos são descritos pelas seguintes equações,

$$C_A = \frac{C_{A0}}{1 + K1.\Theta}, \quad (4.51)$$

$$C_B = \frac{K1.\Theta.C_{A0}}{(1 + K1.\Theta)(1 + K2.\Theta)}, \quad (4.52)$$

$$C_C = \frac{K1.K2.\Theta^2.C_{A0}}{(1 + K1.\Theta)(1 + K2.\Theta)}. \quad (4.53)$$

Todos os valores da função lucro e parâmetros cinéticos do modelo são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Variáveis de otimização do reator (PINTO, 1998).

Variáveis	Valores	Descrição
US\$A	4.0 US\$/kg	Preço do reagente
US\$B	20.0 US\$/kg	Preço do produto desejado
US\$C	3.0 US\$/kg	Preço do sub-produto
US\$Q	0.5 US\$/kg	Custo operacional específico
US\$V	20.10^6 US\$/ m^6	Custo de investimento específico
C_{A0}	$1000 \text{ kg}/m^3$	Concentração da carga
K1	2.5 h^{-1}	Constante cinética
K2	1.0 h^{-1}	Constante cinética
Δt	2 anos	Investimento no ciclo de vida

Para a solução do problema foi utilizada Programação Sequencial Quadrática (SQP) padrão (BIEGLER, 2010). A função lucro tem um ponto ótimo em $\theta = 0.28 \text{ h}$ e $V = 4.2295 \text{ m}^3$. Neste caso, a curvatura é quase invariante em torno do ponto ótimo, como pode ser visto na superfície função lucro mostrada na Figura 4.5.

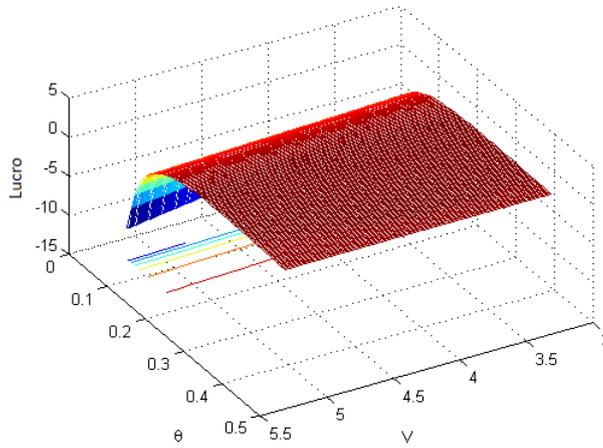


Figura 4.5: Função lucro do reator.

De acordo com a metodologia proposta, o primeiro passo para analisar a robustez do ponto ótimo calculado envolve a definição do critério de tolerância. Neste caso, a tolerância é admitida como sendo igual a $\epsilon_e = 1\%$. A Figura 4.6 mostra que a condição de tolerância não é violada até que a incerteza atinja 8% do valor ótimo de tempo de residência. Para incertezas maiores do que este valor, a perda de desempenho é maior do que o critério de tolerância proposto e a solução ótima

pode ser considerada como não-robusta. Caso as incertezas no tempo de residência estejam acima de 8%, o critério de tolerância deve ser ajustado ou variáveis de projeto adicionais devem ser inseridas no problema de otimização, a fim de permitir o cálculo da solução desejada (que pode não estar disponível).

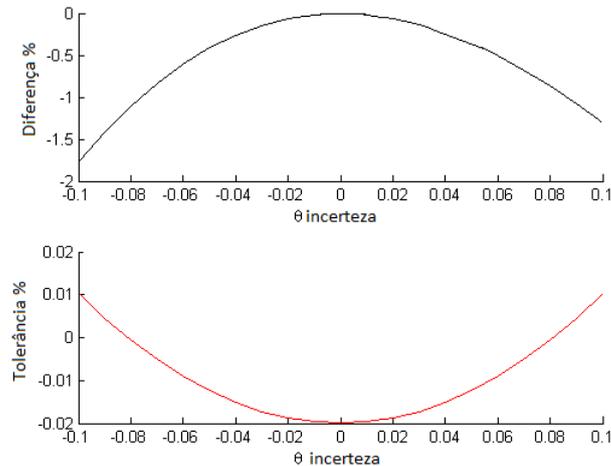


Figura 4.6: Efeitos das incertezas no tempo de residência na perda de desempenho tolerável e na distância limite tolerável na otimização do reator.

É interessante observar que a distância mínima entre os discos de Gershgorin e a origem do plano complexo permite incertezas de 3 % do valor em relação ao tempo de residência ótimo. Valores de incertezas maiores que 3 % podem indicar alterações indesejadas de curvatura na vizinhança do ponto ótimo. Isto indica que o valor ótimo pode estar sujeito a perturbações significativas geradas por incertezas dos componentes da matriz Hessiana (tais como as impostas por variações de temperatura sobre as constantes cinéticas). Na verdade, se as constantes cinéticas forem alteradas por 5 %, as novas soluções ótimas são iguais a $\theta = 0.2695 h$ e $V = 4.4409 m^3$.

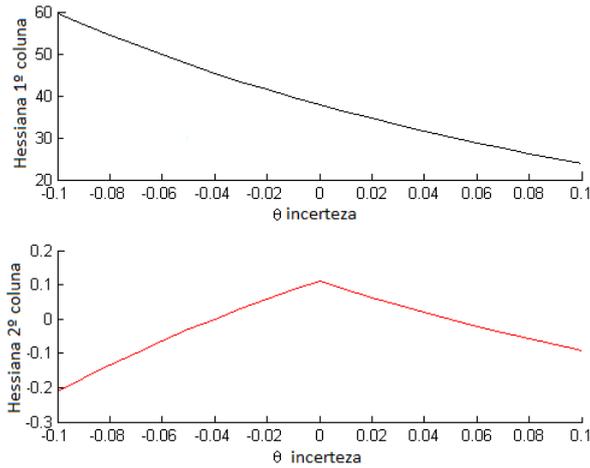


Figura 4.7: Efeitos das incertezas nas distâncias dos discos de Gershgorin no tempo de residência no problema de otimização do reator.

Neste exemplo, o disco de Gershgorin referente à segunda linha da Hessiana é mais restritivo do que o critério tolerância. No entanto, o disco de Gershgorin da primeira linha da Hessiana é mais robusto do que a tolerância e o disco de Gershgorin da segunda linha da Hessiana, deixando claro que todos os discos de Gershgorin devem ser computados para a correta aplicação do critério proposto.

Análise das incertezas do volume pode ser realizada de um modo semelhante, como mostrado para o caso do tempo de residência. Neste caso, a perda de desempenho tolerável e a distância limite tolerável do volume são maiores do que o caso do tempo de residência. A Figura 4.8 mostra que a condição de tolerância não é violada até que a incerteza atinja 10% do valor do volume ótimo. Para incertezas maiores do que este valor, a condição não-robusta é atingida, indicando que o critério de tolerância deve ser revisto (se possível).

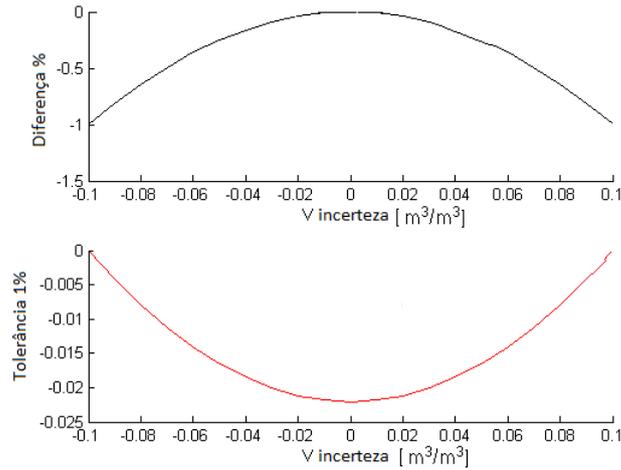


Figura 4.8: Efeitos das incertezas no volume do reator na perda de desempenho tolerável e a distância do limite tolerável no problema de otimização do reator.

Os efeitos das incertezas no volume do reator sobre as distâncias dos discos Gershgorin da origem do plano complexo não são relevantes neste caso. Na gama de incertezas disponíveis, as distâncias dos discos de Gershgorin em relação à origem do plano complexo são maiores do que zero para ambas as linhas da matriz Hessiana. A Figura 4.9 mostra que a distância do disco Gershgorin da origem para a primeira linha da matriz Hessiana é afetada por incertezas, mas a condição de não-robustez não é atingida. A distância do disco de Gershgorin da origem para a segunda linha da matriz Hessiana é muito menor, quando comparado com a primeira linha; no entanto, neste caso essa distância não é muito sensível a incertezas.

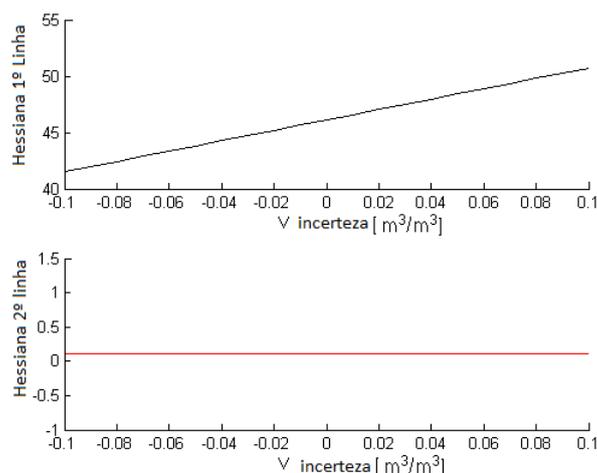


Figura 4.9: Efeitos das incertezas no volume do reator nas distâncias dos discos de Gershgorin no problema de otimização do reator.

Comparando ambas as análises, do tempo de residência e do volume de reator,

pode-se verificar que a condição ponto ótimo é mais sensível às incertezas do tempo de residência. Esta conclusão pode ser confirmada visualmente na Figura 4.5, em que a variação da função é maior ao longo da direção tempo de residência do que ao longo da direção do volume do reator. Neste caso, devido à pequena dimensão do problema e às diferentes formas de curvas ao longo dos eixos distintos, esta conclusão pode ser verificada graficamente. No entanto, para problemas com dimensões superiores e comportamentos mais irregulares ao longo de diferentes direções, a análise proposta pode ser mais relevante para a tomada de decisão.

4.4.3 Projeto de Estrutura de Controle

O projeto de estruturas de controle tem como objetivo encontrar o melhor emparelhamento entre variáveis controladas e graus de liberdade (variáveis manipuladas) (LUYBEN *et al.*, 1998), sendo o principal objeto de estudo desta tese. Geralmente técnicas de projeto de estruturas de controle são baseadas em heurísticas que empregam ganhos estáticos ao redor do ponto operacional da planta para definir a melhor estrutura de controle (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005). Uma classe das técnicas de projeto de estruturas de controle, chamado de controle auto-otimizante, como visto no Capítulo 2, é baseado no comportamento da planta em torno de um ponto operacional que seja um máximo local da função lucro. Uma dessas técnicas, chamada de método local exato (HALVORSEN *et al.*, 2003), também apresentada nos Capítulos 2 e 3, baseia-se na minimização de uma função perda, descrita como a diferença de desempenho entre o ponto operacional ótimo e um ponto operacional próximo. Nesta metodologia, como mostrado na Seção 2.3.3, a melhor estrutura de controle é a estrutura que minimiza o valor da seguinte expressão,

$$L = \frac{1}{2} \bar{\sigma}(\mathbf{M})^2, \quad (4.54)$$

$$\mathbf{M} = \mathcal{H}_{uu}^{1/2} \cdot (\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{G})^{-1}, \quad (4.55)$$

onde \mathcal{H}_{uu} é a Hessiana da função objetivo em relação às variáveis independentes, $\mathbf{\Gamma}$ é uma matriz de estrutura de controle binária e \mathbf{G} é a matriz de ganho entre as variáveis manipuladas e das variáveis medidas.

Estas técnicas não são aplicadas a mais de um ponto ótimo operacional e pontos operacionais com incertezas. Para melhorar a robustez dessa metodologia, aplica-se o método proposto antes do procedimento de projeto. A análise da robustez do ponto operacional pode ser relevante para avaliar o ponto operacional mais adequado para o projeto da estrutura de controle. Um exemplo simples é mostrado na próxima seção para ilustrar este tipo de aplicação.

Projeto de Estrutura de Controle para o Reator de Van de Vusse

O reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964) constitui um exemplo de referência de controle, em que ciclopentanol (B) é produzido a partir de ciclopentadieno (A) e dois subprodutos são gerados, ciclopentanodiol (C) e diciticlopentadieno (D), sob a forma,



Este processo apresenta 3 variáveis manipuladas (carga térmica da jaqueta de refrigeração, Q_k em kJ/h; vazão de entrada do reator, F_{in} em l/h; e vazão de saída do reator, F_{out} em l/h) e 6 medições de processo (temperatura do reator, T , em K; temperatura do líquido de refrigeração, T_K em K; concentração do componente A na vazão de saída, C_A em mol/l; concentração do componente B na corrente de saída, C_B em mol/l; volume do produto no interior do reator, V_R em l). A Figura 4.10 representa o processo descrito.

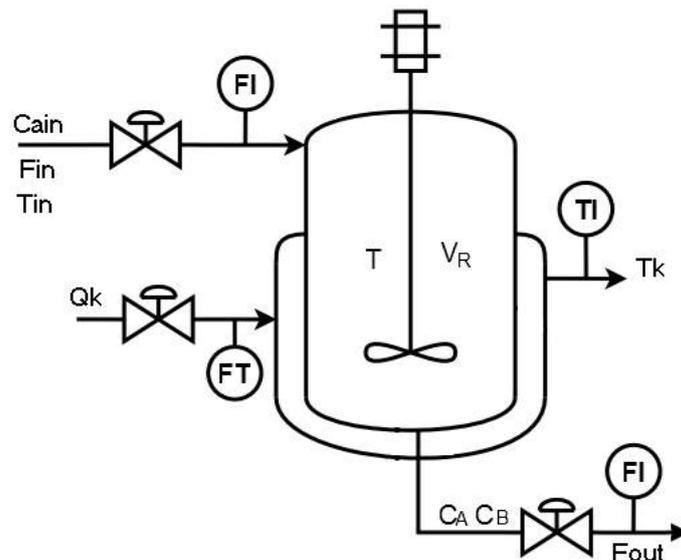


Figura 4.10: Esquema do reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964).

O ponto de operação máximo lucro pode ser definido com a ajuda do seguinte problema de otimização:

$$\max_{F_{in}, Q_k} P = C_{Blucro} - Q_{kcusto} - 0.2 \frac{F_{in}}{1000} \frac{Q_k}{7500} \quad (4.58)$$

sujeito a:

Relação econômica,

$$C_{Blucro} = 60C_B^4 - 243C_B^3 + 364.2C_B^2 - 239.5C_B + 68.3, \quad (4.59)$$

$$Qk_{custo} = \left(\frac{Qk}{7500}\right)^2 + \left(\frac{0.8Qk}{7500}\right) + 0.15. \quad (4.60)$$

Modelo estático,

$$F_{out} = F_{in}, \quad (4.61)$$

$$C_A = \frac{((F_{out} + V_R K_1)^2 + 4V_R K_3 F_{in} C_{Ain})^{0.5} - (F_{out} + V_R K_1)}{2V_R K_3}, \quad (4.62)$$

$$C_B = \frac{V_R K_1 C_A}{(F_{out} + K_2 V_R)}, \quad (4.63)$$

$$T = \frac{\frac{-V_R}{\rho C_P} \left(K_1 C_A \Delta H_1 + K_2 C_B \Delta H_2 + K_3 C_A^2 \Delta H_3 \right) + F_{in} T_{in} + \frac{Qk}{\rho C_P}}{F_{out}}, \quad (4.64)$$

$$T_K = T + \frac{Qk}{K_W A_R}, \quad (4.65)$$

$$K_1 = 1.287 \times 10^{12} e^{\frac{-9758.3}{T}}, \quad (4.66)$$

$$K_2 = 1.287 \times 10^{12} e^{\frac{-9758.3}{T}}, \quad (4.67)$$

$$K_3 = 9.04 \times 10^9 e^{\frac{-8560.0}{T}}, \quad (4.68)$$

em que as Equações (4.59) e (4.60) são modelos econômicos do processo, a Equação (4.61) representa o balanço de massa, as Equações (4.62) e (4.63) são os balanços de massa individuais para os componentes, as Equações (4.64) e (4.65) são os balanços de energia e as Equações (4.66), (4.67) e (4.68) estão relacionadas com as cinéticas das reações. Os parâmetros do modelo são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Variáveis de otimização do reator de Van de Vusse (TRIERWEILER e ENGELL, 1997).

Variável	Valor	Descrição
ΔH_1	4.2 kJ/mol	Entalpia de reação
ΔH_2	-11.0 kJ/mol	Entalpia de reação
ΔH_3	-41.85 kJ/mol	Entalpia de reação
C_{Ain}	5.1 mol/l	Concentração de entrada
F_{in}	200 l/h	Vazão de entrada
ρ	0.934 kg/l	Massa específica da mistura
C_P	3.01 kJ/kgK	Calor específico da mistura
K_W	4032.0 kJ/m ² hK	Coefficiente de troca térmica da mistura
A_R	0.215m ²	Área da jaqueta de resfriamento
C_{PK}	2.0 kJ/kgK	Calor específico do líquido refrigerante
M_K	5.0 kg	Massa do refrigerante

A função objetivo proposta, mostrada na Figura 4.11, tem dois pontos operacionais ótimos locais; $P = 1.0189 \times 10^5$ em $F_{in} = 1413.9$ l/h e $Q_k = -3996.4$ kJ/h; e $P = 1.0091 \times 10^5$ em $F_{in} = 325.2$ l/h e $Q_k = -3188.9$ kJ/h. Propõe-se aqui que os pontos de operação devem ser caracterizados em termos de robustez (tal como definido nas seções anteriores) antes da concepção da estrutura de controle. Portanto, o critério de decisão proposto, com base na análise KKT proposta, deve ser realizada de modo a comparar os dois pontos de operação rivais.

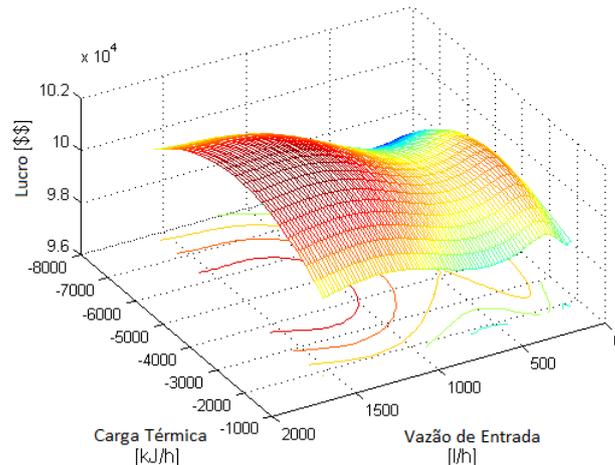


Figura 4.11: Função custo do reator de Van de Vusse.

A matriz Hessiana no ponto 1 para a $F_{in} = 325.2$ l/h e $Q_k = -3188.9$ kJ/h é,

$$\mathcal{H}_{uu1} = \begin{bmatrix} -0.0735 & 0.0023 \\ 0.0023 & -0.0004 \end{bmatrix}, \quad (4.69)$$

e a matriz Hessiana no ponto 2 para $F_{in} = 1413.9$ l/h e $Q_k = -3996.4$ kJ/h é,

$$\mathcal{H}_{uu2} = \begin{bmatrix} -0.0055 & -0.0001 \\ -0.0001 & -0.0004 \end{bmatrix}. \quad (4.70)$$

Usando o critério de tolerância de 1% de erro para a função objetivo proposta e calculando os discos de Gershgorin para ambos os pontos operacionais, os resultados são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Critério de decisão entre dois pontos operacionais.

		Tolerância	Distância de Gershgorin
Ponto 1	F_{in}	± 165 l/h	0.0712
	Q_k	± 2152.3 kJ/h	0
Ponto 2	F_{in}	± 610 l/h	0.0054
	Q_k	± 2356 kJ/h	0.0003

Com base na metodologia proposta, o melhor candidato é o ponto ótimo de operação 2, porque é mais tolerante aos erros de medições e porque os discos de Gershgorin não incluem a origem do plano complexo.

Depois de definir o melhor ponto de operação, a estrutura de controle pode ser projetada. Uma das variáveis manipuladas, a vazão de saída do reator F_{out} , é excluída do processo de emparelhamento proposto para controlar o inventário do reator V_R . Neste caso, 4 variáveis são candidatas a variáveis controladas e 2 variáveis são candidatas para variáveis manipuladas, levando a 12 configurações possíveis de estruturas de controle. Em razão do baixo número de possíveis estruturas de controle, todas as funções de perda foram avaliadas simultaneamente. No caso de instalações complexas reais, em que é possível a explosão combinatorial, a melhor prática para avaliar a melhor estrutura de controle é o uso do método *Branch and Bound* (CAO e KARIWALA, 2009). Os valores das funções de perda para cada estrutura de controle são mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Função de perda de cada estrutura de controle possível no problema de controle do reator de Van de Vusse.

F_{in} [l/h]	Qk [kJ/h]	$10^{-8}L$ [\$\$]
T	T_k	1.0754
T_k	T	3.4822
T	C_A	1.0746
C_A	T	3.4716
T	C_B	1.0745
C_B	T	3.4716
T_K	C_A	1.0506
C_A	T_K	0.1432
T_K	C_B	1.0505
C_B	T_K	0.1432
C_A	C_B	0.0425
C_B	C_A	0.0588

De acordo com o método exato local, a melhor estrutura de controle é o emparelhamento entre $C_A - F_{in}$ e $C_B - Qk$, porque esta estrutura conduz a valores de índice de perda (L) inferiores.

4.5 Conclusão

Neste capítulo uma nova abordagem foi apresentada para garantir a satisfação do critério de segunda ordem de Karush-Kuhn-Tucker em cenários de otimização incertos. Foram propostas duas novas condições para melhorar a robustez dos pontos ótimos em problemas de otimização incertos, baseados em níveis aceitáveis de perda de desempenho e na especificação de limites de segunda ordem, criando limites aceitáveis para os valores característicos da Hessiana. Os critérios propostos podem ser usados para classificar a robustez dos pontos ótimos e para orientar a tomada de decisão, quando mais de um ponto ótimo pode ser obtido. Três exemplos simples foram mostrados para ilustrar o procedimento proposto, baseado em um problema numérico de referência, em um projeto de um reator e em um problema de projeto da estrutura de controle. Nesses casos, foi demonstrado que os critérios propostos poderiam fornecer informações úteis sobre a robustez dos pontos ótimos calculados, permitindo a seleção de pontos operacionais e a definição das tolerâncias das variáveis de projeto.

Capítulo 5

Um Novo Método de Definição de Estruturas de Controle

A definição da estrutura de controle, como visto nos capítulos anteriores, pode ser feita seguindo diversas abordagens. Nesse capítulo é proposta uma metodologia para a proposição de estruturas de controle baseada em modelos estáticos linearizados nas proximidades de um ponto de operação. Técnicas de obtenção das estruturas de controle baseadas no uso de modelos dinâmicos apresentam diversas vantagens, pois possibilitam a avaliação da estratégia global de controle de forma integrada. Entretanto, técnicas dinâmicas aumentam a complexidade dos algoritmos de proposição das estruturas de controle, o que pode inviabilizar o uso dessas técnicas. Técnicas baseadas no uso de simulações estáticas são de mais fácil implementação, porém realizam análises locais, o que em alguns casos pode comprometer a representatividade. A metodologia proposta nesse capítulo utiliza análises locais, porém usando de técnicas que tentam reduzir as limitações das análises estáticas.

5.1 Uso de Modelos Estáticos para Definição da Estrutura de Controle

Nessa seção é apresentada uma técnica para a definição da estrutura de controle global que tenta mitigar algumas lacunas inerentes à análise local e ao uso de modelos estáticos. A proposta constitui a primeira etapa do processo de desenvolvimento de um procedimento de projeto que leve em consideração os aspectos apresentados nos capítulos anteriores e evite a explosão combinatorial do problema de otimização. A técnica proposta nessa seção é composta por três partes:

- Avaliação da qualidade do ponto de operação escolhido;
- Definição da estrutura de controle regulatório;

- Definição da estrutura de controle supervisorio.

A primeira parte tem o intuito de verificar a concavidade do ponto de operação ótimo. Esse aspecto é importante para a avaliação da robustez da operação e do projeto. A segunda parte propõe o pareamento das variáveis de restrição com as variáveis manipuladas, com a intenção de manter a operação da planta dentro de um polígono operacional seguro. A terceira parte tenta identificar uma estrutura de controle supervisorio que contribua para que a planta opere nas proximidades do ponto de operação escolhido. A sensibilidade e a linearidade das respostas em relação às variáveis manipuladas podem ser avaliadas com o uso de modelos estacionários; porém, análises de estabilidade não podem ser baseadas somente em modelos estáticos. Sistemas são considerados estáveis, segundo o Teorema de Lyapunov, quando as variáveis de estado apresentam trajetórias limitadas (DISTAFANO *et al.*, 1990). Plantas de processo possuem trajetórias limitadas por outras camadas, além da camada de controle. Sistemas de intertravamento e limitações de equipamentos restringem as trajetórias das variáveis de estado, mesmo quando não há atuação da camada de controle, limitando os pontos iniciais e finais das trajetórias dos estados. Entretanto, para a análise da estabilidade assintótica (OGATA, 2011), necessariamente a resposta temporal, com todos os pontos da trajetória, deve ser considerada. Essa lacuna não pode ser preenchida por técnicas baseadas somente em soluções estacionárias, como a proposta nesse momento.

5.1.1 Estrutura da Camada Regulatória

A camada de controle regulatório é responsável por manter a operação da planta dentro dos limites físicos dos equipamentos, evitando possíveis danos. Outra função importante da camada regulatória é manter os produtos dentro das especificações recomendadas. Esses dois critérios estão ligados às restrições do processo. As restrições de processo delimitam um polígono operacional, dentro do qual a planta deve operar, como ilustra a Figura 5.1.

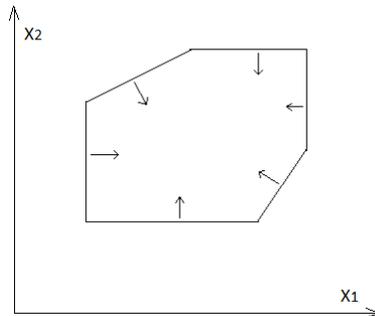


Figura 5.1: Restrições de processo definindo o polígono de operação da planta.

A ideia de estabilidade está intrinsicamente ligada à limitação de que as trajetórias das variáveis de estado se mantenham dentro de uma determinada região, semelhante ao que é retratado pelas restrições da Figura 5.1. Essa ideia é semelhante ao critério BIBO (*Bounded Input Bounded Output*) (OGATA, 2011). Assim, se o problema de otimização de uma determinada planta for bem definido, a ideia de estabilidade está de um certo modo ligada ao controle das restrições.

As restrições, quando ligadas à segurança da operação, devem atender a requisitos de confiabilidade, como a frequência de falhas dos instrumentos, das válvulas de controle e demais elementos ligados às malhas de controle. Esse requisito sugere que as estruturas de controle dessa camada sejam tão simples quanto possível, com número pequeno de medições envolvidas para a composição de uma variável controlada e pequeno número de elementos finais de controle. Em decorrência disso, o pareamento um a um é usualmente o mais recomendado para essa camada de controle. Essa constatação pode ser ilustrada por meio da comparação entre duas configurações de malhas de controle:

Suponha a malha de controle A, composta por 6 medições de temperatura de diferentes pontos de uma planta, 1 controlador lógico programável (CLP) e 1 válvula de controle. Considere ainda a malha de controle B, composta por 1 medição de temperatura, 1 controlador lógico programável e 1 válvula de controle. A probabilidade de falha da malha de controle A é,

$$P_A \approx \sum_{i=1}^6 P_{medicao_i} + P_{CLP} + P_{valvula}, \quad (5.1)$$

enquanto a probabilidade de falha da malha de controle B é,

$$P_B \approx P_{medicao} + P_{CLP} + P_{valvula}. \quad (5.2)$$

Suponha que as taxas de falha sejam: $\lambda_{medicao} = 0.15 \text{ Falhas/ano}$, $\lambda_{CLP} = 0.1 \text{ Falhas/ano}$ e das $\lambda_{valvula} = 0.1 \text{ Falhas/ano}$ (EXIDA, 2007). Nesse caso, para o período de 1 ano, as probabilidades de falhas seriam,

$$P_A \approx 1.1 \text{ Falhas}, \quad (5.3)$$

$$P_B \approx 0.35 \text{ Falhas}. \quad (5.4)$$

As falhas na malha de controle A são 3 vezes mais prováveis que as falhas na malha de controle B, o que pode afetar a continuidade operacional.

As restrições de processo ligadas à segurança geralmente são fixas e não variam em função do ponto de operação. As variáveis das restrições devem ser sensíveis às variáveis manipuladas selecionadas, para que seja possível satisfazer as restrições

quando ocorrem perturbações do processo; caso contrário, a satisfação das restrições passa a ocorrer de maneira eventual e fortuita. A matriz **SR** representa o ganho de cada variável presente nas restrições como função das variáveis manipuladas:

$$\mathbf{SR} = \begin{bmatrix} GR_{00} & \cdots & GR_{0m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ GR_{n0} & \cdots & GR_{nm} \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

onde,

$$GR_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial u_j}. \quad (5.6)$$

O eventual acoplamento entre malhas de controle é um problema que aumenta a complexidade das estratégias de controle. Estratégias usadas com frequência para minimizar esses efeitos, como desacopladores de malhas e estratégias *feedforward*, não são de fácil parametrização em muitos casos. Essa é uma razão forte para que a estrutura de controle contemple essas estruturas apenas como último recurso. Desse modo, a escolha de um pareamento em que o ganho de acoplamento seja baixo é sempre interessante. Define-se ganho de acoplamento como a soma dos valores absolutos dos ganhos não relacionados ao pareamento particular avaliado,

$$GA_{ij} = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^m \left| \frac{\partial R_k}{\partial u_j} \right|. \quad (5.7)$$

De forma gráfica, como mostrado na Figura 5.2, é interessante definir um pareamento para o qual os ganhos de acoplamento sejam baixos e os ganhos das restrições sejam altos.

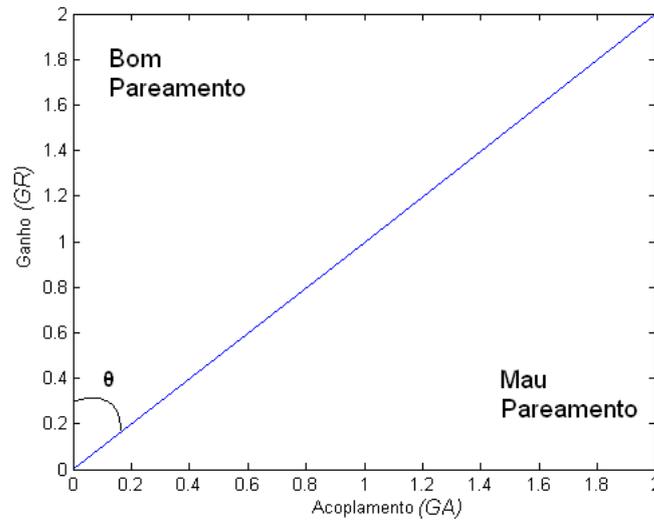


Figura 5.2: Relação entre o ganho e o acoplamento.

Uma forma de mensurar essa relação é definir um ângulo entre os ganhos de restrição e os ganhos de acoplamento, sendo o valor nulo de ângulo o valor ideal para essa grandeza,

$$\theta_{ij} = \text{acos} \left(\frac{GR_{ij}}{\sqrt{GA_{ij} + GR_{ij}}} \right). \quad (5.8)$$

Essa relação pode ser definida para cada possível pareamento, construindo uma matriz em acordo com a Equação (5.9), em que é feita a representação de cada possível pareamento,

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_{00} & \cdots & \theta_{0m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{n0} & \cdots & \theta_{nm} \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

O melhor pareamento entre a variável de restrição e a variável manipulada pode ser definido em termos do menor valor de ângulo de cada linha da matriz, em que a relação entre o ganho do processo e o ganho de acoplamento é menor. Dessa forma,

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, & \theta_{ij} \leq \forall \theta_{ik \neq j}, \\ 0, & \text{para os outros casos.} \end{cases} \quad (5.10)$$

Assim, os pareamentos realizados na camada regulatória podem ser representados por uma matriz binária \mathbf{R} , em que 1 representa a variável manipulada e a variável controlada pareada e 0

Como podem ser definidos dois critérios para a escolha do melhor pareamento entre as variáveis controladas e manipuladas, a sensibilidade e o desacoplamento, pode-se realizar uma análise de Pareto (COSTA, 2009) para avaliar os casos conflitantes. representa uma relação de não pareamento.

5.1.2 Estrutura da Camada Supervisória

A camada supervisória deve, com os graus de liberdade remanescentes e não utilizados pela camada regulatória, vincular as ações de controle com os objetivos econômicos. Alguns requisitos básicos para a funcionalidade da estrutura de controle também devem ser atendidos pela camada de controle supervisório. Dois requisitos interessantes que a estrutura de controle deve atender são a sensibilidade e a linearidade entre as variáveis manipuladas e controladas; porém, sem perder o vínculo econômico. A sensibilidade é definida como a razão entre a variação da variável controlada como função da variação da variável manipulada,

$$S_{st} = \frac{\partial c}{\partial u}. \quad (5.11)$$

Sistemas de controle distribuídos são geralmente desenvolvidos utilizando con-

troladores do tipo PID, que têm o desempenho degradado pela ocorrência de comportamentos não lineares. Desse modo, durante a escolha dos pareamentos entre as variáveis controladas e variáveis manipuladas, a caracterização de linearidade também é importante. Uma forma de identificar se um sistema é linear pode ser realizada por meio da seguinte expressão,

$$L = \frac{\partial^2 c}{\partial u^2} = 0. \quad (5.12)$$

Em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), as expressões quantitativas da sensibilidade e da linearidade podem ser feitas em termos de representações matriciais,

$$\mathbf{S}_{st} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_0}{\partial u_0} & \dots & \frac{\partial c_0}{\partial u_i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial c_j}{\partial u_0} & \dots & \frac{\partial c_j}{\partial u_i} \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 c_0}{\partial u_0^2} & \dots & \frac{\partial^2 c_0}{\partial u_i^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 c_j}{\partial u_0^2} & \dots & \frac{\partial^2 c_j}{\partial u_i^2} \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

Pode-se propor que uma boa escolha de uma estrutura é a que concilia sensibilidade elevada e linearidade elevada em toda a faixa de operação, não deixando de lado os critérios econômicos. De um modo geral o critério pode ser representado por,

$$\Phi_i = f(\max(\mathbf{S}_{st_i}), \min(\mathbf{l}_i), \max(F_i)). \quad (5.15)$$

onde Φ_i é uma métrica utilizada como critério de escolha da melhor variável controlada em relação a uma determinada variável manipulada, \mathbf{S}_{st_i} é uma coluna da matriz de sensibilidade, \mathbf{l}_i é uma coluna da matriz de linearidade e F_i é a função lucro associada.

O projeto da estrutura de controle da camada supervisória, ou "econômica", deve agregar os requisitos citados acima ou chegar o mais próximo possível deles. Assim, a estrutura de controle deve apresentar alguma relação com a função objetivo que representa economicamente a planta de processo. Uma forma de realizar esse objetivo é ponderar a matriz de sensibilidade pela função custo.

No limite idealizado, a matriz de sensibilidade totalmente desacoplada deve ser diagonal, sendo que o ganho em relação à variável controlada desejada é um valor finito e o restante da linha é nulo,

$$\mathbf{S}_D = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_0}{\partial u_0} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial c_j}{\partial u_i} \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

No caso idealizado, a matriz de linearidade deve ser nula,

$$\mathbf{L} = \mathbf{0}. \quad (5.17)$$

Supondo que as variáveis controladas são combinações lineares das variáveis medidas,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i0} & \cdots & a_{in} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{y}, \quad (5.18)$$

é possível representar a matriz de sensibilidade como uma função da transformação linear proposta, na forma:

$$\mathbf{S}_{st} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}^y, \quad (5.19)$$

onde \mathbf{S}^y é a sensibilidade das medidas às mudanças das variáveis manipuladas. No caso particular em que a matriz de sensibilidade é diagonal, obtém-se:

$$\mathbf{S}_D = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}^y, \quad (5.20)$$

$$0 = \mathbf{S}_D - \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}^y. \quad (5.21)$$

A Equação (5.21) pode ser ponderada pela relação entre as variáveis medidas e a função objetivo. Essa ponderação, de forma semelhante à empregada no presente trabalho, pode ser vista na derivada total da função objetivo, em que cada elemento da matriz pode ser dado na forma:

$$\frac{\partial F}{\partial u_0} = \frac{\partial F}{\partial y_0} \frac{\partial y_0}{\partial u_0} + \cdots + \frac{\partial F}{\partial y_n} \frac{\partial y_n}{\partial u_0}, \quad (5.22)$$

que matricialmente pode ser representada por,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial u_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial u_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_0}{\partial u_0} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial u_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_0}{\partial u_n} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial u_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial u_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial u_n} \end{bmatrix} = \mathbf{S}^y \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

A ponderação das matrizes da Equação (5.21) pela relação que a função custo tem em relação às variáveis medidas, $\frac{\partial F}{\partial y_i}$, pode ser visto como um produto de Hadamard, que apresenta propriedade distributiva (HORN e JOHNSON, 1985), mantendo a

igualdade da Equação (5.21),

$$0 = \mathbf{H}_D - \mathbf{A} \cdot (\mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y), \quad (5.25)$$

sendo a matriz \mathbf{H}_D semelhante à matriz \mathbf{S}_d , porém ponderada pelas derivadas parciais da função custo. Como a matriz de linearidade \mathbf{L} é idealmente nula, as seguintes expressões podem ser admitidas válidas,

$$\mathbf{L} \approx \mathbf{H}_D - \mathbf{A} \cdot (\mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y), \quad (5.26)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{L}^y = \mathbf{H}_D - \mathbf{A} \cdot (\mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y), \quad (5.27)$$

colocando \mathbf{A} em evidência,

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{L}^y + \mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y) = \mathbf{H}_D, \quad (5.28)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}_D (\mathbf{L}^y + \mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y)^{-1}. \quad (5.29)$$

Para o caso particular em que a matriz de sensibilidade ponderada é diagonal e unitária, como meta idealizada

$$\mathbf{H}_D = \mathbf{I}, \quad (5.30)$$

a matriz \mathbf{A} pode ser escrita como,

$$\mathbf{A} = (\mathbf{L}^y + \mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y)^{-1}. \quad (5.31)$$

Para simplificar a notação cria-se uma matriz auxiliar,

$$\mathbf{H} = (\mathbf{L}^y + \mathbf{F}_u \otimes \mathbf{S}^y), \quad (5.32)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_0}{\partial u_0} \frac{\partial F}{\partial y_0} + \frac{\partial^2 y_0}{\partial u_0^2} & \cdots & \frac{\partial y_0}{\partial u_i} \frac{\partial F}{\partial y_0} + \frac{\partial^2 y_0}{\partial u_i^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial u_0} \frac{\partial F}{\partial y_n} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial u_0^2} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial u_i} \frac{\partial F}{\partial y_n} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial u_i^2} \end{bmatrix}, \quad (5.33)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}^{-1}. \quad (5.34)$$

Na maioria dos casos, o número de medições disponíveis é maior que o número de variáveis manipuladas, não sendo possível a inversão da matriz \mathbf{H} . Assim, pode-se propor que a melhor escolha da matriz \mathbf{A} é a que minimiza a seguinte norma,

$$K = \|\mathbf{A}\mathbf{H} - \mathbf{I}\|_2^2. \quad (5.35)$$

A ideia dessa métrica é encontrar a estrutura de controle supervisorio que atenda aos critérios de linearidade, sensibilidade e economicidade simultaneamente. Esse

problema ainda não foi proposto nem resolvido na literatura.

A estrutura de controle completa é representada pela matriz $\mathbf{\Gamma}$. Essa matriz representa toda a estrutura de controle, camada regulatória e camada supervisória na forma:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}_{\text{ext}} + \mathbf{R}. \quad (5.36)$$

As colunas da matriz \mathbf{A}_{ext} são nulas nos pareamentos das restrições e apresentam os mesmos valores de \mathbf{A} nas colunas vinculadas às variáveis manipuladas, ligadas à camada supervisória.

5.2 Resultados e Discussões

Nesse capítulo são apresentados alguns resultados decorrentes da aplicação da técnica proposta. Na primeira parte é descrito o problema em que foi aplicada a técnica. Na segunda parte os resultados, a estrutura de controle e a resposta dinâmica do problema de controle são apresentados e discutidos.

5.3 Aplicação da Proposta de Metodologia ao Caso Tennessee Eastman

Para a validação da metodologia proposta, foi usado o processo Tennessee Eastman, um modelo de planta dinâmico amplamente utilizado para testes de estruturas de controle. Esse modelo surgiu da necessidade de fomentar com exemplos práticos o meio acadêmico, sendo que a primeira aplicação do modelo foi associada à resolução do problema de controle de planta inteira (DOWNS e VOGEL, 1993).

5.3.1 Descrição do Processo Tennessee Eastman

O objetivo da planta estudada é produzir dois produtos (G, H) a partir de quatro reagentes (A, C, D, E), sendo presentes também um elemento inerte (B) e um subproduto (F), completando no total oito componentes. Para cumprir os objetivos, a planta é constituída por cinco equipamentos principais: o reator, o condensador de produtos, o separador líquido-vapor, o compressor de reciclo e a coluna de *stripper* de produtos. Na Figura 5.3 é apresentado o diagrama do processo.

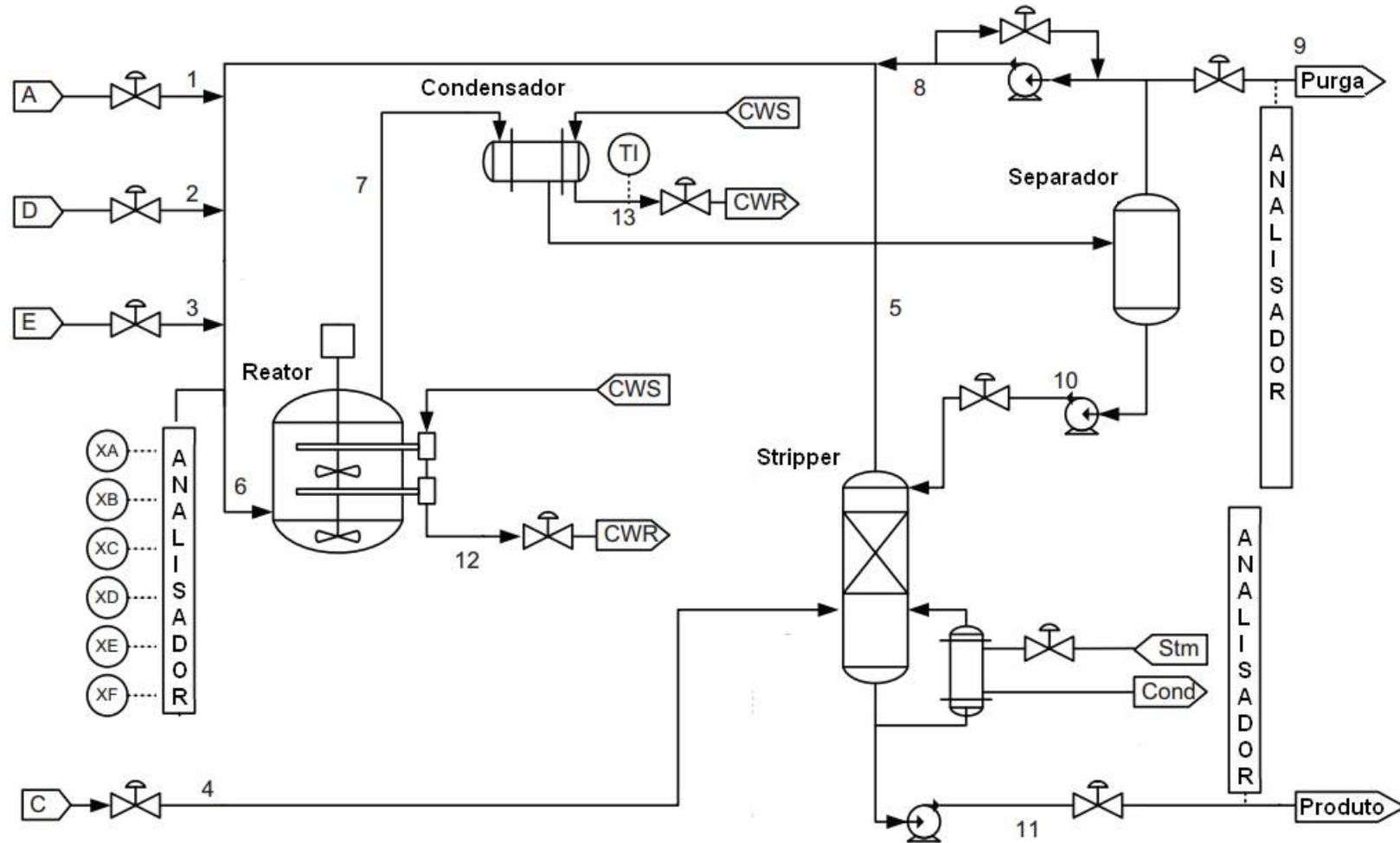


Figura 5.3: Diagrama do processo Tennessee Eastman (DOWNS e VOGEL, 1993).

Os reagentes gasosos alimentam o reator, onde reagem e formam produtos de acordo com as seguintes reações:



Todas as reações são irreversíveis e exotérmicas, sendo necessário retirar o calor proveniente das reações com um resfriador a água. Os produtos e as cargas não reagidas deixam o reator como vapor, sendo parcialmente condensados no condensador de produtos, de onde são enviados para o separador líquido-vapor. No separador, os componentes não condensados são recirculados para o reator, com o uso do compressor de reciclo, ou são purgados. Os componentes líquidos constituem a carga da coluna de *stripper*. Na coluna são removidos os reagentes remanescentes por meio da redução da pressão parcial, com o uso da carga 4. Os componentes vaporizados são então incorporados à corrente de reciclo e os componentes que permanecem na fase líquida constituem os produtos da planta de processo.

DOWNS e VOGEL (1993) não forneceram no trabalho original as equações do modelo da planta Tennessee Eastman. O modelo Tennessee Eastman original é baseado em uma subrotina em FORTRAN (TEFUNC) fornecida por DOWNS e VOGEL (1993). O problema da planta de Tennessee Eastman foi rescrito por TOBIAS JOCKENHOVEL (2003), explicitando as equações algébrico-diferenciais que regem o modelo. Entretanto, não foi garantida a resposta idêntica ao trabalho original de DOWNS e VOGEL (1993), sendo esse modelo renomeado de Tennessee Eastman estendido.

O processo em questão possui 41 medições, contínuas e discretas, e 12 variáveis manipuladas, listadas nas Tabelas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5. As variáveis discretas provenientes da análise da carga do reator e do gás de purga são amostradas a cada 0.1 hora. As variáveis provenientes da análise da corrente dos produtos são amostradas a cada 0.25 hora.

Tabela 5.1: Variáveis medidas contínuas na planta Tennessee Eastman.

Nome da variável	Caso Base	Unidade
1 Carga A	0.25052	kscmh
2 Carga D	3664.0	kg/h
3 Carga E	4509.3	kg/h
4 Carga A e C	9.347	kscmh
5 Vazão de reciclo	26.902	kscmh
6 Vazão para o Reator	42.339	kscmh
7 Pressão do Reator	2705.0	kPa man.
8 Nível do Reator	75.0	%
9 Temperatura do Reator	120.40	°C
10 Vazão de purga	0.33712	kscmh
11 Temperatura do produto do separador	80.109	°C
12 Nível do separador	50.0	%
13 Pressão do separador	2633.7	kPa man.
14 Vazão de fundo do separador	25.16	m^3/h
15 Nível da <i>stripper</i>	50.0	%
16 Pressão da <i>stripper</i>	3102.2	kPa man.
17 Vazão de fundo da <i>stripper</i>	22.949	m^3/h
18 Temperatura da <i>stripper</i>	65.731	°C
19 Vazão de vapor para a <i>stripper</i>	230.31	kg/h
20 Potência do compressor	341.43	kW
21 Temp. de saída da água do resfriador do Reator	94.599	°C
22 Temp. de saída da água do condensador de produto	77.297	°C

Tabela 5.2: Variáveis medidas discretas da análise da planta Tennessee Eastman.

Nome da variável	Caso Base	Unidade
23 Componente A	32.188	%mol
24 Componente B	8.8933	%mol
25 Componente C	26.383	%mol
26 Componente D	6.8820	%mol
27 Componente E	18.776	%mol
28 Componente F	1.6567	%mol

Tabela 5.3: Variáveis medidas discretas da análise do gás de purga da planta Tennessee Eastman.

	Nome da variável	Caso Base	Unidade
29	Componente A	32.958	%mol
30	Componente B	13.823	%mol
31	Componente C	23.978	%mol
32	Componente D	1.2565	%mol
33	Componente E	18.579	%mol
34	Componente F	2.2633	%mol
35	Componente G	4.8436	%mol
36	Componente H	2.2986	%mol

Tabela 5.4: Variáveis medidas discretas da análise do produto da planta Tennessee Eastman.

	Nome da variável	Caso Base	Unidade
37	Componente D	0.01787	%mol
38	Componente E	0.83570	%mol
39	Componente F	0.09858	%mol
40	Componente G	53.724	%mol
41	Componente H	43.828	%mol

Tabela 5.5: Variáveis manipuladas na planta Tennessee Eastman.

	Nome da manipulada	Caso Base [%]
1	Carga D	63.053
2	Carga E	53.980
3	Carga A	24.644
4	Carga A e C	61.302
5	Válvula de recirculação do compressor	22.210
6	Válvula de purga	40.064
7	Vazão de fundo do separador	38.100
8	Vazão de fundo da <i>stripper</i>	46.534
9	Válvula de vapor da <i>stripper</i>	47.446
10	Vazão da água de resfriamento do Reator	41.106
11	Vazão da água de resfriamento do Condensador	18.114
12	Velocidade do agitador	50.00

O modelo dinâmico do processo Tennessee Eastman admite 20 fontes de per-

turbações, que são usadas para a verificação de desempenho das estratégias de controle propostas. Para o estudo em questão será utilizada somente a perturbação em degrau da razão A/C da corrente 4, mantendo a composição em B constante.

5.3.2 Implementação

O modelo da planta Tennessee Eastman usado nessa proposta é o mesmo usado por DOWNS e VOGEL (1993), implementado em FORTRAN 77. As técnicas de obtenção de ponto ótimo de operação e obtenção da estrutura de controle foram implementadas em FORTRAN 90, utilizando as subrotinas da biblioteca IMSL para a execução das operações matriciais. Para que o método proposto seja avaliado em uma base similar a de outros métodos de obtenção de estruturas de controle, foram utilizadas as mesmas técnicas numéricas implementadas por DOWNS e VOGEL (1993). Para a resolução das equações diferenciais ordinárias foi utilizado o Método de Euler (CELLIER e KOFMAN, 2006).

5.3.3 Estruturas de Controle Regulatório Encontradas na Literatura para a Planta Tennessee Eastman

Existem diversas estruturas de controle regulatório propostas para a processo de Tennessee Eastman, não existindo um consenso de qual estrutura é melhor. Isso é decorrente do grande número e da diversidade das metodologias usadas para a obtenção das estruturas de controle global. De forma resumida, seguem nas Tabelas 5.6 e 5.7 algumas propostas de controle regulatório encontradas na literatura, onde:

- PAR1 é o pareamento proposto por MCAVOY (1994);
- PAR2 e PAR3 são pareamentos propostos por LUYBEN *et al.* (1998);
- PAR4 é o pareamento proposto por BANERJEE e ARKUN (1995);
- PAR5 é o pareamento proposto por LYMAN e GEORGAKIS (1995);
- PAR6 é o pareamento proposto por NG e STEPHANOPOULOS (1998);
- PAR7 é o pareamento proposto por MOLINA *et al.* (2011).

Tabela 5.6: Pareamento da camada regulatória da planta Tennessee Eastman (HEIDRICH, 2004), parte 1.

Controlada	PAR1	PAR2	PAR3	PAR4
Pressão no Reator	Y7 - U3	Y7 - U4	Y7 - U11	Y7 - U10
Temperatura no Reator	Y9-Y21-U10	Y11-Y9-U10	Y11-Y9-U10	***
Nível do Reator	Y8-U2	Y8-U1	Y8-U1	Y8-U5
Nível do Separador	Y12-U7	Y12-U11	Y12-U7	Y12-U7
Nível da <i>stripper</i>	Y15-U8	Y15-U7	Y15-U8	Y15-U8

Tabela 5.7: Pareamento da camada regulatória da planta Tennessee Eastman (HEIDRICH, 2004), parte 2.

Controlada	PAR5	PAR6	PAR7
Pressão no Reator	*	Y7 - U6	*
Temperatura no Reator	Y9-Y21-U10	Y9-U10	Y9-Y21-U10
Nível do Reator	Y8-U4	Y8-U11	Y8-U2
Nível do Separador	Y12-U7	Y12-U7	Y12-U7
Nível da <i>stripper</i>	Y15-U8	Y15-U8	Y15-U8

Nas Tabelas 5.6 e 5.7, Y_i representa a variável medida de acordo com as Tabelas 5.1 a 5.4; U_i representa a variável manipulada de acordo com a Tabela 5.5; Y_i - Y_j representam o controle em cascata, sendo que a variável i é a variável mestre e a variável j é o escravo. O símbolo* identifica o sistema sem pareamento.

5.3.4 Resultados da Aplicação da Metodologia

O primeiro passo para a aplicação da metodologia proposta é encontrar o ponto de operação ótimo da planta. No caso particular do processo Tennessee Eastman, não foi viável a utilização de técnicas determinísticas de otimização para encontrar o ponto ótimo de operação. Foram encontrados diversos mínimos locais vizinhos, que dificultaram a solução por meio de Programação Sequencial Quadrática (SQP) (SECCHI e BISCAIA, 2012), caracterizando grande dependência do ponto inicial. Por essa razão, foi utilizada uma metodologia heurística, do tipo enxame de partículas (PSO) (KENNEDY e EBERHART, 1995), para a otimização estática, técnica que é menos sensível à solução inicial. A formulação do problema de otimização utilizado foi semelhante à proposta por DOWNS e VOGEL (1993).

$$\min_{0 \leq u \leq 100} F = C_{purga} \cdot Q_{purga} + C_{produto} \cdot Q_{produto} + C_{comp} \cdot W_{comp} + C_{vapor} \cdot M_{vapor} \quad (5.41)$$

sujeito a:

$$P_{reator} < 3000 \text{ kPa} \quad (5.42)$$

$$T_{reator} < 175 \text{ }^\circ\text{C} \quad (5.43)$$

$$9.4 \% < L_{reator} < 112 \% \quad (5.44)$$

$$15 \% < L_{stripper} < 121.2 \% \quad (5.45)$$

$$11 \% < L_{separador} < 133.3 \% \quad (5.46)$$

$$G_{modelo} = 0 \quad (5.47)$$

Como a formulação do problema de otimização é igual à proposta originalmente, o ponto ótimo calculado foi coincidente com o ponto ótimo do trabalho apresentado por MOLINA *et al.* (2011), apresentado na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: Ponto ótimo de operação da planta Tennessee Eastman.

	Nome da manipulada	Caso Base [%]	Ponto ótimo [%]
1	Carga D	63.053	62.94
2	Carga E	53.980	53.15
3	Carga A	24.644	26.25
4	Carga A e C	61.302	60.56
5	Válvula de recirculação do compressor	22.210	1.00
6	Válvula de purga	40.064	25.77
7	Vazão de fundo do separador	38.100	37.26
8	Vazão de fundo da <i>stripper</i>	46.534	46.534
9	Válvula de vapor da <i>stripper</i>	47.446	1.00
10	Vazão da água de resfriamento do Reator	41.106	35.99
11	Vazão da água de resfriamento do Condensador	18.114	23.95
12	Velocidade do agitador	50.00	100.00

Como a metodologia proposta não requer um ponto ótimo de operação para o uso, o projeto da estrutura de controle pode ser realizado, mesmo com o risco de que os erros de modelagem afetem o comportamento da Hessiana. Desse modo, é possível iniciar a definição da estratégia de controle regulatório.

Essa camada deve ser capaz de evitar que as restrições sejam violadas. Como comentado anteriormente nesse capítulo, o pareamento entre variáveis controladas e manipuladas nessa camada deve usar como critério básico de escolha a sensibilidade entre os pares. De forma complementar, não deve acoplar as variáveis de restrição. Na técnica proposta, é utilizado um conceito semelhante ao proposto por SKOGES-TAD (2004), em que as variáveis de processo ligadas às restrições apresentam uma

relação direta com a estabilização da planta. No caso do processo Tennessee Eastman, foram especificadas 8 restrições de desigualdade, sendo somente 5 linearmente independentes. Para possibilitar o pareamento das variáveis ligadas aos níveis, que são equacionadas somente nos modelos dinâmicos, foi realizada uma adaptação da matriz de sensibilidades. Nesse caso, os elementos da matriz de sensibilidade foram calculados com os ganhos relativos ao degrau de 1% do range da variável manipulada, após um período de 1h do tempo simulado, tempo que caracteriza a obtenção do estado estacionário. A Tabela 5.9 mostra os pareamentos encontrados pela metodologia proposta, como definido na Equação (5.36).

Tabela 5.9: Pareamento da camada regulatória.

Restrição controlada	Pareamento (Método Proposto)
Pressão no Reator	Y7-U2
Temperatura no Reator	Y9-U4
Nível do Reator	Y8-U10
Nível do Separador	Y12-U7
Nível da <i>stripper</i>	Y15-U8

Com o procedimento proposto foi possível realizar automaticamente os pareamentos das variáveis ligadas aos controles dos níveis dos equipamentos, diferentemente do caso apresentado por MOLINA *et al.* (2011), em que essas variáveis foram pareadas manualmente. De acordo com essa técnica, de modo semelhante a outras apresentadas nas Tabelas 5.6 e 5.7, o controle de pressão do reator foi selecionado como uma variável importante para a estabilização da planta. Foi identificada uma relação entre a pressão do reator e a vazão de carga E. Esse pareamento pode ser explicado por duas razões: primeiramente, pela modulação da maior vazão mássica de carga de vapor, que sensibiliza a pressão do reator de forma significativa; em segundo lugar, por afetar a estequiometria da reação 5.38. A temperatura do reator foi pareada com a vazão de carga C, que exerce efeito sobre as reações 5.37, 5.38 e 5.39, além de aumentar a concentração de inerte. De um modo geral, os pareamentos realizados com a técnica proposta são semelhantes aos apresentados na Seção 5.3.3, diferindo nos pareamentos que não apresentam respostas unânimes nas outras metodologias de pareamento estudadas.

Definido o pareamento da camada regulatória e sintonizando os controladores PI de cada par, o modelo está pronto para a definição da estrutura de controle da camada supervisória. Usando a mesma forma de excitação utilizada na camada anterior, foram realizados degraus de 1% do range nas variáveis manipuladas, para o cálculo da matriz Γ , de acordo com a Equação (5.33). Nessa camada foram utiliza-

dos os graus de liberdade remanescentes, não utilizados pelo controle regulatório. O método proposto usa a ideia da combinação linear das medições para a composição das variáveis controladas (SKOGESTAD, 2004). As combinações lineares encontradas são as que minimizam a métrica referente à Equação (5.35) que, como visto nesse capítulo, apresenta influência de aspectos econômicos e de controlabilidade.

A estrutura de controle encontrada é mostrada nas Tabelas 5.10, 5.11 e 5.12. Cada linha da matriz representa a variável controlada Γ_i ligada à variável manipulada i . Cada elemento da matriz Γ_{ij} representa a ponderação da j -ésima variável medida na composição da variável controlada Γ_i .

Tabela 5.10: Parâmetros da estrutura de controle, parte1.

C	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	Y14	Y15	Y16	Y17	Y18
Γ_1	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.13	-0.02	0.00	0.04	0.10	0.52	-0.04	0.24	0.00	-1.28	0.34	0.00	0.46	-0.15
Γ_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_3	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.73	-0.91	0.00	0.27	0.03	-0.50	-0.03	-0.09	0.00	0.11	-0.03	0.00	0.03	-0.02
Γ_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_5	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.04	-0.03	0.00	-0.02	0.01	-0.12	-0.10	0.05	0.00	-1.06	0.11	0.00	0.13	-0.34
Γ_6	0.37	0.00	0.00	0.00	-47.52	-88.83	0.39	42.18	-18.97	6.13	33.11	-78.98	0.47	620.88	-106.74	0.18	-126.48	125.83
Γ_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
Γ_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{10}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{11}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{12}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabela 5.11: Parâmetros da estrutura de controle, parte2.

C	Y19	Y20	Y21	Y22	Y23	Y24	Y25	Y26	Y27	Y28	Y29	Y30	Y31	Y32	Y33	Y34	Y35	Y36
Γ_1	0.00	-0.01	0.12	0.05	0.51	-0.08	0.71	0.03	-0.14	0.00	-0.61	-0.10	0.32	-0.66	0.12	0.06	0.06	0.08
Γ_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_3	0.00	0.24	0.07	0.06	0.04	-0.12	-0.13	0.00	-0.06	0.00	-0.04	-0.11	0.07	0.00	0.02	0.04	0.12	0.12
Γ_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_5	0.40	0.00	0.01	-0.06	-0.28	0.00	0.01	0.01	-0.02	0.00	0.30	-0.03	-0.01	-0.19	-0.02	0.00	0.13	0.13
Γ_6	0.25	32.25	-15.05	16.73	38.97	-16.39	-95.99	-2.56	-29.58	0.15	-34.04	23.74	-30.59	-18.70	-28.37	-10.27	-29.87	-34.21
Γ_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{10}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{11}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{12}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabela 5.12: Parâmetros da estrutura de controle, parte3.

C	Y37	Y38	Y39	Y40	Y41
Γ_1	0.11	0.07	0.10	0.30	0.21
Γ_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_3	-0.01	0.13	0.14	0.12	0.12
Γ_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_5	-0.04	0.08	0.06	0.08	0.09
Γ_6	-46.75	-20.61	-19.04	-71.05	-50.50
Γ_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{10}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{11}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Γ_{12}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

A metodologia proposta para a composição das variáveis controladas prioriza as variáveis manipuladas com maior influência econômica, limitando a ação das variáveis manipuladas menos influentes. Isso pode ser observado na matriz da estrutura de controle, mostradas nas Tabelas 5.10, 5.11 e 5.12. A estrutura de controle da camada supervisória priorizou a composição de variáveis manipuladas ligadas à vazão de gás de purga (Γ_6) e a vazão de carga (Γ_1), pois a função custo é bastante sensível a essas variáveis, em detrimento de variáveis manipuladas como a vazão de água de resfriamento do condensador (Γ_{11}) e a velocidade do agitador (Γ_{12}), que exercem baixo impacto na função custo. A Figura 5.4 ilustra a estratégia de controle global utilizada.

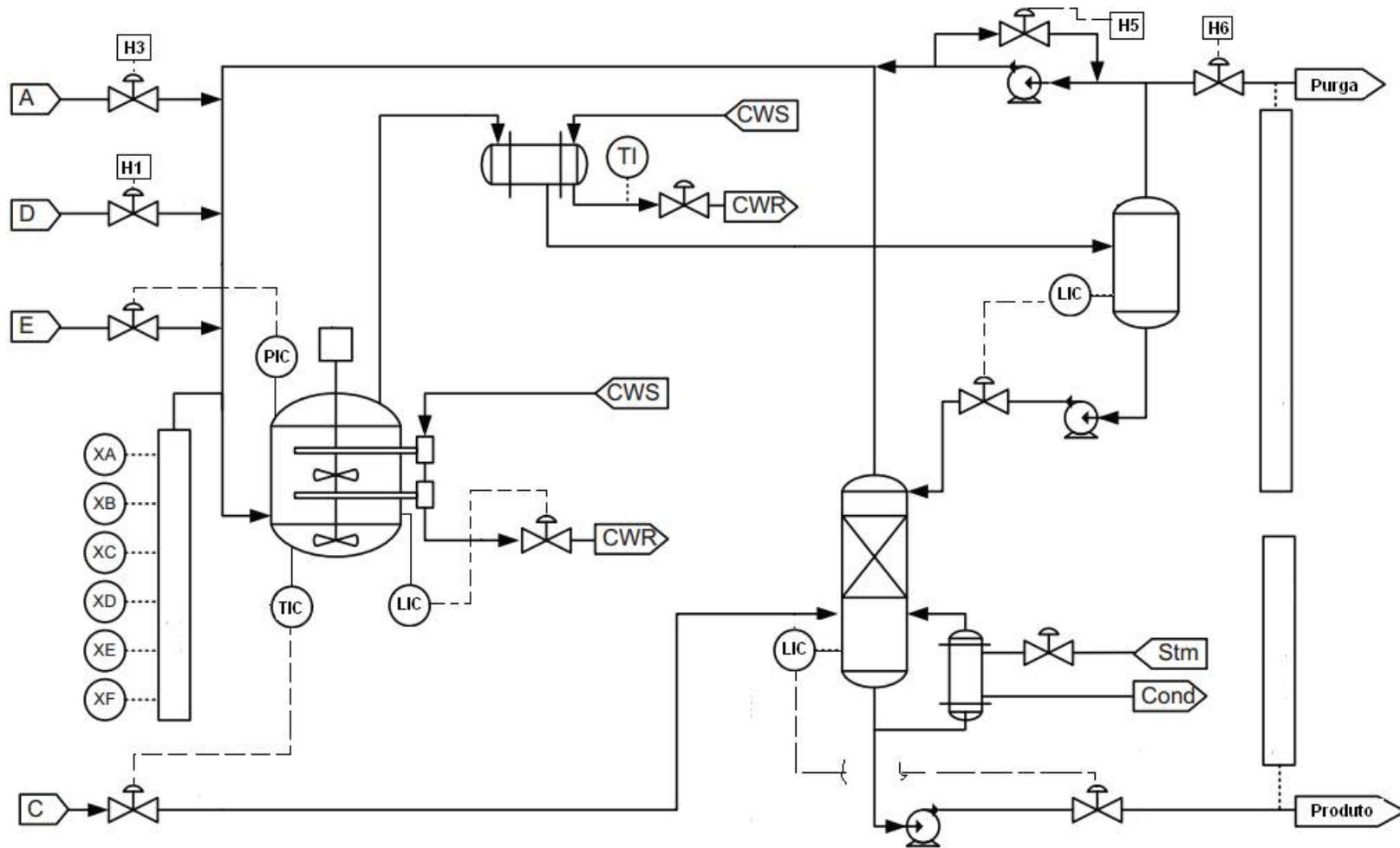


Figura 5.4: Diagrama do processo Tennessee Eastman com os pareamentos de controle encontrados.

5.3.5 Sintonia dos Controladores

Para a avaliação da resposta dinâmica da estrutura de controle proposta, primeiramente foi necessária a sintonia dos controladores PID. Nessa etapa, não foram utilizadas técnicas de sintonia clássicas, como Ziegler&Nichols ou IMC (*Internal Model Control*)(CAMPOS e TEIXEIRA, 2006). Para garantir a proximidade de uma resposta ótima, foi realizada uma otimização dos parâmetros de sintonia. Em função da dificuldade de encontrar um ponto inicial adequado e do desconhecimento da concavidade e do número de mínimos locais do problema, optou-se pelo uso de PSO (*Particle Swarm Optimization*) (KENNEDY e EBERHART, 1995). A função objetivo da Equação (5.48) foi idealizada para reduzir o erro médio absoluto ponderado pela escala da variável controlada. Para a suavização das ações de controle, foi inserido o termo δMV_i que penaliza as ações de controle em excesso,

$$S_\psi = \sum_{i=0}^n \sum_{t=0}^T \left[\frac{|SP_i - PV_i|}{T \cdot escala_i} + 0.1 \cdot \frac{\delta MV_i}{T} \right], \quad (5.48)$$

onde SP_i é o *setpoint* da i -ésima variável controlada, PV_i é a i -ésima variável de processo, $escala_i$ é a escala da i -ésima variável de processo, n é o número de variáveis manipuladas, T é o período de avaliação, δMV_i é a variação da variável manipulada entre iterações.

O problema de otimização resolvido para o problema de sintonia foi,

$$\min_{K_{p_i}, T_i} S_\psi \quad (5.49)$$

sujeito a:

$$P_{reator} < 3000 \text{ kPa} \quad (5.50)$$

$$T_{reator} < 175 \text{ }^\circ\text{C} \quad (5.51)$$

$$9.4\% < L_{reator} < 112\% \quad (5.52)$$

$$15\% < L_{stripper} < 121.2\% \quad (5.53)$$

$$11\% < L_{separador} < 133.3\% \quad (5.54)$$

$$G_{modelo} = 0 \quad (5.55)$$

As restrições propostas são as mesmas do problema de otimização estática, porém verificadas a cada instante de operação. Para a solução do problema de sintonia, foram necessárias 200 iterações, com o uso de 60 partículas. Os parâmetros de sintonia encontrados são mostrados na Tabela 5.13.

Tabela 5.13: Parâmetros de sintonia dos controladores no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

Variável controlada	Ganho proporcional	Tempo Integral (minutos)
Γ_1	11.88	8.11
Pressão no reator	5.98	0.23
Γ_3	9.71	1.31
Temperatura no reator	14.09	26.79
Γ_5	14.34	85.29
Γ_6	-2.46E-3	346.64
Nível do separador	-3.48	126.24
Nível da <i>stripper</i>	-4.23	249.33
Nível do Reator	16.91	2.19

Com exceção da variável Γ_6 , todas as sintonias empregadas possuem valores elevados de ganho proporcional. Isso ocorre em função da maior ponderação da parcela do erro (SP-PV) em relação à ponderação das ações de controle. No caso das variáveis ligadas às restrições, outro ponto que auxilia na obtenção desses valores elevados para os ganhos proporcionais é a penalização no problema de otimização nos casos das violações das restrições. Os controles de inventário, pressão e nível apresentaram valores de tempos integrais também elevados. Esse comportamento já era previsto, pois em técnicas de sintonias de níveis clássicas, como, por exemplo, o caso técnica de Zak & Friedman (CAMPOS e TEIXEIRA, 2006), os valores dos tempos integrais são proporcionais aos tempos de residência, que no problema em questão são da ordem da dezena de minutos.

5.3.6 Resposta do Processo a Perturbação A/C

O modelo foi testado com a perturbação chamada de IDV(1) no problema proposto por MCAVOY (1994). A perturbação aplicada aumenta a relação entre o componente A/C na corrente de entrada da coluna de *stripper* em degrau, sendo o degrau aplicado no tempo zero. Após a perturbação, as malhas da camada regulatória devem atuar, mantendo a planta dentro dos limites das restrições. A camada supervisória deve tentar, somente com a ação realimentada, manter a planta próxima do ponto econômico ótimo anterior à perturbação.

Os aspectos regulatórios da planta, como rejeição da perturbação e estabilização da planta dentro dos limites de operação, foram atendidos integralmente, mesmo não sendo possível comprovar que essa estratégia de controle seja a melhor. As variáveis ligadas aos inventários, como as pressões e níveis, trabalharam dentro dos

limites estabelecidos no período de tempo observado. Em termos mais específicos, observou-se que a estratégia de controle proposta conseguiu regular a pressão do reator. Nesse caso, foi ajustada a vazão E para o controle da pressão.

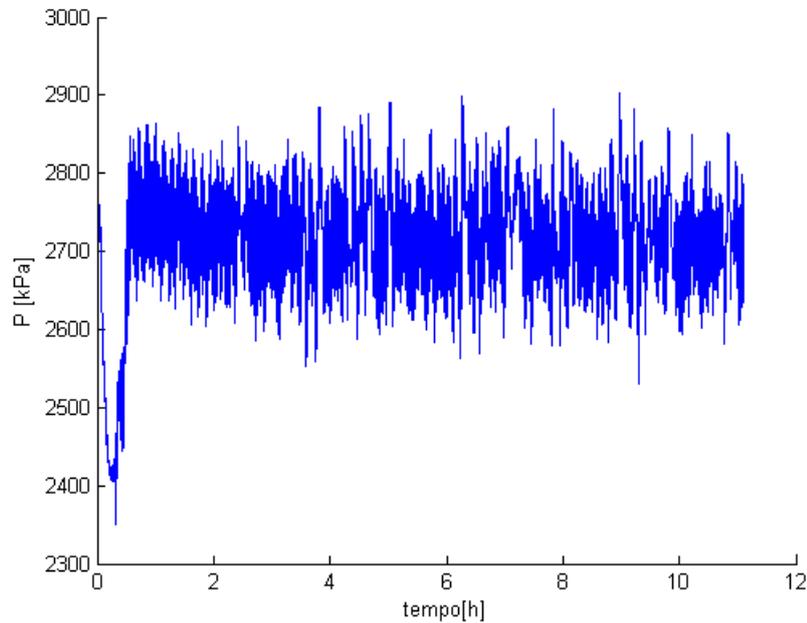


Figura 5.5: Pressão no reator no problema do processo Tennessee Eastman.

Para evitar o efeito da sobrepessão decorrente da alteração da razão A/C, que poderia interromper a operação a planta por intermédio do sistema de intertravamento, o controlador reduz a vazão da carga E, como mostrado na Figura 5.6.

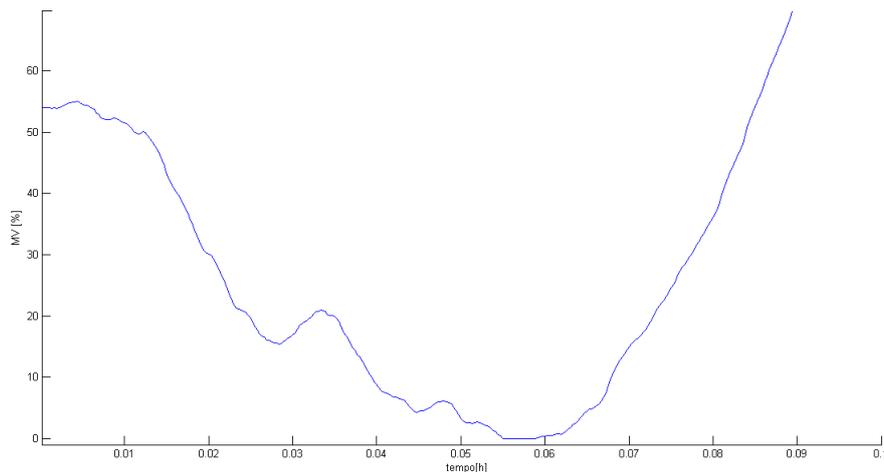


Figura 5.6: Redução da abertura do elemento final de controle XMV2 no problema do processo Tennessee Eastman.

Os níveis do reator, da torre de *stripper* e do separador são restrições que também

devem ser controladas. Como mostram os gráfico das Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, os níveis estão dentro dos limites operacionais para o período de avaliação.

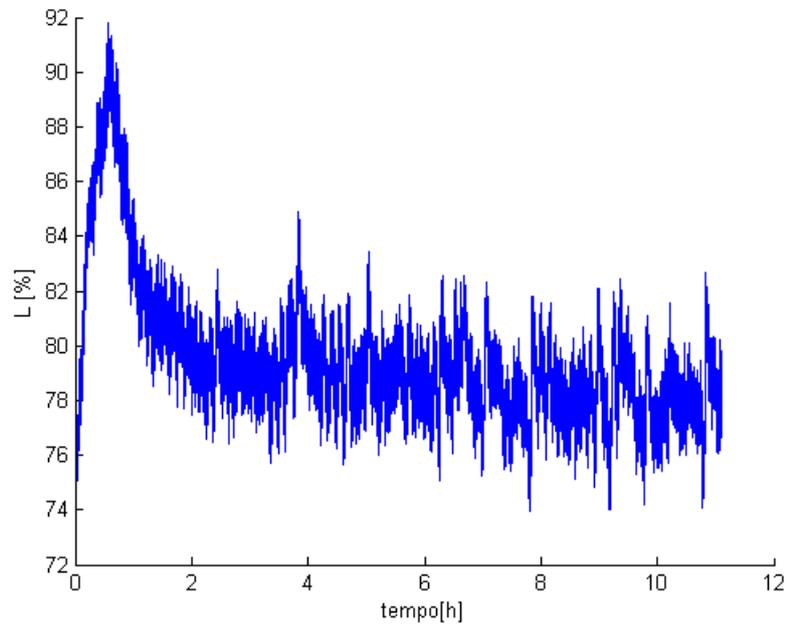


Figura 5.7: Nível do reator no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

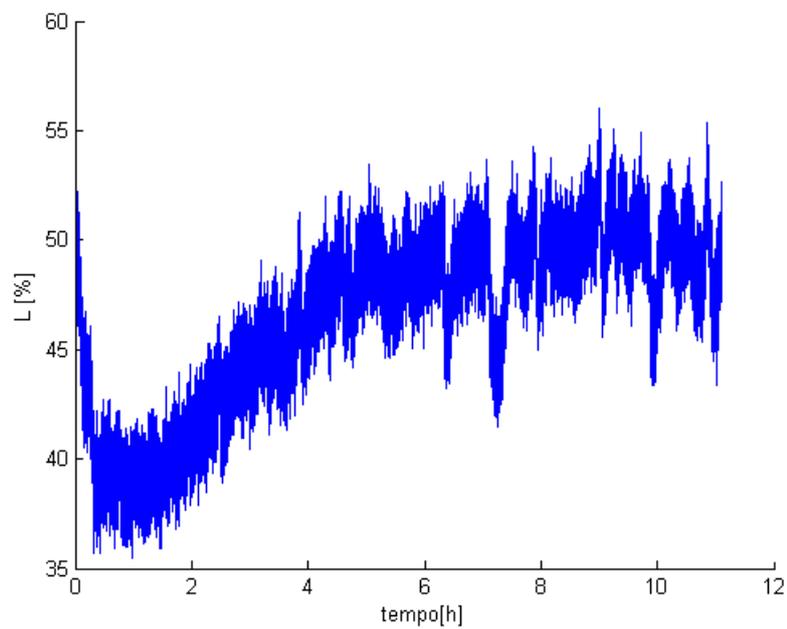


Figura 5.8: Nível de fundo da torre *stripper* no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

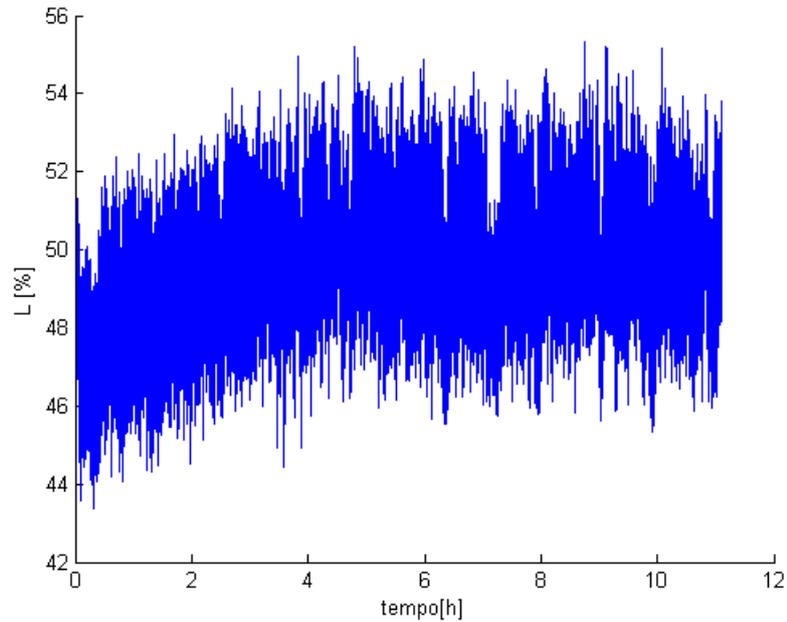


Figura 5.9: Nível do vaso separador no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

As malhas de nível não atuaram como amortecedores de perturbações, em função da dificuldade de encontrar uma sintonia lenta que não permitisse que essas variáveis ultrapassassem os limites de suas restrições. A camada regulatória, para o período de teste analisado, também teve um comportamento adequado, regulando a planta e seguindo os objetivos econômicos. Com a perturbação, ocorre um aumento da perda de produto pela purga. Essa perda de produto é corrigida após duas horas de operação, voltando para um novo ponto de operação, como mostrado nas Figuras 5.10 e 5.11.

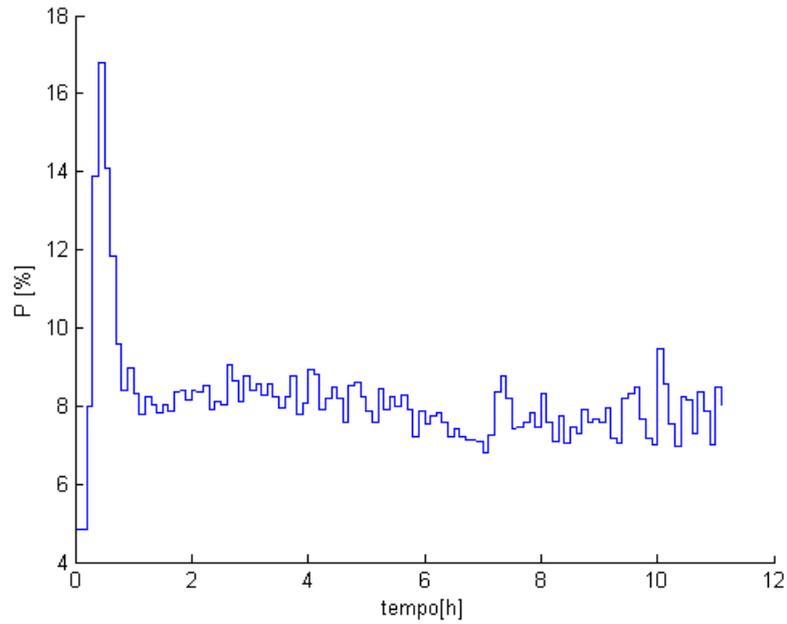


Figura 5.10: Percentual do componente G na corrente de purga no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

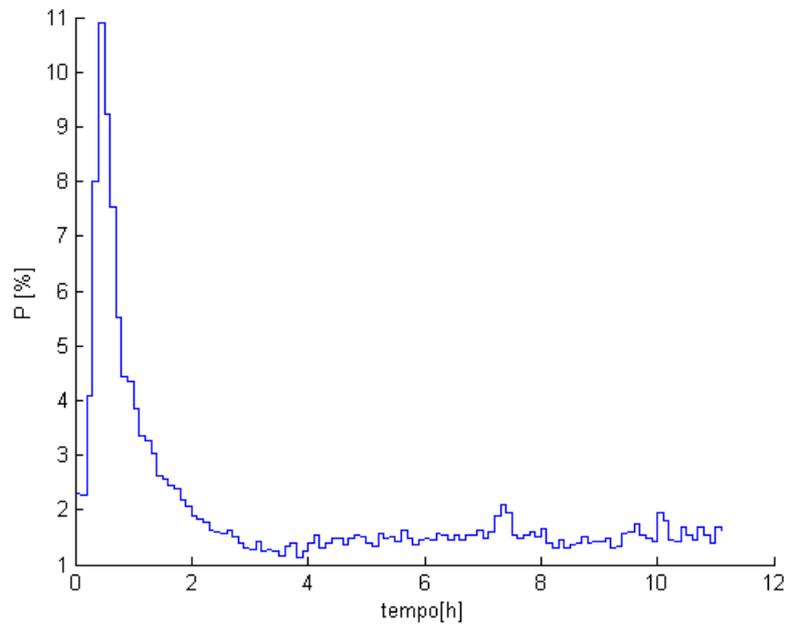


Figura 5.11: Percentual do componente H na corrente de purga no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

A vazão de produto estabiliza após quatro horas de operação, como mostrado na Figura 5.12.

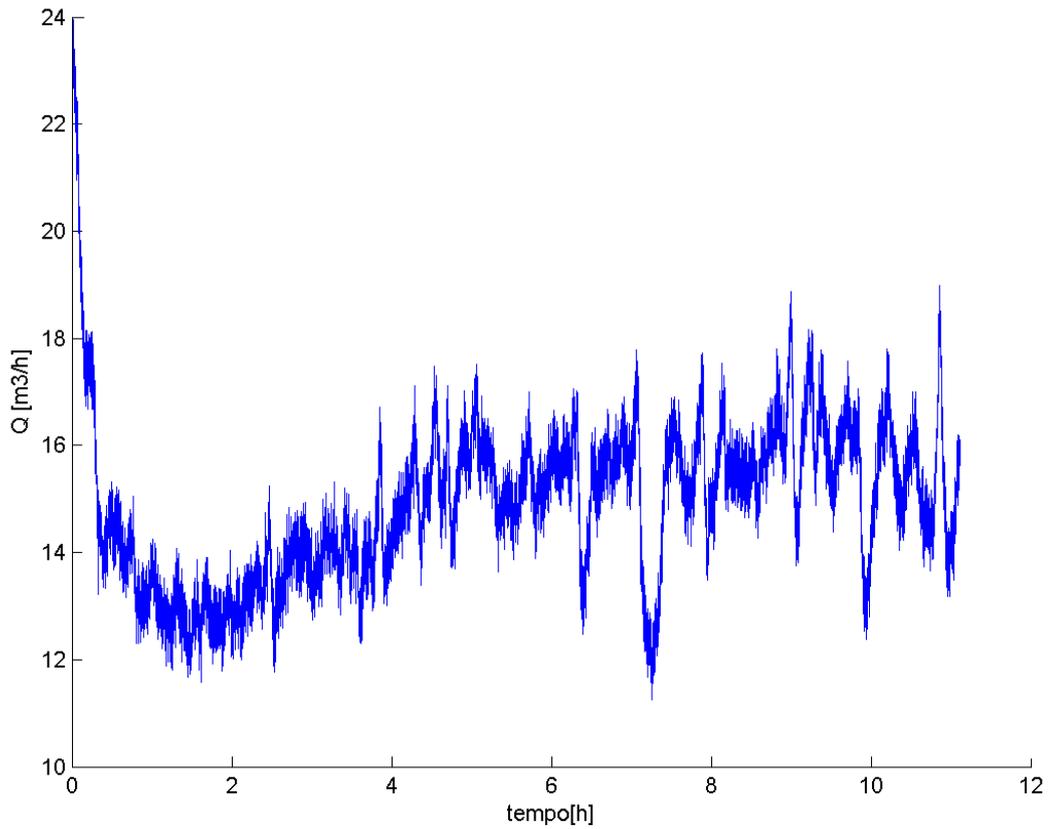


Figura 5.12: Vazão de produto no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

As variáveis controladas, $\Gamma_1 \dots \Gamma_{12}$ foram as únicas variáveis controladas durante o teste. As variáveis ligadas aos critérios econômicos $\Gamma_1, \Gamma_3, \Gamma_5$ e Γ_6 , a camada supervisória, mantiveram o desempenho dentro do esperado. As variáveis Γ_9, Γ_{11} e Γ_{12} não foram manipuladas nem pela camada regulatória nem pela camada supervisória. Segue na Figura 5.13 o comportamento das variáveis controladas como função do tempo.

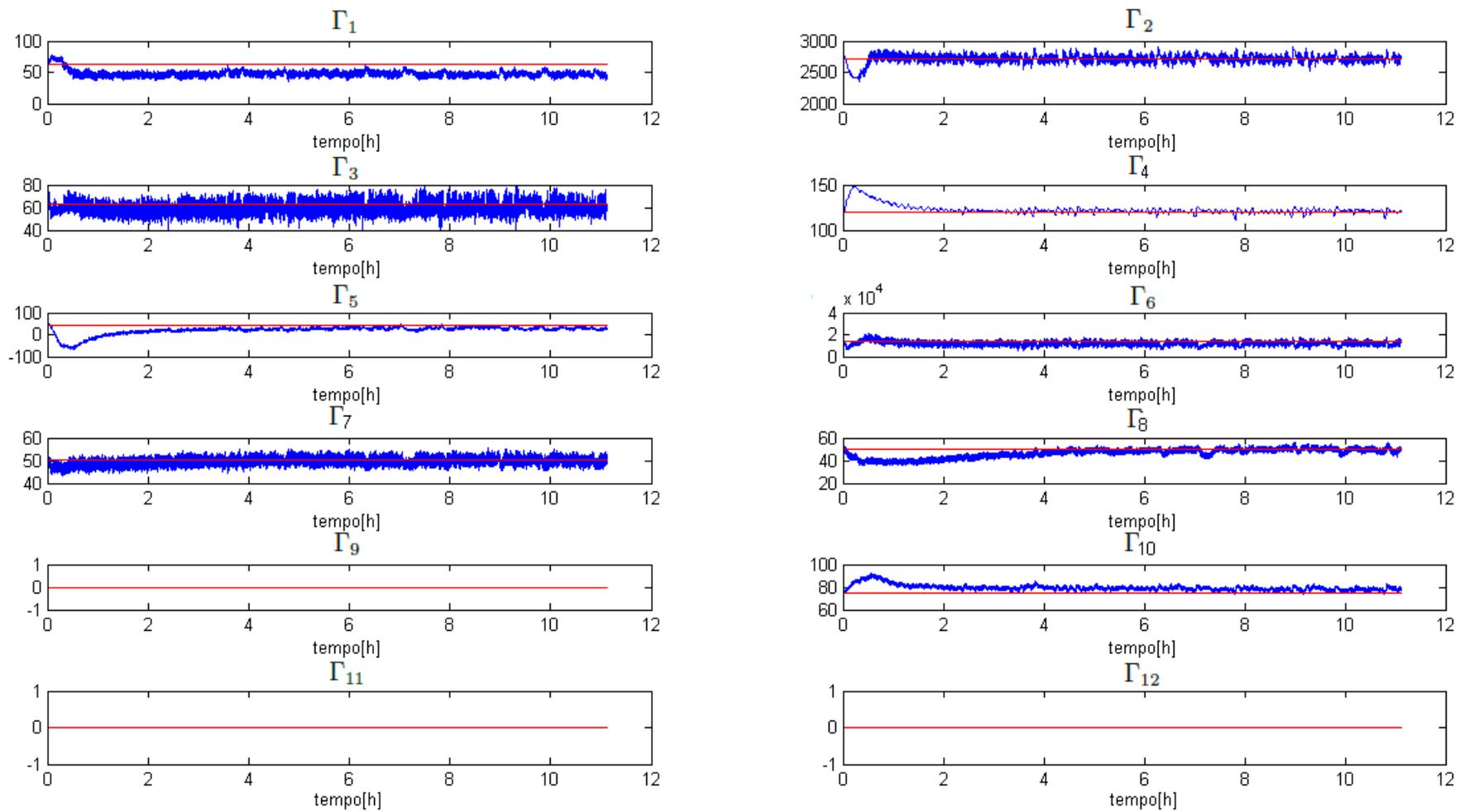


Figura 5.13: Variáveis controladas no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

As duas camadas de controle conseguiram manipular os graus de liberdade de forma que a função custo se estabilizasse nas proximidades dos valores iniciais, anteriores à aplicação da perturbação. Um ponto positivo da estratégia de controle adotada é que o custo de operação da planta foi negativo em quase todo o período de operação, o que indica que a planta é lucrativa em quase todo o período avaliado.

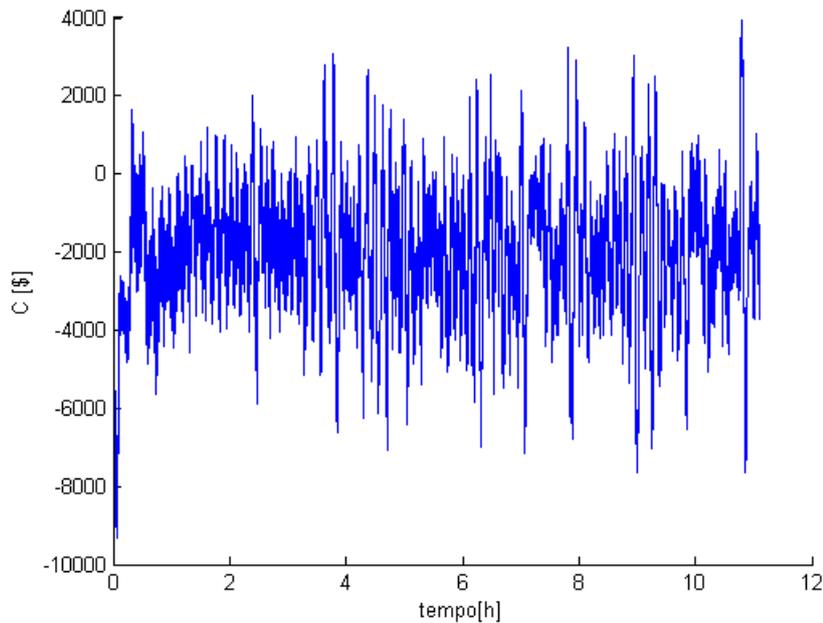


Figura 5.14: Custo como função do tempo no problema de controle do processo Tennessee Eastman.

5.4 Comentários Finais

Nesse capítulo foi desenvolvida uma metodologia para pareamento de variáveis e proposição de um esquema de controle global, baseado em modelos estáticos e em um sistema que privilegia respostas lineares e sensíveis em relação às variáveis manipuladas. O método pode ser resumido pela Equação (5.36). Com auxílio do exemplo proposto, foi possível observar que o procedimento proposto funciona, além de ressaltar algumas qualidades do método implementado. Por exemplo, pode-se ressaltar que a camada regulatória conseguiu estabilizar a planta dentro dos limites operacionais durante o tempo de teste. A camada supervisória apresentou um comportamento satisfatório para o período de tempo avaliado, pois conseguiu manter a planta nos limites econômicos. A metodologia proposta apresenta algumas vantagens em relação a outras metodologias conhecidas. Quando comparada com as metodologias baseadas em controle auto-otimizante, o método proposto apresenta como vantagens não necessitar da obtenção do ponto ótimo de operação para a sua

aplicação, fato que desvincula o projeto de controle do problema de otimização do ponto de operação. O método desenvolvido nesse capítulo apresenta como vantagem a facilidade do uso de uma métrica única para a obtenção da camada regulatória e supervisória de controle, facilitando o projeto do pareamento das variáveis de controle. Um dos pontos frágeis da metodologia é o uso de modelos estáticos. Essa negligência da informação da dinâmica do sistema pode criar conclusões erradas em relação à estrutura de controle ótima, mas facilita o seu emprego em problemas de controle práticos. Nos próximos capítulos serão apresentados estudos e metodologias que levam em consideração modelos dinâmicos dos processos.

Parte II

**Técnicas Baseadas em Modelos
Dinâmicos**

Capítulo 6

Aspectos Teóricos da Definição das Estruturas de Controle e Algumas Conjecturas

A definição da estrutura ótima de controle está intimamente ligada à métrica utilizada para caracterização do problema. O problema completo, sem a utilização de heurísticas, pode ser caracterizado como um problema de otimização não linear, dinâmico e restrito.

No caso de sistemas dinâmicos, é natural que as métricas sejam contabilizadas ao longo de todo o caminho percorrido pelas variáveis de estado e não somente os pontos iniciais e finais das trajetórias. Essa necessidade leva ao uso de definições e métodos de otimização dinâmica para o projeto ótimo de estruturas de controle. Essa abordagem, com poucas simplificações, já é adotada por alguns trabalhos na literatura (SHARIFZADEH e THORNHILL, 2011).

Nesse capítulo é apresentada uma proposta de formulação matemática dessa classe de problemas, sendo analisado o problema geral de sistemas dinâmicos com controle do tipo regulador linear quadrático (LQR- *Linear Quadratic Regulator*). As definições são aplicadas de acordo com o diagrama da Figura 6.1, apesar de também serem abordados alguns tópicos que não se enquadram totalmente na classificação proposta.

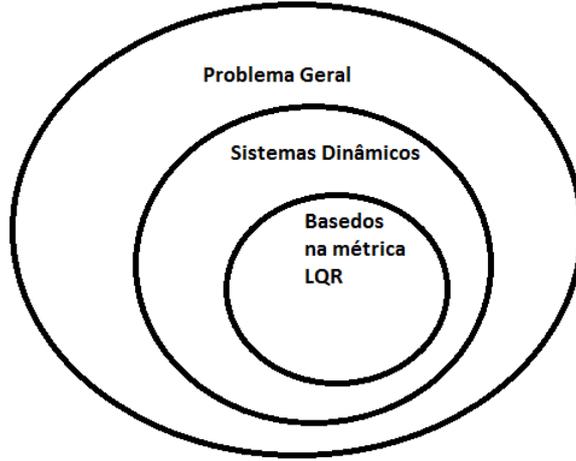


Figura 6.1: Abordagem teórica do problema.

Para a discussão desses tópicos, são apresentadas inicialmente algumas definições e teoremas, com o intuito de formalizar matematicamente o problema de definição de estruturas de controle antes da apresentação da proposta.

6.1 Domínio do Problema de Definição da Estrutura de Controle Ótimo

O domínio do problema de definição de estruturas de controle pode variar em função de técnica utilizada. De maneira geral, levando em consideração o comportamento dinâmico de sistemas reais, os três conjuntos básicos envolvidos nesse problema, são os conjuntos Ψ (variáveis medidas), Ω (variáveis controladas) e U (variáveis manipuladas), definidos como:

$$\Psi \triangleq \{\forall \Psi_i, i = 0 \dots n_m, \Psi_i \in C^2, n_m \in \mathbb{N}, n_m < \infty\}, \quad (6.1)$$

$$\Omega \triangleq \{\forall \Omega_i, i = 0 \dots \infty, \Omega_i \in C^2\}, \quad (6.2)$$

$$U \triangleq \{\forall u_i, i = 0 \dots n_u, U_i \in C^2, n_u \in \mathbb{N}, n_u < \infty\}, \quad (6.3)$$

onde as relações entre essas grandezas são,

$$\Gamma : \Psi \rightarrow \Omega, \quad (6.4)$$

$$\Upsilon : \Omega \rightarrow U, \quad (6.5)$$

$$f : U \rightarrow \Psi. \quad (6.6)$$

As transformações que associam os conjuntos básicos podem ser definidas como:

- Define-se como estrutura de controle a transformação Γ entre as variáveis medidas Ψ e as variáveis controladas Ω ;
- Define-se como sistema a transformação f entre as variáveis manipuladas U e as variáveis medidas Ψ ;
- Define-se como controlador a transformação Υ entre as variáveis controladas Ω e as variáveis manipuladas U .

Somente para ilustrar as relações entre esse conjuntos, seguem na Figura 6.2 as relações entre os três conjuntos.

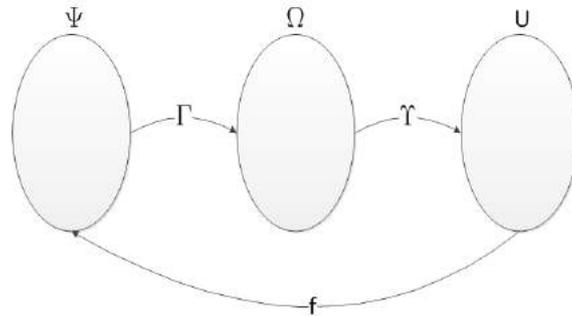


Figura 6.2: Transformações entre os conjuntos que definem o problema de controle.

Na próxima seção serão definidos os axiomas básicos referentes às relações entre os controladores, as estruturas e as trajetórias ótimas.

6.2 Estrutura de Controle Ótima

Em um sistema de controle genérico, os valores atribuídos às variáveis manipuladas podem ser encarados como uma transformação na forma,

$$T : \Psi \rightarrow U. \quad (6.7)$$

Para o caso em que existe a segmentação de T em estrutura Γ e controlador Υ , a transformação pode ser definida como,

$$T \triangleq \Upsilon \circ \Gamma. \quad (6.8)$$

Suponha que exista uma transformação ótima entre as variáveis medidas e as variáveis manipuladas,

$$T_{opt} : \Psi \rightarrow U_{opt}, \quad (6.9)$$

definida de acordo como,

$$T_{opt} \triangleq \{T : \Psi \rightarrow U \mid J(T_{opt}) \leq \forall J(T)\}, \quad (6.10)$$

em que a métrica é um funcional definido como,

$$J : \Psi \times U \rightarrow \mathfrak{R}. \quad (6.11)$$

Utilizando como base essa abordagem, podem ser definidos alguns axiomas referentes às estruturas de controle.

Axioma 6.1 *É definida como a estrutura de controle e controlador ótimos as transformações Γ e Υ que correspondem à transformação,*

$$T_{opt} \triangleq \Upsilon_{opt} \circ \Gamma_{opt}. \quad (6.12)$$

Admitindo como verdadeiro o Axioma 6.1, pode-se definir outro axioma:

Axioma 6.2 *A estrutura de controle ótima Γ_{opt} é a estrutura vinculada à transformação ótima T_{opt} .*

Os Axiomas 6.1 e 6.2 admitem que existe uma estrutura de controle ótimo que está associada à trajetória ótima de controle. Baseado nesses dois axiomas são desenvolvidos os estudos teóricos desse Capítulo.

6.3 Independência entre Estrutura e Controladores Ótimos

A inclusão do controlador para definir a estrutura de controle foi utilizada originalmente no trabalho de TRIERWEILER e ENGELL (1997). Entretanto, essa hipótese é negligenciada por outras técnicas (ALSTAD e SKOGESTAD, 2007; HALVORSEN *et al.*, 2003; KARIWALA, 2007; SKOGESTAD, 2004). Nessa seção será estabelecida a interdependência existente entre os controladores e as estruturas de controle no comportamento desejado do sistema.

Baseado nos axiomas anteriores, a trajetória base define o comportamento ótimo do sistema e os controladores e estruturas ótimos são somente consequência desse fato. Em outras palavras, a estrutura de controle ótima é aquela que permite que o processo varie ao longo da trajetória ótima. O teorema abaixo mostra essa relação sinérgica entre os dois elementos.

Teorema 6.1 *A estrutura de controle ótima Γ_{opt} não pode ser definida independentemente do controlador ótimo Υ_{opt} .*

Prova 6.1 *Suponha que exista uma transformação ótima $T_{opt} : \Psi \rightarrow U_{opt}$. Suponha que tenha sido definida a priori uma estrutura de controle Γ_{pr} . Se o controlador é indefinido Υ_{id} ,*

$$T_{pr} = \Upsilon_{id} \circ \Gamma_{pr}, \quad (6.13)$$

Γ_{pr} é ótima se e somente se o controlador definido a posteriori Υ_{id} atender à seguinte identidade,

$$\Gamma_{pr} = \Upsilon_{id}^{-1} \circ T_{pr}. \quad (6.14)$$

Assim, Γ_{pr} só será a estrutura ótima se existir um controlador que propicie isso.

Essa interdependência entre estrutura de controle ótima e controlador pode ser vista em exemplos simples, como no caso entre a estrutura de controle e um controlador PID.

6.3.1 Não Independência de Respostas entre a Estrutura de Controle e a Sintonia em um Controlador PID

A mesma relação observada em um sistema genérico exposto no Teorema 6.1 pode ser estendida para um sistema que utiliza controladores PID. No Teorema 6.2 são definidas as relações entre comportamento ótimo e o conjunto formado pelas estruturas de controle e os controladores PID.

Teorema 6.2 *A sintonia do controlador PID e a estrutura de controle regulatório não são independentes na definição da trajetória das variáveis de estado; portanto, não devem ser projetados separadamente.*

Prova 6.2 *Suponhamos que a trajetória da ação de controle $u(t)$ seja definida por uma série de funções ortogonais ($P_n(t)$) na forma,*

$$u(t) = \sum_{n=0}^N a_n P_n(t), \quad (6.15)$$

e que a trajetória seja definida por um controlador PID,

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt}, \quad (6.16)$$

onde $e(t)$ é a função erro definida como a diferença entre o setpoint (sp) e a variável de processo controlada (pv),

$$e(t) = sp(t) - pv(t). \quad (6.17)$$

Seja $e(t)$ definida por uma outra série de funções ortogonais, utilizando a mesma bases de funções,

$$e(t) = \sum_{n=0}^N b_n \cdot P_n(t). \quad (6.18)$$

Substituindo a Equação (6.18) na Equação (6.16), obtém-se,

$$u(t) = \sum_{n=0}^N a_n \cdot P_n(t) = K_p \cdot \sum_{n=0}^N b_n \cdot P_n(t) + \frac{1}{T_i} \int \sum_{n=0}^N b_n \cdot P_n(t) dt + T_d \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=0}^N b_n \cdot P_n(t) \right]. \quad (6.19)$$

Seja essa série de funções ortogonais na forma,

$$P_n(t) = e^{in\omega t}. \quad (6.20)$$

Substituindo as Equações (6.20) e (6.15) na Equação (6.19),

$$\sum_{n=0}^N a_n \cdot e^{in\omega t} = K_p \cdot \sum_{n=0}^N b_n \cdot e^{in\omega t} + \frac{1}{T_i} \int \sum_{n=0}^N b_n \cdot e^{in\omega t} dt + T_d \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=0}^N b_n \cdot e^{in\omega t} \right], \quad (6.21)$$

$$K_p \cdot \sum_{n=0}^N b_n \cdot e^{in\omega t} + \frac{1}{T_i} \sum_{n=0}^N \frac{b_n}{in\omega} \cdot e^{in\omega t} + T_d \cdot \sum_{n=0}^N (in\omega) \cdot b_n \cdot e^{in\omega t} - \sum_{n=0}^N a_n \cdot e^{in\omega t} = 0, \quad (6.22)$$

$$\sum_{n=0}^N \left(K_p \cdot b_n + \frac{1}{T_i} \frac{b_n}{in\omega} + T_d \cdot (in\omega) \cdot b_n - a_n \right) \cdot e^{in\omega t} = 0, \quad (6.23)$$

de maneira que

$$K_p \cdot b_n + \frac{1}{T_i} \frac{b_n}{in\omega} + T_d \cdot (in\omega) \cdot b_n = a_n. \quad (6.24)$$

A função $e(t)$ pode ser escrita como,

$$e(t) = sp(t) - \sum_{v=0}^V \Gamma_v \cdot y_v(t), \quad (6.25)$$

onde $\Gamma_v \cdot y_v(t)$ é a combinação linear das medições. Supondo que,

$$y_v(t) = \sum_{n=0}^N m_{nv} \cdot e^{in\omega t} \quad (6.26)$$

e

$$sp(t) = \sum_{n=0}^N sp_n \cdot e^{in\omega t}, \quad (6.27)$$

pode-se rescrever a Equação (6.25) como,

$$\sum_{n=0}^N \left[sp_n - b_n - \sum_{v=0}^V \Gamma_v m_{nv} \right] \cdot e^{in\omega t} = 0, \quad (6.28)$$

sendo uma solução para todo t ,

$$sp_n - b_n - \sum_{v=0}^V \Gamma_v m_{nv} = 0, \quad (6.29)$$

$$b_n = sp_n - \sum_{v=0}^V \Gamma_v m_{nv}. \quad (6.30)$$

Substituindo a Equação (6.30) na Equação (6.24), chega-se a

$$\left[K_p + \frac{1}{T_i} \frac{1}{in\omega} + T_d \cdot (in\omega) \right] \cdot \left[sp_n - \sum_{v=0}^V \Gamma_v m_{nv} \right] = a_n. \quad (6.31)$$

Assim, cada termo da série a_n , que define a função $u(t)$, é função dos termos Γ_v e dos parâmetros de sintonia. Portanto, não é possível decompor espectralmente os efeitos da matriz da estrutura de controle e dos parâmetros de sintonia.

Portanto, o projeto da estrutura ótima de controle deve levar em consideração o tipo de controlador empregado, não sendo possível decompor o problema de estrutura de controle do problema de sintonia do controlador em um esquema de controle ótimo.

6.4 Unicidade de Estrutura de Controle Ótima

A unicidade de resposta da estrutura de controle ótima é dependente da unicidade da trajetória ótima e da unicidade do conjunto formada pela estrutura de controle e pelo controlador. Nesse enfoque, baseado no Axioma 6.1, todo conjunto (estrutura mais controlador) que atenda à trajetória ótima é considerado ótimo. Desse modo, pode ser definido o seguinte Teorema 6.3:

Teorema 6.3 *Caso exista algum outro conjunto de transformações (Γ_z e Υ_z), diferentes de Γ_{opt} e Υ_{opt} , cuja igualdade,*

$$T_{opt} = \Upsilon_z \circ \Gamma_z, \quad (6.32)$$

seja verdadeira, esse outro conjunto também pode ser considerado ótimo.

Prova 6.3 *A prova desse teorema é trivial, não sendo necessária uma estruturação lógica para isso.*

Outro ponto relevante para identificar a unicidade de estrutura de controle ótimo é a unicidade de trajetórias ótimas. A forma clássica é apresentada com o auxílio do Teorema de Picard (KREYSZIG, 1989).

Teorema 6.4 *(Teorema de unicidade de Picard aplicado à definição de estruturas de controle.) O conjunto formado pela estrutura de controle e o controlador pode apresentar mais de uma solução ótima, em decorrência da existência de mais de uma trajetória considerada ótima.*

Prova 6.4 *Esse aspecto pode ser relevante para a mudança de estratégias de controle, de acordo com o ponto de operação da planta. Para garantir a unicidade da estratégia de controle é necessária uma análise prévia com auxílio de algum teorema de unicidade. Segundo o Teorema de Picard (KREYSZIG, 1989), caso existam duas soluções para a manipulação ótima $u(t)$ e $v(t)$, a diferença entre as soluções,*

$$w(t) = u(t) - v(t), \quad (6.33)$$

satisfaz

$$\frac{dw(t)}{dt} = f(u(t), t) - f(v(t), t) \quad (6.34)$$

e

$$w(t_0) = 0. \quad (6.35)$$

Integrando a Equação (6.34),

$$w(t) = \int_{t_0}^t f(u(\tau), \tau) - f(v(\tau), \tau) d\tau, t \in [t_0, t_0 + h]. \quad (6.36)$$

Aplicando a condição de Lipschitz, chega-se a:

$$|w(t)| \leq \left| \int_{t_0}^t f(u(\tau), \tau) - f(v(\tau), \tau) d\tau \right| \leq L \int_{t_0}^t |w(\tau)| d\tau, t \in [t_0, t_0 + h]. \quad (6.37)$$

Essa condição só é satisfeita se a expressão,

$$L \geq \frac{\left| \int_{t_0}^t f(u(\tau), \tau) - f(v(\tau), \tau) d\tau \right|}{\int_{t_0}^t |w(\tau)| d\tau}, \quad (6.38)$$

for uma contração. A condição de Lipschitz deve ser satisfeita para que a solução seja única, não sendo possível estipular para qualquer tipo de equação diferencial essa condição. Portanto, para alguns casos não é possível encontrar uma única solução ótima para a trajetória das variáveis manipuladas.

Como visto pelo Teorema 6.3 e pelo Teorema de Picard, uma estrutura de controle ótima é única se, e somente se, a trajetória ótima do sistema for única e se

existir uma única combinação de estrutura de controle e controlador que atenda à trajetória de controle ótima.

6.5 Estabilidade e Estruturas de Controle

A estabilidade é um dos requisitos mais básicos de um esquema de controle de um sistema dinâmico; porém, esse aspecto nem sempre é avaliado por técnicas de definição de estruturas de controle (ALSTAD e SKOGESTAD, 2007; HALVORSEN *et al.*, 2003; KARIWALA, 2007; SKOGESTAD, 2004). Em alguns casos, a estabilidade é garantida pela sintonia de controle, o que nem sempre é suficiente. O pareamento de variáveis com atrasos de transporte maiores que a constante de tempo característica do processo, por exemplo, pode tornar inviável o controle com controladores PID, os mais populares nas camadas de controle regulatório.

Para sistemas dinâmicos, a avaliação do limite entre estabilidade e instabilidade é realizado por meio do estudo das trajetórias dos estados, ou por estratégias de estudos locais de modelos linearizados e seus valores característicos (OGATA, 2011). O uso exclusivo de informações estacionárias pode mascarar efeitos que não são integralmente compensáveis por estratégias de controle simples. Um caso típico desse fato pode ser ilustrado pelo exemplo de aplicação do método local exato realizado no Capítulo 3. Nesse exemplo, variáveis com atrasos de transporte ou subamostradas foram inseridas em uma estratégia de controle *feedback*. Esse tipo de pareamento pode gerar ações de controle que são reforçadas pela insensibilidade das variáveis controladas, em decorrência do atraso na resposta, podendo levar à instabilidade. Assim, de forma ideal, uma técnica para definição de estrutura de controle ótima deveria utilizar as informações referentes ao limite de instabilidade como restrições do problema de controle ótimo. Desse modo, o estudo da estabilidade deve ser parte integrante do estudo da definição da estrutura de controle ótimo.

O conceito de estabilidade está ligado à trajetória de um sistema dinâmico em um intervalo de tempo. A estabilidade em malha fechada é afetada por todas as transformações dos sistemas Γ , Υ e f . Nesta seção são avaliados alguns aspectos da seleção das estruturas sem a definição do controlador.

Definição 6.1 *Um sistema dinâmico é dito estável se a trajetória estiver contida dentro de limites finitos,*

$$\{\|\Psi\| < B \mid B \in \mathfrak{R}, B < \infty\}. \quad (6.39)$$

Definição 6.2 *Um sistema dinâmico é dito como assintoticamente estável se a tra-*

jetória tende para um valor finito,

$$\{\|\Psi\| \rightarrow B | t \rightarrow \infty, B \in \mathfrak{R}, B < \infty\}. \quad (6.40)$$

Teorema 6.5 *A definição das estruturas de controle Γ e dos controladores Υ que garantem a estabilidade de um sistema só pode ser realizada se e somente se forem utilizados modelos dinâmicos $\dot{x} = G(t, \dot{x}, x)$.*

Prova 6.5 *Utilizando a Definição 6.1, entende-se que um sistema é estável se toda a trajetória γ for conhecida em todo o domínio $[t_{inicial}, t_{final}]$. Um modelo estático está baseado somente no ponto inicial e o ponto final $[t_{inicial}, t_{inicial}+)$ e $(t_{final}-, t_{final}]$ da trajetória γ definidos. Não sendo conhecido nenhum valor de γ , $\|\Psi\|$, no intervalo $(t_{inicial}, t_{final})$, não é possível provar que,*

$$\{\|\Psi\| < B | B \in \mathfrak{R}, B < \infty, [t_{inicial}, t_{final}]\}. \quad (6.41)$$

Desse modo, só pode ser considerado estável o conjunto (G, Γ, Υ) se for conhecida a sua resposta dinâmica.

Teorema 6.6 *Se a transformação,*

$$G \circ \Upsilon \circ \Gamma : \Psi \rightarrow \Psi, \quad (6.42)$$

for uma contração, o sistema é assintoticamente estável.

Prova 6.6 *Segundo a Definição 6.2, um sistema dinâmico é dito como assintoticamente estável se e somente se,*

$$\{\|\Psi\| \rightarrow B | t \rightarrow \infty, B \in \mathfrak{R}, B < \infty\}. \quad (6.43)$$

No caso da transformação,

$$G \circ \Upsilon \circ \Gamma : \Psi \rightarrow \Psi, \quad (6.44)$$

que mapeia de forma iterativa para um mesmo domínio e de forma limitada $\|\Psi\| \leq B$,

$$\Psi_1 = G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_0) \quad (6.45)$$

Pode-se dizer que, dada uma métrica M ,

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) = M(G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_n), G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_{n-1})), \quad (6.46)$$

caso,

$$G \circ \Upsilon \circ \Gamma : \Psi \rightarrow \Psi, \quad (6.47)$$

seja uma contração em Ψ é possível dizer,

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) = M(G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_n), G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_{n-1})) \leq \alpha M(\Psi_n, \Psi_{n-1}), \quad (6.48)$$

onde $\alpha \leq 0$. Consequentemente,

$$\alpha M(\Psi_n, \Psi_{n-1}) = \alpha M(G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_{n-1}), G \circ \Upsilon \circ \Gamma(\Psi_{n-2})) \leq \alpha^2 M(\Psi_{n-1}, \Psi_{n-2}). \quad (6.49)$$

Assim é possível dizer que,

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) \leq \alpha^n M(\Psi_1, \Psi_0). \quad (6.50)$$

No caso em que $n \rightarrow \infty$,

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) = 0, \quad (6.51)$$

convergindo de forma assintótica para um valor específico.

Teorema 6.7 *Se na transformação,*

$$G \circ \Upsilon \circ \Gamma : \Psi \rightarrow \Psi, \quad (6.52)$$

uma das transformações for desconhecida, G ou Υ ou Γ , o sistema não pode ser considerado assintoticamente estável.

Prova 6.7 *Dado que um sistema é estável se for uma contração, considerando um espaço métrico, essa informação pode ser tratada como,*

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) = 0. \quad (6.53)$$

Caso uma das transformações seja desconhecida, como, por exemplo, o controlador Υ , essa transformação pode ser uma contração ou não ser uma contração. No primeiro caso, se todas as outras transformações forem contrações, o sistema é estável, seguindo o Teorema 6.6. Caso Υ não seja uma contração,

$$\Upsilon : \Omega \rightarrow U, \quad (6.54)$$

No espaço métrico em U , se Υ não for uma contração quando $n \rightarrow \infty$,

$$M(U_{n+1}, U_n) > 0. \quad (6.55)$$

Supondo que localmente G pode ser representado por uma transformação linear,

$$\Psi = G.U, \quad (6.56)$$

a seguinte desigualdade é válida,

$$M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) = M(G.U_{n+1}, G.U_n) \leq \|G\|.M(U_{n+1}, U_n). \quad (6.57)$$

Como $\|G\| \geq 0$ e $M(U_{n+1}, U_n) > 0$, os seguintes limites são encontrados,

$$0 \leq M(\Psi_{n+1}, \Psi_n) \leq \|G\|.M(U_{n+1}, U_n), \quad (6.58)$$

nesse intervalo estão incluídas sequências que são contrações e sequências que não são contrações. Logo, a estabilidade não pode ser garantida.

Os resultados dessa seção mostram que uma trajetória só pode ser considerada estável se as informações dinâmicas estiverem disponíveis e se as estruturas de controle estiverem apropriadamente definidas.

6.6 Estruturas de Controle em Sistemas Dinâmicos

Nesta seção são feitas algumas conjecturas relacionadas ao uso de otimização dinâmica para a definição de estruturas de controle. Como comentado na Seção 6.2, essa abordagem parte do pressuposto de que a trajetória ótima é a referência e que os controladores e as estruturas de controle devem mimetizar a trajetória ótima.

Como realizado em outras seções, inicialmente são definidos alguns conceitos a respeito de sistemas dinâmicos e de controle ótimo, para a melhor compreensão das conjecturas.

6.6.1 Sistemas Dinâmicos

Para introduzir o estudo das estruturas de controle com o viés de controle ótimo, primeiramente são necessárias algumas definições. Na Teoria de Controle Ótimo é interessante usar a abordagem dos sistemas dinâmicos por meio de espaço de estados (COURANT e HILBERT, 1989; FLEMING e RISHEL, 1975; KIRK, 2004). Os estados de um sistema em função do tempo podem ser descritos por meio de um ponto ou vetor,

$$\mathbf{x}(t) = \left(x^1(t), \dots, x^n(t) \right), \quad (6.59)$$

em um espaço euclidiano n -dimensional, $n \geq 1$. Os estados de um sistema mudam com o tempo, de acordo com um sistema de equações diferenciais,

$$\frac{dx^i}{dt} = g^i(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}), i = 1, \dots, n, \quad (6.60)$$

com as seguintes condições iniciais,

$$x^i(t_0) = x_0^i, i = 1, \dots, n, \quad (6.61)$$

onde,

$$u \in U, \quad (6.62)$$

definido na Equação (6.3). A transformação g^i é definida como,

$$g^i : t \times x \times u \times d \rightarrow x^i, \quad (6.63)$$

sendo o conjunto da transformações g^i definido como G.

A função $\mathbf{x}(t)$ descreve a evolução do sistema com o tempo, também chamada de trajetória, como ilustrado na Figura 6.3.

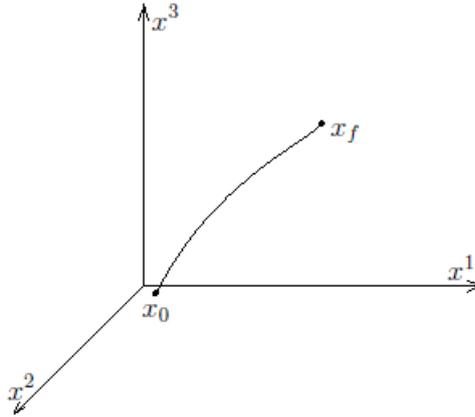


Figura 6.3: Trajetória no espaço de estados.

6.6.2 Sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias Não Autônômos e Métricas de Desempenho

As plantas de processos químicos, descritas como sistemas de equação algébrico-diferenciais, devem ser retratadas como sistemas não autônômos, pois são suscetíveis às entradas externas, as variáveis manipuladas e os distúrbios. De uma maneira matematicamente mais formal, esses sistemas podem ser caracterizados como no parágrafo seguinte.

Dado $f : U \rightarrow \Psi$ seja um campo vetorial independente do tempo (t), $t = \{t \in \mathfrak{R}, t \in [0, t_f]\}$, $G : U \times D \rightarrow X$ é o campo vetorial independente do tempo que relaciona as variáveis manipuladas U e os distúrbios $D = \{d \in \mathfrak{R}^m\}$ com os estados $X = \{x \in \mathfrak{R}^n\}$, que são soluções do seguinte problema de valor inicial,

$$\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)), \quad (6.64)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (6.65)$$

$$\Psi = \mathfrak{T}(\mathbf{x}). \quad (6.66)$$

As possíveis trajetórias dos estados em sistemas reais estão contidas dentro dos limites físicos dos sistemas, assim,

$$\|x\| < M \text{ e } M < \infty. \quad (6.67)$$

De uma maneira geral, essas limitações podem ser representadas pela desigualdade da Equação (6.68),

$$h(\mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)) \leq 0. \quad (6.68)$$

Para quantificar o desempenho desses sistemas são geradas métricas na forma,

$$J : \Psi \times U \times t \rightarrow \mathfrak{R}. \quad (6.69)$$

Nesses casos, os critérios de otimalidade são vinculados às trajetórias ótimas, $\phi(t)$, das variáveis medidas $\Psi_i(t)$ e das variáveis manipuladas $u_i(t)$. Uma forma bastante comum de representar a métrica, ou função objetivo, é através de um funcional na seguinte forma de Lagrange (KIRK, 2004),

$$J(\Psi, u) = \int_{t_0}^{t_1} L(\tau, \Psi(\tau), \mathbf{u}(\tau)) d\tau, \quad (6.70)$$

onde L é o Lagrangeano do problema. A função objetivo pode ser descrita em formas equivalentes, segundo a formulação de Mayer e Bolza (FLEMING e RISHEL, 1975). Assim o problema de otimização dinâmica apresenta a seguinte formulação:

$$\min_u J(\Psi, \mathbf{u}) \quad (6.71)$$

sujeito a,

$$\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)), \quad (6.72)$$

$$h(\mathbf{u}(t), \mathbf{d}(t)) \leq 0, \quad (6.73)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (6.74)$$

$$\Psi = \mathfrak{T}(\mathbf{x}). \quad (6.75)$$

O problema de otimização dinâmica, formulado na Equação (6.71), pode ser solucionado com o auxílio de métodos diretos ou indiretos. Nessa seção onde algumas observações teóricas têm o objetivo de dar uma ênfase maior aos métodos indiretos.

Entende-se por métodos indiretos em otimização dinâmica os métodos que usam formas derivadas do problema original, utilizados indiretamente para a resolução do

problema de otimização. A resolução das equações de Hamilton-Bellman-Jacobi e as condições de mínimo Pontryagin são formas não necessariamente numéricas para a resolução dessa classe de problemas, sendo duas ferramentas que podem auxiliar no estudo teórico da resolução do problema de controle ótimo, ou para definição de estrutura de controle ótimo. Para a resolução do problema de controle ótimo de forma indireta, é necessário inicialmente compreender a condição de estacionariedade em termos dinâmicos (KIRK, 2004).

6.6.3 Condição de Estacionariedade

Dado um sistema que opera nas proximidades de um ponto estacionário Ψ^* (trajetória estacionária),

$$\delta J(\Psi, \mathbf{u}) = 0, \quad (6.76)$$

onde δ é o operador variação. Expandindo a expressão, obtém-se,

$$\delta J(\Psi, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \delta H(\tau, \Psi(\tau), \mathbf{u}(\tau)) d\tau, \quad (6.77)$$

sendo que H é o Hamiltoniano,

$$H(\tau, \Psi, \mathbf{u}) = L(\tau, \Psi, \mathbf{u}) + \lambda Z(\tau, \Psi, \mathbf{u}), \quad (6.78)$$

onde λ representa os co-estados e Z representa as restrições ativas (FLEMING e RISHEL, 1975). Definindo a função $\epsilon\phi$, que executa a trajetória infinitesimal entre Ψ e Ψ^* , e uma função $\psi\gamma$, que executa a trajetória da função \mathbf{u} entre \mathbf{u} e \mathbf{u}^* , chega-se a

$$\delta H = H(t, \Psi, \mathbf{u}) - H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*), \quad (6.79)$$

$$\delta H = H(t, \Psi^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) - H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*). \quad (6.80)$$

Expandindo o primeiro termo de H em uma série de Taylor, chega-se a:

$$\begin{aligned} H(t, \Psi^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) &= H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*) + \nabla_{\Psi}^T H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*)\epsilon\phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*)\psi\gamma \\ &\quad + O(\epsilon^2\phi^2, \psi^2\gamma^2), \end{aligned} \quad (6.81)$$

Desconsiderando os termos de ordem superior, obtém-se

$$H(t, \Psi^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) - H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*) = \nabla_{\Psi}^T H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*)\epsilon\phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T H(t, \Psi^*, \mathbf{u}^*)\psi\gamma. \quad (6.82)$$

Aplicando a Equação (6.82) na Equação (6.77), chega-se a:

$$\delta J(\Psi, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \left[\nabla_{\mathbf{x}}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \epsilon \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \psi \gamma \right] d\tau. \quad (6.83)$$

Fazendo $\epsilon = \psi$,

$$\delta J(\Psi, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \epsilon \left[\nabla_{\Psi}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \gamma \right] d\tau. \quad (6.84)$$

Utilizando a condição de estacionariedade definida na Equação (6.76),

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[\nabla_{\Psi}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T H(\tau, \Psi^*, \mathbf{u}^*) \gamma \right] d\tau = 0. \quad (6.85)$$

A Equação (6.85) pode ser resolvida com o auxílio da equação de Euler-Lagrange e das outras condições de mínimo Pontryagin.

As relações de estacionariedade implicam na simetria e conservação de algumas quantidades na trajetória ótima. Esse princípio é utilizado para a obtenção de novas relações de conservação em sistemas físicos. O Teorema de Noether rege essas relações de simetria e conservação (NOETHER, 1918).

6.6.4 Teorema de Noether

Condições de simetria levam a condições de estacionariedade, com derivadas ou variacionais nulos. O Teorema de Noether relaciona as condições de simetria com novas leis de conservação (DE LEON *et al.*, 2004; TORRES, 2002) e possui aplicação, por exemplo, em mecânica dos fluidos (GOUIN, 1976), economia (ASKENAZY, 2001), física quântica (BUCHHOLZ *et al.*, 1986) e sistemas não lineares (CHATTOPADHYAY, 1979).

A ideia central desse Teorema é encontrar relações de conservação que são invariantes no caminho ótimo. Assim, se o conjunto formado pela estrutura de controle e controladores atender ao caminho ótimo, as relações de conservação serão mantidas invariantes nessa trajetória. Estendendo esse pensamento, caso as malhas de controle levem o sistema do estado \mathbf{x}_0 para o estado \mathbf{x}_1 e mantenham invariantes as relações de conservação, essas malhas atenderão ao critério de otimalidade definido pelo Axioma 6.1. Esse Teorema pode ser utilizado para os estudos do conjunto formado pela estrutura de controle e controladores com o objetivo de encontrar as relações de conservação definidas por funcionais na forma apresentada na Equação (6.71). Em termos matemáticos o Teorema de Noether é descrito da seguinte forma:

Teorema de Noether 1 Para cada sistema dinâmico Lagrangeano ¹,

$$J = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) d\tau, \quad (6.86)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = G(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t), \quad (6.87)$$

existem constantes de movimento M_ϕ quando aplicados conjuntos de transformações uniparamétricas difeomórficas ² $\mathfrak{G}(\varrho) : \mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$ (NOETHER, 1918).

De uma forma simplificada, esse teorema significa que, para sistemas dinâmicos Lagrangeanos, em cada simetria existe uma lei de conservação. O resultado desse teorema é aplicado nos estudos de mecânica clássica, onde as leis de conservação de energia são definidas para sistemas Lagrangeanos. Nesse caso, é definido um problema de cálculo variacional em que o objetivo é encontrar as trajetórias ϕ que minimizam a energia J . A formulação matemática do Teorema de Noether aplicado ao problema de conservação de energia é definido na forma:

$$\min_{\phi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})} J = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) d\tau, \quad (6.88)$$

em que a trajetória ϕ que minimiza o funcional J deve atender a condição de ponto estacionário

$$\delta J = 0. \quad (6.89)$$

Assim, admitindo-se que a trajetória completa ϕ seja executada a partir de movimentos pertencentes ao grupo de transformações difeomórficas $\mathfrak{G}(\varrho) : \mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$, o movimento infinitesimal dos estados pode ser escrito como:

$$\delta \mathbf{x} = \epsilon \phi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t), \quad (6.90)$$

em que ϵ é o diferencial entre duas trajetórias próximas. Admitindo que a variação de energia entre duas trajetórias próximas pode ser escrita por

$$\delta J = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \delta \mathbf{x} + \frac{\partial J}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \delta \dot{\mathbf{x}}, \quad (6.91)$$

aplicando a regra da cadeia,

$$\delta J = \frac{d}{dt} \frac{\partial J}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \delta \mathbf{x} + \frac{\partial J}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \frac{d}{dt} \delta \mathbf{x}, \quad (6.92)$$

¹Sistema Lagrangeano é um par (Y, L) , onde o mapeamento $Y \rightarrow X$ e da densidade Lagrangeana L , tal que a Equação de Euler-Lagrange seja possivelmente gerada em seções de $Y \rightarrow X$.

²Transformações difeomórficas são transformações inversíveis, contínuas e diferenciáveis.

e simplificando a expressão,

$$\delta J = \epsilon \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \phi \right], \quad (6.93)$$

são encontradas as relações de conservação que minimizam a energia na trajetória ϕ ,

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \phi = 0. \quad (6.94)$$

Desse modo, o conjunto estrutura de controle e controlador ótimo é o conjunto que gera as transformações $\mathfrak{G}(\rho) : \mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1$ em que a Equação (6.94) é válida. Assim, pode-se formular o seguinte Teorema:

Teorema 6.8 *Em sistemas Lagrangeanos, na trajetória ótima, existem quantidades que devem ser conservadas e conseqüentemente controladas. No sentido definido no Axioma 6.1, o conjunto estrutura de controle e controlador que mantém as quantidades que devem ser conservadas são conjuntos ótimos.*

Prova 6.8 *Este teorema é provado pelo Teorema de Noether, que atribui as condições de estacionariedade a relações de conservação de forma biunívoca.*

O grupo de transformações uniparamétricas difeomórficas $\mathfrak{G}(\rho)$ é denominado grupo de Lie (KIRILLOV, 2008). Uma das propriedades desse grupo de transformações é a compatibilidade com estruturas suaves, sendo uma importante ferramenta no estudo de simetrias em equações diferenciais e em problemas de cálculo variacional.

6.6.5 Invariantes no Caminho Ótimo e Espaço Tangente

O Teorema de Noether indica relações que devem ser conservadas em sistemas Lagrangeanos, mas não indica soluções para o problema geral. Uma abordagem que utiliza uma forma mais geral do problema de obtenção das relações de invariância é apresentada por ASKENAZY (2001). Nesse trabalho é apresentada uma aplicação em problemas de economia, focado na obtenção das relações de conservação para sistemas não autônomos. Como visto na seção 6.6.4, as relações de conservação são originadas das condições de otimalidade e, conseqüentemente, das relações invariantes na trajetória de controle ótimo (NOETHER, 1918). No trabalho apresentado por ASKENAZY (2001) são propostas duas novas Equações de invariância, diferentes da apresentada na Equação (6.94), cuja abordagem pode ser utilizada em problemas de controle de processos. Essa duas novas relações de conservação são baseadas na conservação do valor da densidade Lagrangeana e na relação entre os espaços das transformações tangentes ao espaço das transformações originais na trajetória ótima. Essas duas relações entre o problema de controle ótimo e grandezas invariantes no decorrer da trajetória são descritas da seguinte forma:

Teorema Askenazy 1 *Dado o problema de maximização,*

$$\max\{J = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))dt\}, \quad (6.95)$$

sujeito a restrição dinâmica do tipo,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = G(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (6.96)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (6.97)$$

$$\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1, \quad (6.98)$$

$$\mathbf{u}(t) \in C^1, \quad (6.99)$$

cujo o Hamiltoniano é,

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t) = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \lambda G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad (6.100)$$

e dado que $T\mathfrak{G}_\rho$ são os grupos de mapeamentos tangentes aos mapeamentos \mathfrak{G}_ρ , então na trajetória de controle ótimo ϕ_{opt} as seguintes relações são invariantes a grupos de transformações de Lie \mathfrak{G}_ρ :

$$L(\mathfrak{G}_\rho \mathbf{x}, \mathbf{u}_\rho) = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (6.101)$$

e a relação no espaço tangente,

$$T\mathfrak{G}_\rho(G(\mathfrak{G}_{-\rho} \mathbf{x}, \mathbf{u})) = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (6.102)$$

Uma interpretação simplificada do Teorema de Askenazy pode ser separada em duas partes. A primeira parte significa que o Lagrangeano L deve ser constante na trajetória definida pelo grupo de transformações de Lie que definem a trajetória ótima, como mostrado na Equação (6.101). A segunda parte, referente a Equação (6.102), relaciona as respostas do sistema G com os grupos de transformações de Lie \mathfrak{G}_ρ e as transformações tangentes a elas $T\mathfrak{G}_\rho$.

O Teorema de Askenazy possui dois pontos relevantes para o uso da Teoria de Controle Ótimo na definição das estruturas de controle: o uso de expressões mais simples e gerais para a avaliação das relações de conservação e a introdução de transformações tangentes às transformações originais de Lie. Assim, com o Teorema de Askenazy, pode ser realizado um paralelo para a obtenção de estruturas de controle na seguinte forma:

Teorema 6.9 *É possível o uso de linearizações no conjunto formado pela estrutura de controle e controlador no sentido de obter o conjunto ótimo.*

Prova 6.9 *De acordo com o Teorema Askenazy 1 e com o Axioma 6.1, o uso de transformações no espaço tangente à trajetória, para a obtenção de transformações de Lie que matemam a otimalidade da trajetória, pode ser feita para substituição da transformação no espaço original. Desse modo, prova-se o Teorema em questão.*

6.6.6 Estrutura de Controle Ótimo e Invariância

Como apresentado nas seções 6.6.4 e 6.6.5, os conceitos de invariância no caminho podem ser aplicados aos problemas de controle ótimo e possibilitam a definição de relações de conservação na trajetória ótima. No Teorema 6.10 é formalizada a relação entre as transformações de Lie geradoras da trajetória ótima e o conjunto ótimo formado pela estrutura de controle Γ e o controlador Υ .

Teorema 6.10 *Dado um sistema como aquele definido no Teorema de Askenazy 1, pode ser definido como estrutura de controle ótima Γ_{opt} e controlador ótimo Υ_{opt} o conjunto que gera grupos de transformações de Lie \mathfrak{G}_ρ que atendam aos critérios de invariância no caminho ótimo ϕ .*

Prova 6.10 *Seja dada uma estrutura de controle Γ e um controlador Υ , que geram transformações de Lie de um parâmetro \mathfrak{G}_ρ . Em um cenário de distúrbios d constantes, o variacional do Hamiltoniano é,*

$$\delta H = \frac{\partial L}{\partial \rho} \delta \rho + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j}{\partial \rho} \delta \rho. \quad (6.103)$$

\mathfrak{G}_ρ gera o caminho ótimo se e somente se a condição de invariância,

$$\delta H = 0, \quad (6.104)$$

é atendida.

De forma simplificada, a estrutura de controle ótima deve propiciar que o valor do Hamiltoniano em dois pontos consecutivos da trajetória, n e $n + 1$, satisfaça a condição de invariância,

$$H^n(\Psi^n, \mathbf{u}^n) = H^{n+1}(\Psi^{n+1}, \mathbf{u}^{n+1}). \quad (6.105)$$

6.6.7 Controle das Restrições

Diversas técnicas utilizam explicitamente o controle das restrições como parte integrante da camada de controle regulatório (ALSTAD e SKOGESTAD, 2007; HALVORSEN *et al.*, 2003). Mesmo em técnicas heurísticas (LUYBEN *et al.*, 1998), onde

o termo restrição não é utilizado, o controle das restrições é indicado. Desse modo, esse tipo de pareamento é visto como um consenso em diferentes ramos de técnicas de obtenção de estruturas de controle, porém a razão do seu uso nem sempre é bem posta matematicamente. Em função disso, no Teorema 6.11 é demonstrado matematicamente que o controle das restrições surge naturalmente com o uso do critério de invariância na trajetória de controle ótima.

Teorema 6.11 *Dado que L é constante em todo o seu domínio, a estrutura de controle que mantém as restrições Z_j constantes é uma estrutura de controle ótima.*

Prova 6.11 *Dado que o variacional do Hamiltoniano,*

$$\delta H = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d}, \quad (6.106)$$

que o Lagrangeno é constante e que as restrições Z_j são funções das variáveis manipuladas u e dos distúrbios d ,

$$\delta H = \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\mathbf{u}, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d}. \quad (6.107)$$

Se a estrutura de controle Γ gerar transformações de um parâmetro \mathfrak{G}_ϱ ,

$$\delta H = \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\varrho, \mathbf{d})}{\partial \varrho} \delta \varrho + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j(\varrho, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \delta \mathbf{d}, \quad (6.108)$$

cujas transformações mantenham a trajetória no caminho ótimo,

$$\delta H = 0. \quad (6.109)$$

Uma possível solução desse problema seria a transformação de um parâmetro \mathfrak{G}_ϱ que mantém as restrições constantes,

$$\frac{\partial Z_j(\varrho, \mathbf{d})}{\partial \varrho} = 0 \quad (6.110)$$

e

$$\frac{\partial Z_j(\varrho, \mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} = 0. \quad (6.111)$$

Como definido no Teorema de Noether, cada transformação diferencial pode ser encarada como uma transformação de Lie, sendo uma possibilidade a transformação de um parâmetro \mathfrak{G}_ϱ ,

$$\delta H = \frac{\partial L}{\partial \varrho} \delta \varrho + \sum_j \lambda_j \frac{\partial Z_j}{\partial \varrho} \delta \varrho. \quad (6.112)$$

6.6.8 Controle das Relações de Conservação e Controle Auto-otimizante

De uma forma geral, para cada função objetivo criada J e para cada restrição criada Z , novas relações de conservação são criadas, além das relações físicas, como os balanços de massa e energia. Utilizando os princípios de invariância no caminho ótimo, prova-se que devem ser controladas as relações de conservação no caminho ótimo. Em casos particulares, como mostrado no Teorema 6.12, essa formulação leva às técnicas de controle auto-otimizante (SKOGESTAD, 2000).

Teorema 6.12 *As técnicas de controle auto-otimizante (SKOGESTAD, 2000) são casos particulares da invariância no caminho.*

Prova 6.12 *Dado um funcional arbitrário, semelhante à função custo definida na Equação (6.70), desconsiderando o termo relacionado ao ponto inicial c_0 (KIRK, 2004),*

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = l_1(t_1, \mathbf{u}(t_1)) + \int_{t_0}^{t_1} L(\tau, \mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau))d\tau, \quad (6.113)$$

operando nas proximidades de um ponto estacionário \mathbf{x}^ ,*

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0, \quad (6.114)$$

onde δ é o operador variação. Expandindo a expressão, obtém-se,

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \delta L(\tau, \mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau))d\tau. \quad (6.115)$$

Definindo a função $\epsilon\phi$, que executa a trajetória infinitesimal entre \mathbf{x} e \mathbf{x}^ , e uma função $\psi\gamma$, que executa a trajetória da função u entre u e u^* , chega-se a*

$$\delta L = L(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) - L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*), \quad (6.116)$$

$$\delta L = L(t, \mathbf{x}^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) - L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*). \quad (6.117)$$

Expandindo o primeiro termo de L em uma série de Taylor, chega-se a:

$$\begin{aligned} L(t, \mathbf{x}^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) &= L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) + \nabla_{\mathbf{x}}^T L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)\epsilon\phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)\psi\gamma \\ &\quad + O(\epsilon^2\phi^2, \psi^2\gamma^2), \end{aligned} \quad (6.118)$$

Desconsiderando os termos de ordem superior, obtém-se

$$L(t, \mathbf{x}^* + \epsilon\phi, \mathbf{u}^* + \psi\gamma) - L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) = \nabla_{\mathbf{x}}^T L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)\epsilon\phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(t, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)\psi\gamma. \quad (6.119)$$

Aplicando a Equação (6.119) na Equação (6.115), chega-se a:

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \left[\nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \epsilon \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \psi \gamma \right] d\tau. \quad (6.120)$$

Fazendo $\epsilon = \psi$,

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{t_1} \epsilon \left[\nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \gamma \right] d\tau. \quad (6.121)$$

Utilizando a condição de estacionariedade definida na Equação (6.114),

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[\nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \gamma \right] d\tau = 0. \quad (6.122)$$

A Equação (6.122) pode ser resolvida com o auxílio da equação de Euler-Lagrange (ver Apêndice B) e das outras condições de mínimo Pontryagin. Essa mesma expressão pode ser avaliada considerando os termos de segunda ordem, na forma

$$\begin{aligned} L(\tau, \mathbf{x}^* + \epsilon \cdot \phi, \mathbf{u}^* + \psi \cdot \gamma) - L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) &= \nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \gamma \\ &+ \frac{1}{2} \phi \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{xx}} \cdot \phi + \frac{1}{2} \gamma \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{uu}} \cdot \gamma. \end{aligned} \quad (6.123)$$

Aplicando a Equação (6.123) na Equação (6.115),

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[\nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \gamma + \frac{1}{2} \phi \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{xx}} \cdot \phi + \frac{1}{2} \gamma \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{uu}} \cdot \gamma \right] d\tau = 0, \quad (6.124)$$

Para o caso particular em que a função a ser integrada da Equação (6.124) é nula, para todo o domínio $[t_0, t_1]$, a equação toma a forma

$$\nabla_{\mathbf{x}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \phi + \nabla_{\mathbf{u}}^T L(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \cdot \gamma + \frac{1}{2} \phi \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{xx}} \cdot \phi + \frac{1}{2} \gamma \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{uu}} \cdot \gamma = 0, \quad (6.125)$$

e é válida. Caso todas as variáveis de estado sejam função de \mathbf{u} e aplicando a condição de estacionariedade em relação a \mathbf{u} , pode-se simplificar a Equação (6.125) na forma,

$$\frac{1}{2} \gamma \cdot \mathcal{H}(\tau, \mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{\mathbf{uu}} \cdot \gamma = 0, \quad (6.126)$$

semelhante à Equação (2.19) desenvolvida por HALVORSEN et al. (2003). Desse modo, pode-se chegar à conclusão que a aproximação utilizada no método local exato é um caso específico do problema de controle ótimo, mas com uma avaliação no estado estacionário, como já havia sido levantado por ARAUJO (2007). A ordem da aproximação mais adequada depende da natureza da função custo, não existindo

uma escolha de ordem única e independente da função custo. Essa questão é regida pelo lema da melhor aproximação (KREYSZIG, 1989).

6.7 Estrutura de Controle em Problemas do tipo LQR

No caso de problemas de definição de estrutura de controle, em que a métrica de desempenho e o tipo de controlador já estão definidos, um novo tipo de problema de otimização, cuja a solução é subótima em relação ao problema sem a restrição do tipo de controlador no sentido do Axioma 6.1, é posto.

Com a definição do tipo dos controladores, a forma da transformação Υ ou/e a estrutura matemática utilizada para a combinar as variáveis medidas, a forma da transformação Γ , ocorre uma redução na dimensão do problema de definição de estrutura de controle e conseqüentemente na trajetória das ações de controle. Do ponto de vista de engenharia, essas restrições de igualdade tornam possível solucionar o problema de forma que os controladores e as estruturas possuam formas realizáveis. Nesse sentido, o uso de estruturas simples, baseadas em combinações lineares e ações do tipo *feedback* é de maior interesse para aplicações de engenharia. No entanto, deixa de ser possível admitir que as soluções obtidas são ótimas em algum sentido.

Nessa seção será formulado o problema de estrutura de controle baseado em controladores do tipo Linear Regulatório Quadrático (LQR) (KALMAN, 1960).

6.7.1 Estrutura de Controle Ótima em Sistemas Lineares

Teorema 6.13 *Dado um sistema linear regido por um sistema de equação diferenciais do tipo,*

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}.\mathbf{x} + \mathbf{B}.\mathbf{u}, \quad (6.127)$$

$$\Psi = \Xi.\mathbf{x}, \quad (6.128)$$

cujo critério de desempenho é regido pela métrica (LQR),

$$J = \int_0^{t_f} (\mathbf{x}^T.\mathbf{Q}.\mathbf{x} + \mathbf{u}^T.\mathbf{R}.\mathbf{u}) dt, \quad (6.129)$$

impondo um controlador do tipo proporcional,

$$\Upsilon = \mathbf{I}. \quad (6.130)$$

A estrutura de controle ótima que minimiza a métrica J é,

$$\mathbf{\Gamma} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{\Xi}^{-1}. \quad (6.131)$$

Prova 6.13 Em sistemas lineares, para o problema regulatório quadrático (LQR), a resposta de controle ótima é conhecida (KALMAN, 1960). Nesse caso, a resposta ótima possui como passo intermediário a solução da Equação de Riccati,

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{H}, \quad (6.132)$$

onde a transformação ótima $T_x : X \rightarrow U$, regida pelo princípio da invariância no caminho ótimo ϕ , é definida por,

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}, \quad (6.133)$$

definido que a ação do controlador é do tipo proporcional, como mostrado na Equação (6.130), que induz que o mapeamento $T_{opt} : \Psi \rightarrow U$ é numericamente igual ao mapeamento $\Gamma_{opt} : \Psi \rightarrow \Omega$. Utilizando a Equação (6.128), a possível solução do problema da estrutura de controle ótima é,

$$\mathbf{\Gamma}_{opt} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{\Xi}^{-1}. \quad (6.134)$$

Desse modo, para cada sistema linear ou linearizado, é possível concluir que existe uma combinação linear dos estados ótima (estrutura de controle ótima).

6.7.2 Estrutura de Controle Ótima em Sistemas Não Lineares para Problemas do Tipo LQR

O controladores LQR são lineares, não sendo possível que uma única matriz de ganhos atenda ao critério de otimalidade definido pelo Axioma 6.1. Desse modo, uma possível solução para esse problema é a linearização por partes desse problema (ISIDORI, 1995; KRAVARIS e KANTOR, 1990), criando uma matriz de ganhos para cada trecho de operação. Segue abaixo o teorema específico para o caso de sistemas linearizáveis por partes, exemplificando o caso de estruturas de controle utilizando a métrica LQR.

Teorema 6.14 *Seja um sistema não linear,*

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathfrak{A} \cdot \mathbf{x} + \mathfrak{B} \cdot \mathbf{u}, \quad (6.135)$$

$$\Psi = \mathfrak{T}(\mathbf{x}), \quad (6.136)$$

cujo critério de desempenho é regido pela métrica (LQR),

$$J = \int_0^{t_f} (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) dt, \quad (6.137)$$

impondo um controlador do tipo proporcional,

$$\Upsilon = \mathbf{I}. \quad (6.138)$$

O conjunto das estruturas de controle ótimas Γ_{opt} de cada trecho linearizável é regido por,

$$\Gamma(\alpha, \beta, \mu) = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathfrak{B}(\beta)^T \cdot \mathbf{P}(\alpha, \beta) \cdot \mathfrak{T}(\mu)^{-1}. \quad (6.139)$$

Prova 6.14 Seja o conjunto das matrizes \mathfrak{A} , formado pelo seguinte polítopo ³ (OLIVEIRA et al., 1999),

$$\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}(\alpha) = \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{A}_i, \sum_{i=1}^M \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0\}. \quad (6.140)$$

Seja ainda o conjunto das matrizes \mathfrak{B} , formado pelo polítopo,

$$\mathfrak{B} = \{\mathfrak{B}(\beta) = \sum_{i=1}^N \beta_i \mathbf{B}_i, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1, \beta_i \geq 0\}. \quad (6.141)$$

Seja outro conjunto das matrizes \mathfrak{T} das transformações entre os estados e as medições $\mathfrak{T} : X \rightarrow \Psi$, formado pelo polítopo,

$$\mathfrak{T} = \{\mathfrak{T}(\mu) = \sum_{i=1}^K \mu_i \mathbf{\Xi}_i, \sum_{i=1}^K \mu_i = 1, \mu_i \geq 0\}. \quad (6.142)$$

Para cada par do polítopo, α e β , a solução da estrutura de controle ótimo é equivalente à Equação (6.134),

$$\Gamma(\alpha, \beta, \mu) = -\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathfrak{B}(\beta)^T \cdot \mathbf{P}(\alpha, \beta) \cdot \mathfrak{T}(\mu)^{-1}. \quad (6.143)$$

A existência de uma única estrutura de controle tida como ótima, baseada na combinação linear das variáveis medidas, não pode ser utilizada como uma solução geral para todos os casos. Uma única solução, baseada na combinação linear de variáveis, é matematicamente aceitável se e somente se o modelo pode ser representado com α e β constantes em todo o domínio do problema, o que não representa certamente o caso geral nem a transformação dinâmica ao longo de toda a trajetória.

³Polítopo é uma região n-dimensional resultante da intersecção de semi-espacos

6.7.3 Degradação de Desempenho no Caso de Projeto do Controlador Ótimo Baseado em uma Única Região

Como visto na Seção 6.7.2, o uso de uma única estrutura de controle para uma planta com comportamento não linear gera um desempenho subótimo. Com o conhecimento do modelo linearizado para cada trecho de operação, é possível identificar limites de desempenho para cada trecho, no caso de uso de uma única estrutura de controle. Segue no Teorema 6.15 a definição desses limites de desempenho.

Teorema 6.15 *Dado um sistema como o definido no Teorema 6.14, caso seja utilizada uma única estrutura Γ a degradação de desempenho está dentro dos limites,*

$$0 \leq \|J'\| - \|J\| \leq \|\mathbf{R}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{x}\|^2 \cdot (\|\mathbf{B}'^T\|^2 \|\mathbf{P}'\|^2 - \|\mathbf{B}^T\|^2 \|\mathbf{P}\|^2) \Delta t. \quad (6.144)$$

Prova 6.15 *Dado que o critério de desempenho seja como o definido na Equação (6.129), a estrutura de controle ótima para um controlador proporcional é igual à da Equação (6.134), que define que a relação $T_x : X \rightarrow U$ é igual à da Equação (6.133). Aplicando a Equação (6.133) na Equação (6.129), obtém-se*

$$J = \int_0^{tf} \left[\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + (-\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{R} \cdot (-\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}) \right] dt. \quad (6.145)$$

O diferencial no tempo da métrica J para um dado sistema é,

$$\frac{dJ}{dt} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}). \quad (6.146)$$

Caso o sistema estimado seja diferente do sistema real, o diferencial da métrica J é,

$$\frac{dJ'}{dt} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}'^T \cdot \mathbf{P}' \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{R}'^{-1} \cdot \mathbf{B}'^T \cdot \mathbf{P}' \cdot \mathbf{x}). \quad (6.147)$$

A máxima diferença entre os dois diferenciais definidos nas Equações (6.146) e (6.147) é,

$$\left\| \frac{dJ'}{dt} \right\| - \left\| \frac{dJ}{dt} \right\| = \left\| (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}'^T \cdot \mathbf{P}' \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{R}'^{-1} \cdot \mathbf{B}'^T \cdot \mathbf{P}' \cdot \mathbf{x}) \right\| - \left\| (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{x}) \right\|. \quad (6.148)$$

Os limites das diferença estão entre,

$$0 \leq \left\| \frac{dJ'}{dt} \right\| - \left\| \frac{dJ}{dt} \right\| \leq \|\mathbf{R}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{x}\|^2 \cdot (\|\mathbf{B}'^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}'\|^2 - \|\mathbf{B}^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}\|^2). \quad (6.149)$$

No caso da métrica J , a diferença é,

$$0 \leq \|J'\| - \|J\| \leq \int_0^{tf} \|\mathbf{R}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{x}\|^2 \cdot (\|\mathbf{B}'^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}'\|^2 - \|\mathbf{B}^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}\|^2) dt. \quad (6.150)$$

Integrando para o intervalo de tempo de interesse, obtém-se

$$0 \leq \|J'\| - \|J\| \leq \|\mathbf{R}^{-1}\| \cdot \|\mathbf{x}\|^2 \cdot (\|\mathbf{B}'^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}'\|^2 - \|\mathbf{B}^T\|^2 \cdot \|\mathbf{P}\|^2) \Delta t. \quad (6.151)$$

Como comentado no decorrer desse capítulo, de acordo com o Axioma 6.1 o tipo do controlador afeta a escolha da estrutura de controle. Desse modo, faz sentido o estudo das estruturas de controle com o uso de controladores específicos. Na Seção 6.8 segue o estudo sobre o uso de controladores PID, controlador mais típico usado no âmbito industrial, nas estruturas de controle.

6.8 Estrutura de Controle Utilizando Controladores PID

As estruturas de controle utilizando controladores PID são de interesse em grande número de processos industriais (CAMPOS e TEIXEIRA, 2006). O problema de definição de estruturas de controle com o uso de controladores PID, com o viés de obtenção da melhor trajetória possível, a mais próxima da trajetória ótima do problema livre, pode ser posta de duas formas:

- Utilizando a trajetória ótima para obtenção da trajetória subótima com o uso de controladores PID;
- Resolução direta do problema de otimização, sem o conhecimento prévio da trajetória ótima.

No primeiro caso, o problema pode ser posto utilizando o Axioma 6.1, definindo como premissa o uso de controladores PID e o uso de uma estrutura de controle baseada na combinação linear de variáveis. Pode-se dizer que cada trajetória do conjunto das ações de controle U deve seguir a trajetória de referência: a trajetória de controle ótima.

Suponhamos que a trajetória ótima da ação de controle $u(t)$ seja conhecida e que a melhor aproximação, com o uso de controladores PID, seja definida segundo a métrica de mínimos quadrados,

$$F = \sum_{i=0}^m \int_0^t (u_i(\tau) - u_i^\dagger(\tau))^2 d\tau. \quad (6.152)$$

Cada trajetória de ação de controle pode ser definida por um controlador PID,

$$u_i^\dagger(t) = K_{pi} \cdot e_i(t) + \frac{1}{T_{ii}} \int e_i(t) dt + T_{di} \cdot \frac{de_i(t)}{dt}, \quad (6.153)$$

onde $e_i(t)$ é a função erro definida como a diferença entre o *setpoint* (sp_i) e a variável de processo controlada (Ω_i),

$$e_i(t) = sp_i(t) - \Omega_i(t). \quad (6.154)$$

Supondo que, $sp_i(t) = 0$, então

$$u_i^\dagger(t) = K_{pi} \cdot \Omega_i(t) + \frac{1}{T_{ii}} \int \Omega_i(t) dt + T_{di} \cdot \frac{d\Omega_i(t)}{dt}. \quad (6.155)$$

Inserindo a Equação (7.66) da estrutura de controle na ação de controle,

$$u_i^\dagger(t) = K_{pi} \cdot \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t) + \frac{1}{T_{ii}} \int \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t) dt + T_{di} \cdot \frac{d \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t)}{dt}. \quad (6.156)$$

Desse modo, o conjunto dos parâmetros de sintonia e estrutura de controle (α) são,

$$\alpha = \{\forall \Gamma_{ij}, \forall K_{pi}, \forall T_{ii}, \forall T_{di}\}. \quad (6.157)$$

A condição de estacionariedade para o caso do problema formulado por meio de mínimos quadrados, pode ser formulado da seguinte forma,

$$\nabla_\alpha F = 0. \quad (6.158)$$

No segundo caso, o problema é estudado por intermédio do ponto de vista restrito, em que o problema de controle ótimo é substituído por um problema paramétrico sem o conhecimento prévio da trajetória ótima. A estrutura de controle, o tipo do controlador e a sintonia do controlador influenciam a trajetória da função $u(t)$. Dessa forma, para um controlador PID a ação de controle pode ser escrita como uma função do tipo,

$$u = u(t, \Gamma, (K_p, T_i, T_d), x). \quad (6.159)$$

Para uma aplicação direta do critério de estacionariedade, o gradiente de J em relação a u pode ser colocado em função da matriz Γ , dos parâmetros do controlador e das variáveis de estado x e do tempo,

$$\delta_u J = \sum_{i=0}^n \left(\frac{\partial J}{\partial K_{pi}} dK_{pi} + \frac{\partial J}{\partial T_{ii}} dT_{ii} + \frac{\partial J}{\partial T_{di}} dT_{di} + \sum_{j=0}^m \frac{\partial J}{\partial \Gamma_{ij}} d\Gamma_{ij} \right), \quad (6.160)$$

Na condição de estacionariedade,

$$\delta_u J = 0. \quad (6.161)$$

Nesses dois casos, o problema de definição de estruturas de controle resolvido é semelhante, porém com uma redução de dimensão bastante significativa no segundo caso, em que o problema de controle ótimo de trajetória livre é transformado em um problema de otimização paramétrica. Essas duas abordagens serão estudadas no Capítulo 7. Na próxima seção serão abordados alguns outros tópicos relativos às limitações impostas pela definição prévia do tipo do controlador e das aproximações utilizadas nessa classe de problemas.

6.9 Limitações Impostas pelos Controladores

Nessa seção são abordados alguns tópicos relacionados à limitação imposta pelos controladores nas trajetórias de controle, com o auxílio do conceito de flexibilidade dos controladores.

6.9.1 Flexibilidade do Controlador

Dada uma métrica J , como a definida na Equação (6.11), admite-se que exista uma trajetória ótima ϕ regida pela transformação,

$$T_{opt} : \Psi \rightarrow U. \quad (6.162)$$

Caso seja definido um controlador qualquer Υ_q , estando disponível o conjunto de todas as estruturas de controle,

$$\mathfrak{T} = \{\forall \Gamma \in \mathfrak{T}\}, \quad (6.163)$$

a Equação (6.164),

$$\|J_{opt}\| \leq \|J(\Gamma)\|, \quad (6.164)$$

sempre será válida e a razão entre as duas grandezas, definida como flexibilidade (\mathfrak{FI}),

$$\mathfrak{FI} \triangleq \frac{\|J_{opt}\|}{\|J(\Gamma)\|}, \quad (6.165)$$

será sempre menor ou igual à unidade.

Controladores PID e Coeficiente de Flexibilidade Máximo

Teorema 6.16 *Admite-se que existe uma trajetória ótima ϕ e que exista uma estrutura de controle definida Γ . Um controlador Υ , do tipo PID, possui coeficiente de flexibilidade máximo,*

$$\mathfrak{FI} = 1, \quad (6.166)$$

se e somente se a trajetória das ações de controle puder ser confinada em um plano no espaço ordenado definido por, $U_i \times \Omega_i \times \int \Omega_i dt \times \frac{d\Omega_i}{dt}$

Prova 6.16 Definida a trajetória de controle ótimo ϕ , está definida a trajetória das variáveis manipuladas U_i . Sabendo que nesse caso a seguinte igualdade está definida,

$$T = \Upsilon \circ \Gamma. \quad (6.167)$$

No caso em que o controlador Υ seja do tipo PID, que seu setpoint seja nulo, a ação de controle possui a seguinte forma,

$$U_i = K_p \Omega_i + \frac{1}{T_i} \int \Omega_i dt + K_d \frac{d\Omega_i}{dt}. \quad (6.168)$$

Suponha que U_i , Ω_i , $\int \Omega_i dt$ e $\frac{d\Omega_i}{dt}$ formem uma base $\{\mathfrak{D}_1, \mathfrak{D}_2, \mathfrak{D}_3, \mathfrak{D}_4\}$ no espaço vetorial \mathfrak{U} . O vetor equivalente a U_i no espaço \mathfrak{U} que define o plano no qual a trajetória está confinada é,

$$\mathfrak{U}_i = \hat{\mathfrak{D}}_1 + K_p \hat{\mathfrak{D}}_2 + \frac{1}{T_i} \hat{\mathfrak{D}}_3 + K_d \hat{\mathfrak{D}}_4. \quad (6.169)$$

Assim o vetor das ações de controle referente à trajetória de controle ótima γ no espaço vetorial \mathfrak{U} é,

$$\mathfrak{U}_\gamma = a(t) \hat{\mathfrak{D}}_1 + b(t) \hat{\mathfrak{D}}_2 + c(t) \hat{\mathfrak{D}}_3 + d(t) \hat{\mathfrak{D}}_4. \quad (6.170)$$

Somente para ilustrar, segue na Figura 6.4 um exemplo das trajetórias \mathfrak{U}_γ e \mathfrak{U}_i , para o caso de um controle PI.

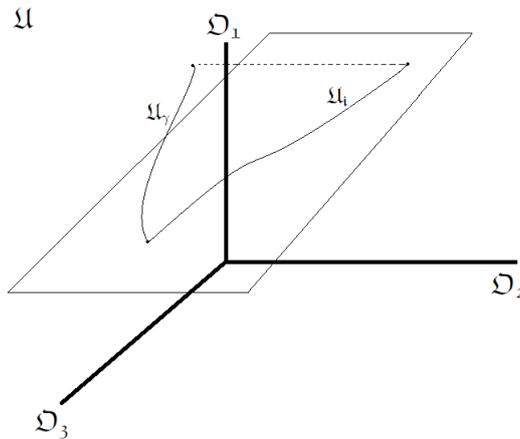


Figura 6.4: Trajetórias ótimas no espaço \mathfrak{U} .

Caso os coeficientes de \mathfrak{U}_γ não sejam constantes, não é possível conter a trajetória \mathfrak{U}_γ em um único plano no espaço \mathfrak{U} , impossibilitando que \mathfrak{U}_i seja rastreada no de-

correr do tempo e, conseqüentemente, resultando em um coeficiente de flexibilidade do controlador,

$$\mathfrak{I} \leq 1. \quad (6.171)$$

6.9.2 Lema da Melhor Aproximação Aplicado à Definição de Estruturas de Controle

Técnicas como as propostas por CAO e KARIWALA (2009) e HALVORSEN *et al.* (2003) não verificam a extensão da validade das aproximações locais, como linearizações, que afetam a identificação da unicidade da solução. Outro aspecto relegado em algumas técnicas é o número mínimo de pontos no espaço de estados necessários para a estimação de uma estrutura de controle coerente, para que seja atendido o lema da melhor aproximação (KREYSZIG, 1989). Grande parte das técnicas de estimação da melhor estrutura de controle utiliza análises locais estáticas, considerando somente o ponto inicial e final da trajetória. Esse critério pode não ser o mais adequado para a caracterização da função da trajetória ótima para um caso qualquer. Para comprovar a validade dessa premissa, antes é necessário um estudo prévio do comportamento da trajetória no espaço de estados. Para ilustrar essa afirmativa, segue um exemplo.

Sejam dois pontos de uma trajetória $\phi(t_0)$ e $\phi(t_f)$, ponto inicial e final de uma trajetória respectivamente. Seja essa mesma trajetória $\phi(t)$ contínua entre $[t_0, t_f]$. Seja ainda a métrica de avaliação da trajetória ótima realizada através da seguinte função objetivo,

$$J(t) = l(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} L(\tau, \mathbf{x}, \mathbf{u}) d\tau. \quad (6.172)$$

Com o intuito de facilitar a avaliação de $J(t)$, é razoável admitir o uso de algumas simplificações, como a aproximação de $L(\tau, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ por algum polinômio. Entretanto, com apenas dois pontos, nesse caso t_0 e t_f , somente é possível encontrar a melhor aproximação da trajetória ótima, se e somente se, o número de zeros de $L(\tau, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ for menor ou igual a 1, de acordo com a condição de Haar ⁴ (KREYSZIG, 1989). Atrelando o controlador ótimo como o controle que define a trajetória ótima, pode-se concluir que, com a impossibilidade de estimação da trajetória ótima, não é possível encontrar o controlador ótimo.

Apesar de ser relativamente óbvia a conclusão, grande parte das técnicas utilizadas para a síntese de estruturas de controle está baseada em análises locais, utilizando somente análises de sensibilidade com dois pontos da trajetória. Utilizando a condição de Haar, é possível concluir que essa forma de síntese é válida para

⁴Condição de Haar - A melhor aproximação é única quando o grau do polinômio (n) é maior ou igual ao número de raízes distintas da função a ser aproximada no trecho.

uma faixa bastante restrita de problemas ou para trechos necessariamente pequenos da trajetória.

6.10 Comentários e Conclusão

Nesse capítulo foram abordados alguns aspectos teóricos do problema de definição de estruturas de controle, como a relação entre a trajetória ótima e a estrutura de controle ótima. Foram verificadas as relações entre a estrutura de controle e os controladores para o caso geral, para sistemas dinâmicos e para os problemas do tipo LQR, além de uma formulação para o caso de controladores do tipo PID.

Mostrou-se que a Teoria de Controle Ótimo pode constituir uma poderosa ferramenta para a análise dos limites das técnicas de definição de estruturas de controle global e indica caminhos para a resolução dessa classe de problemas. Viu-se que na trajetória ótima algumas relações devem ser conservadas, relações invariantes no caminho ótimo, que são alteradas em função da formulação do problema de otimização que envolve a definição das estruturas de controle. Por meio das formulações desse capítulo, foi possível ver a conexão existente entre o problema de controle ótimo e a abordagem auto-otimizante, que é um caso particular do problema de controle ótimo. Assim, é possível concluir que o problema de controle ótimo é uma formulação geral do problema de controle e, por conseguinte, da definição da estrutura de controle.

Viu-se que, para problemas do tipo LQR em sistemas lineares, a definição da estrutura de controle surge naturalmente da resolução do controlador LQR, não sendo possível nessa abordagem utilizar uma única estrutura de controle ótima para sistemas não lineares. Também foi verificado que o uso de controladores do tipo PID e estruturas de controle baseadas em combinações lineares de variáveis levam a problemas de otimização paramétricos, em que o objetivo é encontrar uma trajetória subótima ínfima em relação à trajetória de controle ótimo do problema irrestrito.

Dos aspectos estudados, podem ser destacados alguns aspectos relevantes:

- Estruturas de controle não são independentes do controlador;
- Sem a informação prévia do controlador e da sintonia, não é possível comprovar que o sistema será estável;
- O comportamento dinâmico do sistema influencia a definição da estrutura de controle.

Nos próximos capítulos serão apresentadas técnicas que utilizam como base os conceitos de controle ótimo para a definição de estruturas de controle apresentados neste capítulo.

Capítulo 7

Otimização Dinâmica Aplicada à Definição das Estruturas de Controle

Neste capítulo são apresentados resultados decorrentes de algumas das conclusões teóricas provenientes do Capítulo 6. Como foi visto no Capítulo 6, a trajetória ótima pode ser vista como uma função da estrutura e do controlador utilizado, não sendo possível decompor os dois efeitos espectralmente. Em função dessa afirmação, surge naturalmente como opção a solução conjunta, estrutura e controlador, e o uso de otimização dinâmica para resolver essa classe de problemas.

A solução conjunta de estrutura e do controlador leva a algumas questões que devem ser definidas a priori, como:

Qual deve ser o controlador?

Resposta: PID, PI ou outro.

Como que será composta a estrutura de controle?

Resposta: Uma composição linear das medições ou uma função não linear das medições.

Essas duas questões devem ser definidas a priori com o objetivo de reduzir o espaço de busca do problema de otimização. Essas definições realizadas a priori, que viabilizam a solução do problema, levam na maioria dos casos a soluções subótimas, como comentado na Seção 6.7. Nesse Capítulo serão definidos a priori o tipo de controlador e a estrutura de controle. Os testes serão realizados com controladores do tipo PID e com estruturas de controle baseadas em combinações lineares das variáveis.

Como visto na Seção 6.6.2, problemas de otimização dinâmica podem ser solucionados por intermédio de técnicas diretas ou indiretas. As técnicas indiretas utilizam os princípios de mínimo Pontryagin e a solução de equações de Euler-Lagrange para a solução de problemas de otimização. As técnicas diretas utilizam diretamente a

função objetivo e as equações diferenciais dos sistemas como restrições de igualdade (KIRK, 2004).

Nesse capítulo serão utilizadas duas técnicas de otimização dinâmica para a solução de problemas de definição de estruturas de controle. Na primeira técnica, o problema de otimização dinâmica será solucionado com o uso da técnica de *Multiple Shooting* (BOCK e PLITT, 1984) e a estrutura de controle será definida a posteriori. O emprego dessa primeira técnica tem o objetivo de encontrar a trajetória de controle do problema sem as restrições impostas pela definição dos tipos dos controladores e da estrutura. No segundo caso, o problema de otimização dinâmica foi formulado como um problema de otimização paramétrica, em que os tipos dos controladores já estão definidos.

Para os testes dessas duas metodologias, são empregados dois modelos: um modelo considerado pequeno, o reator de Van de Vusse, e um modelo com dimensão intermediária, uma coluna de destilação com condensação parcial. Na próxima seção são apresentados os dois modelos.

7.1 Modelos de Testes

7.1.1 Reator de Van de Vusse

O exemplo do reator de Van de Vusse foi apresentado na Seção 4.4.3 para o projeto de estruturas de controle, porém em sua versão estática. Como comentado na Seção 4.4.3, o reator reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964) constitui um exemplo de referência de controle, em que ciclopentanol (B) é produzido a partir de ciclopentadieno (A) e dois subprodutos são gerados, ciclopentanodiol (C) e diciticlopentadieno (D), sob a forma,



O processo de obtenção do ciclopentanol possui um reator do tipo CSTR, uma jaqueta de resfriamento e três válvulas de controle. As válvulas de controle, os graus de liberdade para controle do problema, manipulam as vazões de entrada de reagentes, as vazões de saída de produtos e as vazões de fluido refrigerante. A Figura 7.1 representa o processo descrito.

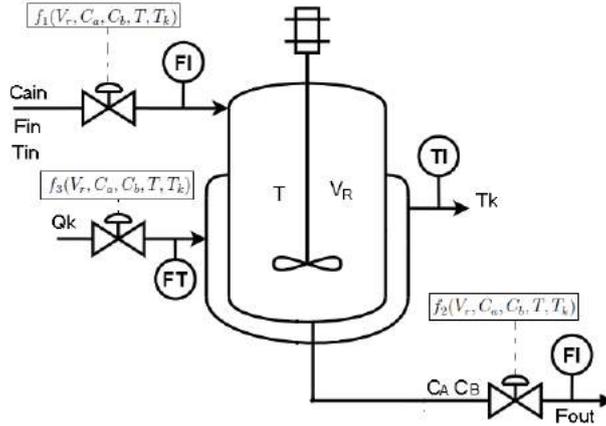


Figura 7.1: Esquema do reator de Van de Vusse (DE VUSSE, 1964).

O modelo dinâmico apresenta três equações diferenciais para a formulação do balanço de massa do reator e duas equações de balanço de energia. Segue abaixo o modelo Dinâmico do Reator de Van de Vusse baseado no trabalho de TRIERWEILER e ENGELL (1997):

- Balanços de Massa:

$$\frac{dV_r}{dt} = F_{in} - F_{out}, \quad (7.3)$$

$$\frac{d(V_r C_a)}{dt} = F_{in} C_{ain} - F_{out} C_a - V_r (k_1 C_a + k_3 C_a^2), \quad (7.4)$$

$$\frac{d(V_r C_b)}{dt} = -F_{out} C_b + V_r (k_1 C_a - k_2 C_b). \quad (7.5)$$

- Balanços de Energia:

$$\frac{dT}{dt} = F_{in} T_{in} - F_{out} T + \frac{k_w A_r}{\rho C_p} (T_k - T) - \frac{V_r}{\rho C_p} (k_1 C_a \Delta H_1 + k_2 C_b \Delta H_2 + k_3 C_a^2 \Delta H_3), \quad (7.6)$$

$$\frac{dT_k}{dt} = \frac{1}{m_k C_{pk}} (Q_k + k_w A_r (T - T_k)). \quad (7.7)$$

- Taxas de reação:

$$k_1 = 1.287 \times 10^{12} e^{\frac{-9758.3}{T}}, \quad (7.8)$$

$$k_2 = 1.287 \times 10^{12} e^{\frac{-9758.3}{T}}, \quad (7.9)$$

$$k_3 = 9.04 \times 10^9 e^{\frac{-8560.0}{T}}. \quad (7.10)$$

- Perturbações:

$$C_{ain} = f_4(t), \quad (7.11)$$

$$T_{in} = f_5(t). \quad (7.12)$$

- Ações de controle:

$$F_{in} = f_1(V_r, C_a, C_b, T, T_k), \quad (7.13)$$

$$F_{out} = f_2(V_r, C_a, C_b, T, T_k), \quad (7.14)$$

$$Q_k = f_3(V_r, C_a, C_b, T, T_k). \quad (7.15)$$

A identificação de cada uma das variáveis do modelo do reator de Van de Vusse é apresentada na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Variáveis do reator de Van de Vusse (TRIERWEILER e ENGELL, 1997).

Variáveis	Descrição
$\Delta H1$	Entalpia de reação
$\Delta H2$	Entalpia de reação
$\Delta H3$	Entalpia de reação
C_{Ain}	Concentração de entrada
C_a	Concentração do componente A no reator
C_b	Concentração do componente B no reator
ρ	Densidade da mistura
C_P	Calor específico da mistura
C_{PK}	Calor específico do líquido refrigerante
k_W	Coefficiente de troca térmica da mistura
A_R	Área da jaqueta de resfriamento
M_K	Massa do refrigerante
V_r	Volume do reator
Q_k	Carga térmica da jaqueta do reator
F_{in}	Vazão mássica de entrada do reator
F_{out}	Vazão mássica de saída do reator
T	Temperatura do reator
T_{in}	Temperatura de entrada do reator
k_1	Taxa da reação $A \rightarrow B$
k_2	Taxa da reação $B \rightarrow C$
k_3	Taxa da reação $2A \rightarrow D$

O modelo de Van de Vusse será empregado nos dois procedimentos mencionados na introdução do capítulo, para servir de base comparação entre a trajetória com e sem as restrições impostas pelos controladores e pela estrutura de controle.

7.1.2 Unidade de Separação

Esse modelo é baseado em parte de uma unidade industrial existente, porém com redução do número de estágios da coluna de destilação. O objetivo desse processo é remover o etano da corrente de entrada, preparando a corrente de fundo para tratamentos posteriores. O modelo utilizado é composto de uma coluna de destilação com 10 estágios de separação, um vaso separador de topo, dois trocadores de calor (um condensador de topo e um refeedor de fundo), 6 válvulas de controle e uma bomba. O esquema de processo está ilustrado na Figura 7.2.

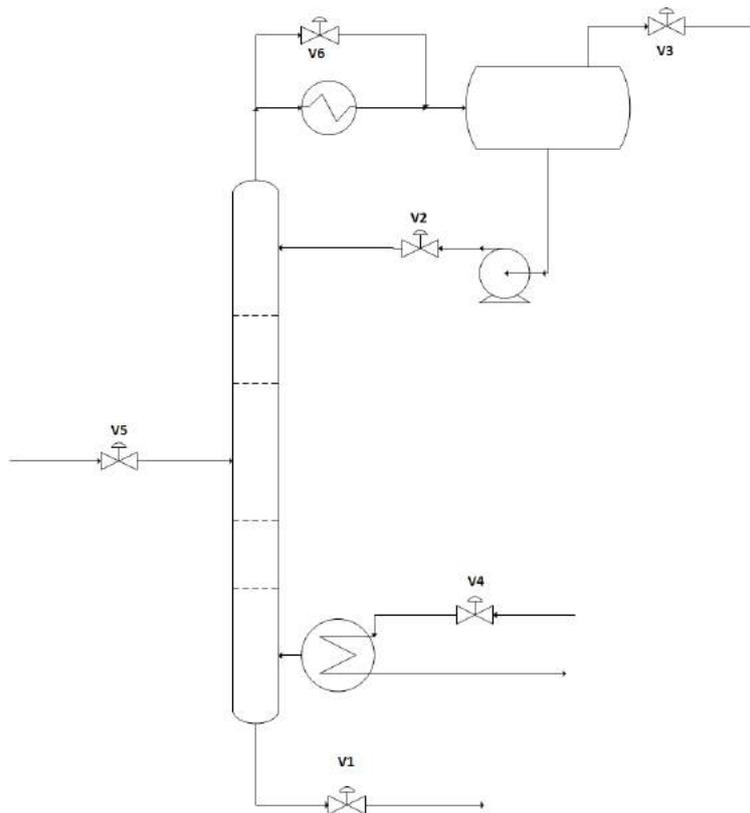


Figura 7.2: Coluna de destilação com condensação parcial.

Corrente de Entrada

A corrente de entrada é proveniente de uma unidade de tratamento cáustico, essa corrente é rica em propeno, propano e butano. A Tabela 7.2 mostra a composição de entrada na coluna.

Tabela 7.2: Composição da carga da coluna de destilação.

Componente	Fração Molar
água	0.00117575
etano	0.031733007
propeno	0.669197795
propano	0.272261482
butano	0.015394979
iso-buteno	0.000587875
iso-butano	0.005217391
1-buteno	0.000600122
trans-2-buteno	0.002865891
cis-2-buteno	0.000379669
pentano	0.000232701
hexano	0.000353337

Coluna de Destilação

O modelo da coluna de destilação possui 10 estágios de equilíbrio. Cada estágio de equilíbrio da coluna de destilação foi modelado com três correntes de entrada: *linfeed* é a corrente externa conectada a coluna, *lin* é a corrente líquida vinda do estágio acima, *vin* é a corrente de vapor vinda do estágio abaixo e quatro correntes de saída: *lout* é a corrente de líquido do estágio que verte para o estágio abaixo, *vout* é a corrente de vapor que sobe para o estágio acima, *louts* é a corrente de líquido retirada do estágio para o exterior da coluna, *vouts* é a corrente de vapor retirada do estágio para o exterior da coluna. No estágio cinco a corrente de carga é inserida. A Figura 7.3 mostra as correntes de entrada e saída de cada estágio e a conexão entre as correntes dos estágios de equilíbrio vizinhos.

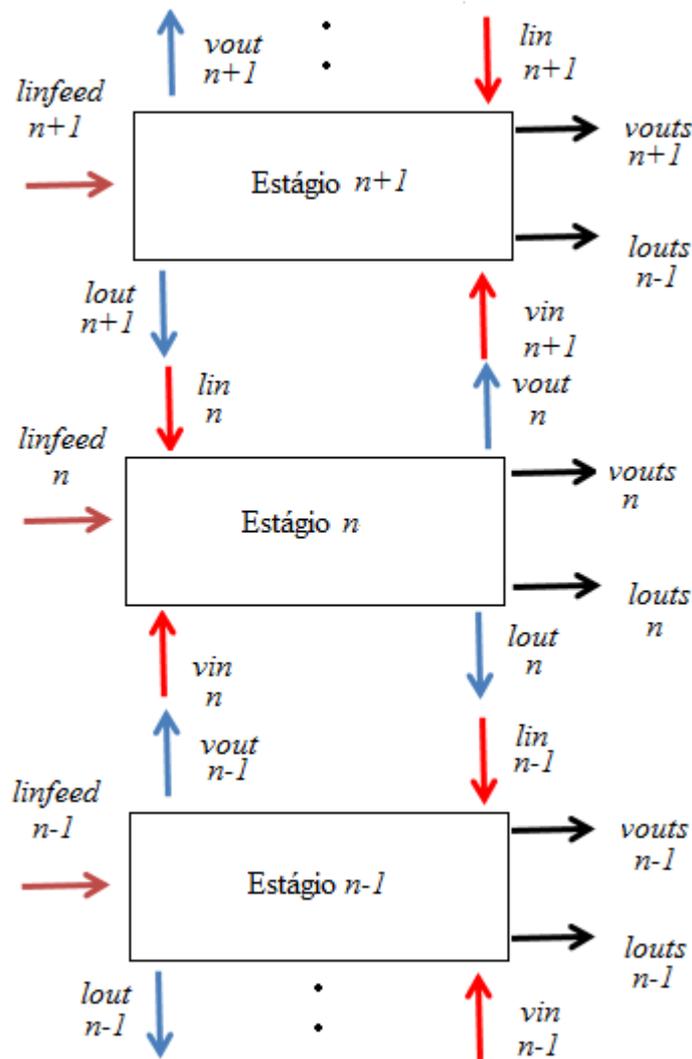


Figura 7.3: Correntes de cada estágio da coluna de destilação.

O primeiro passo de cálculo de cada estágio da coluna é a definição de suas respectivas pressões. O perfil das pressões da coluna é baseado no instante anterior ao do passo de integração atual. Como são conhecidas no instante anterior a pressão do vaso de topo e o diferencial de pressão na válvula de controle V_6 , situada entre o vaso de topo e a coluna de destilação, a pressão do topo da coluna pode ser calculada. Definida a pressão do estágio de topo, as pressões dos estágios remanescentes podem ser calculadas por meio do incremento do diferencial de pressão de cada estágio. Os diferenciais de pressão nos estágios são calculados com o auxílio da Equação (7.16) (CALDAS *et al.*, 2007):

$$\Delta p = 750 \left(\frac{Lw}{\rho_l \cdot hw} \right)^{\frac{2}{3}} + hw + 51 \left(\frac{Lw \cdot Ah}{\rho_v \cdot C_o} \right)^2 \frac{\rho_l}{\rho_v} + \frac{12500}{\rho_v}, \quad (7.16)$$

em que Lw é a vazão mássica de líquido pelo *downcomer*, ρ_l é a massa específica de

líquido, ρ_v é a massa específica do vapor, hw é a altura do vertedouro do *downcomer*, Ah é a área perfurada do prato e Co é o coeficiente de descarga dos orifícios do prato.

Após a definição das pressões de cada estágio, é utilizado para a obtenção das propriedades de cada estágio o método de cálculo de colunas de destilação dinâmicas baseado no algoritmo iterativo de JHON e HEE LEE (2003). Nesse método, inicialmente é calculada a temperatura do ponto de bolha da corrente líquida de saída do estágio (*lout*). No caso em questão, as relações de equilíbrio termodinâmico de cada estágio da coluna foram calculadas com auxílio do método Gamma-Phi (SMITH *et al.*, 2000), onde o modelo de gás real utilizado foi o modelo de Peng-Robinson (POLING *et al.*, 2001) e o modelo de líquido real foi o modelo de Hildebrand (POLING *et al.*, 2001).

Realizado o cálculo da temperatura do ponto de bolha da corrente de líquido de saída, é calculada a vazão de líquido pelo *downcomer*. O modelo hidráulico de cada estágio é representado pela vazão volumétrica que verte pelos *downcomers* (CALDAS *et al.*, 2007),

$$Vol_{lout} = lw \cdot \sqrt{g \cdot \left(\frac{hm}{1.43}\right)^3}, \quad (7.17)$$

em que lw é o comprimento do *downcomer*, hm é a altura do líquido sobre o vertedouro e g é a constante gravitacional.

Com a vazão volumétrica da corrente *lout* e a temperatura do estágio definidas, o balanço de energia pode ser calculado. A Equação (7.18) define o balanço de energia por estágio da coluna de destilação:

$$\begin{aligned} \frac{dE_n}{dt} = & Mo_{lin} \cdot H_{lin} - Mo_{lout} \cdot H_{lout} + Mo_{vin} \cdot H_{vin} - Mo_{vout} \cdot H_{vout}, \\ & + Mo_{linfeed} \cdot H_{linfeed} - Mo_{louts} \cdot H_{louts} - Mo_{vouts} \cdot H_{vouts} - Q \end{aligned} \quad (7.18)$$

em que $Mo_{corrente}$ representa as correntes molares de cada estágio, $H_{corrente}$ representa as entalpias molares das respectivas correntes e Q uma fonte de calor externa.

Efetuada o cálculo da variação de energia no estágio, é calculada a vazão molar de vapor saindo do estágio (*vout*) utilizando a Equação (7.19),

$$\begin{aligned} Mo_{vout} = & \frac{Mo_{lin} \cdot H_{lin} - Mo_{lout} \cdot H_{lout} + Mo_{vin} \cdot H_{vin} - \frac{dE_n}{dt}}{H_{vout}}, \\ & + \frac{Mo_{linfeed} \cdot H_{linfeed} - Mo_{louts} \cdot H_{louts} - Mo_{vouts} \cdot H_{vouts} - Q}{H_{vout}}. \end{aligned} \quad (7.19)$$

As etapas de cálculo por estágio são realizadas até que o critério de parada seja atingido, que no caso em questão, é convergência das variações de energia no estágio ($\frac{dE}{dt}$) de iterações subsequentes (JHON e HEE LEE, 2003). O algoritmo de cálculo das propriedades de cada estágio da coluna é retratado na Figura 7.4.

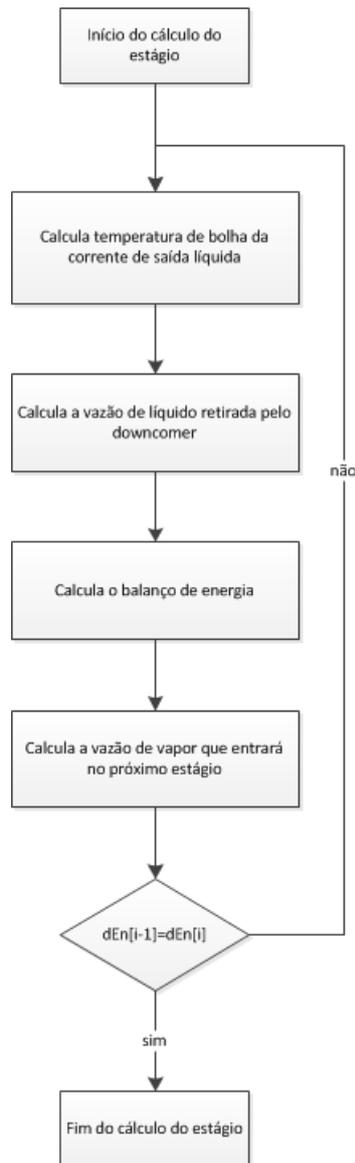


Figura 7.4: Algoritmo de cálculo de cada estágio da coluna de destilação (JHON e HEE LEE, 2003).

Modelo do Vaso de Topo

O vaso de topo possui duas correntes de saídas na fase líquida (*lout1* e *lout2*), uma corrente de saída na fase vapor (*vout*) e uma corrente de entrada (*feed*). A Figura 7.5 mostra as correntes de entrada e saída do vaso de topo.



Figura 7.5: Entradas e saídas do vaso de topo.

A corrente *lout2* está presente no modelo do vaso, porém não está sendo utilizada no processo em questão.

O modelo do vaso utilizado não usa como premissa o equilíbrio entre as fases do vaso. A corrente de entrada do vaso é separada em duas fases, líquida e vapor, por um processo de equilíbrio. A fração líquida é incorporada ao inventário de líquido do vaso, sendo o balanço de massa regido pela Equação (7.20). O balanço molar do vaso na fração líquida é dado por

$$\frac{dLMol}{dt} = (1 - \alpha_{feed})M_{ofeed} - M_{olout1} - M_{olout2}, \quad (7.20)$$

em que M_{ofeed} é a vazão molar da corrente *feed*, M_{olout1} é a vazão molar da corrente *lout1*, M_{olout2} é a vazão molar da corrente *lout2*, α_{feed} é a fração de vapor da corrente *feed* e $\frac{dLMol}{dt}$ é a taxa de variação molar de líquido no vaso de topo. O balanço molar por elemento na fração líquida do vaso é dado por

$$\frac{dLMol_i}{dt} = (1 - \alpha_{feed})M_{ofeed} \cdot x_{ifeed} - M_{olout1} \cdot x_{ilout1} - M_{olout2} \cdot x_{ilout2}, \quad (7.21)$$

onde x_{ifeed} é a fração molar do elemento *i* na corrente *feed*, x_{ilout1} é a fração molar do elemento *i* na corrente *lout1*, x_{ilout2} é a fração molar do elemento *i* na corrente *lout2* e $\frac{dLMol_i}{dt}$ é a taxa de variação molar do elemento *i* na fase líquida no vaso de topo.

A fração vaporizada é incorporada à fração vaporizada do inventário do vaso, por meio da Equação (7.22). O balanço molar da fração de vapor é definido como:

$$\frac{dVMol}{dt} = (\alpha_{feed})M_{ofeed} - M_{ovout}, \quad (7.22)$$

sendo que M_{ovout} é a vazão molar da corrente *vout* e $\frac{dVMol}{dt}$ é a taxa de variação molar de vapor no vaso de topo. O balanço molar por elemento da fração vaporizada

do vaso é dado por

$$\frac{dVMol_i}{dt} = (\alpha_{feed}) \cdot Mo_{feed} \cdot y_{ifeed} - Mo_{vout} \cdot y_{ivout}, \quad (7.23)$$

em que y_{ifeed} é a fração molar do elemento i na fase vapor na corrente $feed$, y_{ivout} é a fração molar do elemento i na fase vapor na corrente $vout$ e $\frac{dVMol_i}{dt}$ é a taxa de variação molar do elemento i na fase vapor do vaso de topo. Com o balanço de massa calculado, é obtido com a Equação (7.24) o balanço de energia do vaso:

$$\begin{aligned} \frac{dEn}{dt} = & (\alpha_{feed}) Mo_{feed} \cdot Hv_{feed} + (1 - \alpha_{feed}) \cdot Mo_{feed} Hl_{feed}, \\ & - Mo_{lout1} \cdot Hl_{lout1} - Mo_{lout2} \cdot Hl_{lout2} - Mo_{vout} \cdot Hv_{vout} - Q \end{aligned}, \quad (7.24)$$

sendo que Hv_{feed} é a entalpia da fase vapor da corrente $feed$, Hl_{feed} é a entalpia da fase líquida da corrente $feed$, Hl_{lout1} é a entalpia da fase líquida da corrente $lout1$, Hl_{lout2} é a entalpia da fase líquida da corrente $lout2$, Hv_{vout} é a entalpia da fase vapor da corrente $vout$, Q é o calor fornecido externamente ao vaso (que foi desconsiderado no modelo em questão) e $\frac{dEn}{dt}$ é a taxa de variação da energia no vaso. Após o cálculo do balanço de energia, com o uso do modelo termodinâmico de Peng-Robinson, são calculadas a temperatura e a pressão no vaso:

$$P_{vaso} = \frac{Z \cdot VMol \cdot R \cdot T_{vaso}}{V_{vapor}}, \quad (7.25)$$

em que P_{vaso} é a pressão no vaso de topo, Z é o fator de compressibilidade, R é a constante universal dos gases, T_{vaso} é a temperatura do vaso de topo e V_{vapor} é o volume ocupado pelo vapor no vaso de topo.

Modelo das Válvulas

As válvulas de controle foram modeladas de acordo com a norma IEC-60534 (2011), cuja vazão mássica da válvula para o caso líquido é:

$$Ma_{valv} = \frac{C_v \cdot AB}{41666.67} \sqrt{\Delta p \cdot \rho}, \quad (7.26)$$

onde C_v é o coeficiente de vazão, AB é a abertura da válvula, Δp é o diferencial de pressão sobre a válvula e ρ é a massa específica da corrente de entrada da válvula. As massas específicas dos líquidos ρ foram calculadas com o auxílio do método de Rackett (API-TDB6, 1983).

Para o caso vapor ou gás, o modelo da vazão mássica da válvula também utilizou como referência a norma IEC-60534 (2011), cujo o coeficiente de expansão é

calculado como:

$$X_v = \frac{\Delta p}{P_{invalv}}, \quad (7.27)$$

em que P_{invalv} representa a pressão de entrada da válvula. O fator F_{kv} calculado é dado por

$$F_{kv} = \frac{cp/cv}{1.4}, \quad (7.28)$$

e é função da razão dos calores específicos c_p e c_v da corrente de entrada da válvula. O fator Y_v é definido por

$$Y_v = 1 - \frac{X_v}{3.F_{kv}.Xt}. \quad (7.29)$$

Os fatores calculados nas Equações (7.29) e (7.27) compõem a Equação (7.30) para o cálculo da vazão mássica,

$$Ma_{valv} = \frac{C_v.AB.Y_v.P_{invalv}}{456.96.\sqrt{Z.T}} \sqrt{X_v.PM}, \quad (7.30)$$

em que PM representa o peso molecular da corrente de entrada da válvula.

Como os modelos referenciados pela norma não apresentam comportamento dinâmico, foi inserido um componente dinâmico na abertura da válvula de controle através de um filtro discreto (OPPENHEIM e SCHAFER, 2011). Cada elemento do filtro discreto,

$$a_i = \frac{1}{\tau_{valv}} . e^{-(10-i) \cdot \frac{passoval}{\tau_{valv}}}, \quad (7.31)$$

pondera as aberturas de instantes anteriores (AB_{t-i}) para a obtenção da abertura no instante desejado,

$$AB = AB_{t-} + \sum_{i=0}^{10} a_i . AB_{t-i}. \quad (7.32)$$

Para todas as válvulas utilizadas, o modelo usado admitiu uma resposta dinâmica de 10 segundos.

Modelo dos Trocadores

Os trocadores foram modelados utilizando o método ϵ -NUT (eficiência térmica - número de unidades de transferência)(INCROPERA e DE WITT, 2003). Nesse método primeiramente são calculados as capacidades caloríficas da corrente fria,

$$C_{p-f} = c_{p-f} . Ma_f, \quad (7.33)$$

em que c_{p-f} é a calor específico da corrente fria na entrada do trocador e Ma_f é a vazão mássica da corrente fria, e a capacidade calorífica da corrente quente,

$$C_{p-q} = c_{p-q} . Ma_q, \quad (7.34)$$

em que c_{p-q} é a calor específico da corrente quente na entrada do trocador e Ma_q é a vazão mássica da corrente quente.

Caso a capacidade calorífica da corrente fria C_{p-f} seja maior que a capacidade calorífica da corrente quente C_{p-q} , são atribuídas as seguintes Equações auxiliares,

$$C_{min} = C_{p-q}, \quad (7.35)$$

$$C_{max} = C_{p-f}. \quad (7.36)$$

Caso contrário, outras relações são atribuídas,

$$C_{min} = C_{p-f}, \quad (7.37)$$

$$C_{max} = C_{p-q}. \quad (7.38)$$

Definida as variáveis auxiliares, calcula-se então os valores do número de unidades de transferência (NUT), da razão da capacidade térmica C_r e da efetividade (ϵ). O número de unidades de transferência

$$NUT = \frac{U \cdot Area}{C_{min}}, \quad (7.39)$$

em que U é o coeficiente de troca térmica global e $Area$ é a área de troca térmica, o valor da razão da capacidade térmica é dado por

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}}, \quad (7.40)$$

e o calculo da efetividade para condensadores e refeedores é definido como,

$$\epsilon = 1 - e^{-NUT}. \quad (7.41)$$

Após a definição das variáveis auxiliares, são calculadas as temperaturas de saída do trocador de calor. Caso C_{min} esteja na corrente fria, a temperatura de saída da corrente quente é definida por

$$T_{qOUT} = T_{qENT} - \frac{C_{min}}{c_{p-q} \cdot Ma_q} \cdot \epsilon \cdot (T_{qENT} - T_{fENT}) \quad (7.42)$$

e a temperatura de saída da corrente fria definida por

$$T_{fOUT} = T_{fENT} + \frac{c_{p-q} \cdot Ma_q}{c_{p-f} \cdot Ma_f} \cdot \epsilon \cdot (T_{qENT} - T_{qOUT}), \quad (7.43)$$

em que T_{qENT} é a temperatura de entrada da corrente quente e T_{fENT} é a temperatura de entrada da corrente fria. Caso contrário, em que C_{min} seja definido pela

corrente quente, a temperatura de saída da corrente fria é definida por

$$T_{fOUT} = T_{fENT} + \frac{C_{min}}{c_{p-f} \cdot Ma_f} \epsilon (T_{qENT} - T_{fENT}) \quad (7.44)$$

e a temperatura de saída da corrente quente é definida por

$$T_{qOUT} = T_{qENT} - \frac{c_{p-f} Ma_f}{c_{p-q} Ma_q} (T_{fOUT} - T_{fENT}). \quad (7.45)$$

Como os modelos contemplados pelo método ϵ -NUT não apresentam comportamento dinâmico, foi inserido um componente dinâmico na temperatura dos trocadores. A dinâmica do processo foi implementada através de um filtro discreto (OPPENHEIM e SCHAFER, 2011). Cada elemento do filtro discreto,

$$a_i = \frac{1}{\tau_{ex}} \cdot e^{-(10-i) \cdot \frac{\text{passo}_t \text{roc}}{\tau_{ex}}}, \quad (7.46)$$

pondera as temperaturas de instantes anteriores para a obtenção da temperatura no instante desejado,

$$T_{out} = T_{outt-} + \sum a_i \cdot T_{outt-i}. \quad (7.47)$$

Modelo Bomba

O modelo utilizado para as bombas foi bastante simplificado, sem a presença de dinâmica. A curva de *head* da bomba (H) utilizada no problema (DE MATTOS e DE FALCO, 1998),

$$H = H_{max} - k_{bomba} Q^2, \quad (7.48)$$

onde H_{max} é o *head* máximo da bomba, Q é a vazão volumétrica na bomba e k_{bomba} é o fator que caracteriza a curva da bomba. A Equação (7.49) representa a pressão de saída das bombas em função do *head* e das pressões de entrada (P_{in}),

$$P_{out} = H \cdot \rho \cdot PM \cdot g + P_{in}. \quad (7.49)$$

7.2 Utilização do Método de *Multiple Shooting* para a Definição de Estruturas de Controle

Utilizando a hipótese do Axioma 6.1, o conjunto estrutura e controlador ótimo deve possibilitar que o sistema atinja a trajetória ótima. Essa premissa faz com que uma possível solução do problema seja inicialmente encontrar a solução da otimização dinâmica e posteriormente encontrar o conjunto estrutura e controlador que possibilite a trajetória ótima.

A primeira aproximação utilizada foi o uso do método de colocação ortogonal (CUTHRELL e BIEGLER, 1989), porém os resultados não foram razoáveis. Na tentativa de obter um perfil de ações de controle, foi utilizado o método de otimização dinâmica conhecido como *multiple shooting* (BOCK e PLITT, 1984), em que o perfil de controle é discretizado e utilizado como grau de liberdade para a otimização. Segue na Figura 7.6 a sistemática do processo de otimização utilizado.

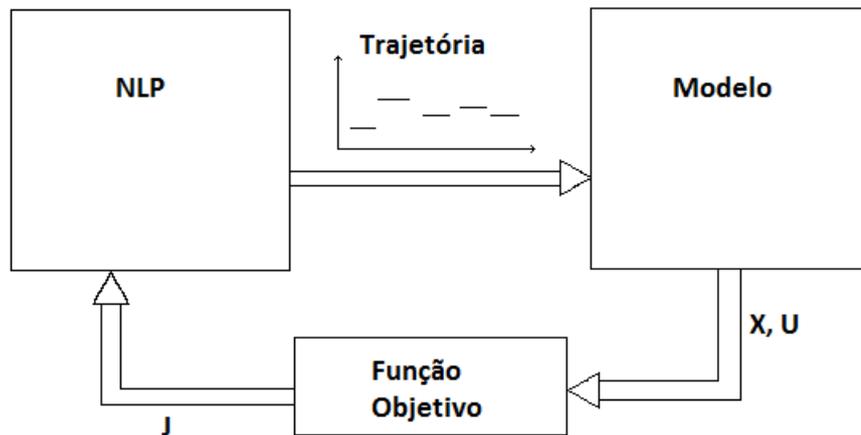


Figura 7.6: Método de *multiple shooting* para a obtenção da trajetória ótima (BOCK e PLITT, 1984).

Como mostra a Figura 7.6, por meio de um algoritmo de otimização não linear são definidos os parâmetros da trajetória das ações de controle, variáveis manipuladas. A trajetória das ações de controle é aplicada ao modelo do processo e são obtidos os estados correspondentes à trajetória. Com os estados definidos, a função objetivo é avaliada e esse valor realimenta o algoritmo de otimização não linear. Esse processo é realizado até que o critério de parada seja atingido.

Nessa metodologia o modelo dinâmico é agregado como uma restrição de igualdade do problema de otimização, sendo avaliado em cada trajetória fornecida pelo algoritmo de otimização. O modelo dinâmico é solucionado por intermédio do método Runge-Kutta de quarta ordem para a obtenção das trajetórias dos estados (CELLIER e KOFMAN, 2006). Obtidas as trajetórias, a função objetivo é computada. No caso em questão, a função objetivo utilizada foi,

$$J = \int_0^t \left(\underline{e}(t) \cdot \underline{Q} \cdot \underline{e}(t) + \underline{\delta u}(t) \cdot \underline{R} \cdot \underline{\delta u}(t) + \underline{\phi}(t) \cdot \underline{M} \cdot \underline{\phi}(t) \right) dt, \quad (7.50)$$

em que cada elemento da função erro é definido como,

$$e_i(t) = sp_i(t) - y_i(t), \quad (7.51)$$

e as funções das restrições de desigualdade são definidas como,

$$\phi_i(t) = \begin{cases} 0, & x \leq r_i, \\ x_i(t) - r_i, & x > r_i. \end{cases} \quad (7.52)$$

A função objetivo utilizada pondera os erros das variáveis controladas e a variação das ações de controle, semelhantemente ao caso Linear Quadrático Regulatório (KALMAN, 1960). Essa configuração tem como compromisso reduzir o erro ($e_i(t)$), porém penalizando as ações de controle excessivas. Para as restrições de desigualdade, a ponderação da função objetivo ocorre somente nos casos de violação das restrições.

Obtidas as trajetórias ótimas das variáveis manipuladas e das variáveis controladas, o passo posterior é enquadrar um conjunto controlador e estrutura de controle compatível com a trajetória apresentada. A compatibilidade das repostas temporais podem ser mapeadas em outros domínios, como o domínio da transformada de Fourier (como visto na Seção 6.3.1), ou qualquer outro domínio espectral. Desse modo, uma possível solução dessa classe de problemas pode ser realizada por intermédio de uma regressão entre o conjunto estrutura/controlador e a resposta ótima. Nesse sentido, o controlador pode ser visto como um regressor não linear do erro entre o *setpoint* e a variável controlada (FARENZENA, 2008). Nesse passo, será utilizado o método de mínimos quadrados (SCHWAAB e PINTO, 2007), como mostrado na Seção 6.8, para realizar essa regressão.

7.3 Aplicação no Problema do Reator de Van de Vusse

Para testar a viabilidade dessa proposta de metodologia, o caso de estudo foi o reator de Van der Vusse. O projeto da estrutura de controle é baseado na regulação das variáveis controladas em função de perturbações na concentração do reagente A e da temperatura na carga do reator. Na Tabela 7.3 são apresentadas as perturbações e os instantes de cada perturbação.

Tabela 7.3: Perturbações na entrada do reator.

Instante [horas]	ΔC_{ain}	ΔT_{in}
1h	$0.1C_{ain}$	0
2h	0	$0.01T_{in}$

A estrutura de controle utiliza a combinação linear de variáveis medidas, que

nesse caso são:

$$\Psi = \{V_r, C_a, C_b, T, T_k\}. \quad (7.53)$$

Para o projeto da estrutura e para a simplificação do problema admite-se que o controlador apresenta somente a ação proporcional. As variáveis manipuladas disponíveis para o controle são,

$$U = \{F_{in}, F_{out}, Q_k\}. \quad (7.54)$$

Definidas as variáveis medidas e as variáveis manipuladas, a solução do problema de otimização pode ser formulada do seguinte modo:

$$\min_U J = \sum_{i=0}^3 \int_0^t (\Omega_i - SP_i) dt \quad (7.55)$$

Sujeito ao:

- Modelo do Reator de Van de Vusse (ver Seção 7.1.1)

$$G(x) = 0. \quad (7.56)$$

As soluções desse problema de otimização são as trajetórias das ações de controle que devem ser utilizadas para a definição do conjunto estrutura de controle e controlador. As trajetórias de controle encontradas para as vazões e para a carga térmica do processo estão ilustradas nas Figuras 7.7 e 7.8.

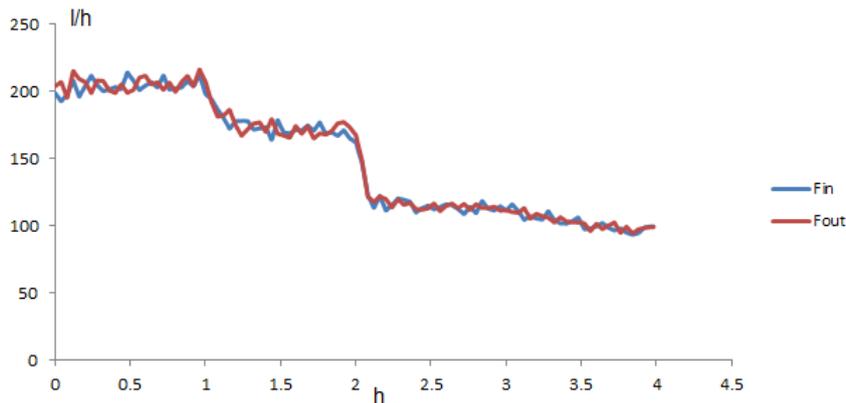


Figura 7.7: Vazões de entrada e saída do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

As vazões de entrada e saída dos reatores atuaram de forma abrupta nas duas perturbações, além de apresentarem um comportamento ruidoso durante todo o período de avaliação.

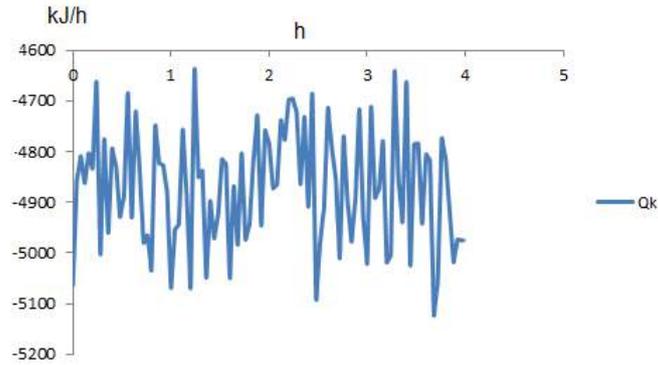


Figura 7.8: Carga térmica trocada pelo reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

A carga térmica atuou de forma abrupta também, porém a correção foi reajustada para um novo patamar após a estabilização das vazões de entrada e saída do reator. De maneira geral, as respostas das ações de controle ficaram bastante ruidosas. Isso é efeito da não ponderação das ações de controle na função objetivo.

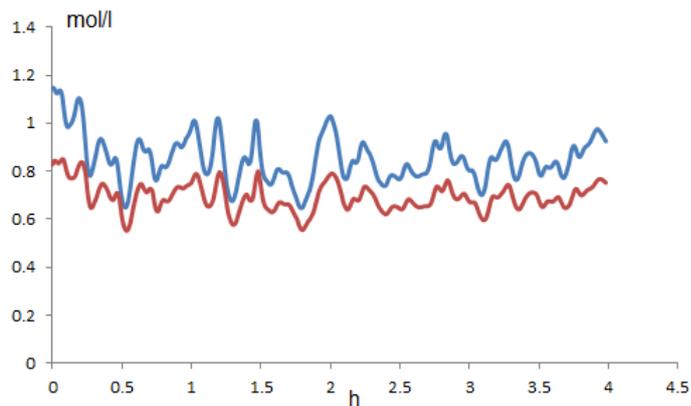


Figura 7.9: Concentração dos componentes A e B no reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

O mesmo efeito foi identificado no comportamento do volume do reator com as duas perturbações, mesmo não estando explícita a relação do controle de nível, que é uma restrição do reator.

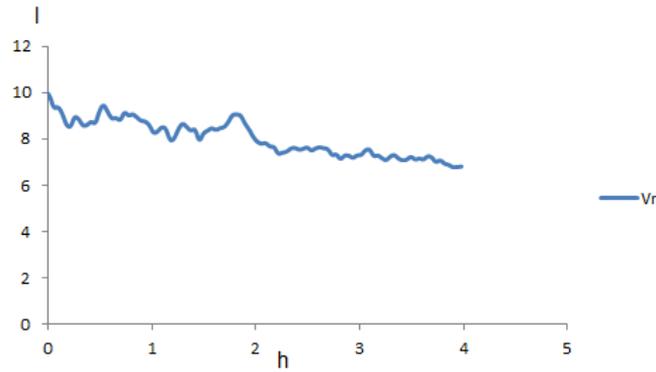


Figura 7.10: Volume do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

Da mesma forma, as temperaturas da jaqueta e do reator foram controladas após as perturbações.

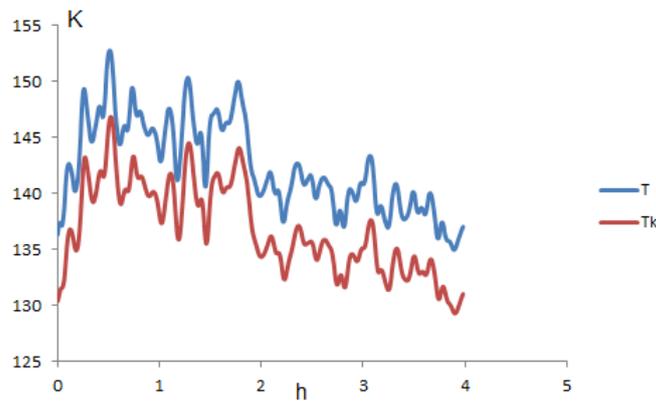


Figura 7.11: Temperatura da jaqueta e do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

Encontradas as respostas dinâmicas ótimas no cenário proposto, estão disponíveis os dados para o desenvolvimento da estrutura de controle baseada na trajetória ótima. Como visto no Axioma 6.1, para a definição da estrutura de controle é necessário a priori a definição do tipo do controlador. Nesse caso, por simplificação do problema, será considerado somente um controlador do tipo proporcional. Aplicando o processo de mínimos quadrados para a obtenção da estrutura de controle,

$$\min_{\Gamma} J = \sum_{i=0}^5 \int_0^t (\Psi_i(\Gamma) - \Psi_{opt_i})^2 dt \quad (7.57)$$

Sujeito ao:

- Modelo do Reator de Van de Vusse (ver Seção 7.1.1)

$$G(x) = 0. \quad (7.58)$$

A seguinte estrutura de controle foi encontrada,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} -0.5597 & -0.5190 & -0.7145 & -0.5352 & -0.4606 \\ 0.2435 & -0.0212 & 0.0349 & 0.0784 & -0.1160 \\ -0.0748 & 0.0187 & -0.0459 & 0.2183 & 0.2855 \end{pmatrix}. \quad (7.59)$$

A estrutura de controle obtida utilizou uma matriz cheia, priorizando a combinação linear de variáveis em detrimento de um pareamento do tipo um a um. A primeira variável controlada (F_{in}), correspondente à primeira linha da matriz, ponderou quase que uniformemente todas as variáveis, priorizando levemente a variável C_b . A segunda variável controlada (F_{out}) está muito mais ligada ao volume do reator do que as outras variáveis de processo, sendo essa uma configuração bastante comum, para o controle do inventário com a vazão de saída. A terceira variável controlada, que manipula a carga térmica (Q_k), apresenta maiores ponderações nos coeficientes das temperaturas (T, T_k), sendo também um pareamento tradicional em sistema de controle reacional.

De maneira geral, os pareamentos encontrados permitem interpretação de processo trivial, o que reforça o Axioma 6.1 apresenta um sentido natural. Essa abordagem permite como ponto principal mostrar que, do ponto de vista formal, a trajetória ótima deve ser utilizada como referência para o problema de mínimos quadrados. Um dos pontos positivos dessa abordagem é a possibilidade de avaliar a "distância" entre a trajetória ótima, do problema irrestrito, e a melhor trajetória atingida pelo conjunto estrutura de controle/controlador, sendo possível a verificação do coeficiente de flexibilidade do sistema de controle. Entretanto, em termos práticos, a solução desse problema com esse viés apresenta alguns problemas.

Essa abordagem apresenta como principal problema a solução do problema de controle ótimo irrestrito, pois o problema de otimização dinâmica, que é transformado em um problema de otimização estático e não linear, apresenta uma dimensão elevada para a complexidade da planta em questão. Outro ponto numericamente problemático dessa abordagem é a necessidade de solucionar a definição da estrutura de controle em duas etapas, estimando inicialmente a trajetória ótima e posteriormente fazendo-se a estimação da estrutura de controle.

7.4 Parametrização da Estrutura de Controle e Sintonia dos Controladores via Otimização Dinâmica

Em decorrência das dificuldades para viabilizar a solução do problema de otimização dinâmica e de encontrar um controlador e uma estrutura compatível com a trajetória ótima, foi proposta uma metodologia baseada na parametrização da estrutura de controle e sintonia dos controladores via otimização dinâmica. Essa forma de solução é semelhante à proposta por SHARIFZADEH e THORNHILL (2011), diferindo na função objetivo, no método de otimização e no modo em que os modelos foram implementados.

Inicialmente para a solução do problema foram utilizadas técnicas de otimização baseadas em derivadas, como, por exemplo, SQP. Entretanto, em função da dificuldade de encontrar um ponto inicial viável e pela possibilidade do problema apresentar mais de um mínimo local, foi descartado o uso de técnicas baseadas em derivadas. Nos casos estudados, foi usado o método de otimização por enxame de partículas (KENNEDY e EBERHART, 1995), que apresentou um comportamento mais robusto para o caso em questão. Na configuração do enxame de partículas utilizada, a velocidade das partículas foi definida como:

$$v_{particula} = \alpha.(P_{mp} - P_p) + \beta.(P_{mt} - P_p), \quad (7.60)$$

em que P_{mp} é a melhor posição da partícula nas iterações passadas, P_{mt} é a melhor partícula de todas iterações, P_p é a posição atual da partícula, α e β são as constantes de aceleração (DEL VALLE *et al.*, 2008), não foi utilizado o termo de inércia. Os valores das constantes de aceleração utilizados são $\alpha = 0.5$ e $\beta = 0.5$. O critério de parada utilizado foi baseado na velocidade média (v_m), no desvio padrão das partículas ($\sigma^2(V_{particulas})$) e no número de iterações N_{GER} . A Equação (7.61) representa o critério de parada utilizado:

$$(|v_m| > v_{min}) \wedge (\sigma^2(V_{particulas}) > dv_{min}) \wedge (N_{GER} < N_{GER_{MAX}}) \neq 0, \quad (7.61)$$

em que v_{min} é a velocidade média mínima, dv_{min} é o desvio mínimo e $N_{GER_{MAX}}$ é o número máximo de iterações.

Cada partícula é composta por valores de sintonia de cada controlador PID e combinações lineares de variáveis que definem a estrutura de controle (Γ). Nessa metodologia, o método de programação não linear disponibiliza sintonias e estruturas de controle. Esses valores são utilizados nos controladores inseridos no modelo do processo. Cada conjunto sintonia, estrutura e modelo é solucionado com o auxílio de

um procedimento de integração do tipo Runge-Kutta de quarta ordem (CELLIER e KOFMAN, 2006). Obtida a resposta dinâmica do sistema, é contabilizada a função objetivo e as penalizações em função das restrições violadas. A Figura 7.12 mostra o fluxo do procedimento proposto.

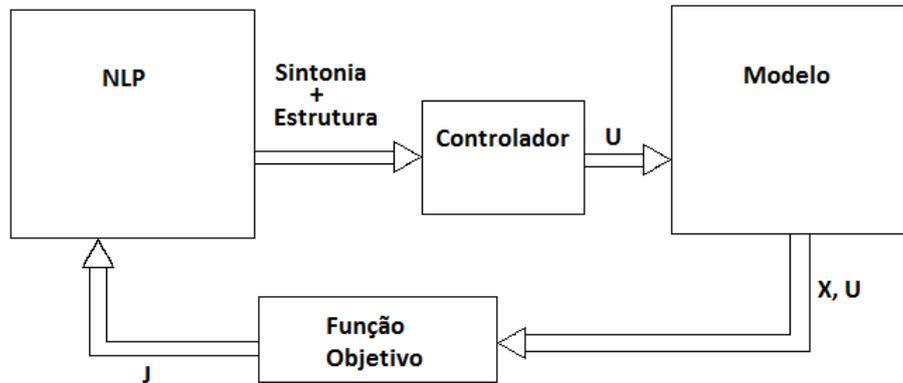


Figura 7.12: Método para a obtenção de estrutura e sintonia ótimas.

Como mostra a Figura 7.12, por meio de um algoritmo de otimização não linear são definidos os parâmetros dos controladores e da estrutura de controle. Esses parâmetros são aplicados ao modelo do processo e são obtidos os estados correspondentes. Com os estados definidos, a função objetivo é avaliada e esse valor realimenta o algoritmo de otimização não linear. Esse processo é realizado até que o critério de parada seja atingido. Esse procedimento é semelhante ao proposto na Seção 7.2, entretanto as possíveis trajetórias estão vinculadas às restrições de igualdade impostas pelo controlador.

Esse tipo de procedimento pode ser aplicado para cenários específicos de simulação, como rejeição de uma determinada perturbação ou um problema servo em uma determinada faixa de operação.

7.4.1 Aplicação do Método ao Reator de Van de Vusse

Para testar a viabilidade dessa proposta de metodologia, o primeiro caso de estudo foi o reator de Van de Vusse. Do mesmo modo que no exemplo da Seção 7.3, o cenário de projeto desse conjunto estrutura de controle e sintonia do controlador é baseado na regulação das variáveis controladas em função de perturbações na concentração do reagente A e da temperatura na carga do reator.

Como comentado na Seção 7.4, a estrutura de controle utiliza a combinação linear de variáveis medidas, que nesse caso são:

$$\Psi = \{V_r, C_a, C_b, T, T_k\}. \quad (7.62)$$

Diferentemente do caso da Seção 7.3, cada controlador PID foi associado a uma variável manipulada, que nesse caso são:

$$U = \{F_{in}, F_{out}, Q_k\}. \quad (7.63)$$

Definidas as variáveis medidas e as variáveis manipuladas, a solução do problema de otimização pode ser formulado do seguinte modo:

$$\min_{\Gamma} J = \sum_{i=0}^3 \int_0^t \left(\sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j - SP_i \right) dt \quad (7.64)$$

Sujeito ao:

- Modelo do Reator de Van de Vusse (ver Seção 7.1.1)

$$G(x) = 0, \quad (7.65)$$

e

- As equações das variáveis manipuladas,

$$u_i(t) = K_{pi} \cdot \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t) + \frac{1}{T_{ii}} \int \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t) dt + T_{di} \cdot \frac{d \sum_{j=0}^m \Gamma_{ij} \cdot \Psi_j(t)}{dt}, \quad (m = 3) \quad (7.66)$$

As soluções desse problema de otimização são a matriz de ganhos (Γ), que define a composição de variáveis medidas que forma as variáveis controladas, e as sintonias de cada controlador PID.

Nesse caso, foi utilizado um enxame com mais de 3000 partículas, em que os valores dos elementos da matriz de ganhos foram limitados entre -20 e 20 e os valores das sintonias foram limitados entre -15 e 15. Esses valores foram definidos arbitrariamente em decorrência dos efeitos dos parâmetros encontrados em simulações de testes realizadas previamente ao problema de otimização.

Para esse caso, a matriz de ganhos encontrada foi,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1.035 & -9.422 & -6.265 & -7.298 & -0.646 \\ -0.59 & 9.738 & 10 & 0.109 & -5.581 \\ -0.643 & 3.487 & -3.539 & -2.336 & 7.816 \end{pmatrix}, \quad (7.67)$$

A estrutura de controle obtida utilizou uma matriz cheia, priorizando a combinação linear de variáveis em detrimento de um pareamento do tipo um a um. Na Equação (7.67), a primeira linha da matriz Γ representa a variável de controle associada à variável manipulada da vazão de entrada F_{in} . Essa variável controlada priorizou

as variáveis relacionadas à qualidade de produto (C_a, C_b, T). A segunda linha da matriz Γ , variável de controle associada à variável manipulada da vazão de saída F_{out} , prioriza as ponderações ligadas às concentrações medidas (C_a, C_b). A terceira linha da matriz Γ , variável de controle associada à variável manipulada da carga térmica de resfriamento do reator Q_k , prioriza a temperatura da jaqueta de resfriamento do reator. Desse modo, verifica-se que as variáveis ligadas à qualidade de produto foram priorizadas pela estrutura de controle.

As sintonias dos controladores PID (P [%/%], I [1/min] e D [min]) encontradas foram:

$$F_{in} \rightarrow \begin{pmatrix} 9.998 & 0.301 & 0.114 \end{pmatrix}; \quad (7.68)$$

$$F_{out} \rightarrow \begin{pmatrix} -8.399 & 0.009 & 0.046 \end{pmatrix}; \quad (7.69)$$

$$Q_k \rightarrow \begin{pmatrix} -9.632 & 0.344 & 0.264 \end{pmatrix}. \quad (7.70)$$

As respostas dinâmicas associadas à estrutura de controle e sintonias estão ilustradas nas Figuras 7.13, 7.14, 7.15, 7.16 e 7.17. A concentração dos componentes foi estabilizada pelo controlador PID, após as duas perturbações de carga e de temperatura de entrada.

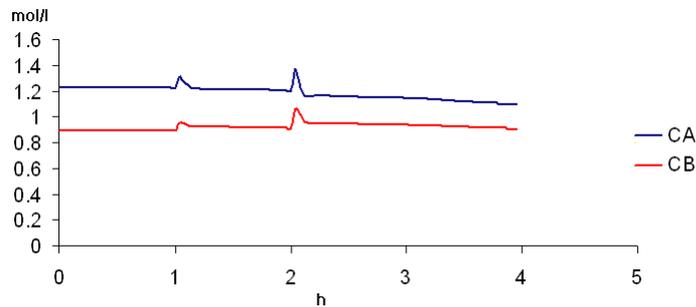


Figura 7.13: Concentração dos componentes A e B no reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

O mesmo efeito foi identificado no comportamento do volume do reator com as duas perturbações, mesmo não estando explícita a relação do controle de nível, que é uma restrição do reator.

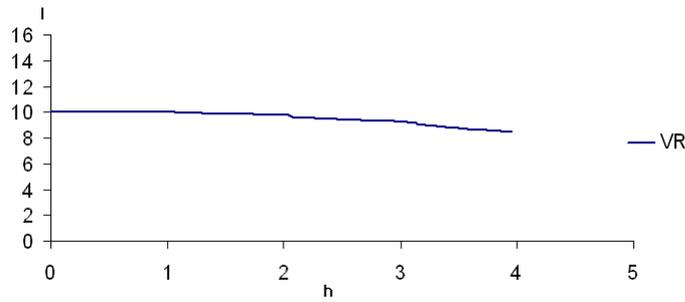


Figura 7.14: Volume do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

Da mesma forma, as temperaturas da jaqueta e do reator foram controladas após as perturbações.

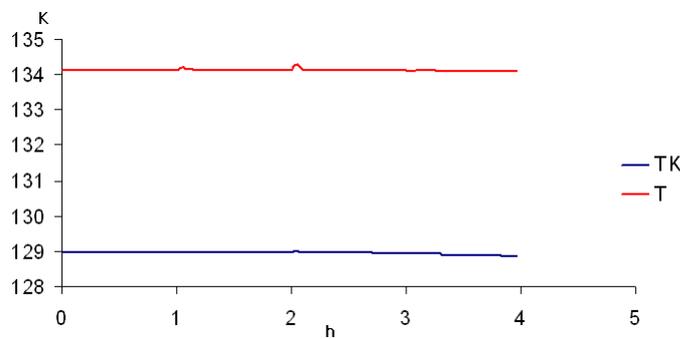


Figura 7.15: Temperatura da jaqueta e do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

As vazões de entrada e saída dos reatores atuaram de forma abrupta nas duas perturbações para regular as variáveis controladas definidas pela matriz de ganhos.

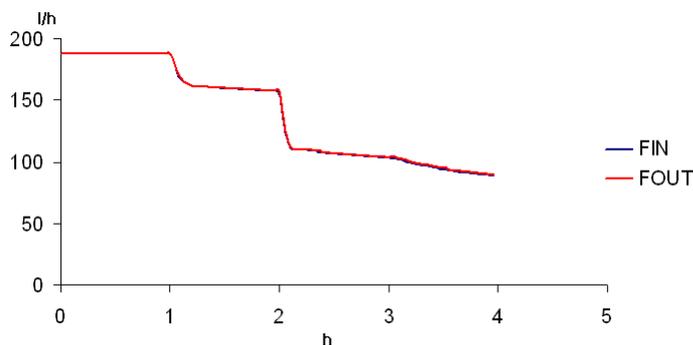


Figura 7.16: Vazões de entrada e saída do reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

A carga térmica atuou de forma abrupta também, porém a correção foi reajustada para um novo patamar após a estabilização das vazões de entrada e saída do reator.

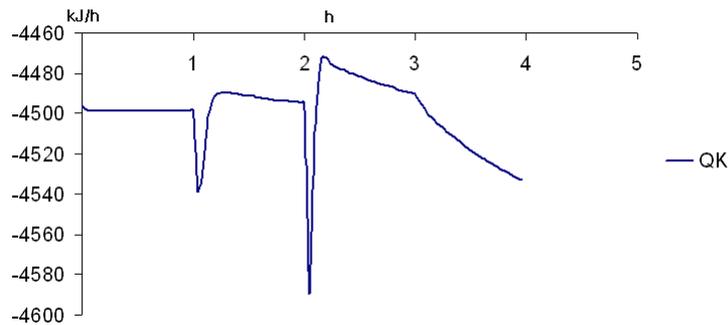


Figura 7.17: Carga térmica trocada pelo reator no problema de controle do reator Van de Vusse.

No problema proposto, e no cenário proposto, a definição da estrutura de controle realizada em conjunto com a sintonia dos controladores mostrou-se um problema de otimização viável. Por meio desse exemplo foi possível observar que, para problemas de pequeno porte, a definição da estrutura de controle com o uso de modelos dinâmicos com baixa simplificação do problema de otimização é bastante viável, não sendo necessário o uso de heurísticas. Esse exemplo confirma algumas das conclusões vistas no Capítulo 6, como a impossibilidade do desacoplamento entre a estrutura e as sintonias nas respostas dinâmicas (Teorema 6.2) e a limitação na trajetória imposta pelos controladores do tipo PID e pela estrutura de controle baseada na combinação linear de variáveis (Teorema 6.16).

As estruturas encontradas nas duas metodologias aplicadas ao problema de controle do reator de Van de Vusse são diferentes. As Figuras 7.18, 7.19 e 7.20 mostram as distribuições dos pesos normalizados para as duas metodologias para cada variável manipulada.

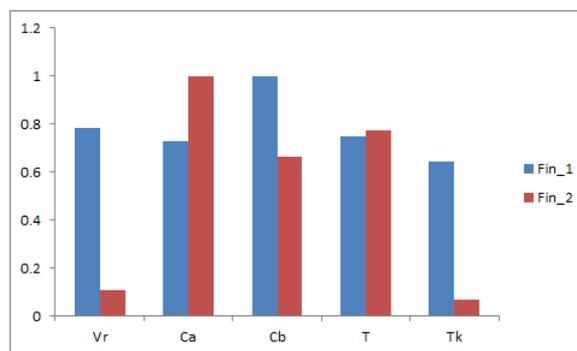


Figura 7.18: Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a vazão de entrada no problema de controle do reator Van de Vusse.

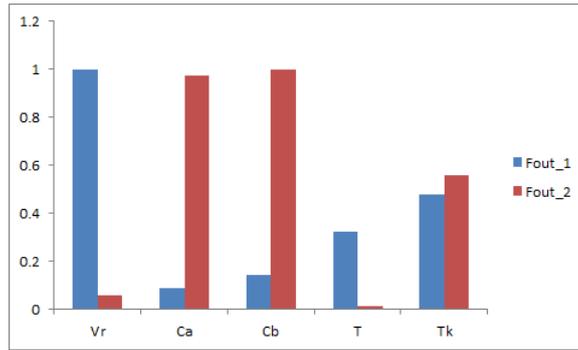


Figura 7.19: Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a vazão de saída no problema de controle do reator Van de Vusse.

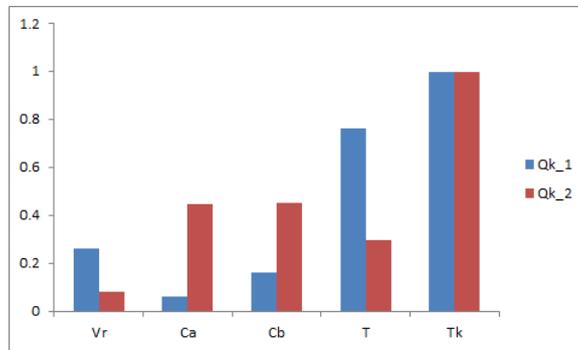


Figura 7.20: Distribuição das ponderações da estrutura de controle na variável manipulada vinculada a carga térmica no problema de controle do reator Van de Vusse.

A diferença entre as estruturas de controle pode ser explicadas pela utilização dos controladores PID e pelo acoplamento entre a estrutura de controle e o controlador. Os controladores PID apresentam um desempenho limitado, não atingem o desempenho máximo alcançável (HARRIS, 1989), assim, como comentado na Seção 6.9, esse tipo de controlador limita as possíveis trajetórias, impossibilitando que o comportamento ótimo no sentido abordado no Capítulo 6 seja atingido. O acoplamento entre os controladores e a estrutura de controle interfere na definição da estrutura de controle, possibilitando que diferentes controladores possuam comportamento e desempenho dinâmico semelhantes, mas com estruturas de controle diferentes, como sugerido pelo Teorema 6.3. Outro ponto que afetou o comportamento dinâmico na segunda metodologia foi a limitação dos valores que parametrizam os controladores, o que suavizou as trajetórias dos estados. Do ponto de vista da aplicação em projetos, o uso da parametrização direta da estrutura e dos controladores mostra-se uma solução viável para problemas de pequena dimensão, porém pode ser considerado sub-ótimo de acordo com os critérios apresentados no Capítulo 6.

Para avaliar a viabilidade de problemas de maior complexidade e o efeito da

inserção de uma camada econômica no processo definição da estrutura de controle, segue na próxima seção um teste dessa metodologia com o uso de modelo dinâmico de uma coluna de destilação.

7.5 Aplicação do Método a Uma Coluna de Destilação

Como foi mostrado nos exemplos anteriores, para problemas do tipo regulatório o conjunto estrutura/controlador não altera a trajetória das variáveis de interesse, que de algum modo podem ser entendidas como relações de simetria e de conservação. Em unidades industriais, em que o objetivo fim é econômico, estratégias de controle mais complexas são utilizadas em camadas (como, por exemplo RTO's, QUELHAS *et al.* (2013)), segmentando o sistema de controle em camadas. Como demonstrado por KARIWALA (2007), graus de liberdade não explorados pela camada regulatória podem ser utilizados por uma estrutura de controle supervisória.

Como visto na Seção 6.6.8, o uso de diferentes métricas na função objetivo leva a novas relações de conservação. Caso a métrica utilizada no problema de otimização contenha, além dos critérios regulatórios, também aspectos econômicos, novas relações de conservação são criadas e diferentes conjuntos de estruturas/controladores são encontrados.

Nessa seção é apresentada uma validação da metodologia utilizada para a solução do problema de estrutura de controle com o uso do modelo dinâmicos em uma coluna de destilação com condensação parcial. Esse exemplo será utilizado com o intuito de compreender o efeito da inserção de aspectos econômicos na função objetivo e avaliar a viabilidade de uso desse tipo de técnica para problemas de maior porte.

7.5.1 Formulação do Problema de Otimização

O problema de otimização nesse caso é bastante semelhante ao apresentado no caso do reator de Van de Vusse. Nesse caso, os problemas econômico e de qualidade de produto são acoplados ao problema de controle, para a avaliação dos efeitos na estrutura de controle. A função objetivo formulada para esse problema considera tem a seguinte forma:

$$\min_{\Gamma} J = \int_0^t \sum_{i=0}^{ntrip} P_{itrip} + P_{reg} \sum_{k=0}^n (\Omega_k(0) - \Omega_k(t))^2 + \frac{x_{etano_{topo}}}{y_{etano_{fundo}}} + \frac{y_{hexano_{topo}}}{x_{hexano_{fundo}}} dt. \quad (7.71)$$

sujeito a:

- Modelo da coluna de destilação (ver Seção 7.1.2),

$$G(x) = 0, \quad (7.72)$$

e

- Restrições de processo,

$$P_{topo} \leq 15MPa, \quad (7.73)$$

$$LT_{sump} \geq 0.15m, \quad (7.74)$$

$$LT_{sump} \leq 2.15m, \quad (7.75)$$

$$LT_{vaso} \leq 1.15m, \quad (7.76)$$

$$LT_{vaso} \geq 0.15m, \quad (7.77)$$

$$T_{vaso} \leq 473K. \quad (7.78)$$

em que P_{itrip} é a ponderação correspondente aos *trips* da planta, P_{reg} é a ponderação do problema regulatório, $\frac{x_{etano_{topo}}}{y_{etano_{fundo}}}$ é a razão entre a fração de etano no topo e no fundo da coluna, $\frac{y_{hexano_{topo}}}{x_{hexano_{fundo}}}$ é a razão entre a fração de etano no topo e no fundo da coluna, P_{topo} é a pressão de topo da coluna, LT_{sump} é o nível do fundo da coluna, LT_{vaso} é nível do vaso de topo e T_{vaso} é a temperatura do vaso de topo. Nesse caso foram selecionadas 21 variáveis medidas e 6 variáveis manipuladas, como mostrado nas Tabelas 7.4 e 7.5. O problema de definição de estruturas de controle foi modelado da mesma forma que no problema do reator de Van de Vusse: controladores do tipo PID e estrutura de controle baseada na combinação linear de variáveis. Somente para ilustrar a diferença em termos de dimensionalidade entre esse problema e o anterior, caso o problema fosse modelado com estruturas um a um, o número de estruturas de controle possíveis é de 20349, cerca de mil vezes maior que no problema do reator de Van de Vusse.

Tabela 7.4: Variáveis medidas no problema de controle da coluna de destilação.

Variáveis medidas	Descrição
$M_{olinfeed}$	Vazão Molar da corrente de carga da unidade
LT_{sump}	Nível do fundo da coluna
LT_{vaso}	Nível do vaso de topo
P_{vaso}	Pressão no vaso de topo
P_{torre}	Pressão no topo da coluna
M_{oval3}	Vazão molar pela válvula V_3
$x_{npentano_{topo0}}$	Fração molar de pentano no topo da coluna na fase líquida
$y_{npentano_{fundo0}}$	Fração molar de pentano no fundo da coluna na fase vapor
$x_{c2buteno_{topo11}}$	Fração molar de c2buteno no topo da coluna na fase líquida
$y_{c2buteno_{fundo11}}$	Fração molar de c2buteno no fundo da coluna na fase vapor
$Ma_{refluxodetopo}$	Vazão mássica da corrente de refluxo de topo
$Ma_{vazaodefundo}$	Vazão mássica da corrente de fundo da coluna
$Ma_{vazaodevapor}$	Vazão mássica de vapor d'água para o refervedor da coluna
$x_{nhexano_{topo}}$	Fração molar de hexano no topo da coluna na fase líquida
$y_{nhexano_{fundo}}$	Fração molar de hexano no fundo da coluna na fase vapor
$T_{torre_{est06}}$	Temperatura do estágio 6 da coluna
$T_{torre_{est05}}$	Temperatura do estágio 5 da coluna
$T_{torre_{est04}}$	Temperatura do estágio 4 da coluna
$T_{torre_{est03}}$	Temperatura do estágio 3 da coluna
$T_{torre_{est02}}$	Temperatura do estágio 2 da coluna
$T_{torre_{est01}}$	Temperatura do estágio 1 da coluna

Tabela 7.5: Variáveis manipuladas no problema de controle da coluna de destilação.

Variáveis manipuladas	Descrição
V_1	Válvula de controle na corrente de fundo da coluna
V_2	Válvula de controle na corrente de refluxo da coluna
V_3	Válvula de controle na corrente de vapor no vaso de topo
V_4	Válvula de controle na corrente de vapor d'água para o refervedor de fundo da coluna
V_5	Válvula de controle na corrente de carga da unidade
V_6	Válvula de controle na corrente de contorno do condensador de topo

Foram encontrados diversos problemas nesse estudo de caso, mesmo com o uso de um algoritmo estocástico de otimização. Inicialmente não foram encontradas soluções viáveis para o problema de otimização, já que todas as 10000 partículas

utilizadas foram levadas ao *trip* dentro do período de tempo avaliado. O tempo de otimização desse problema superou duas semanas, mesmo com o uso de paralelismos (OpenMP) para a execução do algoritmo de enxame de partículas e com o uso de uma workstation Z800 com processador Xeon de 28 núcleos. Nesse cenário, optou-se pela alteração do algoritmo, com a inserção de uma solução viável conhecida. Mesmo com a inserção de uma solução viável, as demais partículas mantiveram a diversidade das soluções iniciais típicas de enxames de partículas. Seguem abaixo as soluções iniciais utilizadas:

Tabela 7.6: Solução inicial viável para o problema de otimização da coluna de destilação.

Variáveis medidas	Partícula 1	Partícula 2	Partícula 3	Partícula 4	Partícula 5
$MO_{lin,feed}$	V_1	0	0	0	0
LT_{sump}	V_2	V_5	V_4	0	0
LT_{vaso}	V_3	0	V_3	0	V_3, V_5
P_{vaso}	V_4	0	0	0	V_4
P_{torre}	V_5	0	0	0	0
MO_{val4}	0	0	V_5	V_1	0
$x_{npentano_{topo0}}$	0	0	0	V_2	0
$y_{npentano_{fundo0}}$	0	0	0	V_3	0
$x_{c2buteno_{topo11}}$	0	0	0	0	0
$y_{c2buteno_{fundo11}}$	0	0	0	0	0
$Ma_{refluxodetopo}$	0	0	V_1	V_4	0
$Ma_{vazaodefundo}$	0	0	V_2	V_5	0
$Ma_{vazaodevapor}$	0	V_2	0	0	0
$x_{nhexano_{topo}}$	0	V_3	0	0	V_2
$y_{nhexano_{fundo}}$	0	V_4	0	0	0
$T_{torre_{est06}}$	0	0	0	0	0
$T_{torre_{est05}}$	0	0	0	0	0
$T_{torre_{est04}}$	0	0	0	0	0
$T_{torre_{est03}}$	0	0	0	0	0
$T_{torre_{est02}}$	0	0	0	0	V_1
$T_{torre_{est01}}$	0	V_1	0	0	0

Definida algumas partículas iniciais com resultados viáveis, o problema de otimização foi executado novamente. O tempo de computação foi de aproximadamente 120 horas até que o critério de convergência fosse atingido. O critério de convergência utilizado foi igual ao apresentado na Seção 7.4. De modo geral, os pesos foram distribuídos entre todas as variáveis medidas utilizadas, mesmo as que aparentemente

possuíam baixo potencial para controle. A Tabela 7.7 mostra a estrutura de controle encontrada no final do procedimento.

Tabela 7.7: Estrutura de controle encontrada no problema de controle da coluna de destilação.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
$MO_{lin,feed}$	1.12	0.15	0.18	0.43	0.30	0.31
LT_{sump}	0.31	1	0.14	0.29	0.53	0.35
LT_{vaso}	0.55	0.53	1	0.58	0.47	0.37
P_{vaso}	0.36	0.10	0.14	1	0.39	0.61
P_{torre}	0.43	0.09	0.32	0.27	1	0.39
MO_{val4}	0.54	0.46	0.63	0.35	0.43	0.48
x_{etano_t}	0.32	0.32	0.43	0.19	0.40	0.32
y_{etano_f}	0.29	0.27	0.18	0.28	0.30	0.42
x_{nhex_t}	0.29	0.05	0.30	0.16	0.22	0.39
y_{nhex_f}	0.50	0.07	0.41	0.41	0.54	0.52
Ma_{ref_t}	0.34	0.28	0.27	0.30	0.26	0.19
Ma_{v_f}	0.49	0.54	0.35	0.20	0.32	0.04
$Ma_{vazaodevapor}$	0.28	0.46	0.28	0.22	0.48	0.37
$x_{nhexano_topo}$	0.41	0.20	0.26	0.27	0.28	0.23
$y_{nhexano_fundo}$	0.43	0.38	0.37	0.27	0.05	0.51
T_5	0.48	0.50	0.33	0.39	0.26	0.10
T_4	0.17	0.39	0.21	0.30	0.28	0.26
T_3	0.31	0.30	0.37	0.20	0.43	0.17
T_2	0.31	0.36	0.48	0.28	0.32	0.25
T_1	0.37	0.13	0.29	0.47	0.10	0.36
T_0	0.45	0.38	0.13	0.22	0.34	0.52

A variável de controle associada à válvula da entrada de carga V_1 foi pareada priorizando a vazão de carga, concentrando cerca de 16% dos pesos na vazão de carga da coluna de destilação. No caso da combinação linear ligada à válvula de refluxo V_2 , priorizou-se, com cerca de 14% dos pesos, a medição de nível do fundo da coluna de destilação. No caso da combinação linear de variáveis ligadas à válvula V_3 , priorizou-se o nível de topo, com 14% dos pesos. Os controles de pressão da coluna e do vaso foram priorizados com valores aproximados de 14% e 12% nas variáveis ligadas às válvulas V_4 e V_5 respectivamente.

Para ter uma ideia da distribuição dos pesos em cada variável controlada em função da classe a que cada variável está ligada, foram criados três grupos: qualidade de produtos, restrições e vazões. Nas variáveis ligadas à qualidade de produtos,

foram agrupadas $x_{npentano_{topo0}}$, $y_{npentano_{fundo0}}$, $x_{c2buteno_{topo11}}$, $y_{c2buteno_{fundo11}}$, $x_{nhexano_{topo}}$ e $y_{nhexano_{fundo}}$. Na classe das variáveis ligadas às restrições estão as variáveis LT_sump , LT_{vaso} , P_{vaso} e P_{torre} . Na classe de vazões estão as seguintes variáveis: $Mo_{linfeed}$, Mo_{val4} , $Ma_{refluxodetopo}$, $Ma_{vazaodefundo}$ e $Ma_{vazaodevapor}$. A média dos pesos encontrados para cada classe é mostrada na Tabela 7.8.

Tabela 7.8: Média dos pesos por classe de variável.

Válvula	Qualidade	Restrições	Vazões
V1	0.36	0.41	0.63
V2	0.28	0.43	0.35
V3	0.31	0.40	0.30
V4	0.29	0.53	0.30
V5	0.29	0.60	0.36
V6	0.34	0.43	0.28

Como era esperado, a estrutura de controle exerce grande influência sobre a camada econômica, alterando os pontos de operação. As temperaturas de fundo e topo, ilustradas na Figura 7.21, tiveram um comportamento condizente com a função objetivo estabelecida, que prioriza a qualidade dos produtos. Como era esperado, a estrutura de controle alterou os valores de temperatura com o objetivo de reduzir a fração de etano no topo da coluna de destilação. Esses efeitos também podem ser vistos nas outras variáveis ligadas à qualidade de produto.

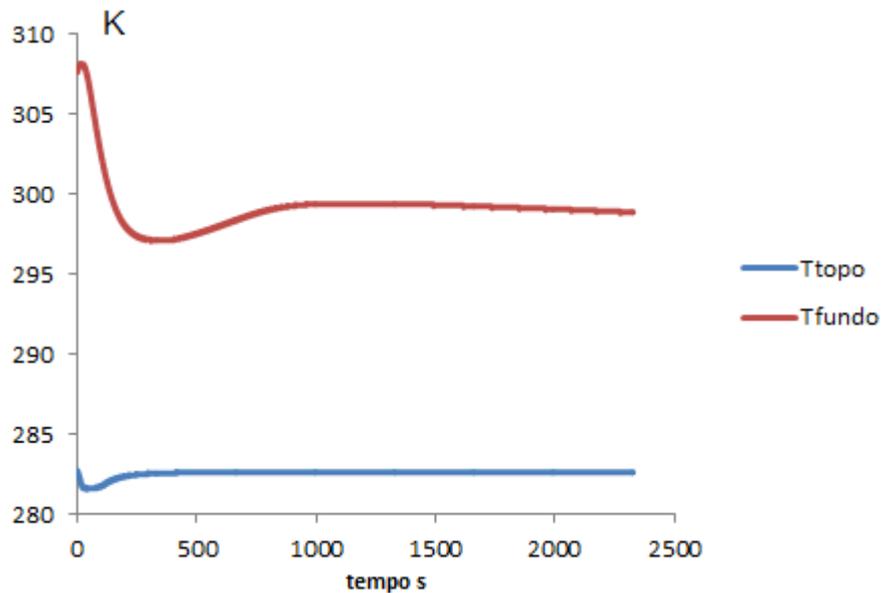


Figura 7.21: Temperatura de topo e fundo no problema de controle da coluna de destilação.

Semelhantemente ao caso da temperatura, o controle de pressão é ajustado para um valor menor que o inicial, esse ajuste ocorre no sentido de melhorar a separação entre etano e n-hexano no topo e fundo da coluna de destilação, compensando os efeitos da redução de temperatura de fundo da coluna. Esse comportamento pode ser visto na Figura 7.22.

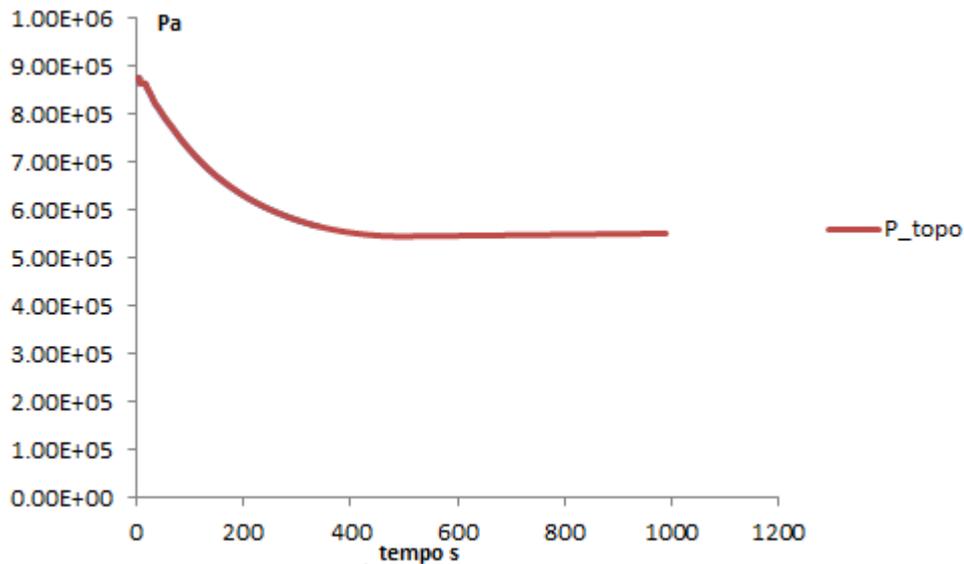


Figura 7.22: Pressão no problema de controle da coluna de destilação.

A fração de etano não apresenta um aumento significativo na composição de topo e na composição de fundo, sendo mantida uma fração reduzida de n-hexano na composição de topo da coluna de destilação.

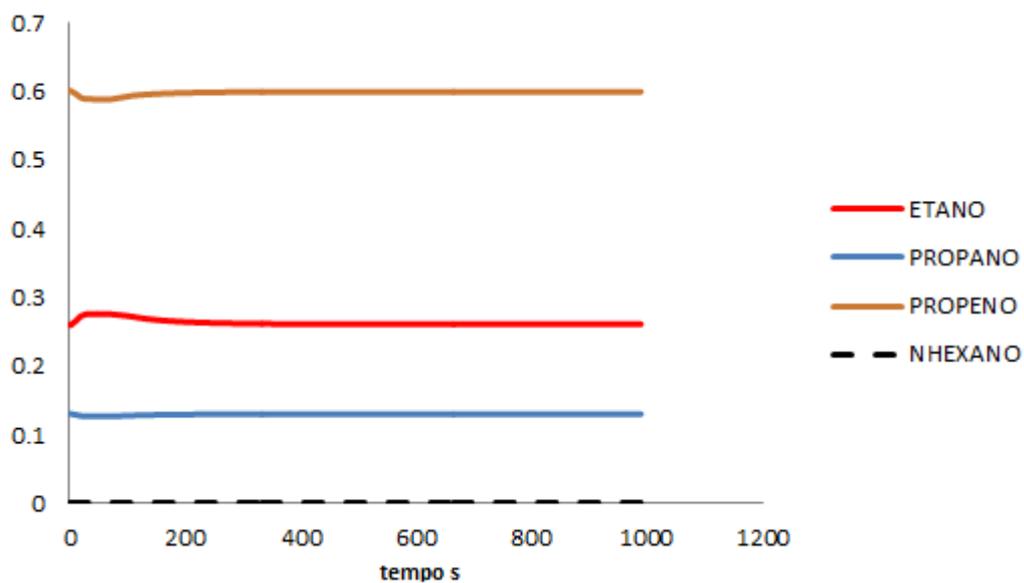


Figura 7.23: Composição de topo no problema de controle da coluna de destilação.

A composição de fundo da coluna de destilação também teve o comportamento esperado, com a redução da fração de etano e com o aumento da fração de propeno, como ilustrado na Figura 7.24.

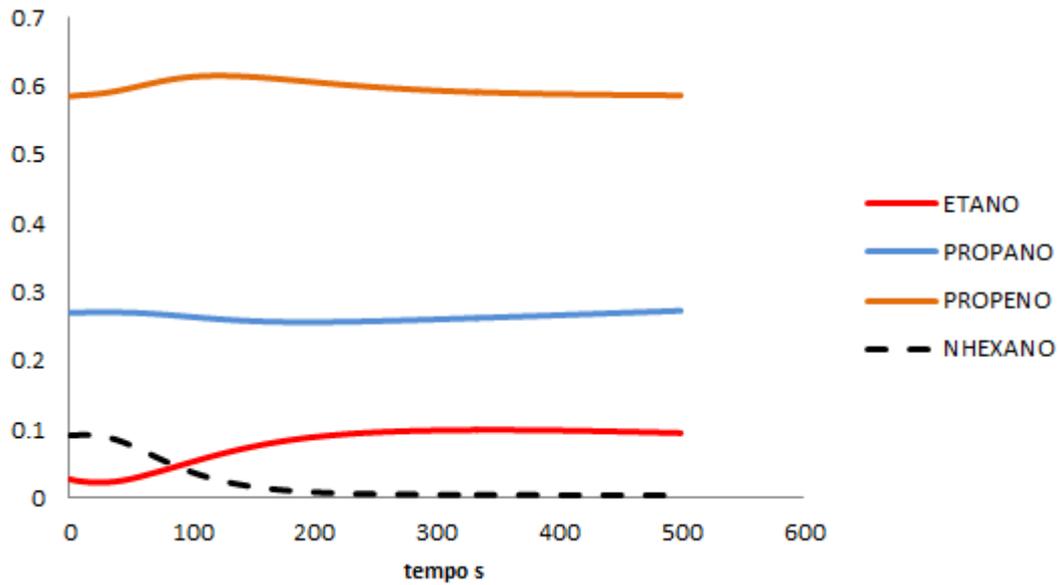


Figura 7.24: Composição de fundo no problema de controle da coluna de destilação.

Como pode ser visto na Figura 7.25, ocorreu uma redução da carga térmica utilizada, em função da redução das temperaturas de topo e fundo, como mostrado na Figura 7.21.

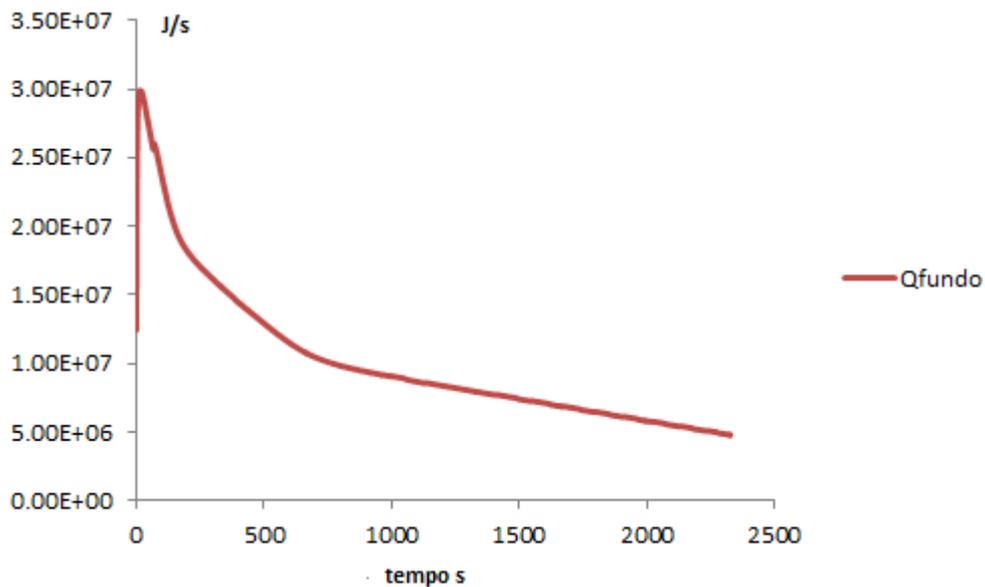


Figura 7.25: Carga térmica no problema de controle da coluna de destilação.

Nesse intervalo de tempo o sistema se aproxima da solução estacionária, como pode ser visto pelas vazões internas de líquido na torre, que conjuntamente apresen-

tam um comportamento assintótico, como pode ser visto na Figura 7.26.

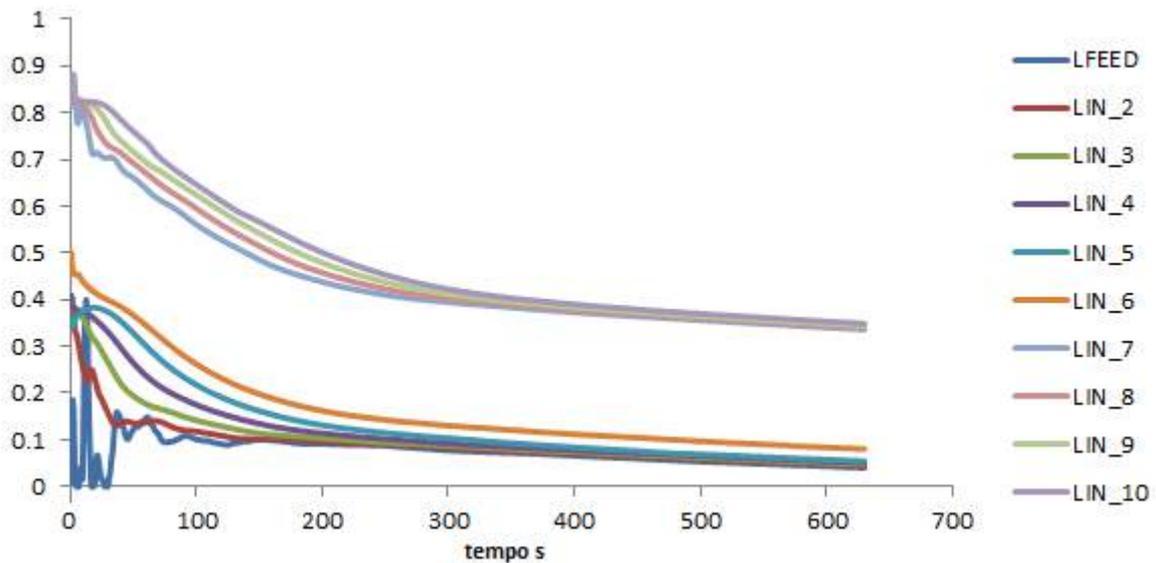


Figura 7.26: Vazões de líquido nos diferentes estágios no problema de controle da coluna de destilação.

O comportamento dinâmico do sistema está adequado para o problema em questão; porém, diferentemente do exemplo do reator de Van de Vusse, a trajetória apresenta um comportamento misto de atuação no controle regulatório e nos objetivos econômicos. Esse efeito é semelhante ao requerido por técnicas de pareamento, em que para os graus de liberdade remanescentes são atribuídas ações de controle supervisorio.

7.6 Conclusão

Nesse capítulo foram apresentadas abordagens para definição de estruturas de controle com o uso de otimização dinâmica. Na primeira abordagem foi estudado um exemplo, cuja trajetória ótima foi definida independentemente do controlador ou da estrutura. Como era esperado, essa abordagem apresenta alto custo computacional graças ao aumento da dimensão do problema; porém, é uma abordagem interessante para a verificação das limitações impostas pelos controladores e pelas estruturas. A abordagem mais simples é a parametrização dos controladores e das estruturas; porém, requer que o tipo de controladores e estruturas já estejam previamente definidos.

Esse tipo de abordagem encontra aplicação em problemas de pequeno porte, em que o número de equações diferenciais seja pequeno, devido ao elevado tempo de

computação de cada ponto no campo de busca. Além disso, requer alto nível de abstração entre os objetivos globais perseguidos e o sistema de controle, estrutura e controladores propostos. Mesmo não sendo uma técnica de amplo uso para os problemas de grande dimensão, essa abordagem apresenta alguns aspectos interessantes para aplicações práticas como:

- Não são necessárias heurísticas para o tratamento de não linearidades;
- Trata os problemas de atrasos de transporte de forma integrada, sem a necessidade de um passo auxiliar;
- O problema de controle é tratado de forma única, definindo sintonia e estrutura de controle em um único passo;
- Os graus de liberdade são utilizados conjuntamente para atender aos aspectos regulatórios e econômicos;
- O controle das restrições está embutido na matriz de ganhos.

Para problemas de grande porte, como unidades de refino inteiras, incluindo sistemas de destilação, unidades de hidrotreatamento e unidades de coqueamento retardado, por exemplo, que superam 300 variáveis medidas e apresentam mais de 50 variáveis manipuladas, que superam 10^{57} pareamentos, esse tipo de abordagem pode não ser viável com tempos de execução de dias, quando computadores de pequeno e de médio porte são usados. Como principais aspectos negativos sobre essa classe de técnicas, pode-se citar:

- Alta complexidade computacional para a definição da estrutura de controle;
- Impossibilidade prática do uso de técnicas de otimização determinísticas;
- Definição das estruturas de controle baseadas em cenários;
- Baixa confiabilidade das estruturas de controle.

No Capítulo 8 será apresentada uma metodologia baseada em controladores ótimos do tipo LQR. Essa nova abordagem apresenta um custo computacional mais baixo do que a abordagem apresentada nesse capítulo, porém com escopo mais específico.

Capítulo 8

Métodos Baseados em Controladores LQR

Os controladores do tipo LQR surgiram no trabalho desenvolvido por (KALMAN, 1960) e atualmente são amplamente estudados e aplicados (BORRELLI e KEVICZKY, 2008; LIU *et al.*, 2014; NGUYEN, 2015; PANG e YANG, 2012).

Esses controladores podem ser utilizados na planta toda (PANG e YANG, 2012) ou de forma distribuída (BORRELLI e KEVICZKY, 2008; NGUYEN, 2015) em que vários subsistemas são controlados por meio de controladores LQR. O problema do controlador LQR pode ser formulado como um problema sem restrições (KALMAN, 1960) ou com restrições (HASSAN e BOUKAS, 2008; JOHANSEN *et al.*, 2002). A aplicação é descrita em diversas áreas, como, por exemplo, robótica (PRASAD *et al.*, 2014), aeronáutica (CHRIF e KADDA, 2014), sistemas elétricos de potência (MAHMUD, 2014), construção civil (NYAWAKO e REYNOLDS, 2010), biomédica (DE OLIVEIRA *et al.*, 2014) e controle de processos (EDOUARD *et al.*, 2005).

Para o caso das aplicações de controladores do tipo LQR em controle de processos, um dos casos mais consagrados é a utilização desses controladores como base para o desenvolvimento de controladores preditivos (NETO, 2011), como, por exemplo, os algoritmos preditivos do tipo MPC (*Model Predictive Control*) (CUTLER e RAMAKER, 1979).

Nessa seção é apresentada uma metodologia baseada em controladores LQR para a definição estruturas de controle de uma planta inteira.

8.1 Estrutura de Controle e Controladores LQR

Como visto na Seção 6.7 para um sistema linear com métrica de desempenho baseada no erro médio quadrático ponderado das ações de controle e da diferença ponderada entre os estados controlados e seus respectivos *setpoints* (problema LQR),

a estrutura do controle ótimo, no caso de um controlador proporcional, é definida pela matriz de ganhos (Equação 6.131). Assim, para problemas lineares, em que a métrica do tipo LQR seja de interesse, é naturalmente definida uma combinação linear de variáveis que apresenta caráter de estrutura de controle, no sentido definido pelo Axioma 6.1.

Plantas de processo na maioria dos casos são representadas por modelos não lineares, sendo necessária a análise do uso de uma única estrutura de controle. Como foi posto na Seção 6.7.2, para sistemas não lineares definidos por mais de um modelo linear, segundo a métrica de desempenho LQR, resultam em mais de uma estrutura de controle ótima, cuja estrutura utiliza combinação linear de variáveis. Duas possíveis soluções que surgem dessas conclusões são a definição de estruturas de controle para os diversos pontos de operação da planta ou o uso de uma única estrutura subótima em alguns pontos de operação. Para o uso de uma única estrutura de controle é necessária a análise da estabilidade e da degradação de desempenho decorrente da não otimalidade, segundo o critério LQR.

O uso de controladores LQR requer a obtenção de modelos linearizados em espaço de estados. No caso de sistemas dinâmicos mais complexos, que apresentam não linearidades que não são explícitas nas equações diferenciais e que surgem de relações algébricas e iterativas (relações de equilíbrio termodinâmico, por exemplo), as linearizações através de manipulações algébricas se tornam complexas. Nesses casos, as linearizações baseadas em algoritmos numéricos são mais adequadas.

Nesse capítulo é apresentada uma nova metodologia baseada em controladores do tipo LQR e modelos linearizados para a solução de problemas de definição de estruturas de controle.

8.2 Estrutura de Controle Mínima Baseada na Matriz de Ganhos LQR

Definindo a priori que a estrutura de controle deve estar baseada em uma combinação linear de variáveis, que os controladores são do tipo proporcional e utilizando uma métrica de desempenho do tipo LQR, surge naturalmente a resposta da estrutura de controle ótima baseada na matriz de ganhos do controlador LQR. O sistema em malha fechada que utiliza um controlador do tipo LQR atende a um desempenho máximo alcançável, em termos de valor da função objetivo, e conseqüentemente a um requisito de comportamento dinâmico.

A resposta dinâmica de um sistema físico é dependente de seus valores característicos. No caso de sistemas em malha fechada, o sistema de controle, a estrutura de controle e o controlador interferem nos valores característicos resultantes. Para

esses sistemas, no caso linear, a matriz que deve ser analisada é,

$$\mathbf{A}_{mf} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{B}, \quad (8.1)$$

em que \mathbf{A}_{mf} é a matriz que relaciona os estados atuais com os estados anteriores do sistema em malha fechada na representação em espaço de estados, \mathbf{A} é a matriz que relaciona os estados atuais com os estados anteriores para o sistema em malha aberta na representação em espaço de estados, \mathbf{B} é a matriz que relaciona os estados atuais com as entradas do sistema em malha aberta na representação em espaço de estados e \mathbf{K} é a matriz de ganhos do controlador, sendo que na transformação associada à matriz K estão agregadas as transformações da estrutura e do controlador especificado.

Como pode ser visto na Equação (8.1), em um sistema em malha fechada a estrutura de controle e o controlador são parcelas integrantes da definição desses valores característicos. Desse modo, alguma modificação de estrutura de controle ou da parametrização do controlador pode alterar a localização dos valores característicos.

Para sistemas lineares, cujo critério de desempenho é baseado em uma função quadrática do tipo LQR, frequentemente é estabelecida uma estrutura de controle em que é utilizada uma matriz cheia, de *rank* completo, utilizando todas as medições combinadas como variáveis de controle. Entretanto, em aplicações industriais esse tipo de pareamento de variáveis pode não ser o mais adequado, sendo mais conveniente um pareamento do tipo um a um, mesmo que isso signifique degradação de desempenho. Desse modo, uma boa escolha de estrutura de controle seria uma estrutura de controle que possua uma degradação baixa de desempenho e que atenda às restrições do sistema, como, por exemplo, estabilidade.

Nesse senso, o desempenho de controle de uma estrutura, baseada na combinação linear de variáveis, apresenta limite máximo de desempenho dinâmico, o desempenho associado ao sistema com o seu respectivo controlador LQR. Assim, uma estrutura de controle pode ser dita como nas proximidades do desempenho ótimo se os seus valores característicos estiverem próximos aos valores característicos do sistema que utiliza o respectivo controlador LQR. Dessa maneira, uma boa aproximação seria utilizar como métrica de desempenho a proximidade dos valores característicos em malha fechada de um sistema em relação aos valores característicos do sistema padrão de desempenho, atrelado ao controlador LQR.

Com a intenção de reduzir o número de elementos não nulos na matriz de ganhos, que corresponde à estrutura de controle $\mathbf{\Gamma}$, é necessário criar um processo de exclusão e avaliação de cada elemento da matriz de ganhos. Uma forma de realizar esse processo é avaliar a sensibilidade dos valores característicos do sistema em malha fechada a cada elemento da matriz de ganhos. Assim, pode-se realizar uma análise

de sensibilidade da matriz de ganhos com os valores característicos em malha fechada do seguinte modo:

$$d_{k_{ij}\lambda} = \prod_{i=0}^n \frac{d\lambda_i}{dk_{ij}}. \quad (8.2)$$

Essa operação pode ser realizada para cada elemento da matriz de ganhos, compondo uma matriz de sensibilidade,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}\lambda} = \begin{pmatrix} d_{k_{00}\lambda} & \dots & d_{k_{0n}\lambda} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot \\ d_{k_{m0}\lambda} & \dots & d_{k_{mn}\lambda} \end{pmatrix}. \quad (8.3)$$

Cada linha da matriz $\mathbf{D}_{\mathbf{k}\lambda}$ corresponde a uma determinada variável manipulada. O elemento de cada linha que mais sensibliza os valores característicos deve permanecer, pois é o elemento da matriz de ganhos que mais degrada o desempenho, assim a nova matriz de ganhos deve ser:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & k_{0j}(\max(d_{k_{0j}\lambda})) & \dots & 0 \\ \cdot & \dots & \cdot & & \\ \cdot & \dots & \cdot & & \\ 0 & \dots & k_{mj}(\max(d_{k_{mj}\lambda})) & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.4)$$

O produto dos valores característicos da matriz do sistema em malha fechada apresenta sentido de volume de um elipsóide n-dimensional (SCHWAAB e PINTO, 2007), em que cada valor característico representa os eixos do respectivo elipsóide. Nesse sentido, a matriz de ganhos escolhida é a que reduz a diferença do volume do novo elipsóide em relação ao elipsóide original.

8.2.1 Estabilidade em Malha Fechada

A nova matriz de ganhos não garante que as restrições de estabilidade para o sistema em malha fechada sejam atendidas. Assim, é necessário verificar a posição dos novos valores característicos do sistema em malha fechada. Caso esse critério não seja atendido, a estrutura deve ser reavaliada. Caso a nova matriz ganhos ($\mathbf{K}_{\mathbf{m}}$) não atenda ao critério de estabilidade, uma nova estrutura deve ser proposta. Sabendo que, se toda a matriz $\mathbf{K}_{\mathbf{m}}$ for preenchida com os elementos originais de \mathbf{K} , a estabilidade do sistema seria atingida e que a condição de estabilidade para sistema discretos é,

$$\lim_{\mathbf{K}_{\mathbf{m}} \rightarrow \mathbf{K}} \|\Lambda(\mathbf{A}_{\mathbf{mf}})\| < 1, \quad (8.5)$$

pode-se concluir que no limite,

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{K}, \quad (8.6)$$

a estabilidade é garantida. Assim, para alguns casos uma estrutura, intermediária entre \mathbf{K}_m e \mathbf{K} e estável, com menor complexidade, pode ser encontrada. Essa matriz intermediária pode ser encontrada por meio de um processo de repovoamento da matriz de ganhos pelos elementos da matriz de ganhos original do controlador LQR, que aproxima continuamente os valores característicos da matriz do sistema em malha fechada, utilizando a matriz \mathbf{K}_m , dos valores característicos do sistema em malha fechada padrão.

O Teorema 8.1 mostra que o repovoamento aproxima continuamente, a cada iteração, os valores característicos da matriz de ganhos intermediária.

Teorema 8.1 *O processo de repovoamento da matriz de ganhos baseado em LQR é continuamente decrescente.*

Prova 8.1 *Conhecendo que a distância entre os valores característicos de duas matrizes é definido por (MULLER-HERMES e SZEHR, 2015),*

$$d_H \leq k \left(k^{-1} \left(\frac{\|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}} - \mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_i}\|}{1 - \rho(\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}})\|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_i}\|} \right)^{\frac{1}{2m}} \right), \quad (8.7)$$

em que k é o modulo elíptico definido como (MULLER-HERMES e SZEHR, 2015)

$$k(q) = \left(\frac{\sum_{r=-\infty}^{\infty} q^{(r+0.5)^2}}{\sum_{r=-\infty}^{\infty} q^{r^2}} \right)^2, \quad (8.8)$$

que no pior caso é igual a um. O coeficiente m é a ordem do polinômio mínimo associado à matriz $\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}}$ e ρ é o raio espectral da matriz em malha fechada, que está sempre dentro do círculo unitário no caso LQR,

$$\rho(\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}}) \leq 1. \quad (8.9)$$

Sabendo que a norma da matriz $\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_i}$ é sempre crescente a cada iteração no processo de repovoamento,

$$\|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_i}\| \leq \|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_{i+1}}\|, \quad (8.10)$$

e que a norma da diferença entre a matriz original de cada iteração é decrescente,

$$\|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}} - \mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_{i+1}}\| \leq \|\mathbf{A}_{\mathbf{lqr}} - \mathbf{A}_{\mathbf{lqr}_i}\|, \quad (8.11)$$

é verdadeiro dizer que,

$$d_{H_{i+1}} \leq d_{H_i} \quad (8.12)$$

Desse modo prova-se que a distância d_{H_i} no processo de repovoamento é convergente e continuamente decrescente para a estrutura LQR original.

Desse modo, com o uso do Teorema 8.1, é possível supor que existe uma matriz entre \mathbf{K}_m e \mathbf{K} que possui os valores característicos dentro do limite de estabilidade.

O procedimento proposto para a definição de estruturas de controle baseado em LQR pode ser sumarizado pela Figura 8.1. Nesse procedimento existe a possibilidade de uso de uma estrutura de controle com a matriz de estrutura ($\mathbf{\Gamma}$) completamente preenchida ou o caso de estrutura mínima.

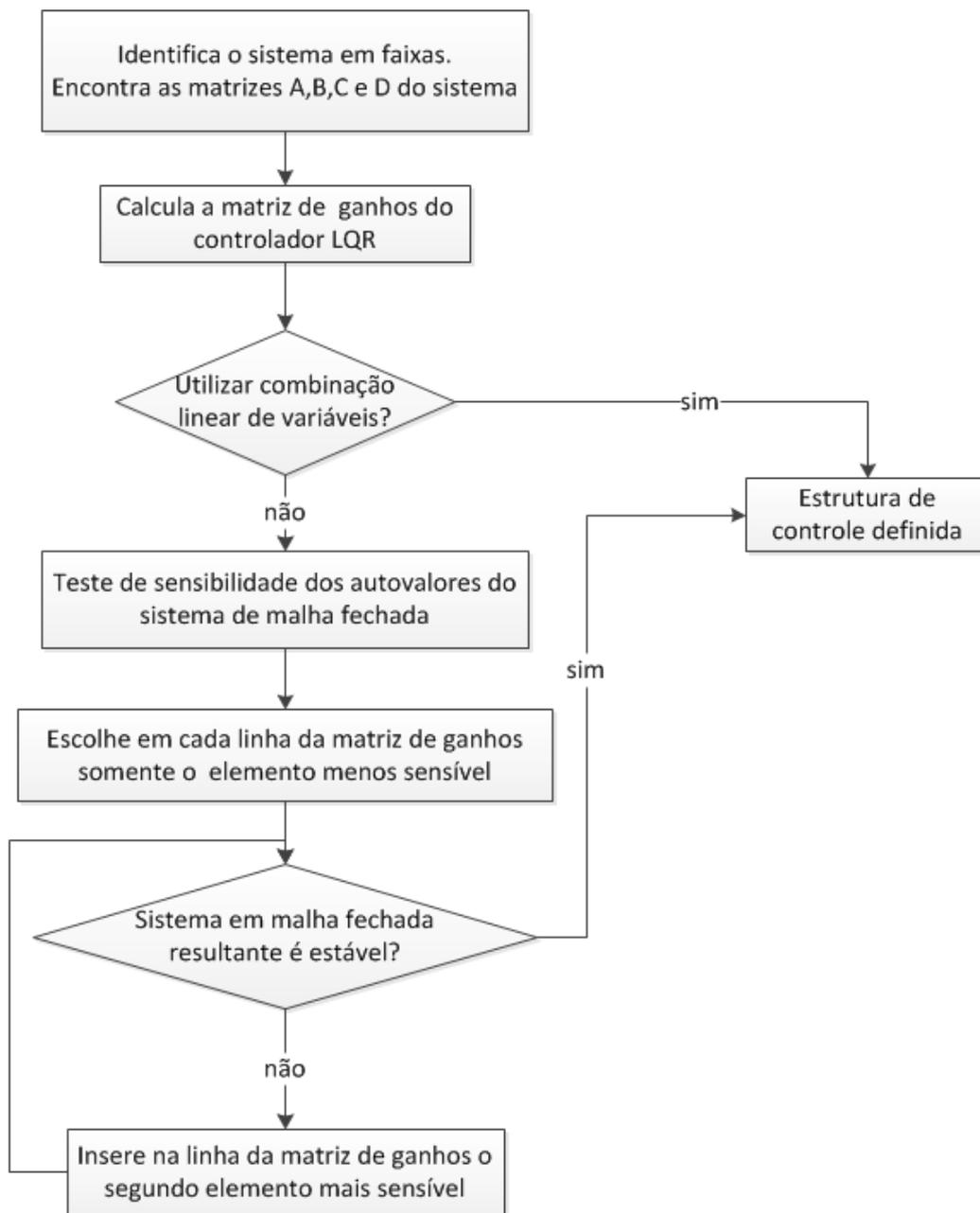


Figura 8.1: Algoritmo de definição de estrutura mínima de controle via controlador LQR.

O procedimento proposto possui alguma semelhança com controladores do tipo LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) (GRIMBLE e KUCERA, 1996) e H_2 (KUCERA, 2006). Os dois primeiros passos do procedimento proposto são semelhantes aos utilizados para a definição de controladores do tipo LQG ou o procedimento baseado na norma H_2 ¹, no sentido da presença de dois blocos para a definição do controlador: a identificação e a definição do controlador. O procedimento proposto difere dos demais na forma de solução do problema, pois nessas duas técnicas o problema de estimação dos estados e o problema de definição do controlador são baseados na mesma métrica, diferentemente da metodologia aqui proposta, que não define a forma de estimação dos estados. Outro ponto diferente em relação ao uso de controladores é a simultaneidade da estimação que ocorre no caso dos controladores, embora seja realizada somente uma vez no processo de definição da estrutura de controle.

De um modo geral, o processo de definição da matriz de ganhos e da estrutura de controle tenta garantir através de um pareamento um a um que o sistema possua o desempenho o mais próximo possível de um sistema ótimo, segundo o critério LQR. Entretanto, esse processo de definição de estrutura de controle apresenta sensibilidade ao grau de não linearidade do sistema. Quanto mais distantes forem os valores dos elementos da matriz \mathbf{A}_{mf} , para cada trecho de operação, maiores serão as diferenças entre os valores característicos do sistema do ponto de projeto para o ponto de operação (distinto ao de projeto) e, conseqüentemente, maior a possibilidade do sistema ser instável ou de não atender aos requisitos de desempenho.

Seguem na próxima seção alguns exemplos de aplicação da metodologia proposta.

8.3 Aplicação da Metodologia Proposta

8.3.1 Aplicação a Sistemas Estabilizáveis em Malha Fechada

O controlador do tipo LQR garante que o sistema em malha fechada será estabilizável se o sistema for observável e controlável (GRIMBLE e KUCERA, 1996). Para uma matriz de ganhos sem alguns elementos, que é o caso do uso de estruturas de controle com pareamentos um a um, a estabilidade não é necessariamente garantida. Nessa seção são apresentados exemplos em que não é necessário o processo de repovoamento para a garantia da estabilidade.

¹Norma H_2 é definida como

$$\|\mathbf{F}\|_2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(\mathbf{F}^T(-j\omega) \cdot \mathbf{F}(j\omega)) d\omega, \quad (8.13)$$

sendo que \mathbf{F} consiste em uma matriz de funções quadrado integráveis no eixo imaginário.

Como exemplo, considere um sistema arbitrário, em que a representação em espaço de estado é definida por,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (8.14)$$

em que a matriz \mathbf{A} desse sistema linear arbitrário é definida por,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.0260 & -0.0450 & -0.0881 & 0.1616 & 0.0686 & -0.1174 & -0.2001 & -0.2303 & 0.3192 \\ 0.0433 & -0.2110 & 0.1564 & 0.0670 & -0.0781 & -0.0180 & 0.3082 & 0.0128 & 0.0374 \\ -0.0522 & 0.0914 & -0.0310 & 0.1835 & 0.0212 & -0.1286 & -0.0155 & -0.4851 & -0.0146 \\ -0.1516 & 0.0336 & -0.1976 & 0.3160 & 0.1547 & 0.1997 & 0.0732 & 0.1968 & 0.0413 \\ 0.0067 & -0.1384 & 0.0238 & 0.0397 & -0.3115 & 0.0291 & 0.0051 & 0.2108 & -0.0007 \\ 0.3415 & 0.0579 & 0.4230 & 0.1653 & -0.1512 & 0.0429 & 0.0767 & -0.0410 & 0.1016 \\ -0.2353 & 0.2917 & -0.0196 & -0.0017 & -0.0069 & 0.1944 & 0.1353 & -0.1300 & -0.0058 \\ 0.1535 & 0.1196 & 0.0204 & -0.2149 & 0.0923 & 0.5023 & -0.2211 & -0.1368 & 0.0449 \\ 0.1621 & 0.0204 & -0.2143 & 0.1828 & 0.0011 & -0.0741 & 0.0100 & 0.0771 & 0.0420 \end{pmatrix} \quad (8.15)$$

e a matriz \mathbf{B} desse sistema linear arbitrário é,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.4402 & -0.1988 & 0.2979 & -2.0136 & 0.7827 & -0.7948 & 0.2888 & 0.1241 & 0.9134 \\ 0 & 0.4002 & -1.7670 & 0.4857 & 0 & 2.2424 & 0.7003 & 0 & -0.6582 \\ -1.1164 & -1.1672 & 0 & 0 & -1.7498 & -1.2242 & 1.0542 & 0 & 0 \\ 0.6996 & -0.4413 & -0.5564 & 0 & -0.3128 & 0.9776 & -1.4399 & 1.6208 & 0.2946 \\ -0.7382 & 0 & 0 & 0 & -0.8978 & 0 & 0 & -1.2762 & 0.3198 \end{pmatrix}. \quad (8.16)$$

Para o cálculo da matriz de ganhos do controlador LQR, inicialmente deve ser solucionada a equação algébrica de Riccati (ARNOLD e LAUB, 1984) para encontrar a matriz \mathbf{P} da Equação (6.131), incógnita necessária para a definição da matriz de ganhos do controlador LQR. A matriz de ganhos do controlador LQR calculada através do processo citado para esse dado sistema é,

$$\mathbf{K}_{\text{lqr}} = \begin{pmatrix} 0.1680 & 0.0892 & -0.0055 & -0.0620 & 0.0312 & -0.0073 & -0.0303 & 0.0498 & -0.0030 \\ 0.0059 & 0.1343 & 0.0324 & 0.0714 & 0.0054 & -0.0784 & 0.0718 & 0.0629 & 0.0140 \\ -0.0259 & 0.1628 & 0.0779 & 0.0499 & 0.0923 & -0.0262 & -0.0513 & -0.1535 & 0.0158 \\ 0.0188 & -0.0264 & -0.0733 & 0.1807 & 0.1998 & 0.0180 & -0.0650 & 0.0690 & 0.0072 \\ 0.2028 & -0.0292 & 0.1326 & 0.0405 & 0.3584 & 0.0166 & 0.0441 & 0.1188 & -0.0270 \end{pmatrix}. \quad (8.17)$$

Como definido pela Equação (8.3), a matriz de sensibilidade encontrada para

esse controlador é,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda} = \begin{pmatrix} 5.0e3 & 0.002 & 7.85e-6 & 0.415 & 1.48e-5 & 1.13e-e6 & 1.7 & 0.432 & 8.64e-e6 \\ 0 & 0 & 66.28e3 & 4.2e3 & 0.0 & 15.5 & 84.5 & 12.7e3 & 0.0 \\ 0.3 & 291.316 & 14.4e3 & 13.9e3 & 48.3e3 & 0 & 6.1 & 1.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0002 & 0.001 & 0 & 0 & 82.107 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.310 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.18)$$

Calculada a matriz de sensibilidade, o processo de seleção dos elementos mais sensíveis é realizado. A matriz de ganhos resultante da seleção dos elementos mais sensíveis é,

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0.1680 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0324 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0923 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0650 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3584 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.19)$$

Os valores característicos do sistema com pareamento que utiliza somente uma variável de controle por variável manipulada são diferentes dos encontrados pelo sistema baseado em LQR; porém, devem no mínimo atender ao critério de estabilidade. A Figura 8.2 mostra os pólos em malha fechada dos dois sistemas.

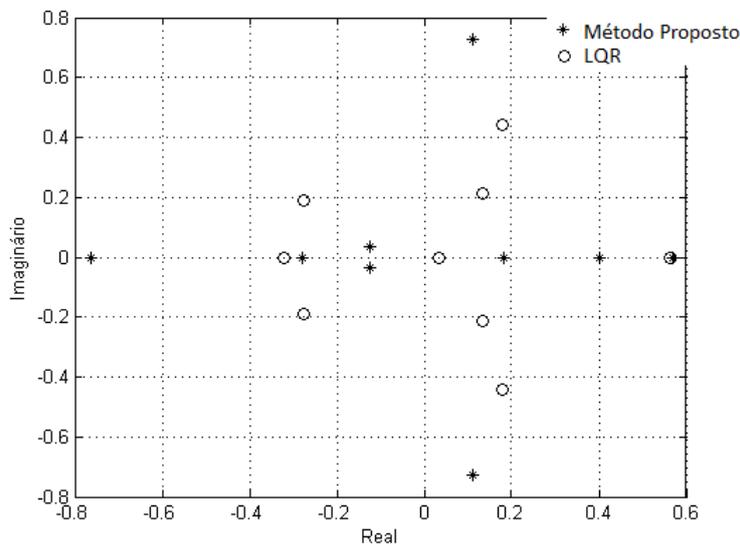


Figura 8.2: Pólos do sistema de teste do procedimento LQR.

Nesse caso não foi necessário o repovoamento da matriz de ganhos, pois o sistema em malha fechada resultante permaneceu estável e se aproximou em termos de desempenho dinâmico do sistema controlado com o uso do controlador LQR. Como

previsto pela localização dos pólos, o sistema apresenta um comportamento estável saindo do estado,

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \quad (8.20)$$

para o estado,

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8.21)$$

A resposta temporal para o sistema em malha fechada dos estados é ilustrada na Figura 8.3. Como pode ser observado, o comportamento foi assintoticamente para o estado de interesse.

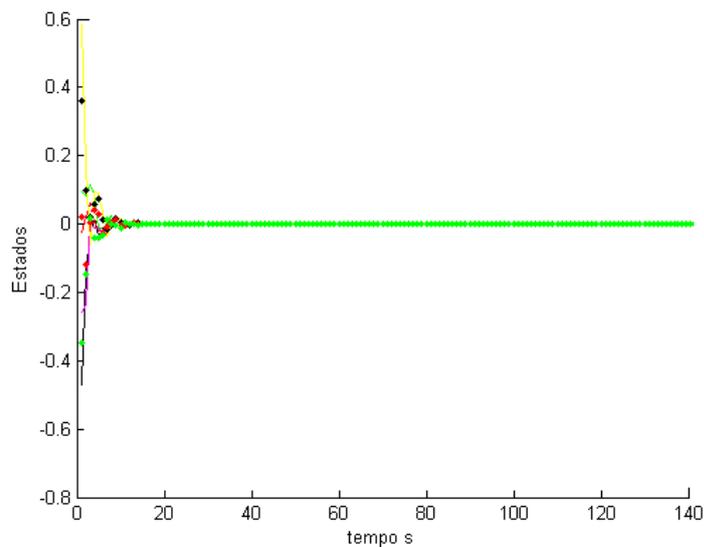


Figura 8.3: Resposta temporal do sistema de teste do procedimento LQR.

A resposta temporal para o sistema em malha fechada da variáveis manipuladas é ilustrada na Figura 8.4. O comportamento das variáveis manipuladas foi considerado adequado, retornando para zero após as ações de controle do início do período de teste.

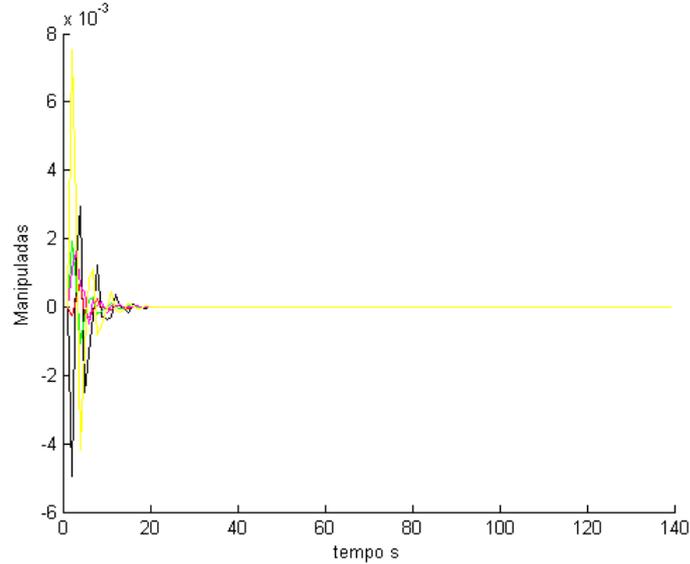


Figura 8.4: Trajetória das manipuladas do sistema de teste do procedimento LQR.

Nesse exemplo foi vista a eficácia da metodologia proposta para a classe de sistema que não requerem o processo de repovoamento da matriz de ganhos, ou matriz da estrutura.

8.3.2 Sistema Estabilizável em Malha Fechada via Repovoamento

Como comentado anteriormente nesse capítulo, a seleção inicial de variáveis a serem controladas utilizando a metodologia proposta pode levar a sistemas instáveis em malha fechada. Nessa seção é apresentado um exemplo em que inicialmente ocorre a instabilização em malha fechada. Para a estabilização, é realizado então o processo de repovoamento da matriz de ganhos.

Considere o sistema arbitrário descrito pela matriz \mathbf{A} dada por,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -0.3286 & -0.3384 & -0.3692 & -0.2536 \\ -0.3384 & -0.5081 & 0.4105 & 0.1170 \\ -0.3692 & 0.4105 & 0.2445 & -0.1155 \\ -0.2536 & 0.1170 & -0.1155 & -0.5342 \end{pmatrix}. \quad (8.22)$$

e pela matriz \mathbf{B} ,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0.4419 & 0 & 0 & -0.3313 \\ 1.7727 & 0.6247 & 0.4195 & 0 \\ 0 & 1.2614 & 0.1706 & -0.8419 \end{pmatrix}. \quad (8.23)$$

Resolvendo a matriz de ganhos do controlador LQR, obtém-se:

$$\mathbf{K}_{\text{lqr}} = \begin{pmatrix} 1.0051 & 0.1259 & -0.1010 & 0.1347 \\ -0.1206 & 0.5193 & -0.1328 & -0.0955 \\ -0.1302 & -0.3257 & 0.5781 & 0.1900 \end{pmatrix}. \quad (8.24)$$

Realizando a análise de sensibilidade de acordo com o proposto nas Equações (8.2) e (8.3), obtém-se a seguinte matriz de sensibilidade $\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda}$,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda} = \begin{pmatrix} 0.0408 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0004 \\ 0.0794 & 0.1096 & 0.0251 & 0.0602 \\ 0.5776 & 0.8468 & 0.0968 & 1.0707 \end{pmatrix}. \quad (8.25)$$

Nesse caso, a matriz de ganhos encontrada sem o processo de povoamento é,

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.0051 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5193 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1900 \end{pmatrix}. \quad (8.26)$$

Os valores característicos do sistema com pareamento que utiliza somente uma variável de controle por variável manipulada são diferentes dos encontrados pelo sistema baseado em LQR original. Nessa primeira aproximação, a restrição de estabilidade não é atendida, tornando o sistema em malha fechada instável. A Figura 8.5 mostra os valores característicos em malha fechada do sistema controlado pelo LQR original e pelo controlador com dimensão reduzida.

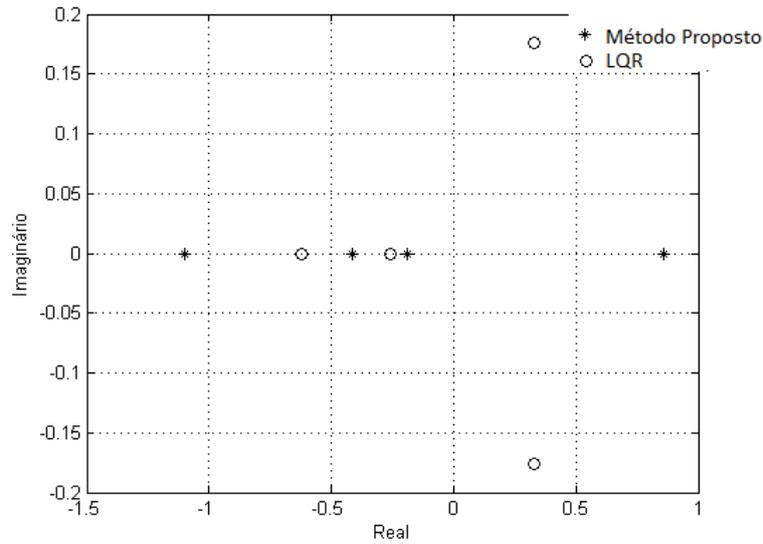


Figura 8.5: Pólos do problema antes do processo de repovoamento no procedimento LQR.

Como previsto no diagrama de pólos, a resposta temporal do sistema com dimensão reduzida apresenta instabilidade. A Figura 8.6 mostra a resposta temporal do sistema com dimensão reduzida.

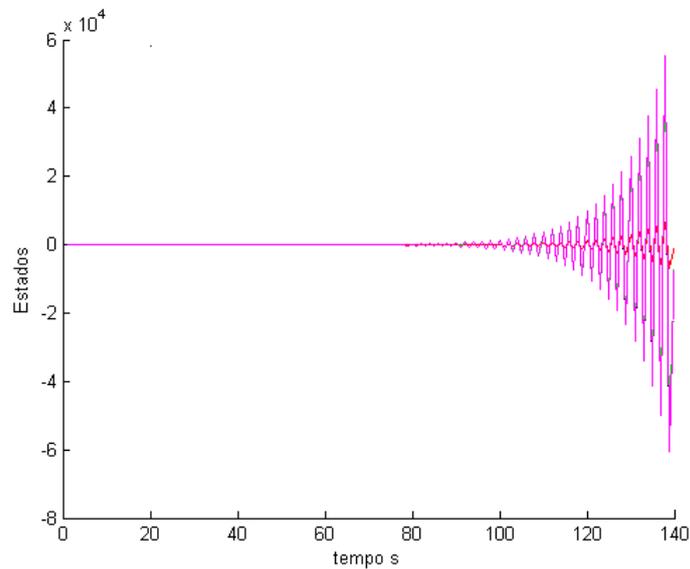


Figura 8.6: Resposta temporal dos estados não povoado no procedimento LQR.

Para estabilizar o sistema, foi utilizado o procedimento de repovoamento da matriz de ganhos, como apresentado na Seção 8.2.1. Nesse processo foram inseridos os elementos restantes com maior sensibilidade aos valores característicos. Segue na

Equação (8.27) a nova matriz de ganhos após o processo de povoamento,

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.0051 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5193 & -0.1328 & 0 \\ 0 & -0.3257 & 0 & 0.1900 \end{pmatrix}. \quad (8.27)$$

Nesse caso, o processo de repovoamento realizou duas iterações para atingir a estabilidade. Após o processo de repovoamento da matriz, os pólos foram deslocados para dentro do círculo unitário, aproximando-se do sistema em malha fechada obtido com a matriz de ganhos original, como mostra a Figura 8.7.

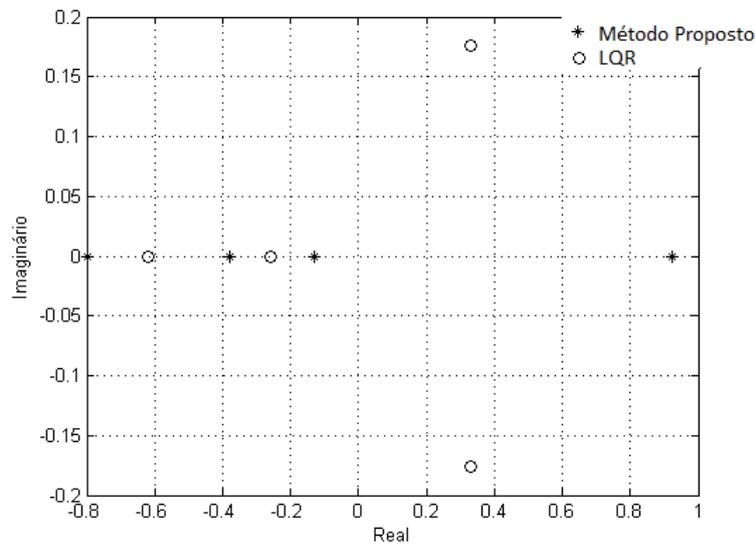


Figura 8.7: Pólos do sistema após o processo de repovoamento da matriz de ganhos no procedimento LQR.

Como previsto pela localização dos pólos, a resposta temporal do sistema em malha fechada apresenta um comportamento estável. Para o teste temporal, o sistema sai do estado,

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \quad (8.28)$$

para o estado,

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8.29)$$

Segue na Figura 8.8 a resposta temporal do sistema após o processo de repovoamento.

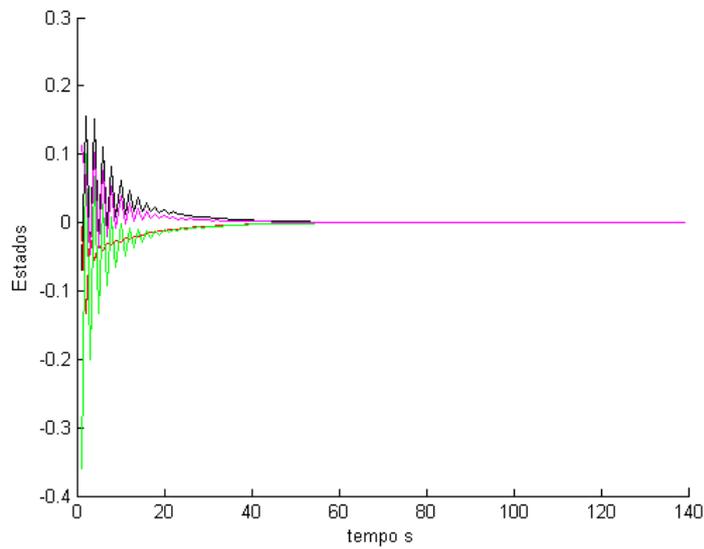


Figura 8.8: Resposta temporal dos estados após o processo de repovoamento no procedimento LQR.

A resposta temporal para o sistema em malha fechada das variáveis manipuladas é ilustrada na Figura 8.9.

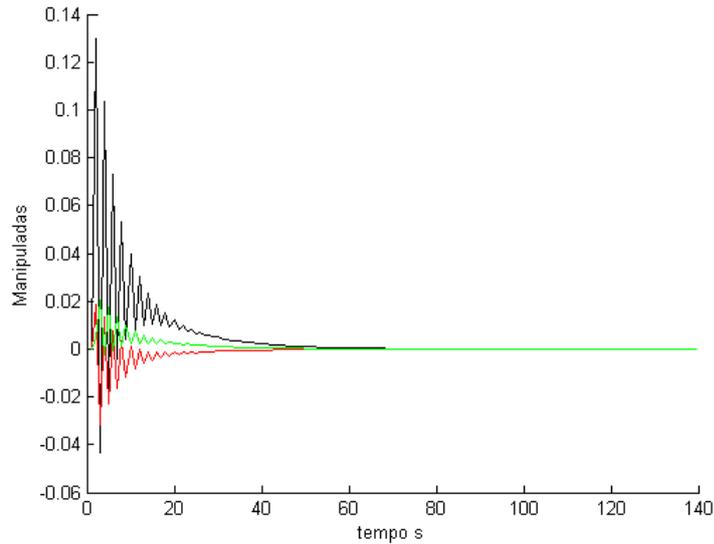


Figura 8.9: Resposta temporal das variáveis manipuladas após o processo de repovoamento no procedimento LQR.

Como era previsto, o sistema tornou-se estável, com uma estrutura de controle intermediária entre os sistema controlado via pareamentos um a um e o controlador LQR com matriz de ganhos completa.

Nos dois exemplos numéricos, foi apresentada a utilização da metodologia proposta, sem o uso do processo de repovoamento e com o uso do processo de repovoamento. Nos dois casos, a matriz de ganhos, onde a estrutura de controle está embutida, possui dimensão reduzida em relação ao controlador original, porém com desempenho subótimo. Isso demonstra que o método apresenta maior ênfase na estabilização do sistema, mesmo com controladores de baixa complexidade, como é o caso do controlador puramente proporcional, e na minimização do número de elementos que compõem a variável controlada.

8.3.3 Aplicação no problema do Reator de Van Vusse

Diferentemente dos problemas não fenomenológicos apresentados anteriormente, em que o modelo em espaço de estados é existente, primeiramente é necessária uma etapa de obtenção do modelo na forma de espaço de estados. Essa etapa pode ser realizada por meio da linearização de modelos fenomenológicos em um determinado ponto de operação ou através de um processo de identificação, caso o modelo seja encarado como um sistema caixa preta. Para exemplificar o processo via identificação, o primeiro passo que deve ser executado é o de excitação do sistema. Para a excitação do sistema, foram utilizados sinais do tipo PRBS (*Pseudo Random Binary Sequence*) (AGUIRRE, 2007). A Figura 8.10 mostra os sinais de excitação

utilizados.

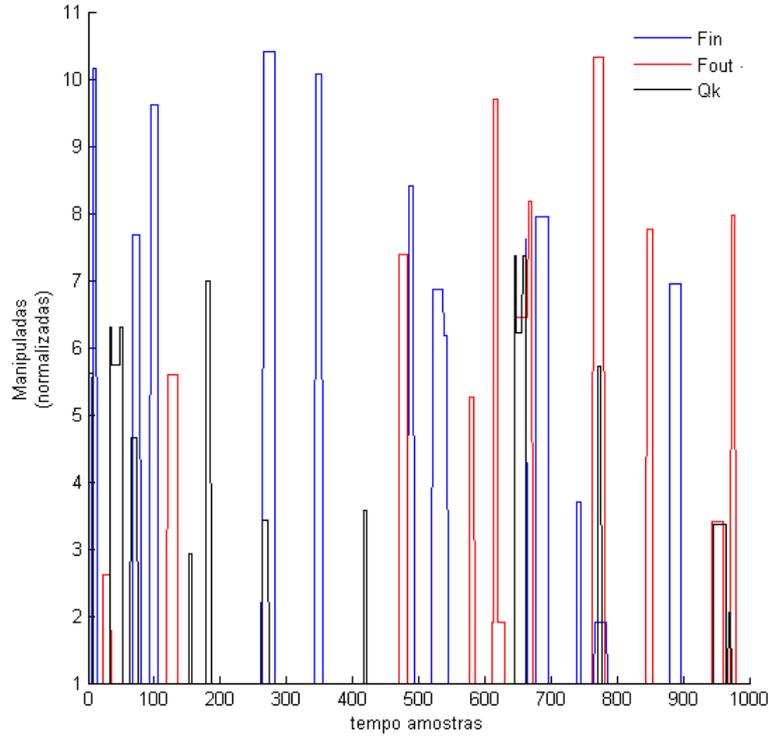


Figura 8.10: Sinais de excitação nas variáveis manipuladas F_{in} , F_{out} e Q_k .

Após a excitação do sistema, foi utilizado o método PEM (*Predictor Error Estimate*) (LJUNG, 1987) do Matlab para a estimação dos parâmetros. Esse método resultou em alguns problemas de convergência, pois, aparentemente, a resposta obtida é muito dependente da estimativa inicial inserida. Para facilitar o processo de identificação utilizado, foi necessário o uso de uma solução inicial, com resposta próxima à real para a convergência da otimização. As Equações (8.30) e (8.31) mostram a solução inicial utilizada para a matriz \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A}_{ini} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & -0.5 \end{pmatrix}, \quad (8.30)$$

e para a matriz \mathbf{B} ,

$$\mathbf{B}_{\text{ini}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5.2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8.31)$$

Após o processo de identificação, via o método PEM, foi obtido o seguinte sistema linearizado pela identificação:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -0.1066 & 0.1600 & 0.2943 & -0.1452 & 0.2079 \\ 0.7536 & 0.2879 & -0.2930 & -0.1679 & -0.0774 \\ 0.1535 & 0.1987 & 0.6447 & -0.2129 & -0.0921 \\ -0.2577 & 0.1769 & 0.3152 & -0.3012 & 0.5500 \\ -0.1855 & 0.0611 & 0.1912 & 0.5304 & -0.5210 \end{pmatrix}. \quad (8.32)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.8188 & -0.4044 & -0.0175 \\ 4.9948 & 0.8004 & 0.0412 \\ -0.0088 & -0.6672 & 0.0289 \\ 0.8749 & -0.5620 & -0.0951 \\ 0.0410 & -0.0063 & 0.1643 \end{pmatrix}. \quad (8.33)$$

Com o sistema linearizado disponível, definindo que as matrizes de ponderação (\mathbf{Q} e \mathbf{R}) sejam iguais à matriz identidade e utilizando a Equação (6.134), chega-se à seguinte matriz de ganhos para o controlador LQR,

$$\mathbf{K}_{\text{lqr}} = \begin{pmatrix} 0.1990 & 0.0282 & 0.0189 & -0.0086 & -0.0489 \\ 0.1847 & 0.4929 & -0.2797 & 0.2629 & -0.4655 \\ -0.0101 & -0.0941 & 0.9456 & 0.1953 & -0.2463 \end{pmatrix}. \quad (8.34)$$

Dada a matriz de ganhos, o algoritmo de seleção de variáveis é iniciado com a obtenção da matriz $\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda}$, de acordo com as Equações (8.3) e (8.2),

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda} = \begin{pmatrix} 327.853 & 33184.553 & 15.101 & 537669.368 & 7329.291 \\ 230.103 & 1.341 & 1.091 & 3.4686e-07 & 0.304 \\ 1.468e-10 & 3.545e-06 & 8.866e-06 & 3.001e-10 & 2.395 \end{pmatrix}. \quad (8.35)$$

Definida a matriz $\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda}$, o procedimento de seleção dos elementos com maior

sensibilidade pode ser realizado, obtendo-se a seguinte estrutura de controle,

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.0086 & 0 \\ 0.1847 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2463 \end{pmatrix}, \quad (8.36)$$

que corresponde aos seguintes pareamentos:

$$F_{in} \rightarrow T; \quad (8.37)$$

$$F_{out} \rightarrow V; \quad (8.38)$$

$$Q_k \rightarrow T_k. \quad (8.39)$$

Nesse caso, com o uso do do modelo em espaço de estados linearizado, o sistema apresentou um comportamento estável, pois os pólos em malha fechada estão dentro do círculo unitário. As posições dos pólos da malha fechada são apresentadas na Figura 8.11.

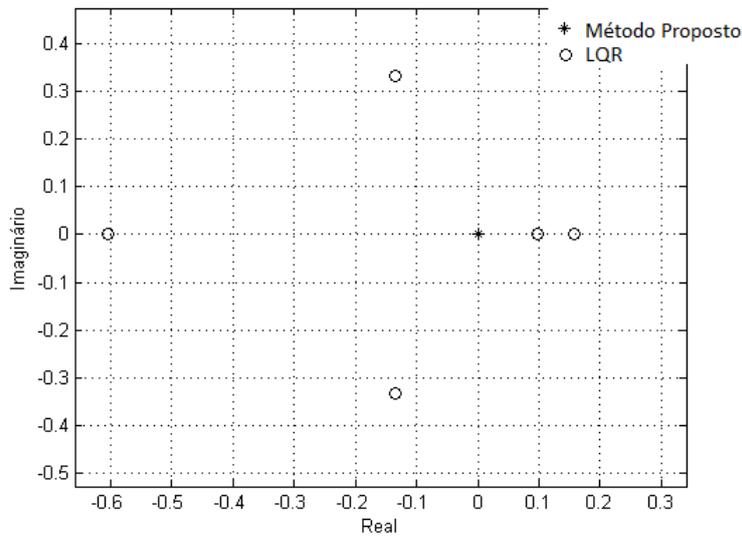


Figura 8.11: Pólos do reator de Van de Vusse no procedimento LQR.

Como previsto pela localização dos pólos, os estados apresentam comportamento estável, migrando para outro estado de maneira assintótica. O volume do reator manteve-se dentro dos limites operacionais, não sendo atingidos os limites de *trip* de nível do reator.

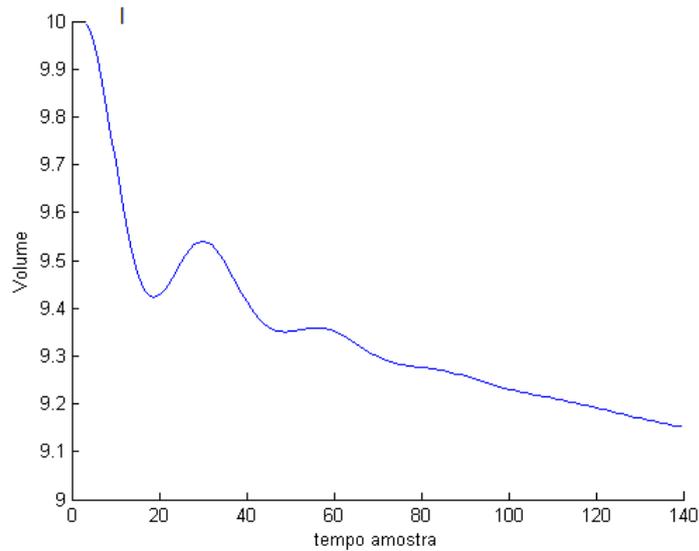


Figura 8.12: Resposta temporal do volume do reator no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.

As concentrações do reator se estabilizaram em novos patamares, também sendo mantidas dentro dos limites operacionais.

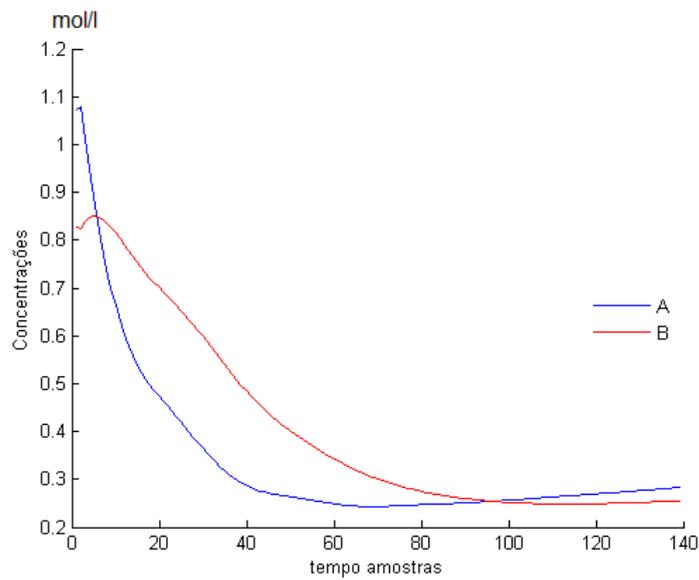


Figura 8.13: Resposta temporal das concentrações no reator no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.

Semelhantemente ao caso da concentração, as temperaturas estabilizaram em novo patamar, também sendo mantidas dentro dos limites operacionais.

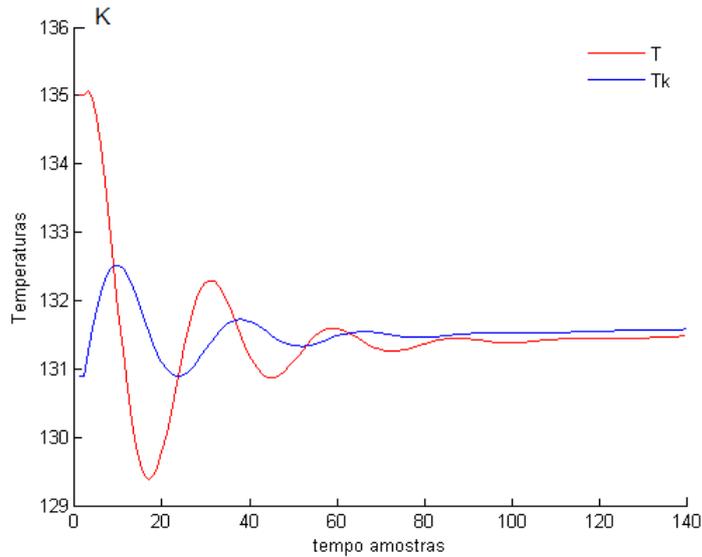


Figura 8.14: Resposta temporal das malhas de temperatura no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.

A resposta temporal para o sistema em malha fechada da variáveis manipuladas é ilustrada na Figura 8.15.

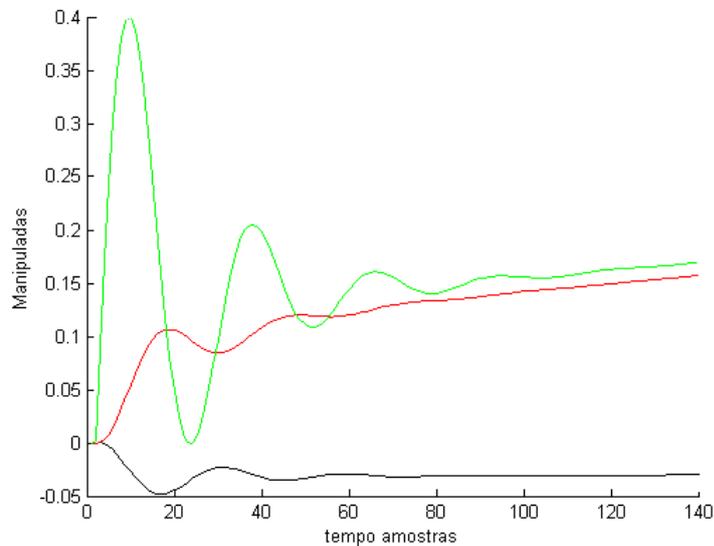


Figura 8.15: Resposta temporal das variáveis manipuladas no problema de controle do reator de Van de Vusse com procedimento LQR.

De uma maneira geral, a metodologia proposta apresentou um comportamento adequado, mesmo com o uso de controladores puramente proporcionais. O comportamento assintótico e estável demonstra a possibilidade do uso de controladores do tipo PID para a correção de *offset*, propiciando a possibilidade de um controle regulatório adequado para objetivos industriais.

8.3.4 Aplicação na Coluna de Destilação

O sistema utilizado para essa avaliação da técnica baseada em controladores LQR é o mesmo utilizado na seção 7.1.2. Como no caso do reator de Van de Vusse, nesse caso a linearização das equações é bastante complexa, pois a resposta do sistema depende de diversas iterações e de termos com equações algébrico-diferenciais dentro de cada iteração. Dessa forma, optou-se por uma abordagem mais prática para a obtenção da resposta em espaço de estados, através de um processo de identificação, como ocorrido no exemplo anterior.

Nesse caso o processo de excitação não foi realizado, sendo utilizada a resposta em malha fechada mostrada na seção 7.5.1 para a obtenção dos modelos em espaço de estados. Mesmo não sendo o processo ideal de excitação, pois não existe a garantia que todos os modos de excitação necessários foram utilizados, essa abordagem foi bastante proveitosa, principalmente em razão das respostas integradoras estarem controladas. Para que não ocorra influência da escala de cada unidade de medição, os dados de entrada foram escalonados entre 0 e 1.

De modo semelhante ao exemplo do reator de Van de Vusse, foi utilizada uma identificação para a obtenção das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , por meio do método PEM. A seguinte matriz \mathbf{A} foi encontrada,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}
 -0.041 & -0.001 & -0.009 & -0.026 & 0.013 & -0.052 & -0.011 & -0.007 & -0.022 & -0.025 & 0.011 & -0.020 & -0.017 & -0.036 & -0.007 & -0.042 & 0.013 & -0.030 & -0.025 & -0.004 & -0.019 \\
 -0.028 & 0.080 & 0.071 & 0.111 & 0.056 & -0.029 & 0.122 & 0.179 & -0.061 & -0.085 & -0.094 & -0.068 & -0.140 & -0.014 & 0.212 & -0.040 & -0.033 & -0.028 & -0.041 & 0.028 & -0.102 \\
 -0.028 & 0.064 & 0.029 & 0.075 & 0.078 & 0.016 & 0.106 & 0.110 & -0.042 & -0.025 & -0.079 & -0.047 & -0.097 & -0.027 & 0.156 & -0.013 & -0.022 & 0.017 & -0.029 & 0.038 & -0.061 \\
 -0.005 & 0.087 & 0.061 & 0.067 & 0.046 & 0.015 & 0.118 & 0.209 & -0.012 & -0.037 & -0.083 & -0.059 & -0.083 & -0.031 & 0.140 & -0.031 & -0.021 & 0.014 & -0.038 & 0.021 & -0.058 \\
 -0.062 & 0.097 & 0.038 & 0.052 & 0.027 & 0.009 & 0.097 & 0.155 & -0.079 & -0.089 & -0.052 & -0.091 & -0.108 & -0.001 & 0.131 & -0.037 & -0.041 & -0.052 & -0.002 & 0.001 & -0.056 \\
 -0.023 & 0.029 & -0.019 & 0.033 & 0.028 & -0.029 & 0.002 & 0.001 & -0.009 & -0.054 & -0.044 & -0.042 & 0.012 & -0.003 & 0.034 & -0.010 & -0.019 & -0.032 & -0.005 & 0.040 & -0.032 \\
 -0.028 & 0.139 & 0.087 & 0.104 & 0.106 & -0.022 & 0.102 & 0.188 & -0.061 & -0.074 & -0.059 & -0.099 & -0.120 & 0.006 & 0.192 & -0.012 & -0.002 & 0.011 & -0.040 & 0.001 & -0.073 \\
 -0.050 & 0.221 & 0.126 & 0.188 & 0.103 & -0.008 & 0.217 & 0.273 & -0.049 & -0.108 & -0.048 & -0.053 & -0.134 & -0.017 & 0.285 & 0.007 & 0.080 & 0.034 & 0.014 & 0.063 & -0.117 \\
 -0.051 & 0.000 & -0.006 & 0.002 & -0.003 & -0.046 & -0.025 & -0.051 & -0.051 & -0.001 & 0.010 & -0.047 & -0.010 & -0.013 & -0.041 & -0.017 & -0.052 & -0.033 & -0.049 & -0.044 & 0.015 \\
 -0.016 & -0.023 & -0.023 & -0.069 & -0.061 & -0.020 & -0.036 & -0.105 & -0.016 & -0.022 & -0.028 & -0.037 & 0.033 & -0.013 & -0.048 & 0.011 & -0.060 & -0.002 & -0.042 & -0.007 & 0.012 \\
 -0.019 & -0.047 & -0.047 & -0.048 & -0.075 & -0.020 & -0.052 & -0.033 & -0.016 & -0.004 & -0.050 & -0.023 & -0.041 & -0.032 & -0.084 & 0.004 & -0.047 & -0.030 & -0.013 & -0.066 & 0.014 \\
 -0.002 & -0.053 & -0.029 & -0.068 & -0.005 & -0.014 & -0.032 & -0.074 & -0.034 & 0.010 & 0.012 & -0.026 & 0.025 & -0.026 & -0.027 & -0.013 & 0.013 & -0.011 & -0.014 & 0.008 & -0.032 \\
 0.012 & -0.080 & -0.002 & -0.079 & -0.005 & -0.040 & -0.081 & -0.117 & 0.008 & -0.011 & 0.043 & -0.019 & -0.013 & -0.004 & -0.114 & -0.030 & -0.024 & 0.014 & 0.013 & -0.012 & 0.009 \\
 -0.032 & 0.005 & -0.041 & -0.021 & 0.020 & -0.050 & 0.016 & 0.042 & -0.033 & -0.053 & -0.029 & -0.037 & -0.075 & -0.055 & 0.006 & -0.054 & -0.004 & -0.055 & 0.005 & -0.028 & -0.009 \\
 -0.019 & 0.205 & 0.122 & 0.113 & 0.138 & -0.012 & 0.148 & 0.309 & -0.018 & -0.112 & -0.118 & -0.069 & -0.130 & 0.034 & 0.246 & -0.051 & 0.057 & -0.008 & -0.005 & 0.058 & -0.086 \\
 -0.025 & -0.028 & -0.037 & 0.009 & 0.020 & -0.003 & -0.012 & -0.021 & 0.001 & -0.055 & -0.037 & -0.035 & -0.070 & 0.008 & -0.019 & -0.060 & -0.029 & -0.021 & -0.013 & -0.044 & -0.010 \\
 0.012 & 0.036 & 0.019 & 0.036 & 0.025 & -0.037 & 0.008 & 0.017 & -0.033 & -0.027 & 0.000 & -0.022 & -0.026 & 0.010 & 0.052 & 0.006 & -0.023 & -0.029 & -0.031 & 0.005 & -0.054 \\
 -0.020 & 0.033 & 0.018 & -0.022 & -0.004 & -0.026 & -0.012 & 0.046 & -0.006 & -0.045 & -0.016 & -0.047 & -0.021 & -0.049 & 0.024 & 0.012 & -0.009 & -0.034 & -0.028 & 0.007 & -0.007 \\
 -0.013 & 0.021 & 0.027 & 0.025 & 0.033 & 0.009 & 0.019 & -0.013 & -0.029 & -0.037 & -0.037 & -0.016 & -0.020 & -0.021 & -0.013 & -0.006 & -0.007 & -0.015 & -0.046 & -0.044 & -0.037 \\
 -0.013 & 0.031 & 0.017 & 0.047 & 0.023 & -0.017 & 0.045 & 0.077 & -0.050 & -0.039 & -0.075 & -0.042 & -0.049 & 0.011 & 0.033 & -0.026 & -0.040 & -0.035 & 0.000 & -0.029 & -0.017 \\
 -0.032 & -0.039 & -0.081 & -0.083 & -0.049 & -0.028 & -0.047 & -0.083 & -0.043 & -0.037 & -0.018 & -0.011 & -0.023 & -0.021 & -0.043 & -0.036 & -0.047 & -0.024 & -0.032 & -0.066 & -0.040
 \end{pmatrix}, \tag{8.40}$$

e a matriz \mathbf{B} encontrada foi,

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.0808459 & -0.00313836 & -0.00145846 & 0.00262925 & 0.00161163 & 8.46171e - 006 \\ 0.472756 & 0.0897904 & 0.0625684 & 0.056458 & 0.0604492 & 0.0662436 \\ 0.28822 & 0.0528232 & 0.0485842 & 0.0539076 & 0.0142962 & 0.0476998 \\ 0.377529 & 0.0918157 & 0.0435988 & 0.0395982 & 0.0692241 & 0.0719596 \\ 0.331714 & 0.0796343 & 0.033981 & 0.0334666 & 0.0609342 & 0.0637876 \\ 0.0658511 & 0.029596 & 0.00472604 & 0.00682097 & 0.00515499 & 0.0503845 \\ 0.467551 & 0.083306 & 0.0545314 & 0.0607526 & 0.075542 & 0.0610877 \\ 0.609117 & 0.105062 & 0.119104 & 0.077945 & 0.0809133 & 0.0790798 \\ -0.0472201 & -0.0164571 & 0.0145299 & -0.0123318 & -0.0131425 & -0.0125908 \\ -0.104802 & -0.0228338 & -0.0314675 & -0.0163528 & -0.0172751 & -0.0165534 \\ -0.0876988 & -0.0238938 & 0.0538863 & -0.0174678 & -0.0160911 & -0.018231 \\ -0.101271 & -0.0229724 & -0.0290819 & -0.0154388 & -0.0169127 & -0.0180741 \\ -0.159223 & -0.0322708 & -0.0428902 & -0.0238319 & -0.0244994 & -0.0233416 \\ 0.0807578 & 0.00555367 & 0.030245 & -0.0018998 & 0.0167965 & -0.0014462 \\ 0.617885 & 0.104866 & 0.11803 & 0.080342 & 0.0781641 & 0.0807226 \\ 0.0534236 & 0.000730667 & 0.0320799 & 0.00264608 & -0.00862874 & 0.00220652 \\ 0.0791406 & 0.00405226 & 0.0262173 & 0.00797213 & -0.00263199 & 0.00405125 \\ 0.0737325 & 0.00678821 & 0.00958708 & 0.0101527 & -0.00146543 & 0.0045589 \\ 0.0719824 & 0.00634136 & -0.000768503 & 0.00870259 & 0.00306698 & 0.0059552 \\ 0.163975 & 0.0251252 & 0.0031514 & 0.0215676 & 0.0164828 & 0.0212271 \\ -0.0554749 & -0.0176972 & -0.00578794 & -0.0180056 & -0.00505624 & -0.0163176 \end{pmatrix}. \quad (8.41)$$

Repetindo o processo utilizado nos exemplos anteriores, o procedimento para o cálculo da matriz de ganhos do controlador LQR gerou

a seguinte matriz de ganhos,

$$\mathbf{K}_{\text{Iqr}} = \begin{pmatrix} 0.40 & 0.09 & 0.02 & 0.08 & 0.04 & -0.08 & 0.17 & 0.28 & -0.04 & -0.09 & -0.08 & -0.06 & -0.13 & 0.01 & 0.25 & -0.01 & 0.04 & 0.01 & 0.00 & 0.04 & -0.09 \\ -0.11 & 1.02 & 0.01 & 0.02 & 0.01 & -0.01 & 0.03 & 0.05 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.05 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 \\ -0.11 & 0.02 & 0.99 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.03 & 0.05 & -0.01 & -0.02 & -0.02 & -0.01 & -0.03 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.02 \\ -0.08 & 0.01 & 0.00 & 1.01 & 0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.04 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 \\ -0.08 & 0.01 & 0.00 & 0.01 & 1.00 & -0.01 & 0.03 & 0.04 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 \\ -0.08 & 0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.99 & 0.02 & 0.04 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & -0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 \end{pmatrix}. \quad (8.42)$$

A matriz de sensibilidade dos elementos da matriz de ganhos em relação ao produto dos valores característicos encontrada foi,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}_\lambda} = \begin{pmatrix} 4.2e-11 & 1.2e-01 & 0.0 & 0.0 & 6.9e-22 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 5.1e-17 & 0.0 & 3.2e-09 & 1.4e-13 & 0.0 & 0.0 & 3.8e-22 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 3.0e-15 & 0.0 & 0.0 & 2.2e-17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 4.8e-12 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 4.0e-17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.8e-22 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}. \quad (8.43)$$

Seguindo o critério de seleção dos elementos da matriz de ganhos em função da matriz de sensibilidade D_{k_λ} é,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.08 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.99 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.99 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.44)$$

A localização dos pólos de malha fechada do sistema linearizado estão localizadas dentro do círculo unitário, como pode ser mostrado a Figura 8.16.

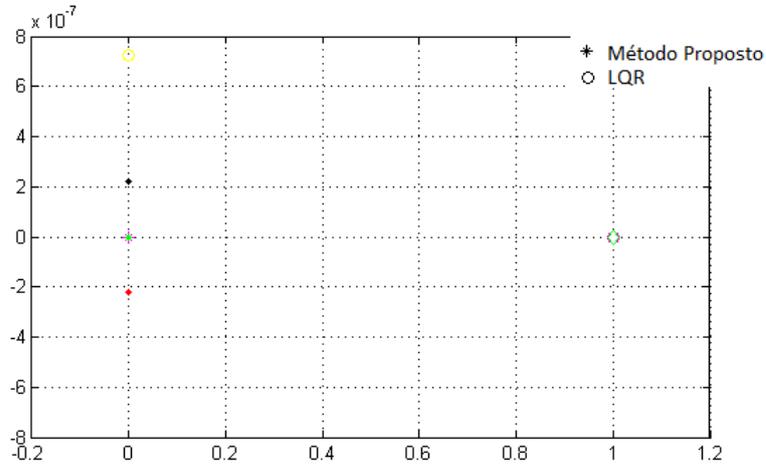


Figura 8.16: Pólos do sistema linearizado em malha fechada resultante.

A estrutura de controle encontrada para a coluna de destilação foi:

$$M_{O_{val4}} \rightarrow V_1, \quad (8.45)$$

$$LT_{sump} \rightarrow V_2, \quad (8.46)$$

$$LT_{vaso} \rightarrow V_3, \quad (8.47)$$

$$P_{vaso} \rightarrow V_4, \quad (8.48)$$

$$P_{torre} \rightarrow V_5, \quad (8.49)$$

$$M_{O_{val4}} \rightarrow V_6. \quad (8.50)$$

A estrutura de controle encontrada selecionou para o pareamento variáveis ligadas diretamente às restrições de operação, nível do vaso de topo, pressão do vaso de topo, nível do fundo da coluna e pressão da coluna, além da vazão de vapor para o

refervedor de fundo. Foi pareada a variável controlada ligada à vazão do refervedor de fundo da coluna com a manipulação da vazão de retirada de fundo da coluna (V_1), esse pareamento não é o mais evidente para o controle da vazão do refervedor, porém existe relação entre a carga térmica necessária para o sistema e a vazão do sistema de fundo da coluna. Nesse processo de seleção de variáveis controladas também foi considerada importante a relação entre a vazão do refervedor de fundo e a manipulação da válvula (V_6). Essa relação visa promover a regulação da pressão da coluna da torre devido ao aumento da vazão de vapor do refervedor de fundo da coluna. Os outros pareamentos encontrados foram ligados às restrições, mostrando os efeitos dessas variáveis nos valores característicos em malha fechada do sistema. A pressão da coluna foi pareada com a válvula da entrada da unidade (V_5), importante para o controle de inventário de todas as seções da coluna. Esse pareamento, mesmo que não convencional, demonstra o efeito da pressão da coluna no modo de oscilação de todas as outras variáveis do sistema. Os pareamentos entre os níveis, que são relações importantes em estruturas de controle convencionais, também foram identificados como variáveis importantes para o controle de todo o sistema, mesmo que os pareamentos encontrados não sejam os mais populares. No caso do nível do vaso de topo foi encontrada uma relação com a válvula (V_3), pareamento encontrado em alguns vasos de topo de colunas de fracionamento de óleo térmico em UPGN's, porém menos populares em colunas desetanizadoras. Esse pareamento mostra como o efeito da despressurização pode afetar o nível do vaso de topo. O nível do fundo da coluna de destilação foi pareado com a variável manipulada ligada à vazão de refluxo (V_2), esse efeito pode ser visto de forma indireta, em que o aumento da vazão de refluxo reduz a vazão dos componentes pesados que sobem para o topo da coluna, aumentando a vazão de líquido para o fundo da coluna de destilação.

Um dos pontos frágeis dessa metodologia, como qualquer outro método baseado em teoria de controle e modelagem para a definição das estruturas de controle, é a sensibilidade ao modelo para a definição da estrutura de controle. Desse modo, vê-se como necessário um processo de identificação bastante acurado ou a inserção de uma margem de robustez para a garantia de estabilidade.

8.3.5 Aplicação no Problema de Tennessee Eastman

O sistema utilizado para a avaliação da metodologia é o mesmo utilizado na Seção 5.2. O processo de aplicação da metodologia foi semelhante ao realizado nas outras plantas. Inicialmente foi realizada uma identificação com o sistema em malha aberta, com exceção dos controles de inventário (nível do reator, nível do vaso separador, nível da stripper e pressão do reator), que tiveram suas malhas fechadas para evitar *trips* durante a identificação. Para a excitação, inicialmente foi utilizado,

semelhantemente aos outros casos, o processo PRBS. A Figura 8.17 mostra os sinais utilizados durante o processo de excitação da planta.

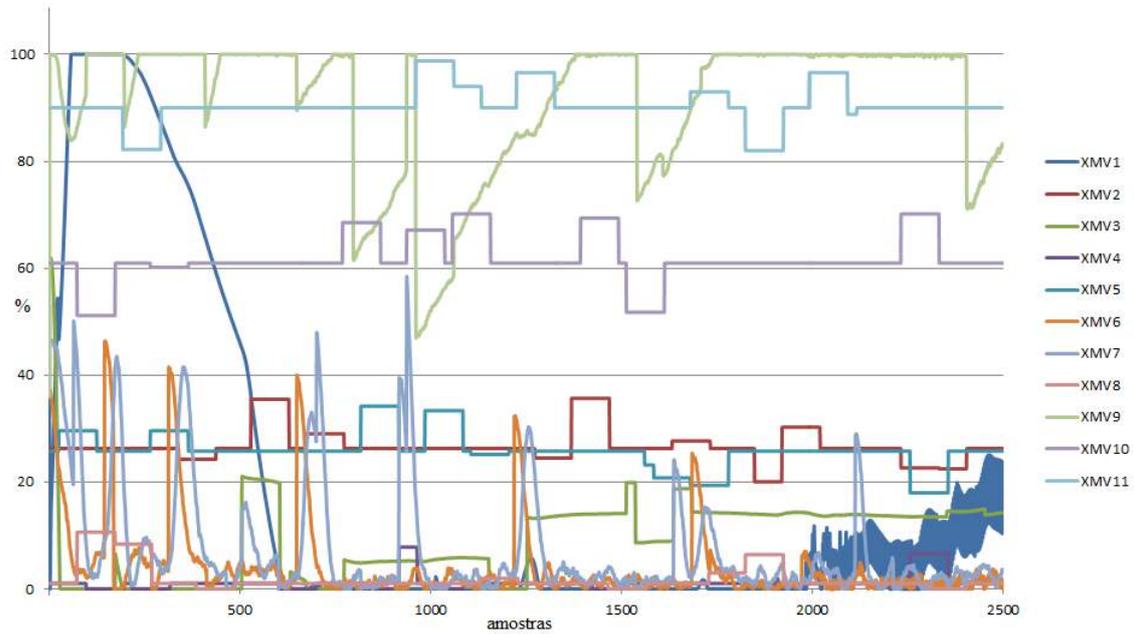


Figura 8.17: Identificação do sistema de Tennessee Eastman.

Semelhantemente aos outros casos, após a excitação foi realizado o processo de identificação utilizando o método PEM para a obtenção do modelo linearizado em espaço de estados. Para evitar problemas numéricos durante a identificação, os dados foram todos normalizados entre 0 e 1, sendo o modelo em espaço de estados encontrado referente ao modelo escalonado. Para encontrar os valores reais da planta, seria necessária a multiplicação dos valores das respostas do modelo pelas respectivas escalas. Nesse processo foram encontradas as seguintes matrizes do sistema:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}
 0.227 & 0.010 & -0.013 & -0.049 & 0.060 & 0.024 & -0.039 & -0.007 & -0.012 & -0.010 & -0.019 & 0.005 & -0.075 & 0.038 & -0.005 & -0.025 & 0.015 & -0.006 & -0.004 & 0.044 & -0.024 & -0.012 \\
 0.033 & 0.192 & 0.029 & -0.003 & 0.005 & 0.064 & 0.052 & 0.002 & 0.014 & 0.032 & -0.010 & 0.014 & -0.019 & -0.028 & 0.034 & 0.024 & 0.024 & 0.012 & 0.027 & -0.016 & 0.006 & -0.034 \\
 -0.053 & -0.009 & 0.171 & 0.019 & 0.035 & 0.045 & -0.063 & -0.035 & 0.106 & 0.052 & 0.077 & 0.037 & -0.048 & -0.040 & 0.100 & -0.026 & 0.027 & 0.069 & 0.013 & 0.047 & 0.016 & 0.015 \\
 0.007 & 0.026 & 0.027 & 0.075 & 0.044 & 0.039 & 0.083 & 0.007 & 0.002 & -0.003 & 0.063 & 0.010 & 0.087 & 0.002 & 0.036 & 0.081 & -0.008 & 0.012 & -0.032 & 0.046 & 0.069 & 0.090 \\
 -0.013 & 0.054 & -0.010 & 0.065 & 0.025 & 0.016 & 0.063 & 0.080 & 0.010 & 0.052 & 0.067 & 0.047 & 0.083 & -0.026 & 0.068 & 0.016 & 0.009 & 0.023 & 0.012 & 0.035 & 0.000 & -0.011 \\
 -0.049 & 0.011 & 0.026 & 0.062 & 0.075 & 0.036 & 0.114 & 0.109 & 0.018 & -0.026 & 0.034 & 0.032 & 0.105 & -0.034 & 0.001 & 0.059 & 0.004 & -0.022 & -0.026 & 0.046 & 0.018 & 0.016 \\
 -0.009 & 0.029 & -0.073 & 0.120 & 0.075 & 0.089 & 0.099 & 0.138 & -0.003 & 0.031 & 0.004 & 0.052 & 0.138 & 0.019 & -0.068 & 0.102 & -0.089 & 0.002 & 0.070 & 0.003 & -0.005 & -0.026 \\
 0.003 & -0.017 & -0.059 & 0.113 & 0.047 & 0.097 & 0.093 & 0.109 & -0.068 & 0.009 & 0.062 & -0.019 & 0.079 & -0.049 & -0.001 & 0.156 & -0.062 & 0.014 & 0.018 & 0.036 & 0.050 & -0.037 \\
 0.020 & 0.062 & 0.053 & 0.026 & -0.021 & 0.084 & 0.037 & -0.025 & 0.019 & 0.048 & 0.014 & 0.050 & 0.002 & 0.064 & -0.010 & -0.019 & 0.087 & 0.003 & -0.026 & -0.029 & 0.089 & 0.019 \\
 -0.009 & 0.027 & 0.018 & 0.024 & 0.060 & 0.002 & 0.075 & 0.132 & 0.035 & 0.098 & 0.011 & -0.011 & 0.077 & 0.030 & -0.032 & 0.070 & 0.010 & -0.003 & -0.012 & 0.018 & 0.044 & 0.005 \\
 -0.026 & 0.019 & 0.063 & 0.041 & -0.007 & 0.073 & 0.028 & 0.061 & 0.066 & 0.014 & 0.013 & -0.021 & 0.028 & 0.026 & 0.038 & -0.004 & 0.068 & -0.011 & 0.023 & 0.052 & 0.004 & 0.068 \\
 0.072 & 0.035 & 0.068 & -0.056 & 0.016 & 0.011 & -0.071 & -0.019 & 0.090 & 0.055 & 0.025 & 0.063 & -0.097 & 0.063 & 0.104 & -0.088 & 0.052 & 0.080 & -0.037 & 0.083 & 0.025 & 0.031 \\
 -0.034 & 0.007 & -0.022 & 0.060 & 0.111 & 0.111 & 0.053 & 0.074 & -0.021 & 0.013 & 0.071 & 0.079 & 0.055 & -0.015 & -0.023 & 0.059 & -0.050 & -0.002 & 0.050 & 0.001 & 0.056 & -0.012 \\
 0.038 & 0.011 & 0.007 & -0.050 & -0.078 & -0.024 & 0.034 & -0.017 & 0.082 & 0.039 & 0.055 & -0.002 & 0.045 & 0.164 & -0.016 & 0.063 & 0.094 & -0.013 & 0.043 & -0.008 & 0.013 & 0.058 \\
 0.062 & 0.067 & 0.083 & -0.033 & -0.023 & -0.021 & -0.046 & -0.026 & 0.069 & 0.066 & 0.021 & 0.044 & -0.070 & 0.044 & 0.063 & -0.087 & 0.118 & 0.076 & -0.044 & 0.067 & 0.051 & 0.026 \\
 -0.047 & 0.001 & -0.072 & 0.083 & 0.061 & 0.170 & 0.174 & 0.121 & 0.006 & 0.024 & 0.046 & 0.027 & 0.165 & -0.006 & -0.019 & 0.134 & -0.095 & 0.065 & 0.052 & 0.012 & 0.023 & 0.038 \\
 0.034 & -0.002 & 0.054 & 0.006 & -0.066 & 0.003 & 0.024 & -0.015 & 0.023 & 0.068 & 0.031 & -0.037 & -0.007 & 0.068 & 0.011 & 0.029 & 0.222 & 0.012 & 0.008 & -0.013 & 0.049 & 0.026 \\
 0.041 & 0.039 & 0.129 & 0.004 & 0.037 & -0.065 & -0.065 & -0.057 & 0.065 & 0.028 & 0.057 & 0.068 & -0.031 & 0.024 & 0.125 & -0.099 & 0.059 & 0.084 & -0.021 & 0.015 & 0.013 & 0.027 \\
 0.014 & 0.047 & -0.039 & -0.037 & 0.035 & -0.024 & 0.077 & 0.031 & 0.000 & 0.005 & -0.033 & 0.043 & 0.021 & 0.042 & -0.046 & 0.006 & -0.013 & 0.057 & 0.272 & 0.058 & 0.051 & 0.017 \\
 0.082 & 0.105 & -0.006 & 0.048 & -0.008 & -0.033 & 0.048 & 0.076 & -0.008 & 0.056 & 0.065 & 0.093 & -0.041 & -0.017 & 0.053 & -0.021 & 0.045 & 0.116 & -0.013 & 0.040 & -0.002 & 0.055 \\
 -0.010 & 0.007 & 0.024 & 0.037 & 0.025 & -0.003 & 0.028 & -0.003 & 0.006 & 0.054 & 0.071 & 0.013 & 0.032 & 0.050 & 0.015 & -0.008 & 0.043 & 0.048 & -0.039 & -0.007 & 0.006 & -0.002 \\
 -0.021 & -0.017 & 0.039 & 0.086 & -0.032 & 0.039 & 0.031 & 0.014 & 0.037 & 0.031 & 0.027 & 0.001 & 0.051 & 0.040 & 0.031 & -0.028 & 0.064 & 0.047 & -0.011 & 0.037 & 0.012 & -0.005
 \end{pmatrix} \tag{8.51}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix}
 0.0233 & -0.0611 & 0.6625 & 0.0361 & -0.0138 & 0.0032 & 0.0045 & -0.0059 & 0.0218 & 0.0352 & 0.0139 & 0.0029 \\
 0.6321 & -0.0024 & 0.0289 & 0.0289 & 0.0222 & 0.0156 & -0.0315 & -0.0168 & 0.0063 & -0.0413 & -0.0175 & 0.0135 \\
 0.0303 & 0.5262 & -0.0374 & -0.0382 & -0.0052 & -0.0378 & 0.0408 & -0.0146 & 0.0436 & 0.0270 & -0.0013 & -0.0589 \\
 -0.0342 & -0.0385 & 0.0090 & 0.3627 & -0.0418 & -0.0381 & -0.0216 & -0.0135 & -0.0370 & -0.0160 & -0.0472 & -0.0360 \\
 -0.0069 & -0.0522 & -0.0260 & 0.1311 & 0.0953 & 0.0567 & -0.1014 & -0.1086 & 0.0229 & 0.1227 & 0.0315 & 0.0603 \\
 0.0253 & -0.0120 & -0.0772 & 0.2055 & 0.0082 & -0.0436 & -0.0141 & -0.0184 & 0.0207 & 0.0507 & -0.0121 & 0.0432 \\
 0.0043 & -0.1061 & -0.1378 & 0.2629 & 0.0294 & -0.0291 & 0.0179 & -0.0014 & 0.0110 & 0.1512 & 0.0125 & 0.0893 \\
 0.0188 & -0.1677 & -0.0959 & 0.2035 & 0.0968 & 0.0775 & -0.0499 & -0.1078 & 0.0182 & 0.2104 & 0.0715 & 0.1261 \\
 -0.0061 & 0.0838 & -0.0261 & 0.0860 & -0.0198 & -0.0176 & 0.0589 & 0.0572 & -0.0126 & -0.0507 & -0.0145 & -0.0241 \\
 -0.0297 & -0.0535 & -0.0297 & 0.1150 & -0.0249 & 0.4012 & -0.0374 & 0.0043 & 0.0060 & -0.0393 & -0.0643 & 0.0256 \\
 0.0152 & 0.0582 & -0.0305 & 0.1478 & 0.0075 & 0.0229 & 0.0301 & 0.0580 & -0.0067 & 0.0018 & -0.0062 & 0.0263 \\
 0.0417 & 0.1823 & 0.0564 & 0.0040 & 0.0326 & 0.1550 & -0.0041 & -0.0360 & 0.0444 & 0.0586 & 0.0568 & 0.0418 \\
 -0.0361 & -0.1026 & -0.1094 & 0.2234 & 0.0546 & -0.0268 & -0.0275 & -0.0481 & -0.0036 & 0.0865 & -0.0085 & 0.0443 \\
 -0.0740 & 0.0124 & 0.0192 & -0.0265 & -0.0604 & -0.0106 & 0.5654 & 0.0870 & -0.0083 & -0.0084 & 0.0075 & 0.0195 \\
 0.0242 & 0.1702 & 0.0776 & -0.0441 & -0.0168 & 0.1317 & 0.0796 & 0.0773 & -0.0595 & 0.1004 & 0.0338 & -0.0057 \\
 0.0218 & -0.1361 & -0.1309 & 0.2617 & 0.0446 & -0.0609 & -0.0208 & -0.0563 & -0.0078 & 0.1440 & 0.0039 & 0.0702 \\
 0.0314 & -0.0118 & 0.0117 & -0.0270 & 0.0445 & 0.0013 & 0.1354 & 0.6072 & -0.0338 & -0.0256 & 0.0173 & -0.0358 \\
 -0.0124 & 0.2608 & 0.0335 & -0.0193 & 0.0118 & 0.1406 & 0.0319 & 0.0149 & 0.0525 & 0.0665 & 0.0641 & 0.0351 \\
 -0.0269 & -0.0704 & -0.0675 & -0.0626 & -0.0267 & -0.0191 & -0.0051 & -0.0108 & 0.6968 & 0.0330 & 0.0066 & -0.0638 \\
 0.0558 & 0.0869 & 0.0669 & 0.0133 & 0.0430 & 0.1914 & 0.0146 & -0.0193 & 0.0379 & 0.1792 & 0.0996 & 0.1181 \\
 -0.0072 & 0.0720 & -0.0175 & 0.0861 & -0.0247 & -0.0147 & 0.0365 & 0.0827 & 0.0202 & -0.0632 & -0.0245 & -0.0221 \\
 -0.0001 & 0.0233 & 0.0018 & 0.0746 & -0.0241 & -0.0293 & 0.0406 & 0.0533 & -0.0016 & -0.0708 & -0.0231 & -0.0226
 \end{pmatrix} \quad (8.52)$$

Aplicando o processo de projeto do controlador LQR, o procedimento de seleção e o processo de repovoamento da matriz de ganhos, foi encontrado a seguinte estrutura de controle:

$$\Gamma = \begin{pmatrix}
 \mathbf{0.932} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & \mathbf{0.856} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.905} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.913} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.994} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & \mathbf{-0.020} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.012} & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.903} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{-0.003} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\
 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & \mathbf{0.980} & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000
 \end{pmatrix}$$

(8.53)

Os pareamento encontrados são apresentado na Tabela 8.1.

Tabela 8.1: Pareamentos indicados para o processo de Tennessee Eastman com o procedimento LQR.

Manipulada	Variável controlada
XMV1	Carga A
XMV2	Carga D
XMV3	Carga E
XMV4	Carga A e C
XMV5	Vazao de reciclo
XMV6	Carga E
XMV7	Pressão na <i>stripper</i>
XMV8	Vazão de vapor para a <i>stripper</i>
XMV9	Potência do compressor
XMV10	Vazão de purga
XMV11	Vazão de fundo do separador
XMV12	Nível do separador

Alguns pareamentos foram bastante óbvios, como no caso da Carga A e C com a variável manipulada XMV4 (abertura da válvula ligada à vazão da carga A e C), a vazão de reciclo com a variável manipulada XMV5 (abertura da válvula ligada à vazão de reciclo). As cargas A, D e E foram pareadas como razões de vazões. A carga A foi pareada com a variável manipulada XMV1 (abertura da válvula ligada à vazão da carga D). Esse pareamento apresenta uma relação com a reação 5.37 e tem o objetivo de manter a estequiometria da reação. A carga D foi pareada com a XMV2 (abertura da válvula ligada à vazão da carga E). Esse pareamento possui o sentido de manter as relações entre os produtos H e G. A vazão de vapor da *stripper* foi pareada à variável manipulada XMV8 (vazão de fundo da *stripper*). Esse pareamento tenta manter a razão entre a vazão de fundo da *stripper*, com o produto, e a vazão de vapor inserida na *stripper*, sendo essa configuração bastante comum na indústria em colunas absorvedoras.

Alguns pareamentos não foram de interpretação óbvia, como no caso do nível do separador com a variável manipulada XMV12 (velocidade do agitador do reator). É o caso da potência do compressor, que foi pareada com a variável manipulada XMV9 (válvula de vapor da *stripper*). Esses casos não possuem explicação de processo específica, porém foram considerados importantes para manter os valores característicos de malhas fechada nas proximidades do sistema controlado pelo respectivo controlador LQR.

Nesse procedimento o problema é visto na forma irrestrita, sendo uma das razões

pelas quais não aparecem alguns pareamentos relacionados às restrições, que são frequentes em outros métodos, como visto na Seção 5.3.3. Esse mesmo efeito foi verificado no exemplo da coluna de destilação, em que a vazão de fundo da coluna não foi pareada com o nível da coluna. Assim, pode-se concluir que o pareamento mínimo, com o uso do controlador puramente proporcional, que possui o comportamento dinâmico mais próximo do respectivo controlador LQR, não inclui necessariamente as variáveis de restrição. Essa deficiência do método pode ser compensada com o uso de estratégias do tipo *override* para o pareamento das variáveis ligadas às restrições de processo. O pareamento das variáveis ligadas às restrições pode ser realizado por meio do método apresentado na Seção 5.1 ou pela introdução do problema LQR com restrições (HASSAN e BOUKAS, 2008; JOHANSEN *et al.*, 2002) na metodologia proposta.

8.4 Conclusões

O uso de controladores do tipo LQR como base para o desenvolvimento de estruturas de controle constitui uma solução simples e de fácil aplicação, desde que o modelo linearizado do sistema esteja disponível. Um dos pontos positivos dessa metodologia é o emprego de uma estrutura de controle simples que prioriza o uso de pareamento um a um, utilizando combinação linear de variáveis somente nos casos em que o critério de estabilidade não seja atendido. Nos casos em que os sistemas são controláveis e observáveis, a estabilidade do controlador utilizando a matriz de ganhos original é garantida, sendo sempre possível encontrar uma matriz intermediária que torne o sistema em malha fechada estável.

A técnica foi empregada em diversos exemplos e mostrou-se viável para todos os casos, mesmos em sistemas com complexidade mais elevada. Os pontos críticos da metodologia são a necessidade de usar modelos linearizados, que não necessariamente estão disponíveis para todos os sistemas e para todos os pontos de operação, e o tratamento irrestrito do problema de controle, que não prioriza o uso das variáveis ligadas às restrições nos pareamentos.

Outro ponto de atenção é a robustez em relação a não linearidades, pois em alguns casos pode ocorrer degradação de desempenho não tolerável. Para esses casos, o uso de mais de uma estrutura de controle baseada em controladores LQR pode ser utilizada, com adaptação proposta em função das necessidades do processo.

Capítulo 9

Conclusões e Trabalhos Futuros

9.1 Conclusões

Nesse trabalho foram apresentados uma revisão da bibliografia disponível na área de controle global de plantas e algumas abordagens para a solução do problema de definição de estruturas de controle. Na primeira parte desse trabalho foram apresentadas metodologias baseadas em modelos estáticos do processo. Após a revisão bibliográfica, foi apresentado um exemplo com o propósito de avaliar uma das classes de técnicas baseadas no uso de controle auto-otimizante. No capítulo seguinte foi inserida uma abordagem com a intenção de elevar o grau de robustez de técnicas de otimização com ênfase na solução do problema de definição de estruturas de controle. Com a intenção de resolver o problema de definição de estruturas de controle com o uso de modelos estáticos, foi apresentada uma metodologia inédita que aborda o problema com ênfase no controle das restrições, na linearidade e na sensibilidade das variáveis selecionadas.

Na segunda parte desse trabalho foram apresentadas metodologias e estudos sobre o uso de modelos dinâmico no problema de definição de estruturas de controle. No Capítulo 6 foram apresentados alguns aspectos teóricos sobre o problema de definição de estruturas de controle, como a formalização do problema e o uso de otimização dinâmica para o estudo teórico do problema. Em decorrência de algumas conclusões relatadas no Capítulo 6, foram propostas no Capítulo 7 abordagens com o uso de conceitos de otimização dinâmica. No Capítulo 8 foi apresentada uma metodologia para a definição de estruturas de controle baseada em controladores do tipo LQR.

O uso de técnicas baseadas em modelos estáticos apresentam uma limitação intrínseca que pode ser somente compensada, porém nunca será anulada, que é o desconhecimento da trajetória. Para soluções de âmbito prático e de uso específico, essa classe de algoritmos pode ser de grande valia; porém, em termos formais, do

ponto de vista matemático, nunca atenderão a critérios no espaço onde se encontra a solução.

Como mostrado no Capítulo 4, uma melhoria possível para a solução desse tipo de problema é a avaliação da robustez dos pontos de projeto de estruturas de controle, com a intenção de inserir um critério de escolha entre dois pontos ótimos locais. No trabalho em questão, os critérios utilizados levaram em conta as características de concavidade do ponto ótimo. Esse critério obteve sucesso nos exemplos aplicados, sendo possível a sua utilização em problemas de dimensões superiores como forma de auxílio de outros algoritmos de seleção de estruturas de controle.

Outra abordagem baseada em modelos estáticos foi apresentada no Capítulo 5. Nesse caso, foi introduzida uma solução dessa classe de problemas, quando há a separação em duas camadas de controle, controle regulatório e controle supervisorio, semelhantemente a outras técnicas. Os resultados encontrados no exemplo apresentado foram adequados, mesmo não sendo possível afirmar que a solução seja ótima.

Devido à falta de formalização da bibliografia atual em relação ao problema de definição de estruturas de controle, foi proposta uma abordagem com um conteúdo mais matemático. Nesse sentido, viu-se a necessidade de acoplamento do problema de definição de estrutura de controle com a definição do controlador. De uma forma mais ampla, viu-se que o problema de controle de sistemas dinâmicos pode ser caracterizado como um problema de conservação de certas grandezas, que são dependentes das métricas definidas. Nesse mesmo sentido, foi introduzido o estudo da métrica do regulador linear quadrático que, segundo os desenvolvimentos teóricos apresentados, gera uma naturalmente uma estrutura de controle ótima no sentido definido na tese.

Das conjecturas e teoremas encontrados no Capítulo 6, surgiram algumas propostas para formulação de métodos que utilizam condições de otimalidade em problemas dinâmicos. No Capítulo 7 foram apresentadas abordagens do problema com baixo nível de uso de heurísticas, em que o tratamento do problema de definição da estrutura de controle está associado à trajetória ótima. A primeira aproximação utilizada, em que a abordagem inicial é a de obtenção da trajetória ótima para um posterior enquadramento de controladores e estruturas capazes de gerar a trajetória requerida, não foi muito bem sucedida, muito pela dificuldade de encontrar uma solução ótima que atenda aos critérios de Pontryagin. Desse modo, do ponto de vista da aplicabilidade, essa abordagem mostrou-se pouco viável, mesmo que conceitualmente seja a abordagem mais próxima do problema ideal. Nesse cenário, outras formas de solucionar o problema de definição de estruturas de controle com algumas heurísticas surgiram.

Uma forma simples de resolução desse problema foi a solução proposta na Seção 7.4. Nessa proposta foi utilizada uma solução em que a sintonia de um controlador PID e a matriz de combinação de variáveis é obtida com o uso de método de

otimização estocástico. Um ponto interessante observado nessa abordagem foi o comportamento misto entre a camada regulatória e econômica em uma única camada, com a vantagem de aumentar a abstração entre os objetivos que sistema deve alcançar e a estrutura de controle proposta. Essa abordagem apresenta alta carga computacional, não sendo a mais adequada para problemas de grandes proporções, como no caso da análise de unidades inteiras de refino.

Como o problema, em sua forma original e de grande dimensão, não pode ser resolvido, surgem espaços para a proposição de heurísticas de projeto de estruturas de controle, como a apresentada no Capítulo 8. Nessa heurística partiu-se do princípio de simplificação da estrutura de controle, priorizando pareamento do tipo um a um, como geralmente implementado em casos práticos, partindo-se de uma solução dada como ótima em uma determinada métrica, no caso a métrica LQR. Tendo em vista essas duas diretrizes, foi proposta uma metodologia em que o ponto de início é o controlador LQR, que é simplificado de modo que as características dinâmicas sejam preservadas. Essa metodologia apresenta como pontos fortes a facilidade e a simplicidade, caso o modelo em espaço de estados esteja disponível. O ponto mais frágil da metodologia é a necessidade de usar um modelo em espaço de estados. Para o caso não linear, pode ser necessária a disponibilidade de mais de um modelo em espaço de estado em cada ponto de operação.

De uma maneira geral, as quatro metodologias inéditas apresentadas apresentam a sua aplicabilidade e suas deficiências. Em alguns casos não são excludentes, podendo ser aplicadas de forma conjunta. Isso é especialmente verdadeiro para a técnica de avaliação de robustez de ponto de operação ótimo, que poderia ser aplicada em casos de otimização dinâmica ou estática, aplicadas ao problema de definição de estruturas de controle. As abordagens dinâmicas conceitualmente estão mais próxima da solução utópica, porém requerem modelos dinâmicos que nem sempre estão disponíveis nas etapas de projetos de unidades de refino.

As técnicas apresentadas nesse trabalho não fecham a questão sobre a melhor forma de definir as estruturas de controle, permanecendo em aberto o problema. As razões pelas quais esse problema permanece aberto são diversas, mas algumas das questões mais relevantes para isso são:

- Inexistência de uma métrica de desempenho universal para essa classe de problemas;
- Acoplamento entre a estrutura de controle e o controlador;
- Ferramentas de otimização dinâmica incipientes para algumas aplicações;
- Necessidade de robustez das estruturas em modelos com perturbações não medidas.

Como cada problema de definição de estruturas de controle pode ter uma métrica diferente e, conseqüentemente, uma estrutura de controle diferente, a possibilidade de uso de combinações lineares ou não aumenta mais ainda o número de possibilidades de estruturas de controle. Desse modo, é possível afirmar que essa classe de problemas pode resultar em infinitas outras técnicas.

O acoplamento do controlador no problema de definição de estrutura de controle reduz a complexidade do problema, inserindo uma restrição de igualdade que a trajetória dinâmica deve seguir; porém, aumenta a complexidade do problema, se pensarmos na infinidade de controladores que podem ser implementados, mudando o problema em função da escolha do controlador.

Atualmente as ferramentas de otimização dinâmica são incipientes para a solução de um problema qualquer de otimização dinâmica em tempo hábil de projeto, mesmo para unidades de processos químicos de porte médio. Desse modo, soluções integradas de definição de estrutura e dos controladores que sigam a trajetória ótima de controle não são viáveis em problemas práticos.

Outro ponto bastante complicado para uma solução universal desse tipo de problema é robustez das estruturas de controle. Semelhantemente às métricas de desempenho, as métricas de robustez também apresentam infinitas possibilidades e, conseqüentemente, a possibilidade de infinitas estruturas de controle viáveis.

Como principais contribuições desse trabalho, podem ser citadas o uso de conceitos de robustez para o projeto de estruturas de controle em metodologias baseadas em modelos estáticos, que eram abordadas somente com o viés de controle. Cita-se também o uso de conceitos de linearidade em conjunto com os de sensibilidade das variáveis controladas para a seleção de variáveis de controle que, apesar de intuitivo, não são conceitos aplicados conjuntamente nessa classe de problemas. A formalização teórica de alguns conceitos aplicados à seleção de variáveis de controle pode ser importante para futuros problemas práticos, com a sedimentação teórica sobre o assunto. Destaca-se o uso de variáveis invariantes no caminho ótimo que, pelo menos conceitualmente, fomentam a ideia da existência de um par estrutura de controle e controladores ideais. Também pode ser destacada a aplicação dos conceitos teóricos que levam ao uso de técnicas baseadas em otimização dinâmica, que mostram utilidade para problemas de pequena dimensão. Por último, porém não menos relevante, destacam-se os controladores LQR, que são aplicados a conceitos já bastante sedimentados em outras áreas do controle, mas que podem encontrar amplo uso na forma proposta nessa tese.

9.2 Trabalhos Futuros

A solução de problemas de definição de estruturas de controle permite que diversas novas metodologias sejam desenvolvidas, pois permanece um problema aberto. O uso de técnicas que analisem e aumentem o grau de robustez de cada solução é um dos ramos que podem requerer um aprofundamento nesse ramo da área de controle de processos. O estudo de métricas de robustez baseadas em métodos de aproximação dos valores característicos, como ovais de Cassini ou técnicas baseadas em geometria hiperbólica, podem ser avaliadas.

Ainda no ramo de otimização com variáveis incertas, o uso de técnicas de otimização incerta, com uso das distribuições de probabilidades das variáveis empregadas no processo de otimização, podem dar um senso estatístico ao problema, com a obtenção do grau de confiança da estrutura projetada.

As ferramentas e os conceitos de otimização dinâmica apresentam alta aplicabilidade para a solução de problemas de estruturas de controle. Com essas ferramentas é possível, mesmo que do ponto de vista teórico, encontrar a melhor estrutura de controle para um dado controlador, com ênfase na trajetória ótima.

Referências Bibliográficas

- AGUIRRE, L. A., 2007, *Introdução a identificação de sistemas Técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas Teoria e Aplicação*. Belo Horizonte, Brasil, Editora UFMG.
- ALSTAD, V., 2005, *Studies on selection of controlled variables*. Tese de D.Sc., NTNU, Trondheim, Noruega.
- ALSTAD, V., SKOGESTAD, S., 2007, “Null Space Method for Selecting Optimal Measurement Combination as Control Variables”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 1, n. 46, pp. 846–853.
- ANDREANI, R., HAESER, G., MARTÍNEZ, J., 2010, “On sequential optimality conditions for smooth constrained optimization”, *Journal of Optimization*.
- ANTELO, L. T., OTERO-MURAS, I., BANGA, J. R., et al., 2007, “A systematic approach to plant-wide control based on thermodynamics”, *Journal of Process Control*, v. 31, n. 5-6, pp. 677–691.
- API-TDB6, 1983, *API Technical Data Book Chapter 6 - Density*. API.
- ARAÚJO, B. A. C., 2007, *Studies on Plantwide Control*. Tese de D.Sc., NTNU, Trondheim, Noruega.
- ARELLANO-GARCIA, H., WOZNY, G., 2009, “Chance constrained optimization of process systems under uncertainty: I. Strict monotonicity”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 1, n. 33, pp. 1568–1583.
- ARNOLD, W., LAUB, A., 1984, “Generalized Eigenproblem Algorithms and Software for Algebraic Riccati Equations”. v. 1, pp. 1746–1754.
- ASKENAZY, P., 2001, “Symmetry and optimal control in economics”, *Journal of Mathematics Analysis and Applications*, v. 282, pp. 603–613.
- BABU, B. V., ANGIRA, R., 2006, “Modified differential evolution (MDE) for optimization of non-linear chemical process”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 30, pp. 989–1002.

- BANERJEE, A., ARKUN, Y., 1995, “Control Configuration Design Applied to the Tennessee Eastman Plant Wide Control Problem”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 19, pp. 453–480.
- BIEGLER, L. T., 2010, *Nonlinear programming concepts, Algorithms, and Applications to Chemical Processes*. SIAM.
- BOCK, H. G., PLITT, K. J., 1984, “A Multiple Shooting Algorithm for Direct Solution of Optimal Control Problems”. In: *Proceedings of 9th World Congress: A Bridge Between Control Science and Technology*, pp. 242–247, Budapest, Hungria.
- BORRELLI, F., KEVICZKY, T., 2008, “Distributed LQR Design for Identical Dynamically Decoupled Systems”, *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, v. 53, n. 8, pp. 1901–1912.
- BRISTOL, E. H., 1966, “On a new measure of interaction for multivariable process control”, *IEEE Transaction of Automatic Control*, v. 11, pp. 133–134.
- BROWN, J., CHURCHILL, R., 2004, *Complex Variables and Applications*. Nova York, Estados Unidos, McGraw-Hill.
- BUCHHOLZ, D., DOPLICHER, S., LONGO, R., 1986, “On Noether’s theorem in quantum field theory”, *ANNALS OF PHYSICS*, v. 170, n. 1, pp. 1–17.
- BUCKLEY, P. S., 1964, *Techniques of Process Control*. Nova York, John Wiley.
- BURDEN, R. L., FAIRES, J. D., 2011, *Numerical Analysis*. Brooks Cole.
- CALDAS, J. N., DE LACERDA, A. I., VELOSO, E., et al., 2007, *Internos de Torres pratos e recheios*. Rio de Janeiro, Brasil, Editora Interciencia.
- CAMPOS, M. C. M. M., TEIXEIRA, H. C. G., 2006, *Controles Típicos de equipamentos e processos industriais*. BRASIL, Edgar Blucher.
- CAO, Y., KARIWALA, V., 2009, “Bidirecional branch and bound for controlled variable selection. PartII: Exact local method for self-optimizing control”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 1, n. 33, pp. 1402–1412.
- CELLIER, F. E., KOFMAN, E., 2006, *Continuous System Simulation*. Springer.
- CHANG, J.-W., YU, C.-C., 1990, “The relative gain for non-square multivariable systems”, *Chemical Engineering Science*, v. 45, pp. 1309–1323.

- CHATTOPADHYAY, P., 1979, “NOETHER’S THEOREM AND INVARIANTS OF CERTAIN NONLINEAR SYSTEMS”, *PHYSICS LETTERS*, v. 75A, n. 6, pp. 457–459.
- CHEN, J., FREUDENBERG, J. S., NETT, C. N., 1994, “The Role of The Condition Number and The Relative Gain Array in Robustness Analysis”, *Automatica*, v. 30, n. 6, pp. 1029–1035.
- CHIU, M.-S., ARKUN, Y., 1991, “A New Result on Relative Gain Array, Niederlinski Index and Decentralized Stability Condition: 2 x 2 Plant Cases”, *Automatica*, v. 27, n. 2, pp. 419–421.
- CHRIF, L., KADDA, Z. M., 2014, “Aircraft Control System Using LQG and LQR Controller with Optimal Estimation-Kalman Filter Design”, *Procedia Engineering*, v. 80, n. 1, pp. 245–257.
- COSTA, L. P. L., 2009, *Desenvolvimento de Metodologia de Tomada de Decisão para Problemas de Otimização Multiobjetivo da Engenharia Química*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE-PEQ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- COURANT, R., HILBERT, D., 1989, *Methods of Mathematical Physics*. USA, John Wiley and Sons.
- CUTHRELL, J. E., BIEGLER, L. T., 1989, “Simultaneous Optimization and Solutions Methods for Batch Reactor Control Profiles”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 13, n. 2, pp. 49–62.
- CUTLER, R. C., RAMAKER, B. L., 1979, “Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm”. In: *Proceedings of AIChE 86th National Meeting*, pp. 01–23.
- DE LEON, M., CORTES, J., DE DIEGO, D. M., et al., 2003, “Parametric Controllers in Simultaneous Process and Control Design Optimization”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 1, n. 42, pp. 4545–4563.
- DE LEON, M., CORTES, J., DE DIEGO, D. M., et al., 2004, “General symmetries in optimal control”, *Reports on Mathematical Physics*, v. 1, n. 53, pp. 55–78.
- DE MATTOS, E. E., DE FALCO, R., 1998, *Bombas Industriais*. Rio de Janeiro, Brasil, Editora Interciencia.

- DE OLIVEIRA, T. C., GAINO, R., COVACIC, M. R., et al., 2014, “Controle LQR Aplicado ao Movimento de Articulacao do Joelho de Pacientes Paraplegicos”. In: *Semina: Ciencias Exatas e Tecnologicas*, pp. 231–246, Londrina, PR, Brasil.
- DE VUSSE, J. G. V., 1964, “Plug-flow type reactor versus tank reactor”, *Chemical Engineering Science*, v. 19, pp. 994–997.
- DEL VALLE, Y., VENAYAGAMOORTHY, G. K., MOHAGHEGHI, S., et al., 2008, “Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems”, *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION*, v. 11, pp. 171–195.
- DEZA, M. M., DEZA, E., 2010, *Encyclopedia of Distances*. SPRINGER.
- DISTAFANO, J. J., STUBBERUD, A. R., WILLIAMS, I. J., 1990, *Feedback and Control Systems*. USA, McGrawHill.
- DOWNS, J. J., MOORE, C. F., 1981, “Steady State gain analysis for azeotropic distillation”. In: *JACC*, Charlottesville,VA.
- DOWNS, J. J., SKOGESTAD, S., 2011, “An industrial and academic perspective on plant wide control”, *Annual Reviews in Control*, v. 1, n. 35, pp. 99–110.
- DOWNS, J. J., VOGEL, E. F., 1993, “A Plant Wide Industrial Process Control Problem”, *Computers and Chemical Engineering*, , n. 17, pp. 245–255.
- DOYLE, J. C., 1984, *Lecture Notes on Advanced Multivariable Control*. Minneapolis, USA, ONR-Honeywell Workshop.
- DUTRA, J. C. S., 2012, *Controle de Processos Baseados em Esquemas de Reconfiguração*. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, Brasil.
- EDGAR, T. F., HIMMELBLAU, D. M., LASDON, L. S., 2001, *Optimization of Chemical Process*. McGrawHill.
- EDOUARD, D., DUFOURB, P., HAMMOURIB, H., 2005, “Observer based multivariable control of a catalytic reverse flow reactor: comparison between LQR and MPC approaches”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 29, n. 1, pp. 851–865.
- EXIDA, 2007, *Safety Equipment Reliability Handbook*. Sellersville, USA, Exida.

- FARENZENA, M., 2008, *Novel methodologies for assessment and diagnostics in Control Loop Management*. Tese de D.Sc., UFRGS, Porto Alegre, Brasil.
- FLEMING, W. H., RISHEL, R. W., 1975, *Deterministic and Stochastic Optimal Control*. Nova York, EUA, Editora Springer-Verlang.
- FOUST, A. S., WENZEL, L. A., CLUMP, C. W., et al., 1982, *Princípios das operações unitárias*. BRASIL, LTC.
- GABREL, V., MURAT, C., THIELE, A., 2014, “Recent advance in robust optimization: An overview”, *European Journal of Operational Research*, v. 235, pp. 471–483.
- GOUIN, H., 1976, “NOETHER THEOREM IN FLUID MECHANICS”, *Mechanics Research Communications*, v. 3, n. 3, pp. 151–155.
- GRIMBLE, M. J., KUCERA, V., 1996, *Polynomial Methods for Control Systems Design*. Londres, Inglaterra, Editora Springer.
- GRIVA, I., NASH, S. G., SOFER, A., 2009, *Linear and Nonlinear Optimization*. USA, SIAM.
- GROS, S., SRINIVASAN, B., BONVIN, D., 2009, “Optimizing control based on output feedback”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 33, pp. 191–198.
- GROSDIDIER, P., MORARI, M., 1986, “Interaction Measures for systems under decentralized control”, *Automatica*, v. 1, n. 22, pp. 309–319.
- GROSSMANN, I., HALEMANE, K., SWANEY, R., 1983a, “Optimization strategies for flexible chemical processes”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 7, n. 4, pp. 439–462.
- GROSSMANN, I., HALEMANE, K., SWANEY, R., 1983b, “Optimization strategies for flexible chemical processes”, *AIChE Journal*, v. 29, n. 3, pp. 425–433.
- HALVORSEN, I. J., SKOGESTAD, S., MORUD, J. C., et al., 2003, “Optimal Selection of Controlled Variable”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, , n. 42, pp. 3273–3284.
- HARRIS, T. J., 1989, “Assessment of Control Performance”, *The Canadian Journal Chemical Engineering*, , n. 67, pp. 856–863.

- HASSAN, M. F., BOUKAS, E. K., 2008, “Constrained Linear Quadratic Regulator: Continuous-Time Case”, *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, v. 1, n. 8, pp. 35–42.
- HEIDRICH, A., 2004, *Heurísticas para Projetos de Estruturas de Controle*. M.Sc. dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.
- HORI, E. S., SKOGESTAD, S., 2008, “Selection of Controlled Variables: Maximum Gain Rule and Combination of Measurements”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, , n. 47, pp. 9465–9471.
- HORI, E. S., SKOGESTAD, S., ALSTAD, V., 2005, “Perfect Steady-State Indirect Control”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, , n. 44, pp. 863–867.
- HORN, R. A., JOHNSON, C. R., 1985, *Matrix Analysis*. Nova York, USA, Cambridge University Press.
- IEC-60534, 2011, *IEC 60534-2-1 - Industrial Process Control Valves - Part 2-1: Flow-Capacity - Sizing Equations for Fluid Flow Under Installed Conditions*. IEC.
- INCROPERA, F. P., DE WITT, D. P., 2003, *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. LTC.
- INVENSYS, 2011, *PRO II Reference Manual*.
- ISIDORI, A., 1995, *Nonlinear Control Systems*. Londres, Inglaterra, Editora Springer.
- JANAK, S. L., LIN, X., FLOUDAS, C. A., 2007, “A new robust optimization approach for scheduling under uncertainty II. Uncertainty with known probability distribution”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, pp. 171–195.
- JHON, Y. H., HEE LEE, T., 2003, “Dynamic simulation for reactive distillation with ETBE synthesis”, *Separation and Purification Technology*, v. 1, n. 31, pp. 301–317.
- JOHANSEN, T. A., PETERSEN, I., SLUPPHAUG, O., 2002, “Explicit Suboptimal Linear Quadratic Regulation with Input and State Constraints”, *Automatica*, v. 1, n. 38, pp. 1099–1111.
- KALMAN, R. E., 1960, “Contribution to the Theory of Optimal Control”, *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana*, v. 15, pp. 102–119.

- KARIWALA, V., 2007, “Optimal Measurement Combination for Local Self-Optimizing Control”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, , n. 46, pp. 3629–3634.
- KARIWALA, V., CAO, Y., 2008, “Bidirecional branch and bound for controlled variable selection. PartI: Principle and minimum singular value criterion”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 1, n. 32, pp. 2306–2319.
- KARIWALA, V., CAO, Y., 2012, “Multiobjective Control Structure Design: A Branch and Bound Approach”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 1, n. 51, pp. 6064–6070.
- KENNEDY, J., EBERHART, R., 1995, “Particle swarm optimization”. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 597–601.
- KIRILLOV, A., 2008, *Introduction to Lie Groups and Lie Algebras*. Cambridge.
- KIRK, D. E., 2004, *Optimal Control Theory an Introduction*. USA, Dover.
- KLAFKE, N., 2011, *Aplicação de Fundamentos de Controle Global a um Processo de Transalquilação e Despropocionamento de Tolueno (TAPD)*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- KRAVARIS, C., KANTOR, J. C., 1990, “Geometric Methods for Nonlinear Process Control. 2. Controller Synthesis”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 1, n. 29, pp. 2310–2323.
- KREYSZIG, E., 1989, *Introductory Functional Analysis with Applications*. USA, John Wiley and Sons.
- KUCERA, V., 2006, “The H₂ Control Problem: State-space and Transfer-function Solutions”. In: *Proceedings of 14th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1–5, Ancona, Italia.
- LI, Z., IERAPETRITOU, M., 2008, “Process scheduling under uncertainty: Review and challenges”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 1, n. 32, pp. 715–727.
- LIU, Z. X., YUAN, C., ZHANG, Y. M., et al., 2014, “Robust LQR Tracking Control for a Class of Affine Nonlinear Uncertain Systems”. In: *Proceedings of 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp. 936–941, Orlando, FL, USA.
- LJUNG, L., 1987, *System Identification*. Prentice Hall.

- LUYBEN, M. L., TYREUS, B. D., LUYBEN, W. L., 1997, “Plantwide Control Design Procedure”, *AIChE Journal*, v. 43, n. 12, pp. 3161–3175.
- LUYBEN, W. L., TYREUS, B. D., LUYBEN, M. L., 1998, *Plantwide Process Control*. Nova York, USA, McGraw-Hill.
- LYMAN, P., GEORGAKIS, C., 1995, “Plant-wide control of the Tennessee Eastman Problem”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 19, pp. 321–331.
- MAHMUD, M. A., 2014, “An alternative LQR-based excitation controller design for power systems to enhance small-signal stability”, *Electrical Power and Energy Systems*, v. 63, n. 1, pp. 1–7.
- MANUM, H., SKOGESTAD, S., 2012, “Self-optimizing control with active set changes”, *Journal of Process Control*, v. 22, pp. 873–883.
- MARTINEZ, E. E., LIPORACE, F. D. S., SOARES, R. D. P., et al., 2014, “Design and Implementation of Real Time Optimization Prototype for a Propylene Distillation Unit”, *Computer Aided Chemical Engineering*, v. 33, pp. 1321–1326.
- MCAVOY, T. J., 1994, “Base control of the Tennessee Eastman problem”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 18, pp. 383–413.
- MOLINA, G. D., ZUMOFFEN, D. A. R., BASUALDO, M. S., 2011, “Plant wide control strategy applied to the Tennessee Eastman process at two operating points”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 35, pp. 2081–2097.
- MORARI, M., ARKUN, Y., STEPHANOPOULOS, G., 1980, “Studies in the synthesis control structures for chemical process. Part I”, *AIChE Journal*, v. 26, pp. 220–231.
- MORARI, M., LEE, J. H., 1990, “Robust Control Structure Selection and Control System Design Methods Applied to Distillation Column Control”. In: *29th Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii.
- MORARI, M., ZAFIRIOU, E., 1989, *Robust Process Control*. Nova Jersey, Estados Unidos, Prentice Hall.
- MULLER-HERMES, A., SZEHR, O., 2015, “Spectral variation bounds in hyperbolic geometry”, *Linear Algebra and its Applications*, v. 1, n. 482, pp. 131–148.

- NETO, E. A., 2011, *Otimização Dinâmica em Tempo Real: Arquitetura de Software, Diagnóstico e Análise de Inviabilidades*. Tese de D.Sc., UFRGS, Porto Alegre, Brasil.
- NG, C., STEPHANOPOULOS, G., 1998, “Plant-Wide control structures and strategies”, *In Preprints Dycops-5*, v. 1, pp. 1–16.
- NGUYEN, D. H., 2015, “A sub-optimal consensus design for multi-agent systems based on hierarchical LQR”, *Automatica*, v. 55, n. 1, pp. 88–94.
- NOETHER, E., 1918, “Invariant Variational Problems”. Gottingen, Alemanha.
- NYAWAKO, D. S., REYNOLDS, P., 2010, “LQR controller for an in-service floor”. *In: Proceedings of the IMAC-XXVIII - Society for Experimental Mechanics Series*, pp. 227–237, Jacksonville, FL, USA.
- OGATA, K., 2011, *Engenharia de Controle Moderno*. Brasil, Pearson Education.
- OGUNNAIKE, B. A., 1996, “A Contemporary Industrial Perspective on Process Control Theory and Practice”, *A. Rev. Control*, v. 20, pp. 1–8.
- OLIVEIRA, M. C., BERNUSSOU, J., GEROMEL, J. C., 1999, “A new discrete-time robust stability condition”, *Systems and Control Letters*, v. 37, pp. 261–265.
- OPPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W., 2011, *Discrete-Time Signal Processing*. Londres, Inglaterra, Prentice-Hall.
- OSTROVSKY, G. M., N.N.ZIYATDINOV, T.V.LAPTEVA, et al., 2012, “Optimization of chemical processes with dependent uncertain parameters”, *Chemical Engineering Science*, v. 83, pp. 119–127.
- PANG, H.-P., YANG, Q., 2012, “Robust LQR Tracking Control for a Class of Affine Nonlinear Uncertain Systems”. *In: Proceedings of 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, pp. 1197–1202.
- PEREZ, J. M. T., 2012, *CONTROLE PREDITIVO MULTIVARIÁVEL COM MODELO DE REALINHAMENTO E ROBUSTO QUANTO A ESTABILIDADE*. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, Brasil.
- PINTO, J. C., 1998, “On the cost of parameter uncertainties. Effects of parameter uncertainties during optimization and design of experiments”, *Chemical Engineering Science*, v. 53, pp. 2029–2040.

- POLING, B. E., PRAUSNITZ, J. M., O'CONNELL, J. P., 2001, *The Properties of Gases and Liquids*. USA, McGraw-Hill.
- PRASAD, L. B., TYAGI, B., GUPTA, H. O., 2014, "Optimal Control of Nonlinear Inverted Pendulum System Using PID Controller and LQR: Performance Analysis Without and With Disturbance Input", *International Journal of Automation and Computing*, v. 11, n. 6, pp. 661–670.
- QUELHAS, A. D., JESUS, N. J. C., PINTO, J. C., 2013, "Common Vulnerabilities of RTO Implementations in Real Chemical Processes", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 91, pp. 652–668.
- ÅSTRÖM, K. J., WITTENMARK, B., 1997, *Computer-controlled Systems: Theory and Design*. Nova York, USA, Prentice Hall.
- REYES, E., MESSINA, A., PÉREZ, M., 2015, "Design of wide-area damping controllers using the block relative gain", *Electric Power Systems Research*, v. 126, pp. 56–67.
- SAYALERO, E. G., SKOGESTAD, S., DE PRADA, C., et al., 2012, "Self-optimizing control for hydrogen optimization in a diesel hydrodesulfurization plant". In: *Proceedings of 11th International Symposium on Process Systems Engineering*, p. 1642.
- SCHWAAB, M., PINTO, J. C., 2007, *Análise de Dados Experimentais I - Fundamentos de Estatística e Estimacao de Parametros*. Rio de Janeiro, Brasil, Editora e-papers.
- SEBORG, D. E., EDGAR, T. F., MELLICHAMP, D. A., 2004, *Process Dynamics and Control*. Nova York, USA, John Wiley and Sons.
- SECCHI, A. R., BISCAIA, E. C., 2012. "COQ-897 - Otimização de Processos". Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- SHARIFZADEH, M., THORNHILL, N. F., 2011, "Optimal controlled variable selection using a nonlinear simulation-optimization framework". In: *Proceedings of 21st European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, pp. 597–601.
- SHINDIN, E., BONI, O., MASIN, M., 2014, "Robust Optimization of System Design". In: *Conference on Systems Engineering Research CSER 2014*, Los Angeles, USA.
- SKOGESTAD, S., 2004, "Control structure design for complete chemical plants", *Computers and Chemical Engineering*, v. 1, n. 28, pp. 219–234.

- SKOGESTAD, S., 2000, “Plant wide control: the search for self-optimizing control structure”, *Journal of Process Control*, , n. 10, pp. 467–507.
- SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, L., 2005, *Multivariable Feedback Control*. Nova York, USA, John Wiley and Sons.
- SMITH, J. M., NESS, H. C. V., ABBOTT, M. M., 2000, *Introdução a Termodinâmica de Engenharia Química*. ”BRASIL, LTC.
- SOUZA, G. D., ODLOAK, D., ZANIN, A. C., 2010, “Real time optimization (RTO) with model predictive control (MPC)”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 34, pp. 1999–2006.
- STEPHANOPOULOS, G., NG, C., 2000, “Perspective on the synthesis of plant-wide control structures”, *Journal of Process Control*, v. 10, pp. 97–111.
- STEPHANOPOULOS, G., 1984, *Chemical Process Control An Introduction to Theory and Practice*. USA, Prentice Hall.
- TOBIAS JOCKENHOVEL, LORENZ BIEGLER, A. W., 2003, “Dynamic optimization of Tennessee Eastman process using the OptControlCentre”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 27, pp. 1513–1531.
- TORRES, D. F. M., 2002, “On the Noether Theorem for Optimal Control”, *European Journal of Control*, v. 8, pp. 56–63.
- TRIERWEILER, J. O., ENGELL, S., 1997, “The Robust Performance Number: A New Tool for Control Structure Design”, *Computers and Chemical Engineering*, v. 21, pp. 409–414.
- UMEDA, T., KURIYAMA, T., ICHIKAWA, A., 1978, “A logical structure for process control system synthesis”. In: *IFAC*, Helsinki, Finlandia.
- VASUDEVAN, S., KONDA, N. V. S. N. M., RANGAIAH, G. P., 1997, “PLANT-WIDE CONTROL: METHODOLOGIES AND APPLICATIONS”, *Reviews in Chemical Engineering*, v. 25, pp. 297–337.
- VISSER, E., SRINIVASAN, B., PALANKI, S., et al., 2000, “A feedback-based implementation scheme for batch process optimization”, *Journal of Process Control*, v. 10, pp. 399–410.
- VU, L. T., WILLIAMS, M. S., BAHRI, P. A., 2014, “Control Strategy Designs and Simulations for a Biological Waste Water Treatment Process”. In: *Proceedings of ESCAPE 24*, pp. 631–636, Budapeste, Hungria.

- WALD, A., 1945, “Statistical decision functions which minimize the maximum risk”, *The Annals of Mathematics*, v. 46, pp. 265–280.
- XIAN, Z., DUNHE, G., 1994, “A Note on A. Brauer’s Theorem”, *Linear Algebra and its Applications*, v. 1, n. 196, pp. 163–174.
- YELCHURU, R., SKOGESTAD, S., 2012, “Convex formulation for optimal selection of controlled variables and measurements using Mixed Integer Quadratic Programming”, *Journal of Process Control*, , n. 22, pp. 995–1007.
- ZHOU, M., LI, L., XIE, L., et al., 2015, “Integration of Process Design and Control Using Hierarchical Control Structure”. In: *Proceedings of IFAC - 2015*, pp. 188–192, Ottawa, Canada.

Apêndice A

Glossário Matemático

- Espaço $L^1([a, b])$ - espaço vetorial das funções contínuas, com norma dada na forma

$$\|f\|_{L^1} = \int_a^b |f(x)| dx \quad (\text{A.1})$$

- Álgebra de Lie - É um espaço vetorial munido da operação binária,

$$[\cdot, \cdot] : \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}, \quad (\text{A.2})$$

conhecida como colchete de Lie, que atende às propriedades de bilinearidade, anticomutatividade e a identidade de Jacobi. A álgebra de Lie está ligada ao uso de rotações infinitesimais.

- Grupos de Lie - São variedades diferenciáveis que admitem estruturas de grupos, onde as operações multiplicação e inversão são deriváveis.
- Transformação Homeomórfica - Dada uma transformação

$$f : X \rightarrow Y, \quad (\text{A.3})$$

é dita como homomórfica caso f exista, seja bijetiva e contínua.

- Transformação Difeomórfica - Dada uma transformação

$$f : X \rightarrow Y, \quad (\text{A.4})$$

é dita como difeomórfica caso f^{-1} exista, f^{-1} seja diferenciável e contínua.

- Funções de classe C^n - Funções diferenciáveis n vezes.
- Função Lipschitz - Sejam (X, d) e (Y, d) espaços métricos. Uma função $f : X \rightarrow Y$ é dita como Lipschitz se existir uma constante L tal que:

$$d(f(x), f(y)) \leq Ld(x, y), \forall x, y \in X \quad (\text{A.5})$$

O valor ínfimo da constante L é conhecido como constante de Lipschitz.

- Contração - Uma função $f : X \rightarrow X$ é dita uma contração se:

$$d(f(x), f(y)) < d(x, y), \quad \forall x \neq y \in X. \quad (\text{A.6})$$

- Ínfimo de um conjunto - Seja F um corpo ordenado e A um subconjunto de F limitado inferiormente. O ínfimo de A , denotado por $\inf A$, é a maior das cotas inferiores de A .
- Produto de Hadamard - Dada duas matrizes A e B , de mesma dimensão, o produto de Hadamard $A \circ B$ é matriz, de mesma dimensão, em que o resultado de cada elemento

$$(A \circ B)_{ij} = A_i \cdot B_j. \quad (\text{A.7})$$

- Traço da matriz (tr) - É a soma dos elementos da diagonal principal de uma matriz quadrada.

Apêndice B

Equação de Euler-Lagrange

Outra forma de abordar o mesmo problema é encarar o problema de cálculo variacional como o de uma derivada direcional (COURANT e HILBERT, 1989),

$$\frac{dJ}{d\epsilon} = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dC(\tau, x, \dot{x})}{d\epsilon} d\tau, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{dJ}{d\epsilon} = \int_{t_0}^{t_1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{C(\tau, x + \epsilon \cdot \gamma, \dot{x} + \epsilon \cdot \dot{\gamma}) - C(\tau, x, \dot{x})}{\epsilon} \Big|_{\epsilon=0} d\tau, \quad (\text{B.2})$$

$$\dot{X} = \dot{x} + \epsilon \cdot \dot{\gamma}, \quad (\text{B.3})$$

$$X = x + \epsilon \cdot \gamma, \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{dJ}{d\epsilon} = \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{dC}{dX} \frac{dX}{d\epsilon} + \frac{dC}{d\dot{X}} \frac{d\dot{X}}{d\epsilon} \right]_{\epsilon=0} d\tau, \quad (\text{B.5})$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{dC}{dx} \gamma + \frac{dC}{d\dot{x}} \dot{\gamma} \right]_{\epsilon=0} d\tau, \quad (\text{B.6})$$

Integrando por partes a Equação (B.6),

$$= \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{dC}{dx} - \frac{d}{dt} \frac{dC}{d\dot{x}} \right] \cdot \gamma d\tau - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} \left[\frac{dC}{d\dot{x}} \cdot \gamma \right] d\tau. \quad (\text{B.7})$$

Utilizando o teorema fundamental do cálculo na segunda parcela da Equação B.7,

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{dC}{dx} - \frac{d}{dt} \frac{dC}{d\dot{x}} \right] \cdot \gamma d\tau. \quad (\text{B.8})$$

A Equação (B.8) é nula, ponto estacionário, para todo t no intervalo em questão, se e somente se a equação de Euler-Lagrange for nula (COURANT e HILBERT, 1989),

$$\frac{dC}{dx} - \frac{d}{dt} \frac{dC}{d\dot{x}} = 0. \quad (\text{B.9})$$

Apêndice C

Parâmetros Físicos do Exemplo da Coluna de Destilação

No Apêndice C são apresentados os parâmetros construtivos dos equipamentos e os estados iniciais do modelo da Seção 7.1.2.

C.1 Parâmetros Construtivos dos Equipamentos

Nessa seção são apresentados os parâmetros construtivos dos equipamentos do modelo da Seção 7.1.2. A Tabela C.1 mostra os parâmetros construtivos da coluna de destilação.

Tabela C.1: Parâmetros construtivos da coluna.

Parâmetro	Valor	Unidade
Número de estágios	10	-
Raio do sump	1.6	<i>m</i>
Altura do sump	5.15	<i>m</i>
Diâmetro da coluna	1.6	<i>m</i>
Comprimento do vertedouro	1.6	<i>m</i>
Altura do vertedouro	0.1	<i>m</i>
Área dos furos	1.14	<i>m</i> ²
Área da coluna	5.02	<i>m</i> ²
Distância entre pratos	0.5	<i>m</i>

A Tabela C.2 mostra os parâmetros construtivos do vaso de topo.

Tabela C.2: Parâmetros construtivos do vaso de topo.

Parâmetro	Valor	Unidade
Raio do vaso	0.8	m
Comprimento do vaso	6.8	m

Na Tabela C.3 são apresentados os parâmetros construtivos dos trocadores de calor.

Tabela C.3: Parâmetros construtivos dos trocadores de calor.

Trocador	Parâmetro	Valor	Unidade
Refervedor	Coefficiente de Troca térmica	829.21	$W/(m^2K)$
Refervedor	Área de troca	610.0	m^2
Condensador	Coefficiente de Troca térmica	829.21	$W/(m^2K)$
Condensador	Área de troca	610.0	m^2

Na Tabela C.4 são apresentados os parâmetros construtivos das válvulas de controle.

Tabela C.4: Parâmetros construtivos das válvulas de controle.

Válvula	Cv	Xt	Fl	Tempo de resposta
V_1	1.103	10.0	0.9	5.0
V_2	10.0	10.0	0.9	5.0
V_3	0.103	3.0	0.9	5.0
V_4	34.0	10.0	0.9	5.0
V_5	200.0	10.0	0.9	5.0
V_6	10.0	10.0	0.9	5.0

C.2 Estados Iniciais dos Equipamentos

Nessa seção são apresentados os estados iniciais dos equipamentos do modelo da Seção 7.1.2. Na Tabela C.5 são apresentadas as composições de cada estágio da coluna de destilação.

Tabela C.5: Composições da fase líquida nos estágios da coluna.

Estágio	água	etano	propeno	propano	butano	iso-buteno	iso-butano	1-buteno	t-2-buteno	cis-2-buteno	pentano	hexano
1	0.00096	0.26084	0.60045	0.130043	0.000963	0.000963	0.000963	0.000963	0.000963	0.000963	0.000963	0.00096
2	0.00093	0.26281	0.59918	0.129673	0.000925	0.000925	0.000925	0.000925	0.000925	0.000925	0.000925	0.00093
3	0.00082	0.27474	0.59043	0.127436	0.000824	0.000821	0.000822	0.000821	0.000822	0.000821	0.000819	0.00082
4	0.00047	0.33182	0.53894	0.124887	0.000409	0.000581	0.000486	0.000391	0.000477	0.00044	0.000574	0.00054
5	0.00021	0.13423	0.63123	0.22906	0.003318	0.000278	0.000049	0.000061	0.000182	0.000062	0.000164	0.00116
6	0.00105	0.04368	0.57662	0.267205	0.013973	0.000533	0.004615	0.000541	0.002543	0.000348	0.000224	0.08867
7	0.00105	0.04330	0.57695	0.267285	0.013972	0.000535	0.004617	0.000541	0.002541	0.000348	0.000222	0.08864
8	0.00105	0.04211	0.57797	0.267549	0.013969	0.000536	0.004615	0.000541	0.002541	0.000348	0.000223	0.08856
9	0.00104	0.03845	0.58096	0.268393	0.013938	0.000539	0.004609	0.000545	0.002541	0.000353	0.00026	0.08837
1	0.00117	0.02778	0.58601	0.269612	0.013331	0.000638	0.004534	0.000641	0.00255	0.000456	0.002826	0.09046
Sump	0.00117	0.02777	0.58601	0.269612	0.013331	0.000638	0.004534	0.000641	0.00255	0.000456	0.002826	0.09046

A Tabela C.6 mostra as composições das duas fases presentes no vaso de topo.

Tabela C.6: Composições das fases no vaso de topo.

Estado	água	etano	propeno	propano	butano	iso-buteno	iso-butano	1-buteno	t-2-buteno	cis-2-buteno	pentano	hexano
Vapor	1e-6	0.535	0.394743	0.067613	0.000231	0.000161	0.000185	0.000185	0.000190	0.000190	0.000050	0.000016
Líquido	0.001	0.26	0.6	0.13	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

Na Tabela C.7 são apresentadas as abertura das válvulas de controle no instante inicial da simulação.

Tabela C.7: Abertura das válvulas de controle no instante inicial.

Válvula	Fração de Abertura
V_1	0.0993
V_2	0.2341
V_3	0.0010
V_4	0.0010
V_5	0.5000
V_6	0.4933